ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

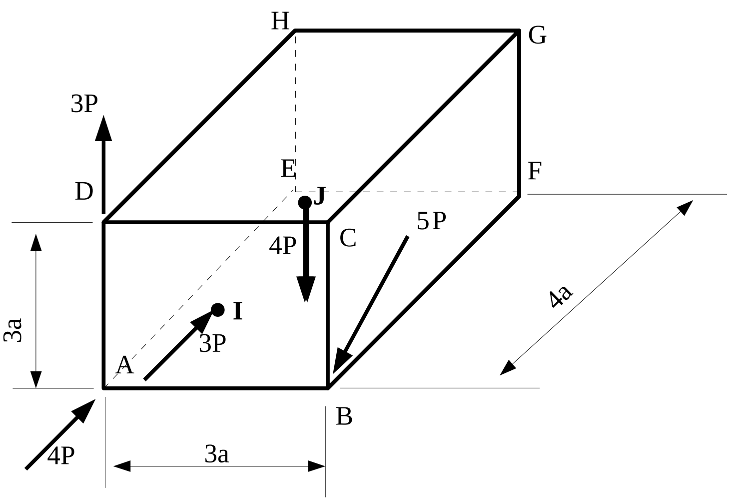
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – Mecânica A (reoferecimento 2010)

P1 – 9/4/2010 – duração: 100 minutos

Docentes: Prof. Dr. Flavius Portella Ribas Martins / Prof. Dr. Flávio Celso Trigo

Questão 1 (3,5 pontos): Considere o sistema constituído pelas seguintes forças:
4P, aplicada em *A* segundo a direção *AE*,
3P, aplicada em *D* segundo a direção vertical,
5P, aplicada em *B* segundo a direção *BG*,
3P, aplicada ao centróide *I* do quadrado *ABCD*, segundo a direção normal a esse plano,
4P, aplicada ao centróide *J* do paralelepípedo *ABCDEFGH*, segundo a direção vertical.
Pede-se:
(a) a resultante das forças e dos momentos em relação ao pólo *A;*
(b) o momento resultante em relação ao eixo *AE;*
(c) verificar se o sistema é redutível a uma única força;
(d) identificar o eixo central do sistema de forças (fornecer a equação ou desenhar um diagrama).



Solução:

Compondo-se as forças $4P\vec{j}$ e $3P\vec{k}$, concorrentes no ponto *A*, bem como as forças $3P\vec{j}$ e $-4P\vec{k}$, concorrentes no ponto *J*, transformamos o sistema original de forças em um sistema composto por 3 forças, a saber:

$4P\vec{j}+3P\vec{k}$, atuante no ponto *A*

$-4P\vec{j}-3P\vec{k}$, atuante no ponto *B*

$3P\vec{j}-4P\vec{k}$, atuante no ponto *J*

Logo, a resultante do sistema de forças vale:

$$\vec{R} = 3P\vec{j} - 4P\vec{k} \qquad \text{(a-1)}$$

O momento resultante do sistema de forças em relação ao ponto *A*, é:

$$\vec{M}_A = (J-A)\wedge(3P\vec{j}-4P\vec{k}) + (B-A)\wedge(-4P\vec{j}-3P\vec{k})$$

$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1{,}5a & 2a & 1{,}5a \\ 0 & 3P & -4P \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3a & 0 & 0 \\ 0 & -4P & -3P \end{vmatrix} = -12{,}5aP\vec{i} + 15aP\vec{j} - 7{,}5aP\vec{k} \qquad \text{(a-2)}$$

Av. Prof. Mello Moraes – 2231 – 05508-900 – São Paulo – SP – BRASIL
TEL.: 55 11 3091-5355/5561/5570 –

Projetando-se $\vec{M}_A$ na direção do eixo AE (ou seja: $\vec{j}$), obtém-se:

$$M_{AE} = \vec{M}_A \cdot \vec{j} = 15aP \qquad \text{(b)}$$

O invariante escalar do sistema de forças vale:

$$I = \vec{M}_A \cdot \vec{R} = \left(3P\vec{j} - 4P\vec{k}\right) \cdot \left(-12{,}5aP\vec{i} + 15aP\vec{j} - 7{,}5aP\vec{k}\right) = 75aP^2 \neq 0$$

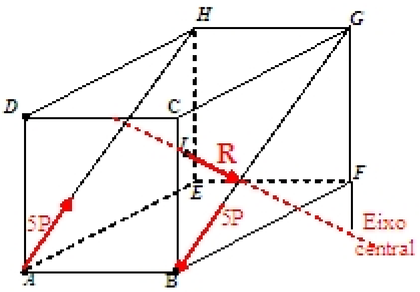
Portanto, o sistema de forças dado não é redutível a uma única força. (c)

Notando que as forças atuantes nos pontos A e B constituem um binário de módulo $15Pa$ e direção normal ao plano ABG, e que a linha de ação da força remanescente atuante no ponto J é ortogonal a esse plano, concluímos que o sistema de forças dado é equivalente a um torçor constituído pela força $3P\vec{j} - 4P\vec{k}$ atuante em J e pelo binário de momento mínimo $15Pa$ e direção normal ao plano ABG, ou seja,

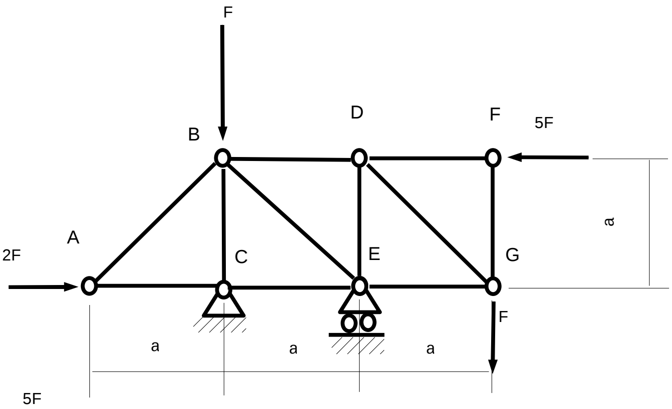
$$\vec{M}_{min} = 15Pa\left(\frac{3}{5}\vec{j} - \frac{4}{5}\vec{k}\right) = 9aP\vec{j} - 12aP\vec{k}$$

De acordo com o exposto acima, concluimos que o eixo central do sistema de forças passa pelo ponto J e, por ter a direção de $\vec{R}$, sua equação é dada por:

$E = J + \lambda\left(3\vec{j} - 4\vec{k}\right) = 1{,}5\vec{i} + 2\vec{j} + 1{,}5\vec{k} + \lambda\left(3\vec{j} - 4\vec{k}\right)$ **onde λ é um número real arbitrário** (d)

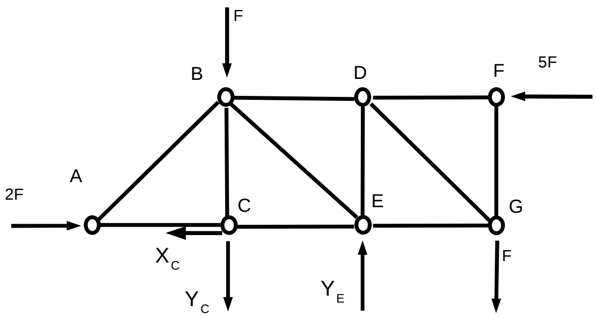


Questão 2 (3,5 pontos): Considere a treliça da figura abaixo, sujeita apenas a carregamentos nodais. Determine:
(a) as reações vinculares;
(b) as forças nas barras BD e EG, identificando se são de tração ou de compressão.



Solução:

(a) DCL da treliça completa



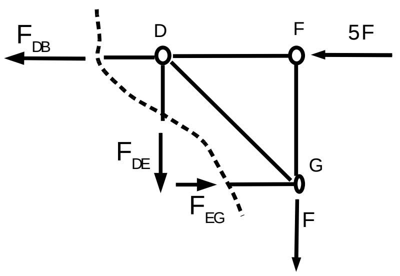
Equilíbrio

$$\sum Fx=0\rightarrow 2\mathrm{F}-X_C-5\mathrm{F}=0\rightarrow \boxed{X_C=-3\mathrm{F}}$$

$$\sum F_y=0\rightarrow -F-Y_C+Y_E-F=0 \quad (I)$$

$$\sum M_C=0\rightarrow a.5F+a.Y_E-2\mathrm{a.F}=0\rightarrow \boxed{Y_E=-3\mathrm{F}} \quad em(I)\rightarrow \boxed{Y_C=-5\mathrm{F}}$$

(b) Seccionando a estrutura conforme abaixo obtemos simultaneamente as duas forças pedidas

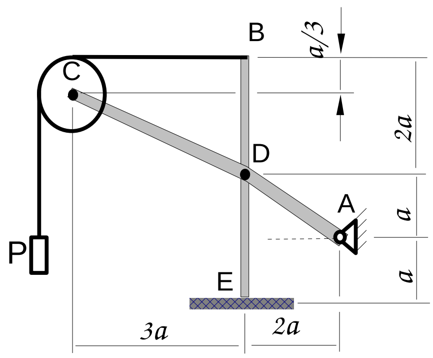


$$\sum M_E=0\rightarrow a.F_{DB}+a.5F-a.F=0\rightarrow \boxed{F_{DB}=-4\mathrm{F} \quad (compressão)}$$

$$\sum Fx=0\rightarrow -F_{DB}-5\mathrm{F}+F_{EG}=0\rightarrow 4\mathrm{F}-5\mathrm{F}+F_{EG}=0\rightarrow \boxed{F_{EG}=F \quad (compressão)}$$

$$\sum F_y=0\rightarrow -F_{DE}-F=0\rightarrow \boxed{F_{DE}=-F \quad (compressão)}$$

Questão 3 (3,0 pontos): A estrutura ao lado é formada pelas barras AC e BE, ambas contínuas, de peso desprezível, e unidas por um pino em D. Por uma articulação em C acopla-se uma polia ideal sobre a qual se enrola um cabo também ideal, o qual é preso ao ponto B e sustenta uma carga de peso P. São dadas as dimensões indicadas na figura. Sabe-se que em E a barra BE faz contato com uma superfície rugosa cujo coeficiente de atrito μ (desconhecido) é capaz de **manter o sistema em equilíbrio.** Pede-se: (a) a reação vincular em A; (b) o mínimo coeficiente de atrito **μ** compatível com a situação proposta; (c) todos os diagramas de corpo livre pertinentes à solução adotada para o problema.



Solução:

(a) e (c)
De acordo com os diagramas de corpo livre das barras e polia:

Para a polia

$$\sum F_x = 0 \rightarrow \boxed{H_C = P}$$
$$\sum F_y = 0 \rightarrow \boxed{V_C = P}$$

Para a barra AC

$$\sum F_x = 0 \rightarrow P + H_D - X_A = 0 \quad (I)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow -P + V_D + Y_A = 0 \quad (II)$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -\frac{8a}{3} P + 5a.\mathrm{P} - 2a.\mathrm{V}_D - a.H_D = 0 \rightarrow 2\mathrm{V}_D + H_D = \frac{7\mathrm{P}}{3} \quad (III)$$

Para a barra BE

$$\sum M_E = 0 \rightarrow 4a.\mathrm{P} + 2a.\mathrm{H}_D = 0 \rightarrow \boxed{H_D = -2\mathrm{P}} \; em \quad (I)$$

$$\rightarrow X_A = P + H_D = P - 2\mathrm{P} \rightarrow \boxed{X_A = -P}$$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -P - H_D - X_E = 0 \rightarrow -P + 2\mathrm{P} - X_E = 0 \quad \boxed{X_E = P}$$

$$H_D \quad em \quad (III) \rightarrow 2\mathrm{V}_D + (-2\mathrm{P}) = \frac{7\mathrm{P}}{3} \rightarrow \boxed{V_D = \frac{13\mathrm{P}}{6}} \; em \quad (II)$$

$$-P + \frac{13\mathrm{P}}{6} + Y_A = 0 \rightarrow \boxed{Y_A = \frac{-7\mathrm{P}}{6}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow V_D = Y_E \rightarrow \boxed{Y_E = \frac{13P}{6}}$$

(b) e (c)
Temos:

$$F_{AT} \leq \mu Y_E \quad Mas\, F_{AT} = X_E = P \rightarrow P \leq \mu \frac{13P}{6}$$

$$Portanto, \boxed{\mu \geq \frac{6}{13}}$$

(c) Diagramas de corpo livre utilizados na solução do problema