ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

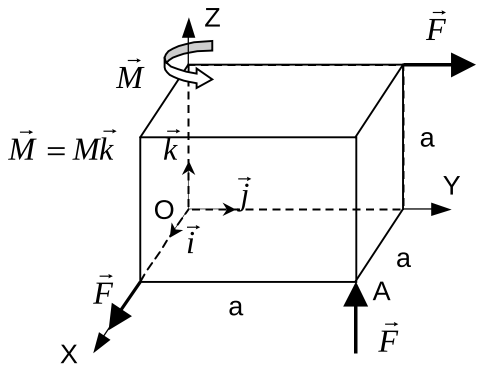
Departamento de Engenharia Mecânica

MECÂNICA A – PME 2100 - Primeira Prova – 4 de abril de 2002

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)
seminário ou exercício em classe ou lista de exercícios (1,0 ponto)

1ª Questão (3,0 pontos)

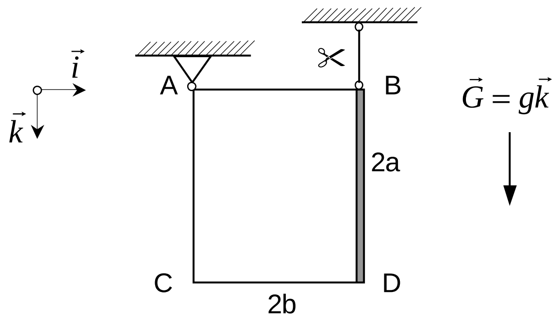
Dado o sistema de três forças (**F**) e o momento (**M**) aplicado sobre o cubo de lado **a** e peso desprezível, conforme mostrado na figura, pede-se:



a) calcular a resultante
b) calcular o momento do sistema em relação ao pólo **O**
c) verificar se o sistema é redutível a uma única força
d) reduzir o sistema a uma força aplicada em **A** e um binário

2ª Questão (3,0 pontos)

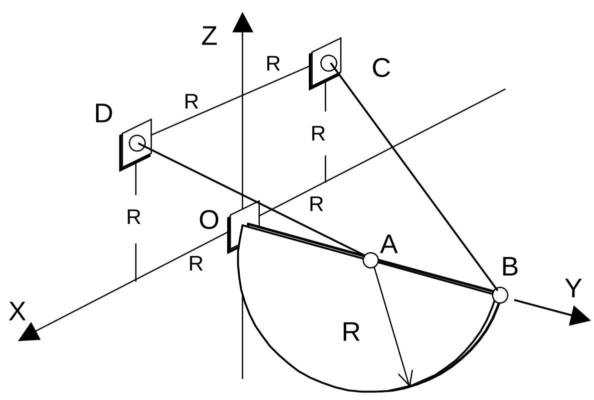
Uma placa retangular de lados **2a** e **2b**, com massa **m**, está articulada em **A** e sustentada pelo fio em **B**, conforme mostrado na figura. Na aresta **BD** está soldada uma barra homogênea de massa **m/4**. Pede-se:



a) as coordenadas do baricentro do conjunto placa e barra
b) reações no vínculo **A** e no fio (**B**)
c) o ângulo α que a aresta **AB** faz com a horizontal, na posição de equilíbrio, supondo a ruptura do fio.

3ª Questão (3,0 pontos)

A placa semicircular homogênea de peso **P**, está simplesmente apoiada com atrito em **O** e suportada pelos fios **AD** e **BC**, conforme mostrado na figura. Pede-se determinar em função de **P**:



a) o diagrama de corpo livre da placa
b) as tensões $\mathbf{T_A}$ e $\mathbf{T_B}$ nos fios
c) as forças de reação $\mathbf{F_x}$, $\mathbf{F_y}$ e $\mathbf{F_z}$ no apoio **O**
d) o coeficiente de atrito μ em **O** para que a placa permaneça em equilíbrio

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

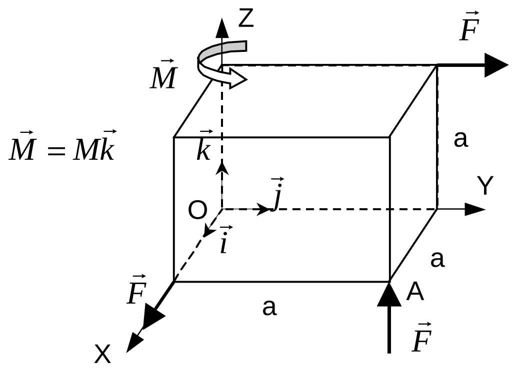
MECÂNICA A – PME 2100 - Primeira Prova – 4 de abril de 2002

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)
seminário ou exercício em classe ou lista de exercícios (1,0 ponto)

Resolução da Prova

1ª Questão (3,0 pontos)

Dado o sistema de três forças (**F**) e o momento (**M**) aplicado sobre o cubo de lado **a** e peso desprezível, conforme mostrado na figura, pede-se:



a) calcular a resultante
b) calcular o momento do sistema em relação ao pólo O
c) verificar se o sistema é redutível a uma única força
d) reduzir o sistema a uma força aplicada em A e um binário

Resolução:

a) $\vec{R} = \sum \vec{F}$ $\quad \vec{R} = F\vec{i} + F\vec{j} + F\vec{k}$ $\quad \boxed{\vec{R} = F(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})}$ (0,5 ponto)

b) $\vec{M}_O = \sum (P - O) \wedge \vec{F} + \vec{M}$ $\quad \vec{M}_O = a\vec{i} \wedge F\vec{i} + a\vec{k} \wedge F\vec{j} + (a\vec{i} + a\vec{j}) \wedge F\vec{k} + M\vec{k}$

$\vec{M}_O = 0 - aF\vec{i} - aF\vec{j} + aF\vec{i} + M\vec{k}$ $\quad \boxed{\vec{M}_O = -aF\vec{j} + M\vec{k}}$ (0,5 ponto)

c) $I = \vec{M}_O \cdot \vec{R}$ $\quad I = (-aF\vec{j} + M\vec{k}) \cdot F(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

$I = -aF^2 + MF$ se $\boxed{M \neq aF \ ; \ I \neq 0}$ o invariante escalar será diferente de zero e portanto o sistema **não** poderá ser reduzido a uma única força (1,0 ponto)

d) Resultante aplicada no ponto A $\quad \boxed{(\vec{R}, A)}$

$\vec{M}_A = \vec{M}_O + (O - A) \wedge \vec{R}$ $\quad \vec{M}_A = (-aF\vec{j} + M\vec{k}) - a(\vec{i} + \vec{j}) \wedge F(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$

$\vec{M}_A = (-aF\vec{j} + M\vec{k}) + aF(-\vec{i} + \vec{j})$ $\quad \boxed{\vec{M}_A = -aF\vec{i} + M\vec{k}}$ (1,0 ponto)

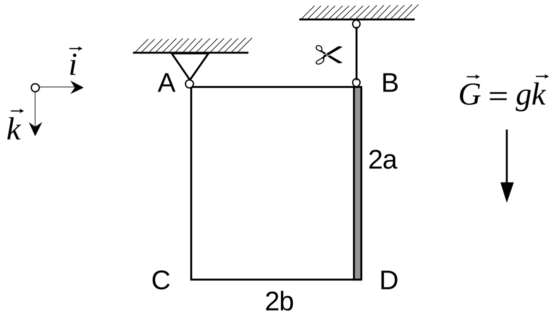
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (3,0 pontos)

Uma placa retangular de lados **2a** e **2b**, com massa **m**, está articulada em **A** e sustentada pelo fio em **B**, conforme mostrado na figura. Na aresta **BD** está soldada uma barra homogênea de massa **m/4**. Pede-se:



a) as coordenadas do baricentro do conjunto placa e barra
b) reações nos vínculos A e B (fio)
c) o ângulo α que a aresta AB faz com a horizontal, na posição de equilíbrio, supondo a ruptura do fio.

Resolução:

a) $x_G = \dfrac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$ $\quad x_G = \dfrac{mb + (m/4)2b}{m + (m/4)}$ $\quad \boxed{x_G = \dfrac{6}{5}b}$

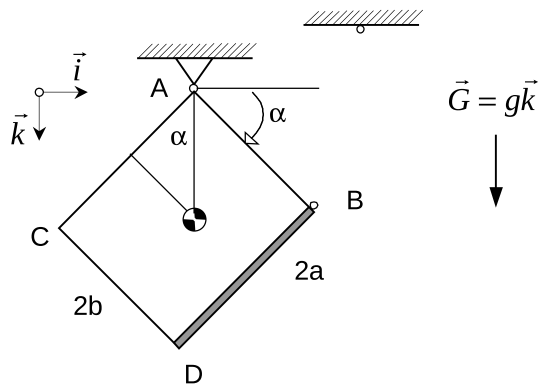
$z_G = \dfrac{\sum m_i z_i}{m}$ $\quad z_G = \dfrac{ma + (m/4)a}{m + (m/4)}$ $\quad \boxed{z_G = a}$ (1,0 ponto)

b) $\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{0}$ $\quad R_z = R_A + R_B + \dfrac{5}{4}mg = 0$ $\quad R_x = 0$

$\left|\vec{M}_A\right| = \sum \left|\vec{F}\right| \cdot d = 0$ $\quad \left(\dfrac{5}{4}mg \cdot \dfrac{6}{5}b\right) + \left(R_B \cdot 2b\right) = 0$ $\quad \boxed{R_B = -\dfrac{3}{4}mg}$ $\boxed{R_A = -\dfrac{1}{2}mg}$ (1,0 ponto)

c) Equilíbrio: baricentro alinhado com articulação A

$\boxed{\alpha = arc\tan\dfrac{6b}{5a}}$ (1,0 ponto)



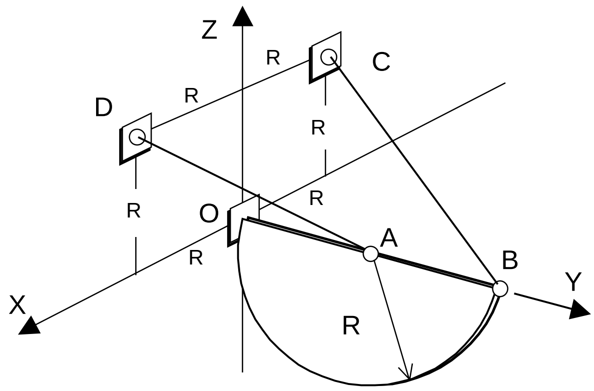
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (3,0 pontos)

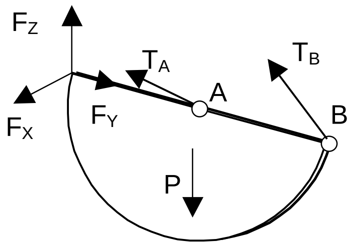
A placa semicircular homogênea de peso **P**, está simplesmente apoiada em **O** e suportada pelos fios **AD** e **BC**, conforme mostrado na figura. Pede-se determinar em função de **P**:



a) o diagrama de corpo livre da placa
b) as tensões T_A e T_B nos fios
c) as forças de reação F_x, F_y e F_z no apoio O
d) o coeficiente de atrito μ em O para a placa permanecer em equilíbrio

Resolução:

a) diagrama de corpo livre (0,5 ponto)



b) direção dos fios:

$$(D-A)/\left|(D-A)\right| = (R\vec{i} - R\vec{j} + R\vec{k})/\sqrt{3R^2} = (\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})/\sqrt{3}$$

$$(C-B)/\left|(C-B)\right| = (-R\vec{i} - 2R\vec{j} + R\vec{k})/\sqrt{6R^2} = (-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})/\sqrt{6}$$

Tensões nos fios: $\vec{T}_A = (T_A/\sqrt{3})(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})$ $\vec{T}_B = (T_B/\sqrt{6})(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})$

Momento em relação a O

$$\vec{M}_O = (B-O)\wedge\vec{T}_B + (A-O)\wedge\vec{T}_A + (A-O)\wedge(-P\vec{k}) = \vec{0}$$

$$M_x = [(B-O)\wedge\vec{T}_B + (A-O)\wedge\vec{T}_A + (A-O)\wedge(-P\vec{k})]\cdot\vec{i} = 0$$

$$M_x = [2R\vec{j}\wedge(T_B/\sqrt{6})(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) + R\vec{j}\wedge(T_A/\sqrt{3})(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) + R\vec{j}\wedge(-P\vec{k})]\cdot\vec{i} = 0$$

$$M_x = [(2RT_B/\sqrt{6})(\vec{i} + \vec{k}) + (RT_A/\sqrt{3})(\vec{i} - \vec{k}) - RP\vec{i}\,]\cdot\vec{i} = 0 \qquad 2T_B + \sqrt{2}T_A - \sqrt{6}P = 0 \qquad \text{(I)}$$

$$M_z = [(B-O)\wedge\vec{T}_B + (A-O)\wedge\vec{T}_A]\cdot\vec{k} = 0$$

$$M_z = [2R\vec{j}\wedge(T_B/\sqrt{6})(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) + R\vec{j}\wedge(T_A/\sqrt{3})(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})]\cdot\vec{k} = 0 \qquad 2T_B - \sqrt{2}T_A = 0 \qquad \text{(II)}$$

resultando de (I) e (II) : $\boxed{T_A = \sqrt{3}P/2}$ $\boxed{T_B = \sqrt{6}P/4}$ (1,0 ponto)

c) $\vec{R} = \sum F = \vec{0}$ $R_x = F_x + \vec{T}_A\cdot\vec{i} + \vec{T}_B\cdot\vec{i} = 0$

$$F_x + (T_A/\sqrt{3})(\vec{i} - \vec{j} + \vec{k})\cdot\vec{i} + (T_B/\sqrt{6})(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k})\cdot\vec{i} = 0 \qquad \boxed{F_x = -P/4}$$

$$R_y = F_y + \vec{T}_A\cdot\vec{j} + \vec{T}_B\cdot\vec{j} = 0 \qquad \boxed{F_y = P}$$

$$R_z = F_z + \vec{T}_A\cdot\vec{k} + \vec{T}_B\cdot\vec{k} - P\vec{k} = 0 \qquad \boxed{F_z = P/4}$$ (1,0 ponto)

d) $\left|T\right| \le \mu N$ $\left|T\right| = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = P\sqrt{2}/4$ $N = F_y = P$ $\boxed{\mu \ge \sqrt{2}/4}$ (0,5 ponto)