



PME 3100 – MECÂNICA I – Prova P1 – 12 de Setembro de 2023

- Esta avaliação tem duração de 120 minutos e é composta por 3 questões.
- Não é permitida a utilização de quaisquer dispositivos eletrônicos, tampouco consulta a qualquer material externo.
- As questões podem ser resolvidas a lápis, na ordem escolhida pelo aluno (que deve indicar claramente onde iniciou cada questão).

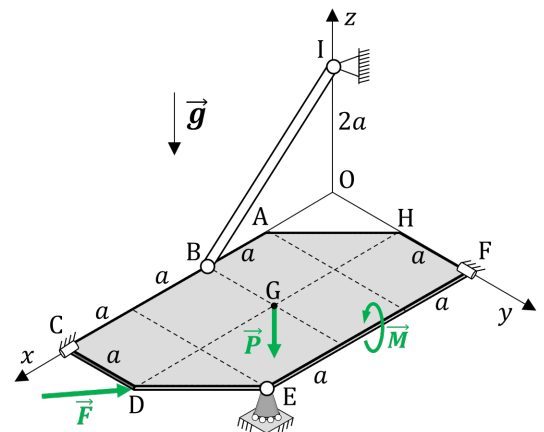
Questão 1 (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea ABCDEFH está no plano Oxy e tem seu movimento restrito pelos anéis em C e F, pela barra BI em B e pelo apoio simples em E. A barra BI se encontra no plano Oxz e tem peso desprezível. Sobre a placa atuam a força $\vec{F} = -2F \vec{i} + F \vec{j}$, aplicada em D, o peso $\vec{P} = -P \vec{k}$, aplicado em $G = (2a, a, 0)$ e o binário de momento $\vec{M} = M \vec{i}$ ($M > 0$).

Parte 1 – Considerando **unicamente o sistema composto pelos esforços ativos** (\vec{F} , D), (\vec{P} , G) e \vec{M} , pedem-se:

- (0,4) a resultante de forças e o momento com respeito ao polo O;
- (0,2) verificar, justificando sua resposta, se o sistema de forças ativas é redutível a uma única força;
- (0,2) calcular o valor do momento mínimo.

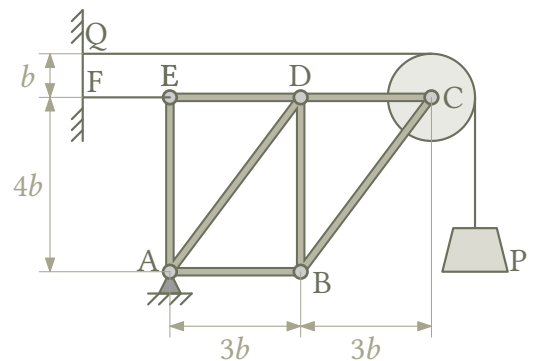
Parte 2 – Considerando **todo o sistema**, pedem-se:

- (1,0) o diagrama de corpo livre da placa;
- (1,0) as equações de equilíbrio da placa;
- (0,2) os esforços atuantes na barra BI;
- (0,5) as reações vinculares em C, E e F.



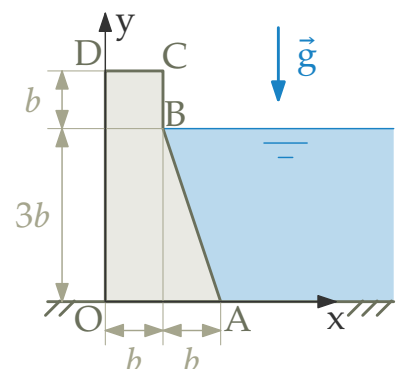
Questão 2 (3,0 pontos). O sistema ilustrado ao lado é formado por um bloco de peso P , uma treliça ABCDE, uma polia ideal de centro C e dois cabos ideais ancorados a uma parede vertical fixa nos pontos Q e E. Todos os elementos exceto o bloco têm peso desprezível. Considere as dimensões fornecidas na figura. Pede-se:

- (1,0) os diagramas de corpo livre (DCLs) da polia de centro C e da treliça ABCDE (considerando-a como um corpo rígido único);
- (0,5) a força de tração no fio EF;
- (0,5) as componentes de reação na articulação em A;
- (1,0) as forças internas nas barras AB e BC, indicando explicitamente se são de tração ou compressão.



Questão 3 (3,5 pontos). Um sistema de conversão de energia hidráulica/elétrica está simplificada ilustrado na figura e é formado por uma barragem de concreto de largura w , modelada como um bloco homogêneo OABCD de peso P , e um lago de água represada com peso específico γ . Considere que não haja percolação (movimento de água sob a barragem) e que o coeficiente de atrito estático entre a barragem e o solo seja μ . Adotando o sistema de coordenadas Oxy indicado na figura determine:

- (0,5) as coordenadas x_G e y_G do centro de massa G da barragem OABCD;
- (1,0) a resultante das pressões hidrostáticas e as coordenadas x_H e y_H do centro de pressões H;
- (0,5) o DCL da barragem OABCD;
- (0,5) menor valor do peso P da barragem para que não ocorra escorregamento;
- (1,0) menor valor do peso P da barragem para que não ocorra tombamento.





Questão 1 (3,5 pontos)

Resolução:

(a)

$$\vec{R} = -2F\vec{i} + F\vec{j} - P\vec{k}$$

$$\vec{M}_O = (G - O) \wedge (-P\vec{k}) + (D - O) \wedge F(-2\vec{i} + \vec{j}) + M\vec{i}$$

$$M_O = a(2\vec{i} + \vec{j}) \wedge (-P\vec{k}) + a(4\vec{i} + \vec{j}) \wedge F(-2\vec{i} + \vec{j}) + M\vec{i}$$

$$\vec{M}_O = (M - aP)\vec{i} + 2aP\vec{j} + 6aF\vec{k} \quad (0,4)$$

(b)

$$I = \vec{R} \cdot \vec{M}_O = -2F(M - aP) + 2aFP - 6aFP = -2F(aP + M) \neq 0$$

\therefore não é redutível a uma única força (0,2)

(c)

$$\vec{M}_{min} = \frac{\vec{R} \cdot \vec{M}_O}{\|\vec{R}\|^2} \vec{R}$$

$$\vec{M}_{min} = \frac{-2F(aP + M)}{5F^2 + P^2} \vec{R} \quad (0,2)$$

(d)

Vide figura ao lado (1,0)

(e)

$$\vec{i}: -2F - T \frac{\sqrt{2}}{2} + X_F = 0 \quad (1)$$

$$\vec{j}: Y_C + F = 0 \quad (2)$$

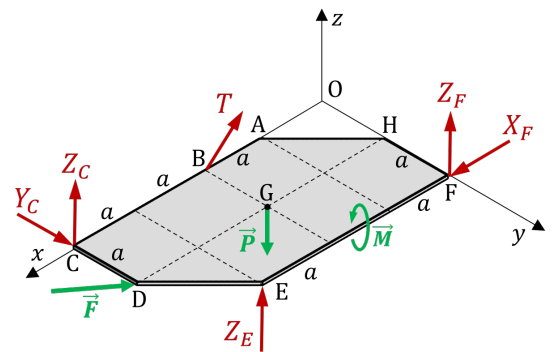
$$\vec{k}: -P + Z_C + Z_E + Z_F + T \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{M}_C = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\vec{i}: -aP + 2aZ_E + 2aZ_F + M = 0 \quad (4)$$

$$\vec{j}: 2aT \frac{\sqrt{2}}{2} + 4aZ_F + aZ_E - 2aP = 0 \quad (5)$$

$$\vec{k}: a \cdot 2F - 2aX_F = 0 \quad (6) \quad (1,0)$$



(f)

de (2): $Y_C = -F$

de (6): $X_F = F$

em (1): $-2F - T \frac{\sqrt{2}}{2} + F = 0 \rightarrow T = -F\sqrt{2}$ (compressão) (0,5)

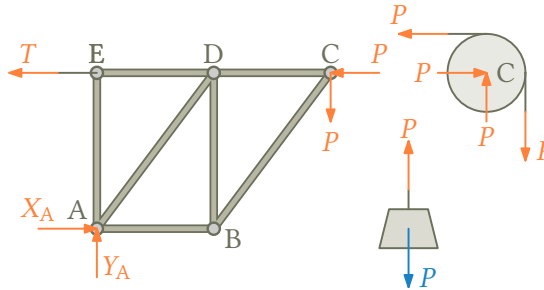
(g) Com os valores já calculados, as equações (3), (4) e (5) fornecem:

$$\boxed{Z_C = F + \frac{M}{2a} + \frac{P}{2}} \quad \boxed{Z_F = \frac{2F}{3} + \frac{M}{6a} + \frac{P}{2}} \quad \boxed{Z_E = -\frac{2F}{3} - \frac{2M}{3a}} \quad (0,5)$$

**Questão 2 (3,0 pontos)**

Resolução:

- (a) Diagramas de corpo livre indicados na figura abaixo (apresentar o DCL do bloco é *opcional*) (1,0).



- (b) Escrevendo a equação de equilíbrio de momentos com respeito ao polo A para a treliça ABCDE:

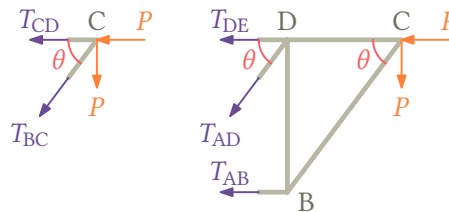
$$M_{Az} = 0 \Rightarrow -4bT - 4bP + 6bP = 0 \Rightarrow T = \frac{1}{2}P \quad (0,5)$$

- (c) Escrevendo a equação de equilíbrio de forças para a treliça ABCDE:

$$R_x = 0 \Rightarrow X_A - P - T = 0 \Rightarrow X_A = \frac{3}{2}P \quad (0,3)$$

$$R_y = 0 \Rightarrow Y_A - P = 0 \Rightarrow Y_A = P \quad (0,2)$$

- (d) A obtenção das forças internas nas barras BC e AB pode ser feita por meio dos diagramas a seguir obtidos a partir da aplicação dos métodos dos nós e das seções:



Note que $\cos \theta = \frac{3}{5}$ e $\sin \theta = \frac{4}{5}$.

Para o diagrama à esquerda, escrevendo a equação de equilíbrio de forças para a direção vertical:

$$R_y = 0 \Rightarrow -\frac{4}{5}T_{BC} - P = 0 \Rightarrow T_{BC} = -\frac{5}{4}P \quad (\text{compressão}) \quad (0,5)$$

Para o diagrama à direita, escrevendo a equação de equilíbrio de momentos para o polo D:

$$M_{Dz} = 0 \Rightarrow -4bT_{AB} - 3bP = 0 \Rightarrow T_{AB} = -\frac{3}{4}P \quad (\text{compressão}) \quad (0,5)$$



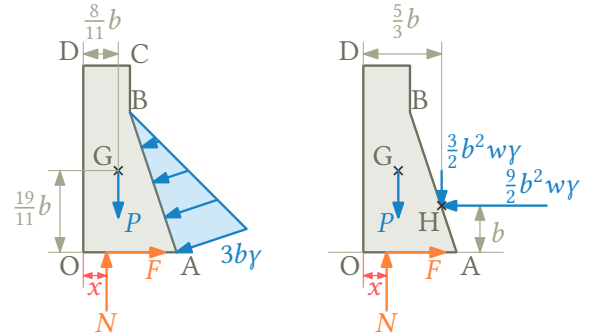
Questão 3 (3,5 pontos)

Resolução:

(a) Posição do centro de massa G (0,5):

$$x_G = \frac{\frac{b}{2}(4bb) + \frac{4b}{3}\left(\frac{1}{2}3bb\right)}{(4bb) + \left(\frac{1}{2}3bb\right)} \Rightarrow x_G = \frac{8}{11}b$$

$$y_G = \frac{2b(4bb) + b\left(\frac{1}{2}3bb\right)}{(4bb) + \left(\frac{1}{2}3bb\right)} \Rightarrow y_G = \frac{19}{11}b$$



(b) Resultante das pressões hidrostáticas calculada a partir do “volume” do prisma de pressões:

$$|\vec{R}_H| = \frac{1}{2}(b\sqrt{10})(3b\gamma)w \Rightarrow |\vec{R}_H| = \frac{3}{2}\sqrt{10}b^2w\gamma \quad (0,5)$$

$$\vec{R}_H = |\vec{R}_H| \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\vec{i} - \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{j} \right) = \left(-\frac{9}{2}\vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j} \right) b^2w\gamma$$

Posição do centro de pressões H:

$$(H - A) = \frac{1}{3}(B - A) = \frac{1}{3}(-b\vec{i} + 3b\vec{j}) \quad \text{e} \quad (H - O) = (H - A) + (A - O) \Rightarrow x_H = \frac{5}{3}b \quad \text{e} \quad y_H = b \quad (0,5)$$

(c) Ver figuras acima (qualquer uma das representações mostradas é considerada uma resposta correta). (0,5)

(d) Do equilíbrio da barragem:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -\frac{9}{2}b^2w\gamma + F = 0 \Rightarrow F = \frac{9}{2}b^2w\gamma$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P - \frac{3}{2}b^2w\gamma = 0 \Rightarrow N = P + \frac{3}{2}b^2w\gamma$$

Na iminência de ocorrer o escorregamento a força de atrito é máxima e pode ser escrita como $F = \mu N$, de onde decorre a condição de peso mínimo:

$$\frac{9}{2}b^2w\gamma = \mu \left(P_{\min} + \frac{3}{2}b^2w\gamma \right) \Rightarrow P_{\min} = \left(\frac{9 - 3\mu}{2\mu} \right) b^2w\gamma \quad (0,5)$$

(e) Na iminência de tombamento a força normal está localizada sobre o ponto O ($x = 0$ no DCL), o que implica tombamento no sentido anti-horário e fornece a condição de P_{\min} :

$$\sum M_{Oz} = 0 \Rightarrow -\frac{8}{11}bP_{\min} - \frac{5}{3}b\left(\frac{3}{2}b^2w\gamma\right) + b\left(\frac{9}{2}b^2w\gamma\right) = 0 \Rightarrow P_{\min} = \frac{11}{4}b^2w\gamma \quad (1,0)$$