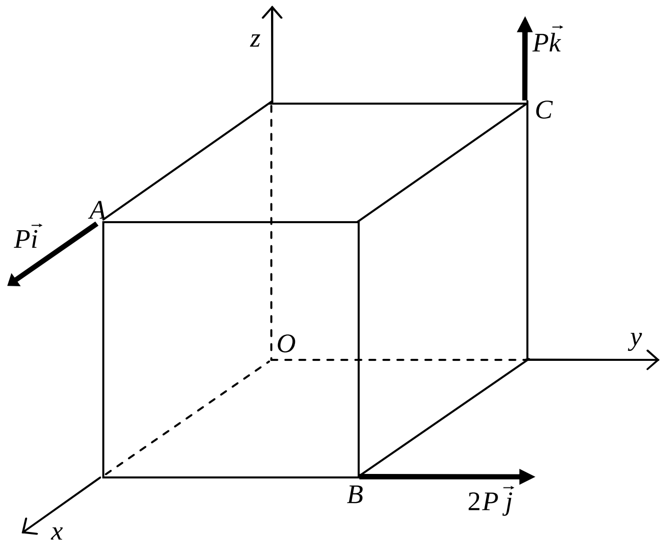
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 – MECÂNICA 1 – Primeira Prova – 11 de setembro de 2018 – Duração: 110 minutos
(não é permitido o uso de celulares, *tablets*, calculadoras e dispositivos similares)



1ª Questão (3,0 pontos). Um cubo de lado a e peso desprezível está sujeito ao sistema de forças indicado na figura. Pede-se:

(a) determinar a resultante do sistema de forças e o momento resultante no pólo O;

(b) determinar o momento no eixo Oy;

(c) verificar se o sistema de forças é redutível a uma única força;

(d) determinar o momento mínimo.

RESOLUÇÃO

(a) Resultante de forças e resultante de momentos no pólo O.

A resultante do sistema de forças dado, é:

$$\vec{R} = P\vec{i} + 2P\vec{j} + P\vec{k}$$

O momento resultante no pólo O, é:

$$\vec{M}_O = (A-O)\wedge P\vec{i} + (B-O)\wedge 2P\vec{j} + (C-O)\wedge P\vec{k} = \left(a\vec{i} + a\vec{k}\right)\wedge P\vec{i} + \left(a\vec{i} + a\vec{j}\right)\wedge 2P\vec{j} + \left(a\vec{j} + a\vec{k}\right)\wedge P\vec{k}$$

Calculando a expressão acima, resulta

$$\vec{M}_O = aP\vec{j} + 2aP\vec{k} + aP\vec{i}$$

(a) 1 ponto

(b) Momento resultante no eixo Oy

O momento resultante nesse eixo, é dado, por:

$$M_{Oy} = \vec{M}_O \cdot \vec{j} = \left(aP\vec{j} + 2aP\vec{k} + aP\vec{i}\right)\cdot \vec{j} = aP$$

(b) ½ ponto

(c) Redução do sistema de forças

Para que o sistema de forças dado seja redutível a uma única força, é necessário e suficiente que:

- $\vec{R} \neq \vec{0}$
- $I = \vec{R}\cdot\vec{M}_O = 0$
- Do item (a), sabemos que $\vec{R} \neq \vec{0}$

Calculemos, então, o invariante escalar I:

$$I = \vec{R}\cdot\vec{M}_O = \left(P\vec{i} + 2P\vec{j} + P\vec{k}\right)\cdot\left(aP\vec{j} + 2aP\vec{k} + aP\vec{i}\right) = aP^2 + 2aP^2 + 2aP^2 = 5aP^2 \neq 0$$

Concluímos que o sistema de forças dado não é redutível a uma única força. Trata-se de um sistema redutível a 'força + binário'.

(c) 0,5 ponto

(d) Determinação do momento mínimo

O momento mínimo do sistema de forças dado, é:

$$\vec{M}_{\min} = \frac{I}{\left|\vec{R}\right|^2}\vec{R} = \frac{5aP^2}{\left(P^2+4P^2+P^2\right)}\left(P\vec{i}+2P\vec{j}+P\vec{k}\right) = \frac{5}{6}a\left(P\vec{i}+2P\vec{j}+P\vec{k}\right)$$

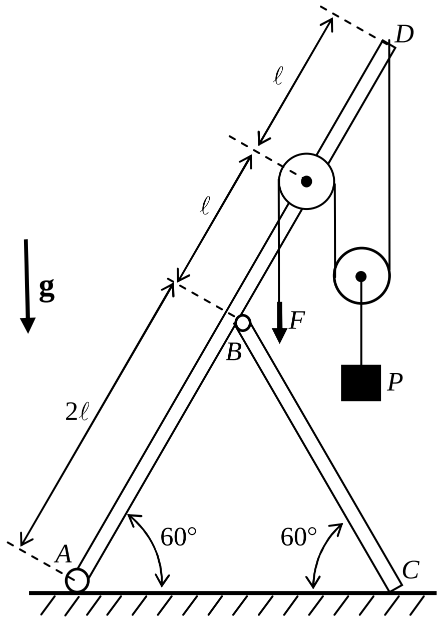
(d) 1 ponto

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (3,5 pontos). A figura mostra um equipamento de levantamento de cargas composto por duas barras delgadas e um sistema de polias e fios ideais. As massas das barras, das polias e dos fios são desprezíveis. A barra BC é articulada em B e a sua extremidade C está diretamente apoiada sobre o solo. Considere que no contato C o coeficiente de atrito é μ . Pede-se:

(a) determinar a força F que deve ser aplicada na extremidade livre do fio para sustentar a carga de peso P ;
(b) desenhar os diagramas de corpo livre das barras;
(c) determinar as reações vinculares na extremidade C da barra BC ;
(d) determinar o valor mínimo de μ compatível com o equilíbrio estático da estrutura.

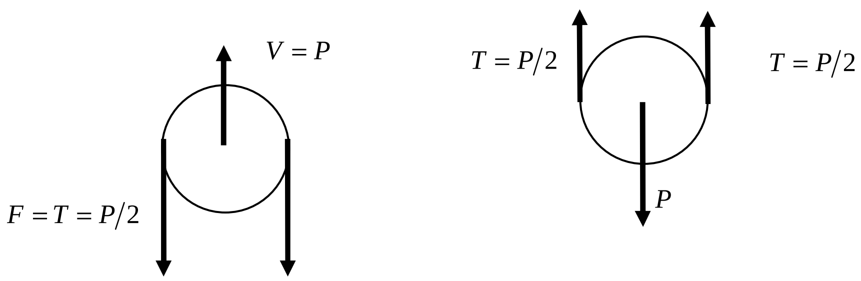


RESOLUÇÃO

(a) Determinação da força F

Analisando-se os diagramas de corpo livre das polias concluímos, de imediato, que

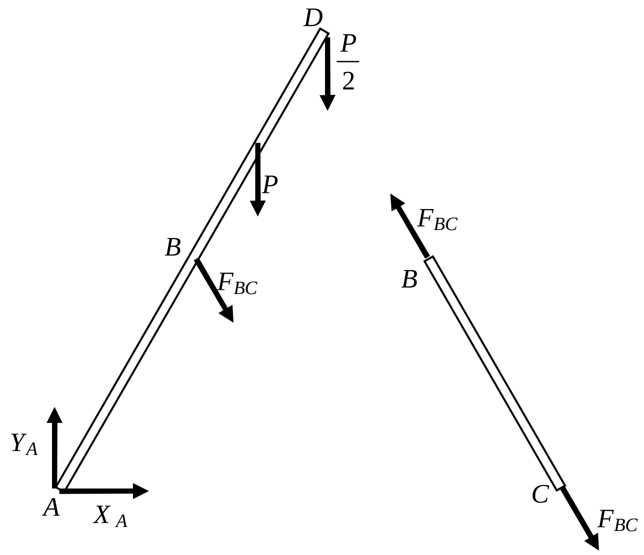
$$F = \frac{P}{2}$$



(a) ½ ponto

(b) Diagramas de corpo livre das barras

Nas figuras abaixo apresentam-se esses diagramas:



(b) 1 ponto

(c) Reações vinculares

Considerando-se a figura acima, as equações de equilíbrio para a barra AD são :

$$X_A + F_{BC}\cos 60° = 0 \Rightarrow X_A + \frac{1}{2}F_{BC} = 0 \qquad (1)$$

$$Y_A - F_{BC}\sin 60° - P - \frac{P}{2} = 0 \Rightarrow Y_A - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{BC} - \frac{3}{2}P = 0 \qquad (2)$$

$$\left(\frac{1}{2}2L\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}2L\vec{j}\right) \wedge \left(\frac{1}{2}F_{BC}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}F_{BC}\vec{j}\right) - P\left(3L\frac{1}{2}\right) - \frac{P}{2}4L\frac{1}{2} = 0 \qquad (3)$$

Resolvendo o sistema de equações acima, obtemos:

- $F_{BC} = -\frac{5}{6}\sqrt{3}P$ (compressão)
- $X_A = -\frac{5}{12}\sqrt{3}P$
- $Y_A = \frac{1}{4}P$

(c) 1 ponto

(d) Coeficiente de atrito

Decompondo-se a força de contato da barra BC com o pavimento em suas componentes normal e tangencial, tem-se:

$$X_C = -\frac{5}{6}\sqrt{3}P\cos 60° = -\frac{5}{12}\sqrt{3}P$$

$$Y_C = \frac{5}{6}\sqrt{3}P\sin 60° = \frac{5}{6}\sqrt{3}P\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5}{4}P$$

Considerando-se que a barra BC está apoiada em um pavimento com atrito, tem-se:

$|X_C| \leq \mu |Y_C|$,

Portanto, o menor valor do coeficiente de atrito compatível com o equilíbrio da estrutura, é:

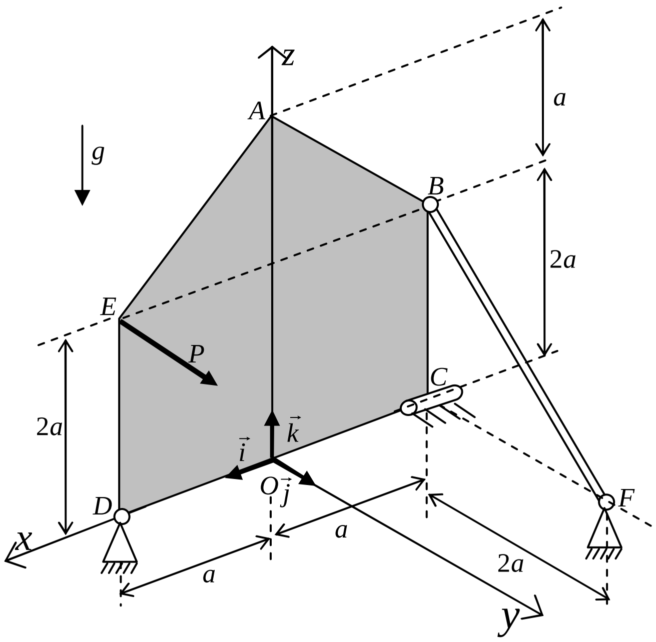
$$\mu_{\min} = \frac{|X_C|}{|Y_C|} = \frac{\frac{5}{12}\sqrt{3}P}{\frac{5}{4}P} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(d) 1 ponto

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (3,5 pontos). No sistema em equilíbrio mostrado na figura, a placa homogênea $ABCDE$ é vinculada ao anel C, à articulação D e à barra delgada BF. No ponto E da placa aplica-se uma força $P\vec{j}$. A placa e a barra têm o mesmo peso P. Pede-se:



(a) determinar a posição do centro de massa da placa $ABCDE$;
(b) desenhar os diagramas de corpo livre da barra BF e da placa $ABCDE$;
(c) escrever as equações de equilíbrio para a barra e para a placa;
(d) determinar as reações em C.

RESOLUÇÃO

(a) Determinação da posição do centro de massa da placa $ABCDE$

O eixo Oz é um eixo de simetria da placa $ABCDE$; logo, a coordenada x do seu centro de massa é $x_G = 0$. Notando que essa placa pode ser decomposta aditivamente em um retângulo $BCDE$ e um triângulo ABE, a posição z do centro de massa de $ABCDE$, é dada por:

$$z_G = \frac{4a^2 \cdot a + \dfrac{2a^2}{2}\left(2a + \dfrac{a}{3}\right)}{4a^2 + \dfrac{2a^2}{2}} = \frac{4a^3 + \dfrac{7}{3}a^3}{5a^2} = \frac{19}{15}a$$

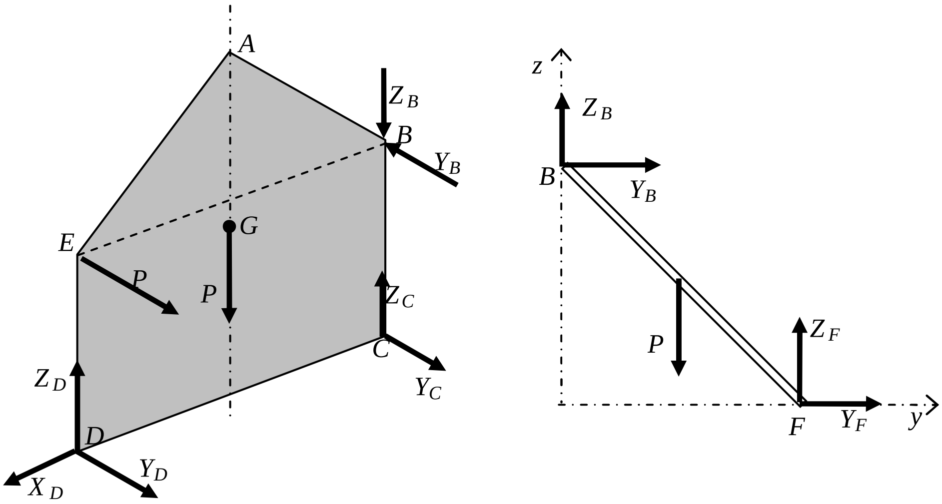
Portanto, o centro de massa localiza-se na posição $G = \left(0{,}0, \dfrac{19}{15}a,\right)$

(a) ½ ponto

(b) Diagramas de corpo livre da placa e das barras

Os diagramas de corpo livre solicitados são apresentados na figura a seguir.

É importante observar que a barra BF está em equilíbrio sob a ação de três únicas forças – o peso próprio e as forças vinculares em B e F. Portanto, esse é um sistema de 3 forças coplanares necessariamente, conforme indicado na figura.



(b) 1½ ponto

(c) Equações de equilíbrio

Aplicando-se as equações de equilíbrio à barra BF, tem-se:

$$Y_B + Y_F = 0 \qquad (1)$$

$$Z_B + Z_F - P = 0 \qquad (2)$$

$$Pa - 2Y_B a - 2Z_B a = 0 \Rightarrow 2Y_B + 2Z_B - P = 0 \qquad (3)$$

Aplicando-se as equações de equilíbrio à placa $ABCDE$, tem-se:

$$\sum F_{xi} = 0 \Rightarrow X_D = 0 \qquad (4)$$

$$\sum F_{yi} = 0 \Rightarrow Y_D + Y_C - Y_B + P = 0 \qquad (5)$$

$$\sum F_{zi} = 0 \Rightarrow Z_D + Z_C - Z_B - P = 0 \qquad (6)$$

$$\sum M_{Ox} = 0 \Rightarrow -P \cdot 2a + Y_B \cdot 2a = 0 \Rightarrow Y_B = P \qquad (7)$$

$$\sum M_{Oy} = 0 \Rightarrow -Z_D \cdot a + Z_C \cdot a - Z_B \cdot a = 0 \Rightarrow -Z_D + Z_C - Z_B = 0 \qquad (8)$$

$$\sum M_{Oz} = 0 \Rightarrow P \cdot a + Y_B \cdot a + Y_D \cdot a - Y_C \cdot a = 0 \Rightarrow P + Y_B + Y_D - Y_C = 0 \qquad (9)$$

(c) 1 ponto

(d) Determinação das reações e forças vinculares

Resolvendo-se o sistema de equações 1-9, obtêm-se:

- $Y_B = P$ $\quad Z_B = -P/2$
- $Y_F = -P$ $\quad Z_F = 3P/2$
- $X_D = 0$ $\quad Y_D = -P$ $\quad Z_D = P/2$
- $Y_C = P$ $\quad Z_C = 0$

(d) ½ ponto

Os diagramas de corpo livre da placa e da barra, com os valores calculados das reações e forças vinculares, são apresentados abaixo. Note que a barra BF está em equilíbrio sob a ação de três forças concorrentes.