ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

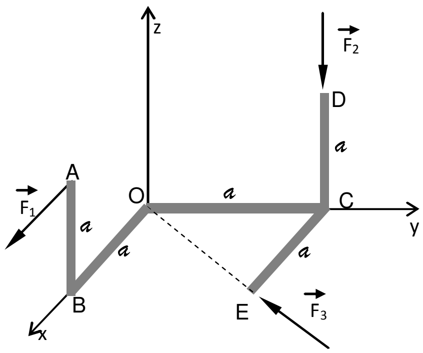
Departamento de Engenharia Mecânica

PME 3100 Mecânica I

Primeira Prova- Duração 110 minutos – 2 de setembro de 2014

Não é permitido o uso de dispositivos eletrônicos.

Questão 1(3,0 pontos):



A peça *ABOCDE* é formada por cinco barras rígidas soldadas e submetida ao sistema de forças S: $(\vec{F}_1, A)$, $(\vec{F}_2, D)$ e $(\vec{F}_3, E)$. Sabendo-se que o módulo de todas essas forças é F e que cada barra possui comprimento *a* e massa desprezível, pedem-se:

(a) determinar a resultante e o momento em O;

(b) obter um sistema equivalente a S em B;

(c) o vetor momento mínimo;

(d) o lugar geométrico dos pontos em que o momento é mínimo.

Resolução:

(a) (1,0)

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = F\vec{i} - F\vec{k} - F\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i} + \vec{j})$$

$$\therefore \vec{R} = F\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} - F\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - F\vec{k}$$

$$\vec{M}_O = (A - O)\wedge\vec{F}_1 + (D - O)\wedge\vec{F}_2 + (E - O)\wedge\vec{F}_3$$

$$\vec{M}_O = a(\vec{i} + \vec{k})\wedge F\vec{i} - a(\vec{j} + \vec{k})\wedge F\vec{k} - a(\vec{i} + \vec{j})\wedge F\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i}$$

$$\vec{M}_O = aF(-\vec{i} + \vec{j})$$

(b) (1,0)

$$\vec{M}_B = \vec{M}_O + (O - B)\wedge\vec{R}$$

$$\vec{M}_B = aF(-\vec{i} + \vec{j}) + (-a\vec{i})\wedge F\left(\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \right.$$

$$\vec{M}_B = aF\left(-\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}\right)$$

(c) (0,5)

$$\vec{M}_{\min} = \frac{\vec{M}_O . \vec{R}}{|\vec{R}|^2}\vec{R} = \frac{aF(-\vec{i} + \vec{j}) . F\left(\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} - \vec{k}\right)}{F^2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + F^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + F^2}\vec{R} = \frac{aF^2\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{F^2(3 - \sqrt{2})}\vec{R}$$

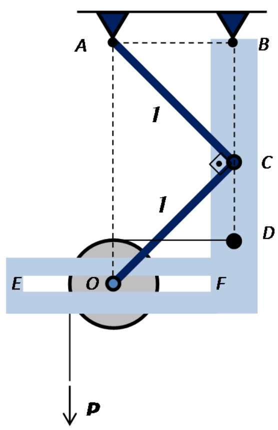
$$\vec{M}_{\min} = -\frac{a}{(3 - \sqrt{2})}\vec{R}$$

(d) (0,5)

$$(E - O) = \frac{\vec{R}\wedge\vec{M}_O}{|R|^2} + \lambda\vec{R} = \frac{aF^2}{F^2(3 - \sqrt{2})}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} + \lambda\vec{R}$$

$$(E - O) = \frac{a}{(3 - \sqrt{2})}\left(\vec{i} + \vec{j} + (1 - \sqrt{2})\vec{k}\right) + \lambda\vec{R}$$

<u>Questão2(3,5 pontos):</u>



A estrutura da figura é composta por um suporte em "L", pelas barras AC e OC de comprimento ***l*** e pela polia de raio R e centro O. A barra OC e a polia estão conectadas por um pino que pode deslizar sem atrito na guia EF; as barras AC e OC estão articuladas ao pino C, que é parafusado ao suporte. O fio está preso ao pino D e sustenta uma carga ***P***. Considerando $R = l\frac{\sqrt{2}}{4}$ e todos os pesos desprezíveis, pedem-se:

(a) as reações externas;

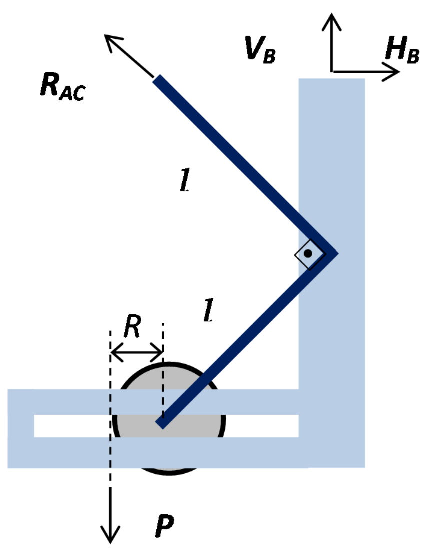
(b)as forças atuantes no centro da polia;

(c) as forças nas barras AC e OC;

(d) o diagrama de corpo livre do suporte, indicando as respostas obtidas nos itens anteriores.

Resolução:

a) Diagrama de corpo livre da estrutura (0,5)



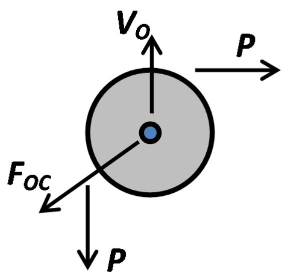
Condições de equilíbrio

$$\vec{R} = \vec{0}: \sum F_h = 0 \rightarrow R_{AC}\frac{\sqrt{2}}{2} = H_B\,;\sum F_v = 0 \rightarrow R_{AC}\frac{\sqrt{2}}{2} + V_B = P.$$

$$\overrightarrow{M_B} = \vec{0} \;:\; R_{AC}\frac{l}{2} = P\left(R + l\frac{\sqrt{2}}{2}\right), com \;\; R = \frac{l\sqrt{2}}{4}.$$

$$\therefore\;\; R_{AC} = \frac{3P\sqrt{2}}{2}\;\;,\; H_B = \frac{3P}{2}\;\;,\; V_B = -\frac{P}{2}\;\;. \quad (1{,}0)$$

b) Diagrama de corpo livre da polia (0,5)



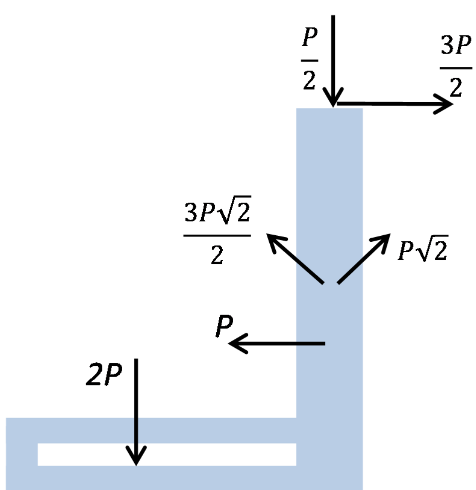
Equilíbrio da polia:

$$F_{OC}\frac{\sqrt{2}}{2} = P\;;\quad V_O = F_{OC}\frac{\sqrt{2}}{2} + P\;.\quad \therefore\; F_{OC} = P\sqrt{2}\;,\; V_O = 2P \;\; (0{,}5)$$

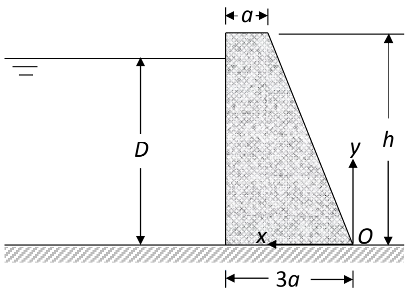
c) Forças nas barras (0,5)

$$F_{AC} = R_{AC} = \frac{3P\sqrt{2}}{2}\;\;(tração),\;\; F_{OC} = P\sqrt{2}\;(compressão).$$

d) Diagrama de corpo livre do suporte (0,5)



<u>Questão3(3,5 pontos):</u>



A figura mostra a seção transversal de uma barragem de gravidade projetada para suportar uma lâmina d´água de altura *D*. Sabe-se que não há infiltração de água entre o solo e a barragem. São dados os pesos por unidade de volume da água, γ_a, e do material da barragem, γ_c. É dada, também, a largura *L* da barragem (perpendicular ao plano da figura). Pedem-se:

(a) a posição do centro de massa da barragem em relação ao sistema *Oxy* indicado;

(b) a resultante das pressões hidrostáticas sobre a barragem;

(c) a posição do centro dessas pressões, em relação ao sistema *Oxy* indicado;

(d) o mínimo valor que deve ter a dimensão *a* da barragem para que ela não escorregue, sabendo que o coeficiente de atrito entre a barragem e o solo é μ;

(e) o mínimo valor que deve ter a dimensão *a* da barragem para que ela não tombe.

Resolução:

a) $x_G = \frac{\left(ah\left(2a+\frac{a}{2}\right)+\frac{1}{2}2ah\frac{2}{3}2a\right)}{ah+\frac{1}{2}2ah} \Rightarrow x_G = \frac{23}{12}a$ (0,5) $y_G = \frac{\left(ah\frac{h}{2}+\frac{1}{2}2ah\frac{1}{3}h\right)}{ah+\frac{1}{2}2ah} \Rightarrow y_G = \frac{5}{12}h$ (0,5)
b) $R = \frac{1}{2}\gamma_a D^2 L$ (0,5)
c) $x_c = 3a;\ y_c = \frac{D}{3}$ (0,5)
d) $R \leq \mu P;\ P = 2\,ahL\gamma_c \Rightarrow \frac{1}{2}\gamma_a D^2 L \leq \mu 2\,ahL\gamma_c \Rightarrow a_{min} = \frac{1}{\mu}\frac{\gamma_a}{\gamma_c}\frac{D^2}{4h}$ (0,5)
e) $Px_G \geq Ry_c \Rightarrow 2\,ahL\gamma_c\frac{23}{12}a \geq \frac{1}{2}\gamma_a D^2 L\frac{D}{3} \Rightarrow a_{min} = \sqrt{\frac{\gamma_a D^3}{23\gamma_c h}}$ (0,5: DCL) + (0,5: resposta)