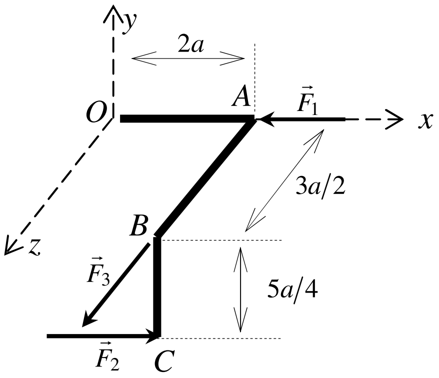
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

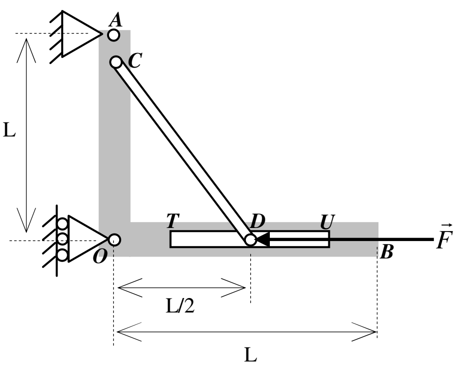
PME 2100 – MECÂNICA A – Prova P1 – 31 de agosto de 2010
Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido o uso de calculadoras)

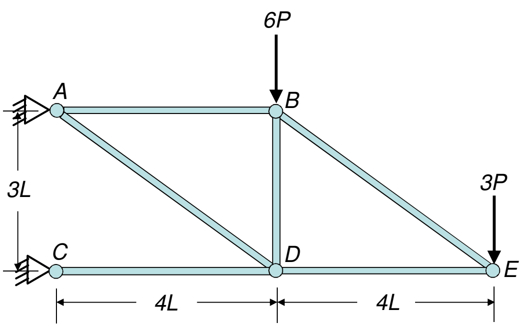


QUESTÃO 1 (3 pontos). Considerando-se a estrutura ***OABC*** sujeita ao sistema de forças indicado na figura ao lado, onde $\left|\vec{F}_i\right| = F$ (para i = 1,2,3), pede-se:

(a) calcular a resultante do sistema de forças;
(b) calcular o momento do sistema de forças em relação ao polo *O*;
(c) verificar se o sistema de forças é redutível a uma única força;
(d) determinar o momento mínimo do sistema de forças e o seu eixo central.

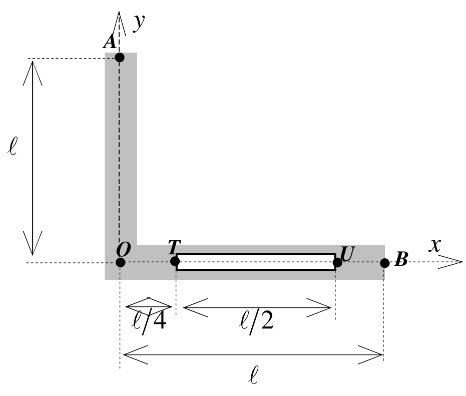
QUESTÃO 2 (3 pontos). A figura mostra um suporte *AOB* vinculado a uma parede vertical pela articulação *A* e pelo apoio simples bilateral *O*. A barra *CD*, de comprimento *L*, é presa na extremidade *C* a uma articulação, enquanto a extremidade *D* está inserida em um rasgo horizontal *TU* sem atrito. À extremidade *D* é aplicada uma força **F** horizontal. Supondo que todas as peças tenham peso desprezível, pedem-se:
(a) as reações vinculares em *A* e *O*;
(b) as reações vinculares em *C* e *D*.





QUESTÃO 3 (3 pontos). Para a treliça da figura, calcular:
(a) as reações vinculares;
(b) as forças nas barras, indicando se são de tração ou compressão.

QUESTÃO 4 (1 ponto). Um suporte *AOB* em forma de "*L*", com lados iguais a ℓ, possui um rasgo horizontal *TU* de comprimento $\ell/2$ conforme indicado na figura ao lado. Admitindo que o peso por unidade de comprimento dos segmentos *AO* e *OB* seja ρ e que uma peça feita com o mesmo material e as mesmas dimensões do rasgo *TU* teria peso igual a $3\rho\ell/8$, determinar a posição do baricentro do suporte.

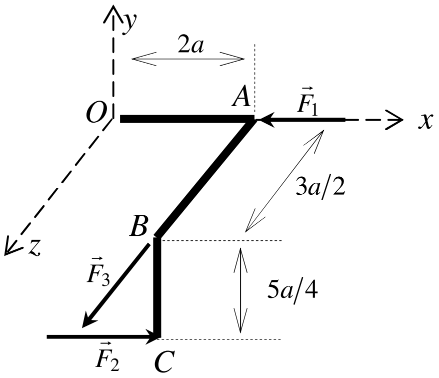


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – Prova P1 – 31 de agosto de 2010

RESOLUÇÃO



QUESTÃO 1 (3 pontos). Considerando-se a estrutura ***OABC*** sujeita ao sistema de forças indicado na figura ao lado, onde $\left|\vec{F}_i\right| = F$ (para i = 1,2,3), pede-se:

(a) calcular a resultante do sistema de forças;
(b) calcular o momento do sistema de forças em relação ao pólo *O*;
(c) verificar se o sistema de forças é redutível a uma única força;
(d) determinar o momento mínimo do sistema de forças e o seu eixo central.

(a) $\vec{F}_1 = -F\vec{i}$, $\vec{F}_2 = F\vec{i}$ e $\vec{F}_3 = F\vec{k}$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \boxed{\vec{R} = F\vec{k}} \qquad (0{,}5)$$

(b) $\vec{M}_O = (A-O)\wedge\vec{F}_1 + (C-O)\wedge\vec{F}_2 + (B-O)\wedge\vec{F}_3 \Rightarrow$

$$\vec{M}_O = 2a\vec{i}\wedge\left(-F\vec{i}\right) + \left(2a\vec{i} + \frac{3a}{2}\vec{k} - \frac{5a}{4}\vec{j}\right)\wedge F\vec{i} + \left(2a\vec{i} + \frac{3a}{2}\vec{k}\right)\wedge F\vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{M}_O = -\frac{Fa}{2}\vec{j} + \frac{5Fa}{4}\vec{k}}$$

(1,0)

(c) Invariante escalar $I = \vec{M}_O.\vec{R} = \dfrac{5F^2a}{4}$ (0,5)

Como $\vec{R} \neq \vec{0}$ e $I \neq 0$, <u>o sistema é redutível a uma força e um binário</u>

(d) Valor do momento mínimo:

$$\vec{M}_E = \frac{\vec{M}_O.\vec{R}}{\vec{R}.\vec{R}}\vec{R} \Rightarrow \boxed{\vec{M}_E = \frac{5Fa}{4}\vec{k}} \qquad (0{,}5)$$

Eixo de momento mínimo

$$(E-O) = \frac{\vec{R}\wedge\vec{M}_O}{\vec{R}.\vec{R}} + \lambda\vec{R} \Rightarrow \boxed{E = \frac{a}{2}\vec{i} + \lambda F\vec{k}} \qquad (0{,}5)$$

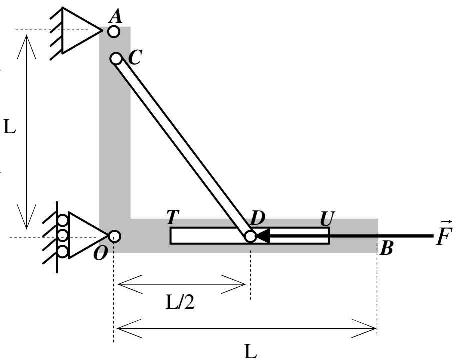
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica

QUESTÃO 2 (3 pontos). A figura mostra um suporte *AOB* vinculado a uma parede vertical pela articulação *A* e pelo apoio simples bilateral *O*. A barra *CD*, de comprimento *L*, é presa na extremidade *C* a uma articulação, enquanto a extremidade *D* está inserida em um rasgo horizontal *TU* sem atrito. À extremidade *D* é aplicada uma força **F** horizontal. Supondo que todas as peças tenham peso desprezível, pedem-se:

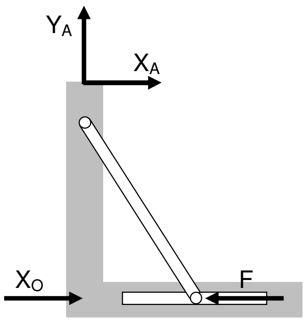
(a) as reações vinculares em *A* e *O*;

(b) as reações vinculares em *C* e *D*.



(a) Diagrama de corpo livre do sistema

(0,5)



Equações de equilíbrio

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_A + X_O - F = 0$$

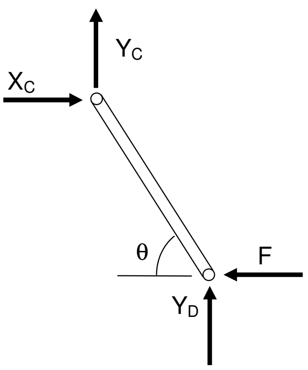
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \boxed{Y_A = 0} \qquad (0,5)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow X_O L - FL = 0 \Rightarrow \boxed{X_O = F}$$

$$\Rightarrow \boxed{X_A = 0} \qquad (0,5)$$

(b) Diagrama de corpo livre da barra CD

(0,5)



Equações de equilíbrio

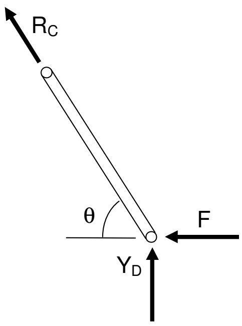
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow X_C - F = 0 \Rightarrow \boxed{X_C = F}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Y_C + Y_D = 0 \qquad (0,5)$$

$\sum M_C = 0 \Rightarrow Y_D L\cos\theta - FLsen\theta = 0$, onde $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ e

$$sen\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \boxed{Y_D = F\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{Y_C = -F\sqrt{3}} \qquad (0,5)$$

Alternativamente:



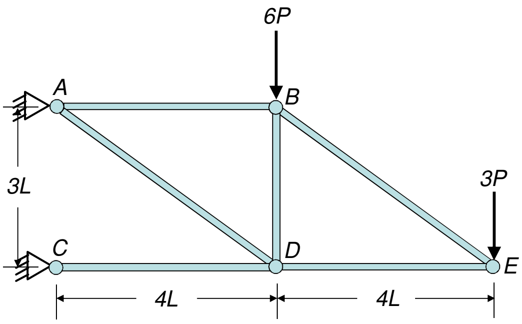
$\sum M_C = 0 \Rightarrow Y_D L\cos\theta - FLsen\theta = 0$, onde $\cos\theta = \dfrac{1}{2}$ e

$$sen\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \boxed{Y_D = F\sqrt{3}}$$

$$R_C = \frac{-F}{\cos\theta} \Rightarrow \boxed{R_C = -2F}$$

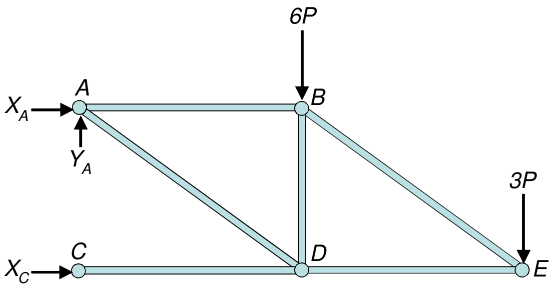
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Departamento de Engenharia Mecânica



QUESTÃO 3 (3 pontos). Para a treliça da figura, calcular:
(a) as reações vinculares;
(b) as forças nas barras, indicando se são de tração ou compressão.

(a) Como, para equilíbrio, os esforços na barra CD são na direção CD, $\boxed{Y_C = 0}$



Equilíbrio global da treliça:

$R_x = 0 \Rightarrow X_A + X_C = 0$

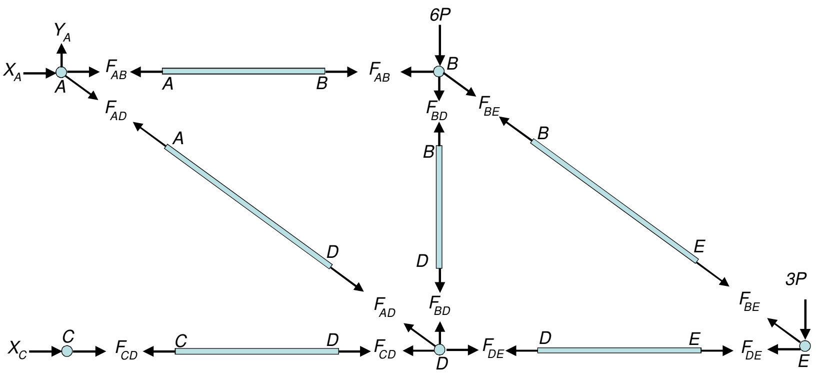
$R_y = 0 \Rightarrow Y_A - 6P - 3P = 0 \Rightarrow \boxed{Y_A = 9P}$

$M_{Cz} = 0 \Rightarrow -X_A \cdot 3L - 6P \cdot 4L - 3P \cdot 8L = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{X_A = -16P} \Rightarrow \boxed{X_C = 16P}$

(1,0)

(b) (1,0)



Equilíbrio do nó C:

$R_x = 0 \Rightarrow X_C + F_{CD} = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{CD} = -16P}$ (compressão)

Equilíbrio do nó A:

$R_x = 0 \Rightarrow X_A + F_{AB} + \frac{4}{5} F_{AD} = 0$

$R_y = 0 \Rightarrow Y_A + \frac{3}{5} F_{AD} = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{AD} = 15P}$ (tração)

$\Rightarrow \boxed{F_{AB} = 4P}$ (tração)

Equilíbrio do nó D:

$R_x = 0 \Rightarrow -F_{CD} + F_{DE} - \frac{4}{5} F_{AD} = 0$

$R_y = 0 \Rightarrow F_{BD} + \frac{3}{5} F_{AD} = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{DE} = -4P}$ (compressão)

$\Rightarrow \boxed{F_{BD} = -9P}$ (compressão)

Equilíbrio do nó B:

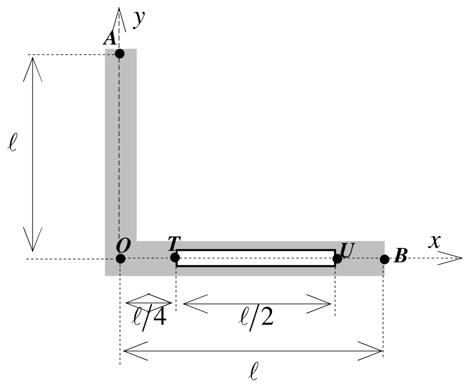
$R_x = 0 \Rightarrow -F_{AB} + \frac{4}{5} F_{BE} = 0$

$R_y = 0 \Rightarrow -6P - F_{BD} - \frac{3}{5} F_{BE} = 0$

$\Rightarrow \boxed{F_{BE} = 5P}$ (tração)

(1,0)

QUESTÃO 4 (1 ponto). Um suporte AOB em forma de "L", com lados iguais a ℓ, possui um rasgo horizontal TU de comprimento $\ell/2$ conforme indicado na figura ao lado. Admitindo que o peso por unidade de comprimento dos segmentos AO e OB seja ρ e que uma peça feita com o mesmo material e as mesmas dimensões do rasgo TU teria peso igual a $3\rho\ell/8$, determinar a posição do baricentro do suporte.



$$m_{total}x_G = m_{AO}x_{G_{AO}} + m_{OB}x_{G_{OB}} - m_{TU}x_{G_{TU}} \Rightarrow \frac{\rho}{g}\left(l + l - \frac{3l}{8}\right)x_G = \frac{\rho}{g}\left[0 + l\left(\frac{l}{2}\right) - \frac{3l}{8}\left(\frac{l}{2}\right)\right] \Rightarrow \boxed{x_G = \frac{5l}{26}} \text{ (0,5)}$$

$$m_{total}y_G = m_{AO}y_{G_{AO}} + m_{OB}y_{G_{OB}} - m_{TU}y_{G_{TU}} \Rightarrow \frac{\rho}{g}\left(l + l - \frac{3l}{8}\right)y_G = \frac{\rho}{g}\left[l\left(\frac{l}{2}\right) + 0 + 0\right] \Rightarrow \boxed{y_G = \frac{4l}{13}} \text{ (0,5)}$$