ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – Primeira Prova – 13 de setembro de 2005

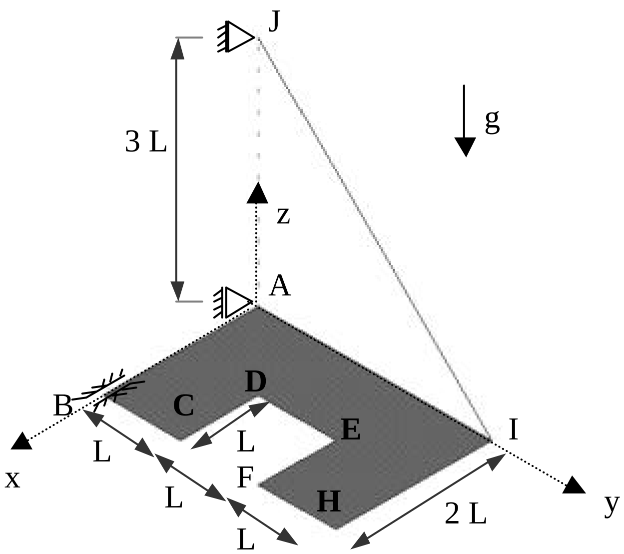
Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (3,0 pontos)

Dados os pontos O(0,0,0), A(2,0,1) e B (0,1,0) e as forças $(\vec{F}_1, O)$, $(\vec{F}_2, A)$ e $(\vec{F}_3, B)$ com $\vec{F}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 2\vec{k}$; $\vec{F}_3 = \vec{j} - \vec{k}$, determine:

a) O vetor resultante do sistema.
b) O momento do sistema de forças em relação ao ponto O.
c) O momento do sistema de forças em relação ao ponto B.
d) O invariante escalar do sistema de forças.
e) Se o sistema é redutível a uma única força. Justifique.

2ª Questão (3,5 pontos)

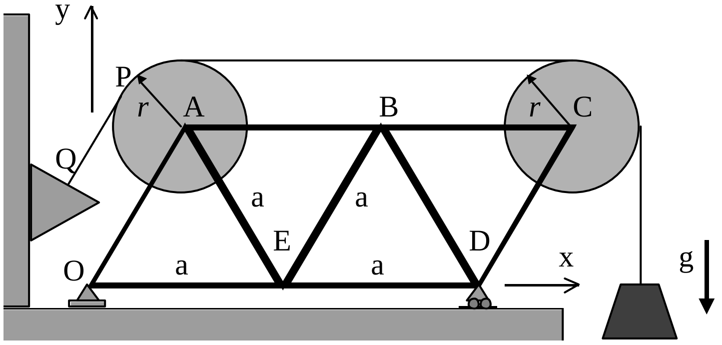


A placa homogenia ABCDEFHI de peso P é suportado por uma articulação em A, por um anel em B e por um fio ideal em I no plano Ayz . Determine:

a) O baricentro da placa.
b) O diagrama de corpo livre (DCL) da placa.
c) A tração T no fio.
d) As reações vinculares em A e B.

3ª Questão (3,5 pontos)

A treliça da figura ao lado é formada por um conjunto de barras em um arranjo de triângulos eqüiláteros, de lado a. Nas articulações A e C estão montadas duas polias, de massa desprezível e raio r. O fio ideal suporta a carga P e está preso em Q. O segmento PQ é paralelo a OA. Pede-se:



a) O diagrama de corpo livre (DCL) das polias.
b) O diagrama de corpo livre (DCL) da treliça.
c) Calcular as reações vinculares em O e D.
d) As forças nas barras OA e AE, indicando se são de tração ou compressão.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – Primeira Prova – 13 de setembro de 2005

Duração da Prova: 100 minutos (não é permitido uso de calculadoras)

1ª Questão (3,0 pontos)

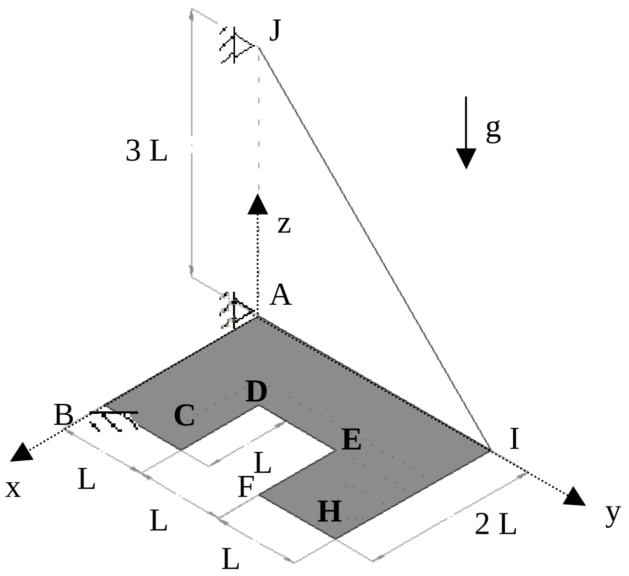
Dados os pontos O(0,0,0), A(2,0,1) e B (0,1,0) e as forças ($\vec{F}_1$,O), ($\vec{F}_2$,A) e ($\vec{F}_3$,B) com $\vec{F}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$; $\vec{F}_2 = 2\vec{i} + 2\vec{k}$; $\vec{F}_3 = \vec{j} - \vec{k}$, determine:

a) O vetor resultante do sistema.
b) O momento do sistema de forças em relação ao ponto O.
c) O momento do sistema de forças em relação ao ponto B.
d) O invariante escalar do sistema de forças.
e) Se o sistema é redutível a uma única força. Justifique.

Solução

a) $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \to \vec{R} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$; (0,5)
b) $\vec{M}_O = (O-O) \wedge \vec{F}_1 + (A-O) \wedge \vec{F}_2 + (B-O) \wedge \vec{F}_3 \to \vec{M}_O = -\vec{i} - 2\vec{j}$; (1,0)
c) $\vec{M}_B = \vec{M}_O + (O-B) \wedge \vec{R} \to \vec{M}_B = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$; (0,5)
d) $I = \vec{R} \bullet \vec{M}_O \to I = -9$; (0,5)
e) O sistema não é redutível a uma única força pois $I \neq 0$. (0,5)

2ª Questão (3,5 pontos)



A placa homogênea ABCDEFHI de peso P é suportado por uma articulação em A, por um anel em B e por um fio ideal em I. O fio está no plano Ayz . Determine:

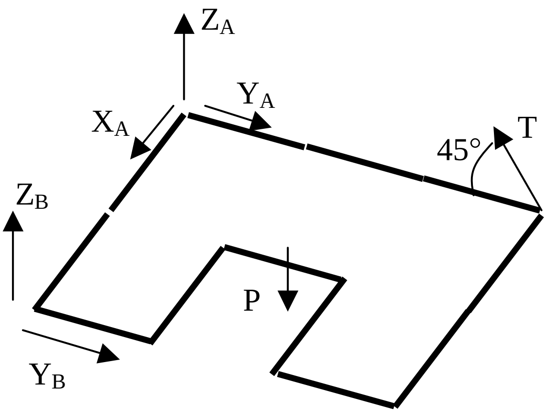
a) O baricentro da placa.
b) O diagrama de corpo livre (DCL) da placa.
c) A tração T no fio.
d) As reações vinculares em A e B.

Solução

a) Considerando a placa subdividida em 5 elementos de área L^2, sendo 3 na aresta AI e 2 na BH, resulta: ((0,5) pelo equacionamento e (0,5) pelas respostas)

$$x_G = \frac{3L^2 . \frac{L}{2} + 2L^2 . \frac{3L}{2}}{5L^2} \rightarrow x_G = \frac{9L}{10}; \quad y_G = \frac{3L}{2} \quad \text{(por simetria);}$$

b) Dcl da placa: (0,5)



c) Impondo $\vec{M}_A \bullet \vec{i} = 0 \rightarrow$

$$T\frac{\sqrt{2}}{2}3L = P\frac{3L}{2} \Rightarrow T = P\frac{\sqrt{2}}{2}$$

d)

$$\vec{R} = \vec{0} \begin{cases} X_A = 0 \\ Y_A + Y_B - T\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ Z_A + Z_B + T\frac{\sqrt{2}}{2} = P \end{cases}$$

$$\vec{M}_A = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} Y_B = 0 \\ Z_B 2L = P\frac{9L}{10} \end{cases}$$

Portanto, as reações vinculares são:

$$X_A = 0,\ Y_A = \frac{P}{2},\ \ Z_A = \frac{P}{20}$$

$$Y_B = 0,\ Z_B = \frac{9P}{20},$$

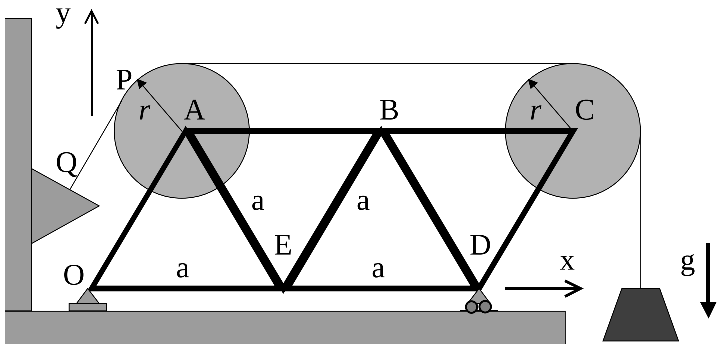
Itens c) e d): (1,0) pelo equacionamento e (1,0) pelas respostas

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

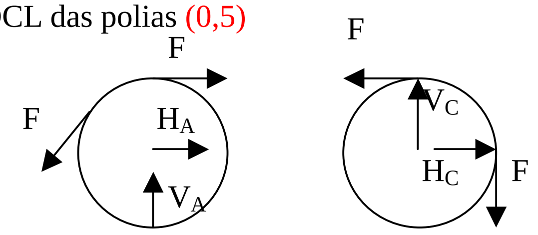
3ª Questão (3,5 pontos) A treliça da figura ao lado é formada por um conjunto de barras em um arranjo de triângulos eqüiláteros, de lado a. Nas articulações A e C estão montadas duas polias, de massa desprezível e raio r. O fio ideal suporta a carga de peso F e está preso em Q. O segmento PQ é paralelo a OA. Pede-se:



a) O diagrama de corpo livre (DCL) das polias.
b) O diagrama de corpo livre (DCL) da treliça.
c) Calcular as reações vinculares em O e D.
d) As forças nas barras AO, AB e AE, indicando se são de tração ou de compressão.

Solução

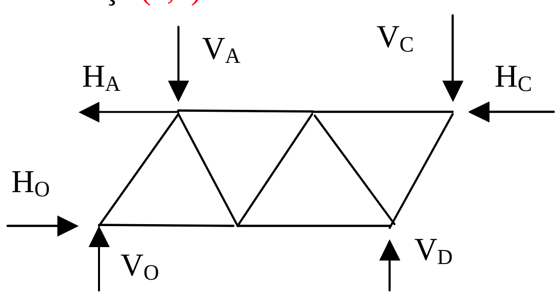
a) DCL das polias (0,5)



Impondo o equilíbrio das polias:

$$\begin{cases} H_A = -\dfrac{F}{2};\ V_A = \dfrac{F\sqrt{3}}{2} \\ H_C = F;\ V_C = F \end{cases}$$

b)DCL da treliça (1,0)



c)Impondo as condições de equilíbrio e substituindo os valores calculados em a):

$$\begin{cases} H_O + \dfrac{F}{2} - F = 0; \\ V_O + V_D - \dfrac{F\sqrt{3}}{2} - F = 0; \\ \vec{M}_A = 0 \to V_D 2a + F\dfrac{5a}{2} - F\dfrac{\sqrt{3}}{2}\dfrac{a}{2} - \dfrac{F}{2}a\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 0; \end{cases}$$

Portanto:

$$\begin{cases} H_O = \dfrac{F}{2}; \\ V_D = \dfrac{5F}{4}; V_O = \dfrac{F}{4}\left(2\sqrt{3} - 1\right) \end{cases}$$

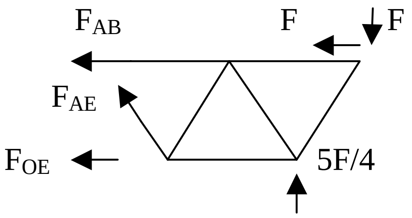
(0,5) equacionamento e (0,5) respostas

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

d) "Cortando" a treliça nas barras AB, AE e OE:



Impondo o equilíbrio

$$F_{AB}+F_{OE}+F_{AE}\frac{1}{2}+F=0;$$

$$F_{AE}\frac{\sqrt{3}}{2}+F\frac{5}{4}-F=0;$$

$$\vec{M}_E=\vec{0}\rightarrow F_{AB}\frac{\sqrt{3}}{2}a+F\frac{\sqrt{3}}{2}a+F\frac{5}{4}a-F\frac{3}{2}a=0;$$

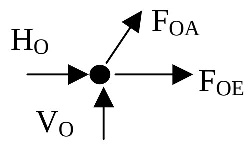
Resolvendo, chega-se a:

$$F_{AB}=F(\frac{\sqrt{3}}{6}-1)\ comp.$$

$$F_{AE}=-F\frac{\sqrt{3}}{6}\ comp.$$

$$F_{OE}=-F\frac{\sqrt{3}}{12}\ comp.$$

Finalmente, isolando o nó O:



Impondo o equilíbrio na vertical

$$F_{OA}\frac{\sqrt{3}}{2}+V_O=0\rightarrow F_{OA}=F\left(\frac{\sqrt{3}}{6}-1\right)comp.$$

(0,5) equacionamento e (0,5) respostas