ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

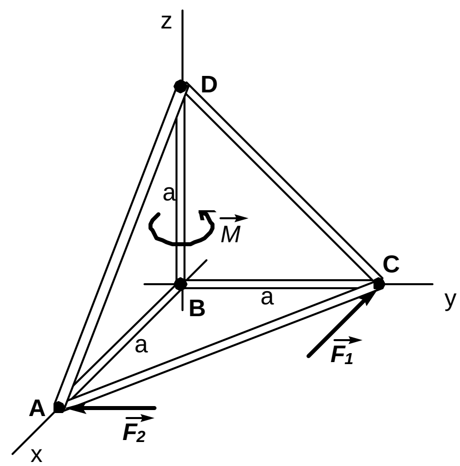
Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

PME 2100 – MECÂNICA A – Primeira Prova – 17 de setembro de 2004

GABARITO

1ª Questão (3,0 pontos)



A estrutura mostrada na figura é composta por barras **AB**, **BC**, **CD**, **AD**, **AC** e **BD**, de massa desprezível. A estrutura está submetida ao sistema de forças composto por duas forças $\vec{F}_1 = -F\vec{i}$ e $\vec{F}_2 = -F\vec{j}$, aplicadas respectivamente em **C** e **A,** e por um binário de momento $\vec{M} = M\vec{k}$. Pede-se:

(a) a resultante deste sistema de forças;
(b) o momento do sistema em relação ao pólo **B**;
(c) o momento do sistema em relação ao pólo **D**;
(d) o momento em relação ao eixo **By.**
(e) O sistema pode ser reduzido a apenas uma força? Justifique!

Solução:

(a) $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -F\vec{i} - F\vec{j} \Rightarrow \vec{R} = -F\vec{i} - F\vec{j}$ (0.5)

(b) $\vec{M}_B = (C-B)\wedge\vec{F}_1 + (A-B)\wedge\vec{F}_2 + \vec{M} = a\vec{j}\wedge -F\vec{i} + a\vec{i}\wedge -F\vec{j} + M\vec{k}$ (0.5)

$\vec{M}_B = aF\vec{k} - aF\vec{k} + M\vec{k} \Rightarrow \vec{M}_B = M\vec{k}$

(c) Fórmula de mudança de pólo (0.5)

$$\vec{M}_D = \vec{M}_B + (B-D)\wedge\vec{R} = M\vec{k} + -a\vec{k}\wedge(-F\vec{i} - F\vec{j}) = M\vec{k} + aF\vec{j} - aF\vec{i} \Rightarrow \vec{M}_D = -aF\vec{i} + aF\vec{j} + M\vec{k}$$

(d) Momento em relação ao eixo By (0.5)

$$M_{eixo,By} = \vec{M}_B \cdot \vec{i} = M\vec{k}\cdot\vec{i} = 0 \Rightarrow M_{eixo,By} = 0$$

(f) O invariante escalar do sistema de forças (1.0)

$$I = \vec{M}_B \cdot \vec{R} = M\vec{k}\cdot(-F\vec{i} - F\vec{j}) = 0 \Rightarrow I = 0$$

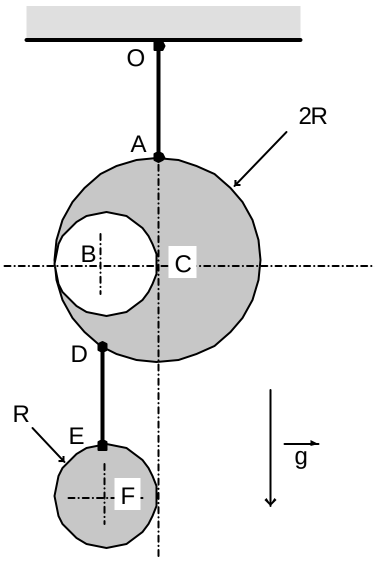
Sendo $\vec{R} \neq \vec{0}$, pode-se afirmar que o sistema pode ser reduzido a uma única força.

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337   Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

2ª Questão (3,0 pontos)



O móbile que está em equilíbrio como mostrado na figura é composto de duas peças planas do mesmo material homogêneo e densidade superficial **g**. A primeira peça é um disco circular de raio **2R** com um furo excêntrico de raio **R**. O pingente circular de raio **R** é preso à primeira peça através de um fio flexível de massa desprezível. O móbile é pendurado ao ponto fixo **O** também através de um fio ideal.

O fio **DE** é cortado, removendo-se o pingente, e a peça perfurada assume uma nova posição de equilíbrio. Pede-se:

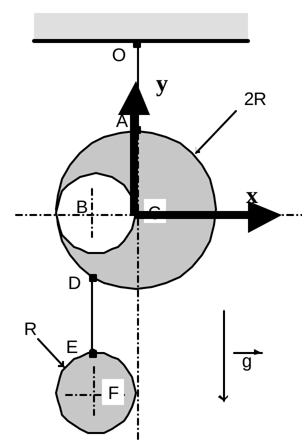
(a) mostrar que o móbile na configuração original encontrava-se em equilíbrio;

(b) determinar o centro de massa da peça perfurada;

(c) esboçar a posição de equilíbrio do móbile sem o pingente e determinar o ângulo de inclinação da peça perfurada nessa nova posição de equilíbrio;

(d) determinar a força no fio **AO** que sustenta o móbile nas duas configurações sabendo que a aceleração da gravidade vale **g**.

Solução:



(a) O móbile estará em equilíbrio se o peso do sistema estiver alinhado (diretamente oposto) com a tração no fio OA, portanto $G_x = O_x$:

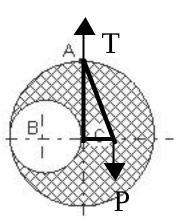
$$G_x = \frac{[\pi(2R)^2 * 0] - [\pi R^2 * (-R)] + [\pi R^2 * (-R)]}{[\pi(2R)^2] - [\pi R^2] + [\pi R^2]} = 0 \qquad (1.0)$$

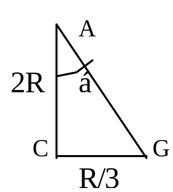
Portanto, o centro de massa pertence ao eixo y, e o móbile está em equilíbrio.

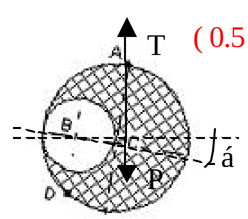
(b)
$$G_x = \frac{[\pi(2R)^2 * 0] - [\pi R^2 * (-R)]}{[\pi(2R)^2] - [\pi R^2]} = \frac{R^3}{R^2(4-1)} = \frac{R}{3} \qquad (0.3)$$

$$G_y = 0 \;\; (por\, simetria) \qquad (0.2)$$

(c) A peça perfurada girará á graus de tal modo que a Tração no ponto A esteja diretamente oposta ao Peso aplicado no ponto G.







(0.5)   (0.5)

$$\alpha = ArcTan(1/6)$$

(d) Na configuração original: $\vec{T} = \pi(2R)^2\gamma\; g\; \vec{j} \Rightarrow \vec{T} = 4\pi\; R^2\gamma\; g\; \vec{j}$ (0.3)

Após o corte do fio DE: $\vec{T} = \pi(2R)^2\gamma\; g\; \vec{j} - \pi R^2\gamma\; g\; \vec{j} \Rightarrow \vec{T} = 3\pi\; R^2\gamma\; g\; \vec{j}$ (0.3)

$\Big\}$ (0.5)

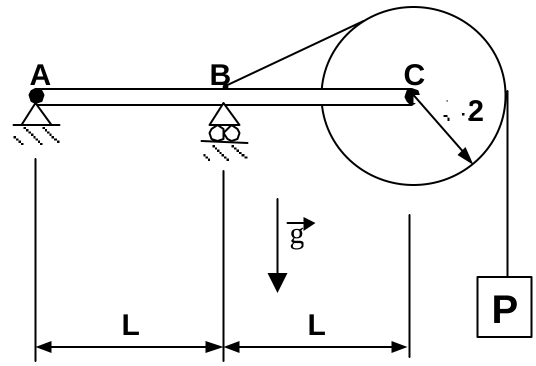
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Avenida Professor Mello Moraes, nº 2231. cep 05508-900, São Paulo, SP.
Telefone: (0xx11) 3091 5337 Fax: (0xx11) 3813 1886

Departamento de Engenharia Mecânica

3ª Questão (4,0 pontos)

A polia de raio **L/2** é ligada à barra **ABC** de comprimento **2L** através de uma articulação em **C**. Um fio flexível e inextensível passa pela polia ideal e tem uma das extremidades presa na barra em **B** e a outra presa a um bloco de peso **P**. A estrutura é vinculada por uma articulação em **A** e por um apoio simples em **B**. Considerando a barra, a polia e o fio com pesos desprezíveis, pede-se:



(a) fazer os diagramas de corpo livre da barra e da polia;
(b) determinar as reações vinculares em **A** e **B**;
(c) fazer o diagrama de corpo livre da barra indicando as forças obtidas.

Solução:

(a) Diagrama de corpo livre da barra (0.5)

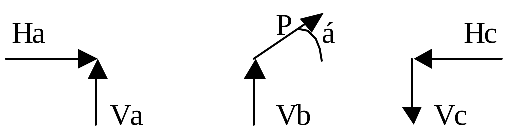
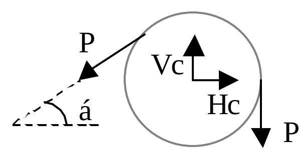


Diagrama de corpo livre da polia (0.5)



(b) Do equilíbrio da polia : (1.0)

$$Hc = P \ \cos(a)$$

$$Vc = P + P \ sen(a) = P \ (1 + sen(a))$$

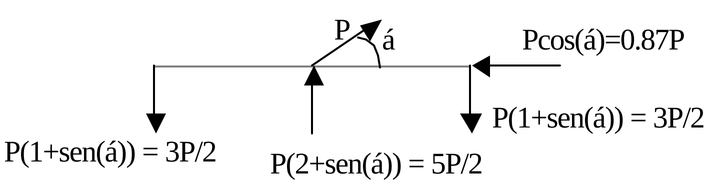
Do equilíbrio da barra: (1.0)

$$Ha = Hc - P \ \cos(a) = P \ \cos(a) - P \ \cos(a) \Rightarrow Ha = 0$$

$$Ma = Vb \ L - Vc \ 2L + P \ L \ \mathrm{sen}(a) = 0 \Rightarrow Vb = 2 \ Vc - P \ \mathrm{sen}(a) \Rightarrow Vb = P \ (2 + \mathrm{sen}(a))$$

$$Va + Vb - Vc + P \ \mathrm{sen}(a) = 0 \Rightarrow Va + Vb = P \Rightarrow Va = -P - P \ \mathrm{sen}(a) \Rightarrow Va = -P \ (1 + \mathrm{sen}(a))$$

(c) Diagrama de corpo livre da barra (1.0)



$$\sin(a) = \frac{L/2}{L} = 1/2 \Rightarrow a = 30^o \Rightarrow \cos(a) = \sqrt{3}/2$$