ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

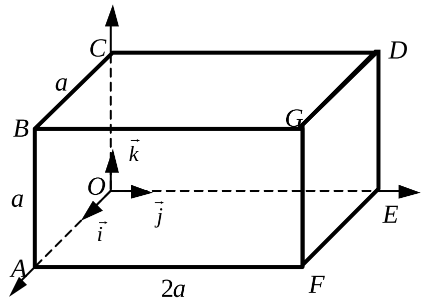
Departamento de Engenharia Mecânica

PMC 2100 – MECÂNICA A

Primeira Prova – 29 de setembro de 2000 – Gabarito

Questão 1 Dado o seguinte sistema de forças:

$$\vec{F}_1 = +a\vec{i} - a\vec{j} - a\vec{k} \qquad (\vec{F}_1, C)$$
$$\vec{F}_2 = -a\vec{i} \qquad (\vec{F}_2, G)$$
$$\vec{F}_3 = a\vec{i} + 2a\vec{j} + a\vec{k} \qquad (\vec{F}_3, A)$$



a) Determine a resultante $\vec{R}$. (0,5)

b) Determine o momento $\vec{M}_O$ em relação ao pólo O. (1,0)

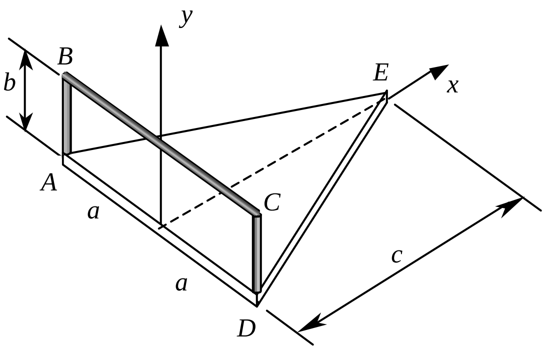
c) Determine o momento $\vec{M}_G$ em relação ao pólo G e o momento $\vec{M}_E$ em relação ao pólo E. (1,0)

d) Verifique a qual sistema de forças mais simples o sistema original é redutível. (0,5)

e) Determine o momento mínimo. (0,5)

a) Resultante:	b) Momento em relação a O:	c) Momentos em relação a G e E:
$\vec{F}_1 = +a\,\vec{i} - a\,\vec{j} - a\,\vec{k}$ $\vec{F}_2 = -a\,\vec{i}$ $\vec{F}_3 = +a\,\vec{i} + 2a\,\vec{j} + a\,\vec{k}$ $\boxed{\vec{R} = +a\,\vec{i} + a\,\vec{j}}$	$\vec{M}_O = \vec{r}_{C/O} \times \vec{F}_1 + \vec{r}_{G/O} \times \vec{F}_2 + \vec{r}_{A/O} \times \vec{F}_3$ $= (a\,\vec{k}) \times (a\,\vec{i} - a\,\vec{j} - a\,\vec{k})$ $+ (a\,\vec{i} + 2a\,\vec{j} + a\,\vec{k}) \times (-a\,\vec{i})$ $+ (a\,\vec{i}) \times (a\,\vec{i} + 2a\,\vec{j} + a\,\vec{k})$ $= a^2\,\vec{j} + a^2\,\vec{i} + 2a^2\,\vec{k} - a^2\,\vec{j} + 2a^2\,\vec{k} - a^2\,\vec{j}$ $\boxed{\vec{M}_O = a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k}}$	$\vec{M}_G = \vec{M}_O + \vec{r}_{O/G} \times \vec{R} = a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k}$ $+ (-a\,\vec{i} - 2a\,\vec{j} - a\,\vec{k}) \times (a\,\vec{i} + a\,\vec{j})$ $= a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k} - a^2\,\vec{k} + 2a^2\,\vec{k} - a^2\,\vec{j} + a^2\,\vec{i}$ $\boxed{\vec{M}_G = 2a^2\,\vec{i} - 2a^2\,\vec{j} + 5a^2\,\vec{k}}$ $\vec{M}_E = \vec{M}_O + \vec{r}_{O/E} \times \vec{R} = a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k}$ $+ (-2a\,\vec{j}) \times (a\,\vec{i} + a\,\vec{j}) = a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k} + 2a^2\,\vec{k}$ $\boxed{\vec{M}_E = a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 6a^2\,\vec{k}}$
d) $\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (a^2\,\vec{i} - a^2\,\vec{j} + 4a^2\,\vec{k}) \cdot (+a\,\vec{i} + a\,\vec{j}) = a^3 - a^3 = 0$ $\therefore$ o sistema é redutível a uma única força.		e) Se o sistema equivalente é composto por uma única força, $\vec{M}_{mín} = \vec{0}$

Questão 2 A placa triangular AED tem massa 3m, as barras AB e CD tem massa m (cada uma) e a barra BC tem massa 2m. Todos os sólidos são homogêneos.



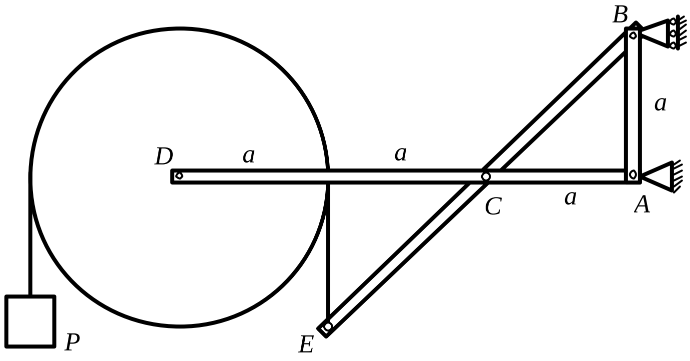
a) Determine as coordenadas do baricentro da placa triangular AED. (0,5)

b) Determine as coordenadas do baricentro da barra $ABCD$. (1,0)

c) Determine as coordenadas do baricentro do sólido composto pela placa AED e pela barra $ABCD$. (1,0)

a) Placa:	b) Barra:	c) Sólido composto:
$\bar{x}_P = \frac{c}{3}$ $\bar{y}_P = 0$ $\bar{z}_P = 0$	$\bar{x}_B = 0$ $\bar{y}_B = \dfrac{m \cdot \frac{b}{2} + 2m \cdot b + m \cdot \frac{b}{2}}{m + 2m + m} = \dfrac{3mb}{4m}$ $\bar{y}_B = \frac{3b}{4}$ $\bar{z}_B = 0$	$\bar{x}_S = \dfrac{3m \cdot \frac{c}{3} + 4m \cdot 0}{3m + 4m} = \dfrac{mc}{7m}$ $\bar{x}_S = \frac{c}{7}$ $\bar{y}_S = \dfrac{3m \cdot 0 + 4m \cdot \frac{3b}{4}}{3m + 4m} = \dfrac{3mb}{7m}$ $\bar{y}_S = \frac{3b}{7}$ $\bar{z}_S = 0$

Questão 3 As 3 barras e a polia da figura têm massas desprezíveis, o vínculo em A é uma articulação, e o vínculo em B é um apoio simples.



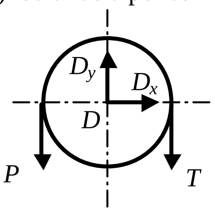
a) Determine as forças que a polia e o fio aplicam nas barras. (1,0)

b) Determine as reações vinculares. (1,0)

c) Determine as forças na conexão C entre as barras. (1,0)

d) Desenhe as barras indicando todos os esforços atuantes. (1,0)

a) Isolando a polia:



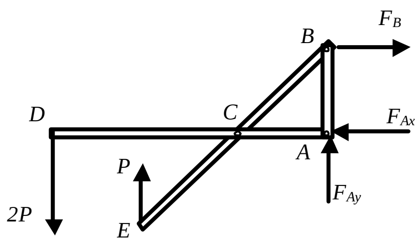
$\sum M_D = 0 \Rightarrow P.a - T.a = 0$

$\boxed{T = P}$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow \boxed{D_x = 0}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow D_y - P - T = 0$

$\boxed{D_y = 2P}$



b) Observando a estrutura formada pelas barras:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_B - F_{Ax} = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F_B \Rightarrow \boxed{F_{Ax} = 4P}$

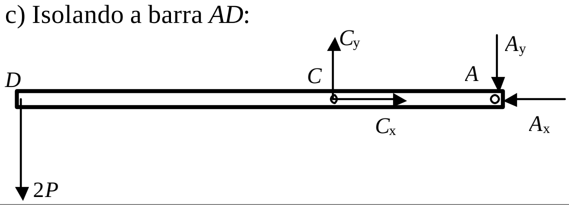
$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{Ay} + P - 2P = 0$

$\boxed{F_{Ay} = P}$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2P.3a - P.2a - F_B.a = 0$

$\boxed{F_B = 4P}$

c) Isolando a barra AD:



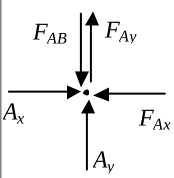
$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x - A_x = 0 \Rightarrow C_x = A_x \Rightarrow \boxed{C_x = 4P}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y - A_y - 2P = 0 \Rightarrow A_y = C_y - 2P$

$\sum M_A = 0 \Rightarrow 2P.3a - C_y.a = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 6P}$

$\therefore \boxed{A_y = 4P}$

Nó A:

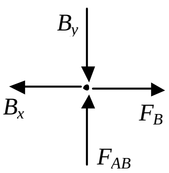


$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - F_{Ax} = 0 \Rightarrow \boxed{A_x = 4P}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_{Ay} - F_{AB} = 0$

$F_{AB} = A_y + F_{Ay} = 4P + P \Rightarrow \boxed{F_{AB} = 5P}$

Nó B:



$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_B - B_x = 0 \Rightarrow B_x = F_B$

$\boxed{B_x = 4P}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AB} - B_y = 0 \Rightarrow B_y = F_{AB}$

$\boxed{B_y = 5P}$

d)