

Estudo comparativo de rolamento e a determinação do início de deslizamento de uma esfera num plano inclinado

(Comparative study of rolling and determination of the initial conditions of sliding of a sphere on an inclined plane)

Alcides Goya¹, Carlos Eduardo Laburú², Paulo Sérgio de Camargo Filho³

¹*Departamento de Física, Universidade Tecnológica Federal de Paraná, Londrina, PR, Brasil*

²*Departamento de Física, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil*

³*Departamento de Física, Universidade Federal da Fronteira Sul, Realeza, PR, Brasil*

Recebido em 2/10/2013; Aceito em 16/1/2014; Publicado em 23/5/2014

Este trabalho faz um estudo comparativo entre as velocidades de rolamento de uma esfera de aço num plano inclinado com lançamento oblíquo. Para determinar a velocidade final no plano inclinado foram utilizados cronômetros com sensores digitais, e para determinar a velocidade inicial do lançamento oblíquo foram utilizadas as equações de alcance horizontal. Através do gráfico da velocidade em função da raiz quadrada da altura do plano inclinado, foi possível determinar a faixa de compatibilidade entre os dois primeiros modos para obter a velocidade da esfera, bem como fazer a comparação com um terceiro modo, no qual se admitiu a conservação da energia mecânica. Através do mesmo tipo de gráfico, foi possível determinar, pelo início do deslizamento, o valor do coeficiente de atrito entre a esfera e o plano inclinado, cujo resultado ficou compatível com outra forma simples de determinação.

Palavras-chave: rolamento de esfera, coeficiente de atrito, lançamento oblíquo.

This article reports a comparative study of the velocities of rolling of a steel sphere on an inclined plane with an angle of launching. To determine the final velocity in the inclined plane, we used stopwatches with digital sensors, and to determine the initial velocity on the oblique launch, we used the horizontal range equations. From the graph of the velocity as a function of the square root of the height of the inclined plane it was possible to determine the range of compatibility between the first two modes to determine the speed of the sphere and make comparisons with a third mode, in which case it was supposed the conservation of mechanical energy. From the same type of graph, it was possible to determine the start conditions of sliding, and the coefficient of friction between the sphere and the inclined plane, with consistent results with other simple methods.

Keywords: rolling of a sphere, frictional coefficient, oblique launching.

1. Introdução

A importância das atividades experimentais na formação científica já foi muito considerada, em todos os níveis de ensino, por vários autores [1-3], seja para destacar o aspecto motivacional [4] ou para a integração entre teoria, prática e aprendizagem de conceitos [5-6]. Em todo caso, já é bem conhecida a necessidade de o professor situar adequadamente as práticas para que elas sejam úteis e realizem as funções a que se destinam [7]. Numa recente revisão da literatura feita sobre as atividades experimentais no ensino de ciências [8], constatou-se haver um consenso de que as atividades práticas constituem a essência da aprendizagem científica. No entanto, há divergências e confluências em relação à inserção dessas atividades experimentais [9]

e elas ainda raramente são utilizadas pela maioria dos professores brasileiros no ensino de ciências alegando falta de tempo, de equipamentos e desmotivação para trabalhá-las com seus alunos [10-11].

No que se refere ao tema específico de rolamento de um corpo maciço, as pesquisas mostram que os alunos encontram dificuldades conceituais relativas ao papel da força de atrito, mesmo no caso de rolamento sem deslizamento [12-13]. Wilton Silva e seus colaboradores, na Ref. [14] mostraram, por meio de um simples experimento com uma esfera de aço rolando num plano inclinado, que é possível estimar o ângulo limite a partir do qual começa o deslizamento. Foi observada, porém, uma discordância entre os valores do coeficiente de atrito entre a esfera e a superfície do plano, quando comparado com outros modos de mensuração [15].

¹E-mail: goya@utfpr.edu.br.

Considerando a importância das atividades experimentais para a aprendizagem dos conhecimentos científicos bem como para desenvolver-se no método científico [16], este trabalho procura fazer um estudo comparativo entre as velocidades de rolamentos de uma esfera de aço com lançamento oblíquo com o objetivo de estudar melhor a compatibilidade entre essas velocidades e, assim, verificar melhor a discordância mencionada. Para se determinar a velocidade final no plano inclinado, foram utilizados cronômetros digitais com sensores fotoelétricos. Para se determinar a velocidade inicial do lançamento oblíquo, foram assumidas as equações conhecidas do alcance horizontal. Para se fazer a comparação com a previsão teórica, a velocidade foi determinada assumindo a conservação da energia.

2. Material, método e procedimentos

O material utilizado foi uma canaleta de plástico, perfil 5,0 cm x 2,0 cm x 210,0 cm, que se encontra facilmente no mercado. Além da canaleta ou trilho, a montagem experimental básica necessita de uma esfera de aço, papel carbono, fio de prumo, uma trena, uma mesa plana e suportes comuns de laboratórios. Para se verificar até que ponto os dados seriam confiáveis, foram instalados 3 sensores fotoelétricos ligados a um cronômetro digital, instrumentos comuns encontrados nos laboratórios didáticos universitários. Essa instalação foi feita com o objetivo de comparar as medidas e verificar quão confiáveis seriam os dados obtidos através do alcance horizontal do lançamento oblíquo.

A montagem do experimento foi feita na forma usual para se medir o alcance do lançamento oblíquo, conforme a Fig. 1. Como base foi utilizada uma mesa plana do laboratório (altura $H = 0,907$ m). O trilho ou canaleta de plástico (comprimento $L = 2,000$ m) foi colocado sobre a mesa com uma das extremidades grudada com velcro na quina da mesa e a outra apoiada em suportes comuns, com os quais se pode variar a altura h . No experimento foi utilizada uma esfera de aço (massa $m = 0,04463$ kg e raio $R = 0,01111$ m). Na Fig. 1, H corresponde à altura da mesa ou do lançamento oblíquo; h : altura em que a esfera é solta; L : espaço percorrido pela esfera durante o rolamento na canaleta; x : alcance horizontal do lançamento oblíquo.

2.1. Três modos distintos para a determinação da velocidade no final da canaleta

O primeiro modo de calcular a velocidade da esfera, no instante em que ela deixa a canaleta, foi a partir dos dados medidos por 3 sensores fotoelétricos ligados a um cronômetro digital. A utilização de 3 sensores foi em função da facilidade para se calibrar o sistema de detecção com o objetivo de melhorar a precisão. No caso específico da canaleta utilizada, o primeiro sensor ficou a 12,5 cm, o segundo a 50,0 cm e o terceiro a 200 cm

da posição inicial. Essas distâncias são consideradas ao longo da canaleta, a partir do ponto em que a esfera é solta de altura h , tal como é mostrado na Fig. 1. Dessa forma, posicionando o sensor posterior numa distância quatro vezes a distância do sensor anterior, a calibração se simplifica, pois basta conseguir que o cronômetro referente a um sensor posterior marque o dobro do tempo do cronômetro do sensor anterior.

Para a determinação da velocidade final através dos sensores, admite-se que o movimento seja uniformemente variado, com velocidade inicial nula nas equações do deslocamento e da velocidade em função do tempo. Elimina-se a variável aceleração, que é comum às duas equações, e chega-se à equação simples da velocidade no fim da canaleta

$$V_{\text{sensores}} = \frac{2L}{t} \quad (1)$$

O segundo modo de se calcular a velocidade da esfera no instante em que ela deixa a canaleta, foi pelo alcance horizontal X . Trata-se de um movimento em duas dimensões que é o resultado da composição de um movimento retilíneo uniforme na direção horizontal com um movimento retilíneo uniformemente variado na vertical. Postula-se que, durante a queda da esfera, no eixo horizontal x , o movimento seja uniforme e, no eixo vertical y , o movimento seja uniformemente variado. Isolando a variável t da equação do movimento uniforme e substituindo-a na equação do movimento vertical, somando os termos e isolando a variável V , obtém-se a equação que determina a velocidade do alcance horizontal [17]

$$V_{\text{alcance } X} = \frac{X}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(H - X \tan \theta)}} \quad (2)$$

O terceiro modo de se calcular a velocidade da esfera, no instante em que ela deixa a canaleta, desde que não haja deslizamento durante o rolamento, foi admitindo a conservação da energia mecânica. Um corpo abandonado de uma altura h , que desce rolando num plano inclinado, é descrito pela Eq. (3) [18]

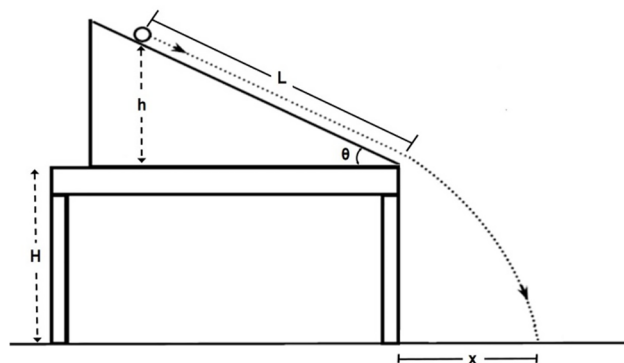


Figura 1 - Esquema da montagem do experimento de lançamento oblíquo.

$$\frac{1}{2}m(V_{CM})^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 = mgh, \quad (3)$$

onde V_{CM} é a velocidade do centro de massa e I_{CM} é o momento de inércia do corpo, em relação ao centro de massa, que rola sem deslizar. Considerando o momento de inércia de uma esfera e relacionando a velocidade linear com a angular, uma vez que não haja deslizamento, obtém-se a equação que expressa a velocidade final da esfera pela conservação da energia mecânica

$$V_{energia} = \sqrt{\frac{10}{7}gh}. \quad (4)$$

2.2. O coeficiente de atrito pelo início de deslizamento

Quando a esfera acelera descendo a canaleta, conforme mostrado na Fig. 1, sua velocidade angular aumenta para manter a condição de não deslizamento, *i.e.*, a força de atrito gera um torque em relação ao eixo que passa pelo centro de massa. A 2ª lei de Newton linear e a 2ª lei de Newton rotacional, nesse caso, podem ser escritas como

$$mg\sin\theta - F_{at} = ma_{CM} \quad \text{e} \quad F_{at} \cdot R = I_{CM} \cdot \frac{a_{CM}}{R}, \quad (5)$$

onde a_{CM} é a aceleração do centro de massa, R e I_{CM} são o raio e o momento da esfera. Eliminando a_{CM} e considerando o momento de inércia específico da esfera, chega-se facilmente à expressão que determina a força de atrito estático (F_{at}) sobre a esfera, que rola sem deslizamento em um plano inclinado [19]

$$F_{at} = \frac{2}{7}mg \sin\theta. \quad (6)$$

A condição de não deslizamento corresponde à situação em que a força de atrito é menor do que o produto do coeficiente de atrito estático pela força normal. No caso limite, início de deslizamento, igualam-se as duas equações que envolvem a força de atrito e se determina o coeficiente de atrito estático em função da inclinação da canaleta [20]

$$\mu_e = \frac{2}{7} \operatorname{tg}\theta. \quad (7)$$

Embora não seja o objetivo do presente trabalho fazer um estudo amplo de deslizamento, alguns trabalhos recentes [21-22] alcançaram resultados analíticos interessantes em movimentos bidimensionais que são compatíveis com o estudo da esfera numa canaleta.

2.3. Avaliação das incertezas

Na década de 1990, o JCGM publicou dois documentos [23-24] que são revisados periodicamente e estão sendo incorporados ao ensino de física [25]. Nesses documentos são utilizadas expressões como *incerteza padrão*, *incerteza tipo A* e *incerteza tipo B*. A *incerteza padrão*

(símbolo u) seria qualquer tipo de incerteza, seja A ou B, apresentada na forma de desvio padrão. A *incerteza tipo A* seria avaliada conforme os métodos da estatística clássica, quando se possui uma série de observações. A *incerteza tipo B* seria avaliada conforme os métodos da estatística bayesiana, quando não se possui uma série de observações, ou seja, a avaliação da *incerteza tipo B* depende do conhecimento do avaliador [26].

Uma maneira simples de avaliar a incerteza tipo B seria propor uma função densidade de probabilidades (PDF), por exemplo, a retangular ou a triangular [27]. No caso específico dos dados deste trabalho, quando for inviável utilizar a estatística clássica, *i.e.*, a PDF gaussiana, far-se-á uso da PDF triangular $p(x)$ para o mensurando x , o qual se encontra num intervalo de largura a [28]. A incerteza padrão será dada por

$$u = \frac{a}{2\sqrt{6}}, \quad (8)$$

e a probabilidade de que o mensurando encontre-se dentro da incerteza padrão da melhor aproximação é de 65%. Nota-se, assim, uma dependência significativa do conhecimento do avaliador ao determinar o intervalo de largura a .

3. Resultados

A Eq. (4) explicita, caso haja conservação da energia mecânica, que a velocidade de rolamento de uma esfera depende linearmente da raiz quadrada da altura do plano inclinado. Esse comportamento da velocidade de rolamento indica a conveniência de se fazer uma tabela em função da raiz quadrada da altura, tal como mostrado na Tabela 1, para os três modos de se determinar a velocidade final da esfera no trilho. Cada linha da Tabela 1 explicita que, para cada ângulo de inclinação da canaleta, foi medida a altura h , foi cronometrado o tempo t que a esfera levou para percorrer os 2,00 m da canaleta e foi medido o alcance horizontal X no solo, conforme a Fig. 1. Apesar da repetição dos lançamentos, a esfera caiu praticamente no mesmo ponto, para cada altura fixada. Enquanto as quatro primeiras colunas mostram os dados obtidos diretamente do experimento, as três últimas colunas mostram os resultados obtidos dos cálculos das velocidades no final da canaleta, conforme as Eqs. (1), (2) e (4), respectivamente.

Uma maneira simples de analisar esses dados é traçar o gráfico das velocidades em função da raiz quadrada da altura, no trecho em que os dados se aproximam de uma reta, tal como é feito na Fig. 2.

A Fig. 2 mostra que os 3 conjuntos de 14 pontos, correspondentes aos ângulos da Tabela 1 que variam de 14° a $39,8^\circ$, são bem próximos de três retas com inclinações iguais, dentro das suas incertezas. As três retas traçadas pelo método dos mínimos quadrados, conforme a Fig. 2, são descritas pelas Eqs. (9), (10) e (11)

Tabela 1 - Ângulo, raiz quadrada da altura, tempo para percorrer a canaleta, alcance horizontal e três modos diferentes de determinação de velocidade da esfera de aço.

θ (°)	$h^{1/2}$ (m ^{1/2})	t (s)	X (m)	$V_{sensores}$ (m/s)	$V_{alcance}$ (m/s)	$V_{energia}$ (m/s)
14,0	0,695	1,580	0,957	2,532	2,671	2,599
16,0	0,742	1,448	0,992	2,762	2,892	2,773
18,0	0,785	1,395	1,010	2,867	3,087	2,936
19,9	0,826	1,337	1,011	2,992	3,241	3,089
21,9	0,864	1,267	1,004	3,157	3,383	3,232
23,9	0,900	1,210	0,991	3,306	3,516	3,367
25,9	0,935	1,153	0,970	3,469	3,627	3,496
27,9	0,967	1,141	0,946	3,506	3,732	3,617
29,9	0,998	1,086	0,928	3,683	3,888	3,732
31,9	1,028	1,047	0,886	3,820	3,887	3,842
33,8	1,055	1,023	0,860	3,910	4,010	3,945
35,8	1,082	1,001	0,836	3,996	4,179	4,046
37,8	1,107	0,982	0,804	4,073	4,272	4,139
39,8	1,131	0,955	0,766	4,188	4,296	4,230
41,7	1,154	0,928	0,735	4,310	4,404	4,314
43,7	1,175	0,921	0,707	4,343	4,574	4,395
45,7	1,196	0,876	0,675	4,566	4,683	4,472
47,6	1,215	0,843	0,651	4,745	4,968	4,544
49,6	1,234	0,834	0,620	4,796	5,145	4,613
51,5	1,251	0,808	0,583	4,950	5,126	4,678

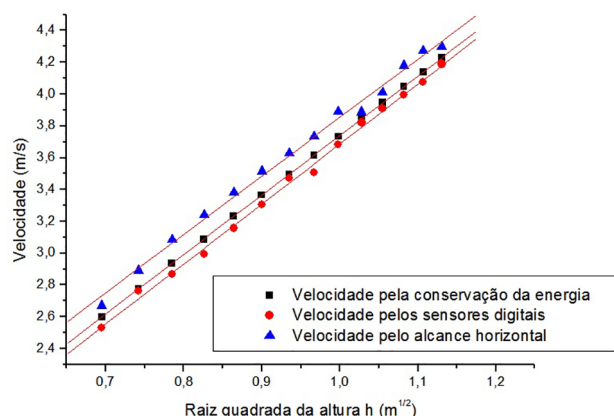


Figura 2 - Velocidade em função da raiz quadrada da altura para os três modos.

$$V_{mgh} = -0,0003(\pm 0,002) + 3,739(\pm 0,002)h^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right), \quad (9)$$

$$V_{sensores} = -0,09(\pm 0,05) + 3,77(\pm 0,06)h^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right), \quad (10)$$

$$V_{alcance} = +0,18(\pm 0,07) + 3,67(\pm 0,08)h^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right). \quad (11)$$

Ao considerar todos os 20 pontos da Tabela 1, as Eqs. (10) e (11) podem ser utilizadas como referência de rolamento da esfera, tal como são mostradas nas Figs. 3 e 4.

A Fig. 3 mostra que os dados obtidos pelos sensores não apresentam nenhum sinal significativo de deslizamento até o 16° ponto. Como consequência, fica fácil

de se obter o ângulo no qual a bolinha começa a deslizar, em torno do 17° ponto ($\theta = 45,7^\circ$). Uma estimativa simples seria considerar que não haja deslizamento até 43,7° (16° ponto) e que haja em 47,6° (18° ponto), *i.e.*, a base a da PDF triangular, nessa estimativa, seria 3,9° e a melhor aproximação do mensurando seria 45,7°. Portanto, a incerteza padrão u do ângulo em que se inicia o deslizamento é calculado imediatamente através da Eq. (7), e o resultado final do ângulo pode ser apresentado como

$$\theta = (45,7 \pm 0,8)^\circ. \quad (12)$$

Por questão de clareza, a Fig. 3 ainda mostra uma segunda reta com uma inclinação maior, obtida a partir da equação do deslizamento puro, *i.e.*, considerando a velocidade de rotação da esfera nula na Eq. (3).

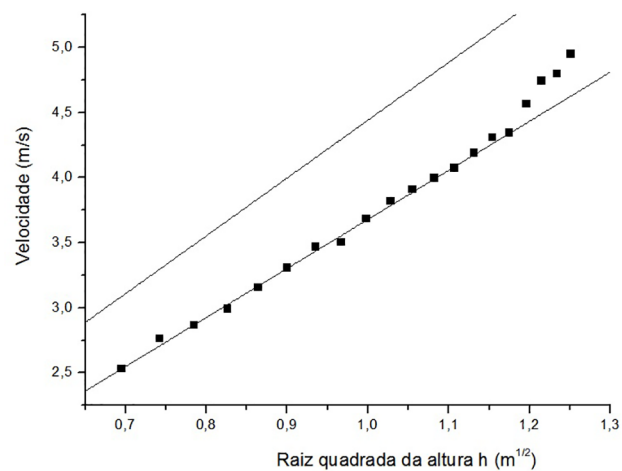


Figura 3 - Velocidade em função da raiz quadrada da altura ilustrando o início do deslizamento segundo os dados obtidos pelos cronômetros digitais.

O mesmo procedimento pode ser feito com relação aos dados obtidos pelo alcance horizontal, inclusive com a segunda reta obtida a partir da equação do deslizamento puro, tal como é mostrado na Fig. 4, na qual nota-se que é preciso abrir um pouco mais a base da PDF triangular, pois a incerteza é maior. Desde que se considere que não haja deslizamento até $41,7^\circ$ (15° ponto) e que haja acima de $47,6^\circ$ (18° ponto), *i.e.*, a base a da PDF triangular, nessa estimativa, seria $5,9^\circ$ e a melhor aproximação do mensurando seria $44,7^\circ$. Seguindo o modelo anterior, a incerteza padrão u é calculada pela Eq. (7) e o resultado final do ângulo em que se inicia o deslizamento é semelhante ao valor mostrado pela Eq. (12), com uma incerteza maior

$$\theta = (44,7 \pm 1,2)^\circ. \quad (13)$$

As Eqs. (12) e (13) mostram que os dados obtidos pelo alcance horizontal, apesar de apresentarem incertezas maiores, também são adequados para se estimar o ângulo em que se inicia o deslizamento de uma esfera de aço em rolamento numa canaleta de plástico. Através da Eq. (7) e considerando a propagação das incertezas [29], pode-se estimar o coeficiente de atrito estático máximo, tanto pelos dados obtidos via sensores como pelo alcance horizontal

$$\mu_{\text{sensores}} = 0,292 \pm 0,005 \quad e \quad \mu_{\text{alcance}} = 0,283 \pm 0,008. \quad (14)$$

A Eq. (14) confirma que, apesar de envolver uma incerteza padrão maior, o modo via alcance horizontal alcançou praticamente o mesmo resultado do modo via sensores.

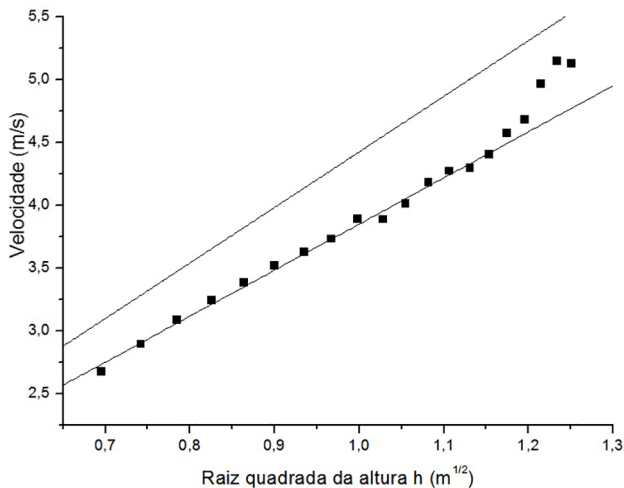


Figura 4 - Velocidade em função da raiz quadrada da altura ilustrando o início do deslizamento segundo os dados obtidos pelos alcance horizontal.

Por fim, foi calculado o coeficiente de atrito estático máximo pelo método mais simples e direto: aumento gradual do ângulo da inclinação do plano até que o corpo de prova inicie o deslizamento. Para tanto, foram unidas duas esferas de aço semelhantes para evitar

o rolamento. Foram feitas várias medidas ($N = 16$), sendo possível utilizar a PDF gaussiana e apresentar a incerteza padrão através do desvio padrão da média [30]

$$\mu_{\text{estático máximo}} = 0,288 \pm 0,003. \quad (15)$$

4. Considerações finais

As três retas mostradas na Fig. 2, com as suas respectivas Eqs. (9), (10) e (11), confirmaram a conveniência de se apresentar a velocidade em função da raiz quadrada da altura. Esse modo simples de expressar as velocidades por comparação imediata, determinou a faixa de compatibilidade entre os dois modos de se determinar a velocidade da esfera, bem como fez a comparação com um terceiro modo, no qual se admitiu a conservação da energia mecânica. As Figs. 3 e 4, em conjunto com as Eqs. (12) e (13), reforçam o comentário anterior, pois essa simples comparação levou a determinar com facilidade o coeficiente de atrito estático, tanto pelos dados obtidos via sensores como via alcance horizontal. A igualdade numérica entre os dois modos (Eq. (14)), bem como a coincidência com outras formas de se obter o coeficiente de atrito estático entre a esfera de aço e a canaleta de plástico (Eq. (15)) confirmam que o modo de se calcular a velocidade pelo alcance horizontal é apropriado para utilização em laboratórios didáticos. Portanto, os procedimentos seguidos neste trabalho mostram um resultado diferente quando comparado com o anterior [31].

O fato de as velocidades calculadas pelo alcance horizontal apresentarem um valor acima dos dados previstos teoricamente pela conservação da energia, cerca de 5% em relação à média das velocidades envolvidas, pode ser considerado como um erro sistemático que necessita de uma explicação em trabalho futuro. Esse mesmo fenômeno, velocidade acima da previsão teórica, com energia final acima da energia potencial inicial, pode ser observado também num dos trabalhos citados [32]. No entanto, para a prática em sala de aula, esses resultados não invalidam esse modo de calcular a velocidade final num plano inclinado. Pelo contrário, reforçam a conveniência de utilizá-lo, pois trata-se de um procedimento simples, com uma precisão ainda adequada para o laboratório didático e sem necessidade de sensores fotoelétricos e cronômetros digitais.

Referências

- [1] P. Blosser, Caderno Catarinense de Ensino de Física **5**, 74 (1988).
- [2] D. Gil and V. Castro, Enseñanza de las Ciencias **14**, 155 (1996).
- [3] E. Barolli, C.E. Laburú and V. Guridi, Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias **9**, 88 (2010).
- [4] C.E. Laburú, Caderno Brasileiro de Ensino de Física **23**, 382 (2006).

- [5] D. Hodson, *Educational Philosophy and Theory* **11**, 53 (1988).
- [6] J. Lavonen, J. Jauhiainen, J. Kaponen and K. Kurki-Suoni, *International Journal of Science Education* **26**, 309 (2004).
- [7] O.F. Pessoa, R. Gevertz e A. Silva, *Como Ensinar Ciências* (Companhia Editora Nacional, São Paulo, 1985).
- [8] C.E. Laburú, M. Mamprin and W. Salvadego, *Professor das Ciências Naturais e a Prática de Atividades Experimentais no Ensino Médio - Uma Análise Segundo Charlot* (Eduel, Londrina, 2011).
- [9] I. Abrahams, *International Journal of Science Education* **31**, 2335 (2009).
- [10] M. Galiuzzi, J. Rocha, L. Schmitz, M. Souza, S. Giesta e P. Gonçalves, *Ciência e Educação* **7**, 249 (2001).
- [11] A.T. Borges, *Caderno Brasileiro de Ensino de Física* **19**, 291 (2002)
- [12] O.R. Nelson, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **34**, 3502 (2012).
- [13] H. Caldas e M.E. Magalhães, *Caderno Catarinense de Ensino de Física* **17**, 257 (2000).
- [14] W. Silva, C.M. Silva, J.W. Precker, D.D. Silva, I.B. Soares e C.D. Silva, *Revista Brasileira de ensino de Física* **25**, 378 (2003).
- [15] Veja a Ref. [14], p. 383.
- [16] D. Hodson, *Ensenanza de las Ciências* **12**, 299 (1994).
- [17] Veja a Ref. [14], p. 380.
- [18] P.A. Tipler and G. Mosca, *Física para Cientistas e Engenheiros* (LTC, Rio de Janeiro, 2009), 6th ed.
- [19] Veja a Ref. [18], p. 304.
- [20] Veja a Ref. [14], p. 382.
- [21] V.M. Shunyakov and L.V. Lavrik, *American Journal of Physics* **78**, 1406 (2010).
- [22] C. Aghamohammadi and A. Aghamohammadi, *European Journal of Physics* **32**, 1049 (2011).
- [23] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM, 2008), *Evaluation of measurement data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (GUM 1995 with minor corrections). Disponível em www.bipm.org/en/publications/guides, acesso em 11/7/2013.
- [24] Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM, 2012), *International vocabulary in metrology - Basic and general concepts and associated terms* (VIM, 3rd edition, 2008). Disponível em www.bipm.org/en/publications/guides, acesso em 11/7/2013.
- [25] P.L. Junior e F.L. Silveira, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **33**, 2303 (2011).
- [26] J.H. Vuolo, *Revista Brasileira de ensino de Física* **21**, 350, 1999.
- [27] Veja a Ref. [23].
- [28] Veja a Ref. [23], p. 2303-3.
- [29] J.H. Vuolo, *Fundamentos da Teoria de Erros* (Edgar Blücher, São Paulo, 1992).
- [30] Veja a Ref. [24], p. 353.
- [31] Veja a Ref. [14], p. 383.
- [32] Veja a Ref. [14], p. 380.