

# **Sustentação Aerodinâmica**

**– O mecanismo físico –**

O fenómeno da Sustentação como exemplo de “ruído informativo” no campo científico e da facilidade de propagação de informação errada na "Sociedade da Informação".

Pedro Magalhães Oliveira

2008

## 1 – Introdução

O fenómeno da sustentação aerodinâmica é um caso paradigmático de consolidação e divulgação de erros de Física e um dos que mais gerações perpassou e durante mais tempo. Tem as suas raízes bem presas na comunidade científica e na sociedade, desde o engenheiro em Aeronáutica ao comum cidadão, passando pelo professor de Física do liceu.

Pretende-se, com este texto, apresentar uma abordagem simples e clara ao mecanismo físico da sustentação aerodinâmica, ao arrepio da deturpação clássica amplamente divulgada – ou melhor, das mais variadas deturpações interpretativas – que, por um lado, tanto associam o fenómeno a princípios físicos incompatíveis, como também, por outro, introduzem preconceitos que não fazem sentido na realidade física, ou, ainda, que, ao pretenderem dar uma visão mais correcta acerca do mecanismo, caem em insuficiências e também eles se deixam "contaminar" pela tradição.

A utilização abusiva do chamado "Princípio de Bernoulli", na aerodinâmica, e a aplicação inapropriada das Leis de Newton do movimento, para explicar o mecanismo físico da sustentação, têm sido uma constante na literatura contemporânea, um exemplo clássico de esgrima científica e literária.

Autores como Smith (1972-1973) [21, 22], Fletcher (1975) [18] e Weltner (1987) [25, 27, 28] inicialmente publicaram diversos esclarecimentos sobre a boa e a má aplicação do "Princípio de Bernoulli". Mais recentemente, outros autores como Anderson e Eberhardt [15, 16] assomaram-se como os "absolutistas" das Leis de Newton, entre outros que surgiram como defensores da abolição do que chamaram ser o "abuso bernoulliano". Desde então que a polémica sobre o assunto do mecanismo da sustentação aerodinâmica se incendiou. Muitas obras e artigos foram publicados sobre o assunto.

Muitos dos que propuseram substituir o teorema da conservação da energia mecânica pelas Leis de Newton, acabaram quase sempre por confundir, no fim, o mecanismo da sustentação com os seus efeitos e quantificação matemática. Esta vertente obnoxia está bem patente, por exemplo, na atribuição da componente *downwash* do escoamento extradorsal à causa da sustentação. Assim, ao tentar-se "exterminar" a "falácia bernoulliana", por vezes cai-se também em novas falácias.

## 2 – A explicação clássica com base em “Bernoulli”

O mecanismo da sustentação é comumente explicado pela diminuição da pressão estática no extradorso – a parte superior do perfil – nos moldes do "Tubo de Venturi", caso particular em que é aplicado o "Princípio de Bernoulli" para explicar a diminuição da pressão estática. É, assim, aludido o facto da pressão estática diminuir no extradorso do perfil "por causa da maior velocidade" com que o ar escoa, procurando, assim, buscar credibilidade ao teorema da conservação da energia mecânica.

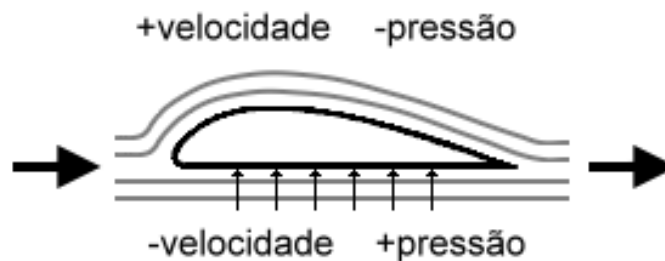


Figura 1 – Esquema "clássico" com a relação causal: +velocidade → -pressão.

Para complementar a teoria de base "Bernoulliana", é explicado, ainda, que a razão de o ar sofrer uma aceleração tangencial no extradorso deve-se ao princípio de "tempos de trânsito iguais", que diz que, num perfil alar assimétrico, o extradorso tem um bojo (uma curvatura) maior; ora, como as moléculas de ar têm de percorrer uma distância maior, desde o bordo de ataque até ao bordo de fuga, em relação ao intradorso, e, "como têm" de atingir o bordo de fuga ao mesmo tempo, são, pois, "obrigadas a acelerar"...

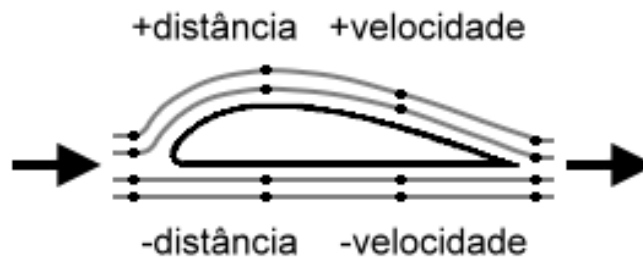


Figura 2 – Princípio "Tempos de Trânsito Iguais": +distância → +velocidade.

Noutra variante (v. **Figura 3**), porventura mais "Venturiana", é também afirmado que, na separação que se dá no bordo de ataque, as linhas de corrente que divergem para o extradorso são comprimidas umas contra as outras pelo que, "pela lei da conservação da massa", o escoamento é

"obrigado a acelerar"; depois, "entrando com Bernoulli", um aumento da velocidade "causa" uma diminuição da pressão estática... e zás! Está explicado! Tão simples quanto isto...!

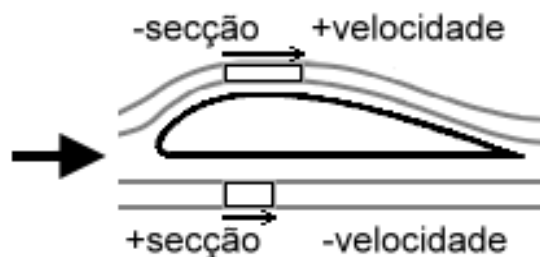


Figura 3 – "Princípio da Conservação da Massa": -área de secção → +velocidade.

Estes são os membros de um corpo teórico "clássico" que, falaciosamente, foi buscar inspiração a um fenómeno físico de seu nome "Princípio de Bernoulli" para explicar o mecanismo aerodinâmico, atribuído-lhe abusivamente aplicação causal.

Com efeito, a explicação clássica adiantada é errada e deturpadora. Deturpa diversos fenómenos ao mesmo tempo. Deturpa a própria aceção do "Princípio de Bernoulli" e deturpa principalmente o mecanismo da sustentação. Além de errada, esta explicação tem insuficiências, pois a sua aceção recai exclusivamente sobre os perfis assimétricos, especialmente bojudos, dificultando a explicação do voo invertido, por exemplo, ou da sustentação em perfis simétricos, perfis planos sem curvatura, ou, até, da eficiência do ângulo de ataque.

E é esta mesma explicação que tem prevalecido, também, nos conteúdos pedagógicos para pilotos de avião e nos respectivos exames teóricos. Ou seja, por mais ridículo que possa parecer, para ser oficialmente piloto, tem necessariamente de se assimilar erros teóricos de Física!

Continuando, quem não se recorda de assistir a uma simples demonstração, feita pelo pai, pelo tio ou pelo professor de Física, do princípio da sustentação, que consistia em soprar sobre uma fina folha de papel e observar o seu comportamento elevatório?

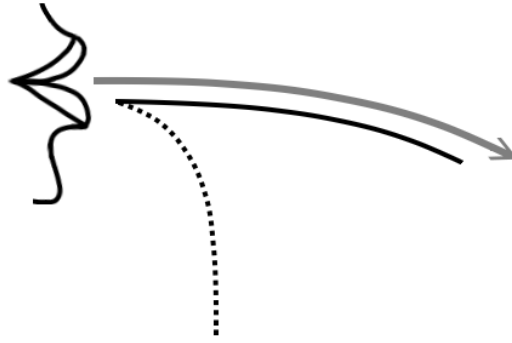


Figura 4 – "Princípio" da sustentação.

A explicação que é normalmente adiantada para a experiência exemplificada na **Figura 4** em cima, diz que é "a maior velocidade" com que o ar passa por cima da folha – em alusão ao "Princípio de Bernoulli" – "que provoca uma baixa pressão" e, por isso, a faz subir. Esta explicação, no que concerne à equivalência ao princípio em questão, nestes termos de causalidade, é comumente apresentada por pessoas ligadas à aviação e à Física.

Se fosse a maior velocidade do ar sobre o dorso da folha de papel a causa da diminuição de pressão, pela conservação da energia, então o fenómeno também deveria poder aplicar-se a condições em que a folha se encontrasse em repouso sobre uma superfície plana sem curvatura, por exemplo em cima duma mesa. Assim, soprar-se-ia tangencialmente sobre ela e esta elevar-se-ia... Porém, nestas circunstâncias tal já não sucede, pois não? Mas, então, o "Princípio de Bernoulli" não deveria fazê-la elevar-se, assim como que "por magia", também?!

Com efeito, não é a maior velocidade do escoamento no extradorso que provoca uma diminuição da pressão estática. Curiosamente, a relação causa-efeito está trocada. Na verdade, o escoamento é acelerado tangencialmente, ou seja ao longo da linha do extradorso, em consequência de uma diminuição da pressão estática que se dá no extradorso em virtude de uma aceleração radial – a componente da aceleração angular que importa reter na explicação – e não o contrário.

Voltando atrás à ilustração da **Figura 1**: segundo a teoria "clássica" com base no "Princípio de Bernoulli" como **causa** da sustentação, se, pontualmente, se aumentasse a velocidade do escoamento no intradorso alar em independência do extradorso, a sustentação diminuiria ou, mesmo, perder-se-ia, pois, na lógica daqueles que defendem esta teoria alusiva à conservação da energia mecânica, a pressão baixaria também no intradorso. Mas... tal não acontece na prática...

Em relação à **Figura 2**, a mesma inviabiliza que perfis alares finos, sem curvatura e/ou simétricos possam gerar Força de sustentação. O mesmo em relação à situação de voo invertido que não parece coerente com tal princípio enunciado.

E, finalmente, em relação à **Figura 3**, não faz sentido aplicar o "princípio da conservação da massa" para explicar a maior velocidade do escoamento, como na igualdade demonstrada pela **equação da continuidade** aplicada ao caudal em regime permanente:

$$\text{caudal volúmico: } \dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} = Av \quad (1) \quad \text{caudal mássico: } \dot{m} = \frac{\partial m}{\partial t} = \rho Av \quad (2)$$

As equações traduzem a quantidade de volume  $V$  ou de massa  $m$  que atravessam uma secção do tubo de corrente por unidade de tempo, em que  $m = \rho V$  (3)

Como o caudal que entra é igual ao que sai, no sistema, a relação é uma constante:

$$\rho Av = \text{const} \quad (4)$$

Para escoamento incompressível, em que a massa volúmica  $\rho$  é constante, entre 2 pontos na corrente, vem:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (5)$$

Não obstante, como em escoamento livre não existe uma barreira física constritiva sólida, não se pode justificar, por si só, um aumento proporcional da velocidade  $v$  do escoamento de fluido pela diminuição da área  $A$  da "secção", ao contrário do que acontece em tubagens.

O mecanismo da sustentação não funciona assim como as teorias "clássicas", enunciadas atrás, têm pretendido fazer crer. Bem, mas indo por partes...

### 3 – Propriedades do ar

#### Massa e Fluidez

O ar tem **massa**. É um pressuposto fundamental a considerar, antes de partir para a explicação de qualquer fenómeno ligado à aerodinâmica. A própria decomposição do vocábulo "aerodinâmica", na derivação etimológica do grego antigo, vem de *aer* (ar) + *dynamis* (força), ou seja, a "força do ar".

Uma vez que tem massa, o ar pode exercer Força. A Força do ar pode subdividir-se principalmente em dois tipos: a **Força estática** – que se forma dentro do campo gravitacional terrestre e se desenvolve verticalmente num gradiente normal à superfície terrestre – e a **Força dinâmica** – a que resulta da interacção do fluido com um corpo ou um perfil, e que obriga a uma condição: o **movimento**.

Em Física, a **Estática** é um ramo da Mecânica que explica, por exemplo, a impulsão estática de uma embarcação dentro de um líquido (impulsão hidrostática), ou de um balão dentro de um gás (impulsão aerostática). Já a **Dinâmica** é outro ramo, que relaciona as Forças com o movimento. Para a compreensão do mecanismo em foco neste texto, é a vertente da Dinâmica que interessa explorar, uma vez que a produção da sustentação aerodinâmica é, por definição, obtida na interacção do vento, ou ar em movimento, com um perfil alar.

Em termos de massa, em relação a outros compostos – como a água, por exemplo – a **massa volúmica** ( $\rho$ ), ou massa específica, do ar é relativamente reduzida, embora ela seja significativa. 1 metro cúbico de ar pesa, na Terra, aproximadamente 1,2kg, ao nível do mar. Não se vê mas existe e, com velocidade, sente-se a sua Força de resistência bastante considerável.

Tal como apresentado na equação (3), a massa volúmica é igual à massa/volume:  $\rho = \frac{m}{V}$  (6)

A massa volúmica do ar varia com a altitude. A altitudes mais elevadas ela é menor. Pela Força exercida pelo campo gravitacional na massa, o ar concentra-se mais nas camadas inferiores da atmosfera, proporcionando uma diminuição da pressão atmosférica ( $p$ ) com a variação da altitude ( $z$ ), no sentido contrário à Força ( $\rho g$ ), ou seja, sendo  $p_2$  a pressão num ponto a maior altitude,  $p_2 < p_1$ . Pela equação do equilíbrio hidrostático:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \quad (7)$$

A pressão no nível  $z$  é igual ao peso do ar que está acima desse nível. Considerando-se a massa atmosférica uniformemente distribuída sobre o globo, a pressão ao nível do mar ( $z=0$ ) será de 1013,25 hPa (29,92 inHg), a pressão atmosférica normal.

Também para a mesma altitude e composição, o ar mais frio tem uma massa volúmica maior do que o ar quente, ou seja, tem mais massa, e, por conseguinte, pesa mais, por unidade de volume.

Em termos de composição, o ar é maioritariamente formado por nitrogénio (78%), oxigénio (21%), entre outros gases em quantidades mínimas e por vapor de água.

O ar é um **fluido**. Tal como os outros, deforma-se quando submetido a uma tensão de cisalhamento. Contrariamente aos sólidos sem características plásticas, tende a preencher formas volúmicas e a escoar.

### Viscosidade e Forças de adesão

Quando um fluido entra em contacto com uma superfície sólida, a tendência cinemática do fluido é aderir e escoar colado a essa superfície. Numa experiência caseira e muito simples de realizar, quando se encosta o dorso convexo de uma colher a um fluxo de água corrente proveniente de uma torneira aberta, por exemplo, a água tenderá a aderir e a contornar a curvatura do dorso; analogamente, logo que o fluido entra em contacto com o corpo, este tende imediatamente a aproximar-se do escoamento e a permanecer nele.

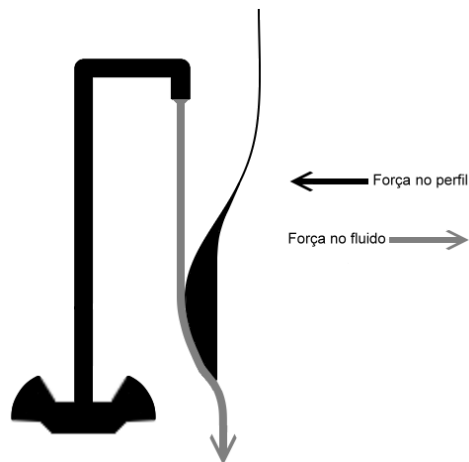


Figura 5 – Escoamento de água aderindo ao dorso da colher.



Nos termos das Leis de Newton do movimento, para que a direcção do escoamento de um fluido seja alterada, tem de lhe ser aplicada uma Força, seja pela **1ª Lei de Newton**. Pela **3ª Lei de Newton** respectiva, o fluido tem de exercer uma Força de módulo igual mas de sentido oposto. Aplicando o princípio à experiência da colher, durante o escoamento colado à curvatura, é aplicada uma Força no fluido e, ao mesmo tempo, por reacção, uma Força de sentido oposto no dorso convexo da colher.

A tendência de um fluido escoar colado a uma superfície – convexa neste exemplo – deve-se a uma propriedade dos fluidos chamada **viscosidade**. Entre as moléculas de fluido há Forças de atracção que as mantêm unidas. Estas interacções intermoleculares são frequentemente chamadas de "Forças de van der Waals" em respeito pelo cientista Johannes Diderik van der Waals que as estudou. Designam-se **Forças de adesão** as que ocorrem entre moléculas diferentes, como entre um fluido e um perfil; designam-se **Forças de coesão** as interacções que ocorrem entre moléculas iguais, tal como acontece entre moléculas do mesmo fluido num escoamento, ou, ainda, como no fenómeno da tensão superficial na água ou nas gotas esféricas de orvalho.

O fenómeno da adesão de um fluido com escoamento em contorno de uma superfície, é tradicionalmente chamado de "Efeito Coanda", numa definição abrangente. O nome foi dado em referência ao fenómeno físico estudado inicialmente pelo romeno Henri Marie Coandă. Num voo de teste, durante uma tentativa de descolagem com o seu protótipo "*Coanda 1910*" – o primeiro *motorjet* construído e testado da História – Coandă notou que as chamas que saíam do escape do motor aderiam e escoavam pelas asas.

Como qualquer fluido, o ar tem viscosidade. E embora a viscosidade do ar seja relativamente reduzida se comparada com outros fluidos, a verdade é que é suficiente para que as suas moléculas adiram à superfície do dorso. As camadas de ar afectadas pelos efeitos da viscosidade à superfície do corpo sólido com o qual inter-agem, vão sendo desaceleradas. A velocidade desce, mesmo, a zero, junto à superfície. As camadas de ar imediatamente mais afastadas da superfície do dorso escoam a uma velocidade maior do que as mais próximas até um limite a partir do qual a velocidade do escoamento não é reduzida pelos efeitos da viscosidade que actuam próximo da superfície alar. Esta camada de escoamento víscido, perturbado, junto à superfície dorsal, chama-se "camada-limite" (*boundary layer*).

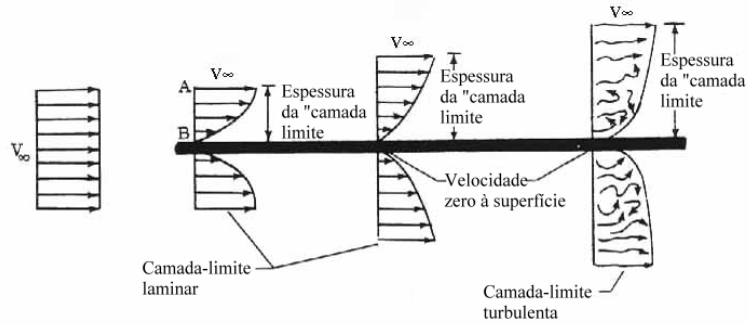


Figura 6 – Perfil da "camada-limite" ao longo da corda de uma asa.

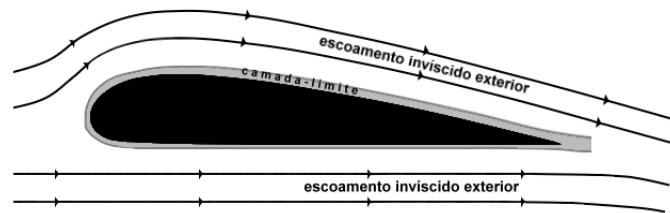


Figura 7 – Camada-limite e escoamento invíscido exterior.

As camadas adjacentes de ar mais rápidas tendem a enrolar em torno das mais lentas. Com diferenças de velocidade entre camadas, o ar vai sendo "dobrado" em direcção à superfície, e a espessura da "camada-limite" vai aumentando desde o bordo de ataque até ao bordo de fuga. Curiosamente, numa asa de um "Boeing 747", a "camada-limite" pode atingir 1 polegada de espessura [1].

Na zona posterior do dorso, o escoamento tende a deixar de ser laminar (fino e bem orientado) e a passar a turbulento (mais espesso e desordenado).

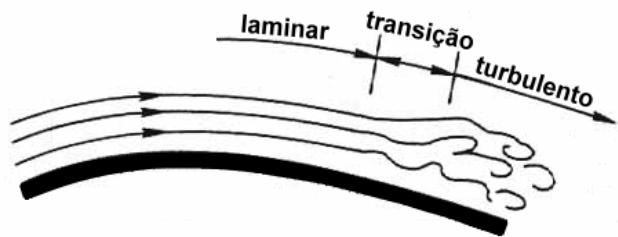


Figura 8 – Transição de escoamento laminar a turbulento.

Uma maior turbulência corresponde, normalmente, a uma Força de resistência aerodinâmica acrescida, embora uma certa turbulência possa ajudar ou mesmo ser necessária para garantir a adesão da camada-limite, sobretudo em ângulo de ataque elevado. Mais à frente, serão abordados os benefícios e malefícios da turbulência num escoamento.

A determinação do regime do escoamento, entre laminar e turbulento, é feita através de uma quantidade adimensional, chamada **Número de Reynolds**, que mede a razão entre as Forças inerciais e as Forças viscosas. O nome vem do físico irlandês Osborne Reynolds, que estudou os diferentes regimes de escoamento.

$$\text{Re} = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (8)$$

em que:

$\rho$  = massa volúmica;

$V$  = velocidade escoamento;

$L$  = comprimento de referência;

$\mu$  = viscosidade

#### 4 – Aceleração angular – o mecanismo

A aceleração angular em movimento circular tem duas componentes: a componente tangencial + a componente radial ou normal. A primeira é tangencial à "curvatura" da trajectória (aceleração tangencial), com o sentido da trajectória, ao longo do seu perímetro. A segunda é perpendicular à "curvatura" (aceleração radial), de sentido centrípeto, ou **aceleração centrípeta** ( $a_c$ ), dada pelo quociente da divisão do quadrado da velocidade ( $v$ ) pelo raio ( $r$ ) da "curvatura", ou seja:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (9)$$

É na componente radial da aceleração que se dá o principal mecanismo de produção da Força de sustentação. Mas como?

A equivalência da Força ao produto da massa pela aceleração, pela **Segunda Lei de Newton**, implica que para que uma massa seja acelerada tenha de existir uma Força, ou dito de outra forma, há Força quando uma massa é acelerada.

Na verdade, como se viu atrás, pela **3ª Lei de Newton**, a aceleração – radial, neste caso – de uma massa pressupõe a existência de duas Forças de magnitudes iguais (os módulos são iguais) mas de orientações opostas (de sinal contrário), para manter o equilíbrio. Elas são: a **Força centrípeta** ( $F_{cp}$ ) e a **Força centrífuga** ( $F_{cf}$ ), ou reacção centrífuga. A relação de equilíbrio na direcção radial:

$$|\vec{F}_{cp}| = |\vec{F}_{cf}| \quad (10)$$

Pela sua soma, as duas Forças anulam-se:

$$|\vec{F}_{cp}| + |\vec{F}_{cf}| = 0 \quad (11)$$

mostrando o equilíbrio na direcção radial.

#### **Juntando tudo...**

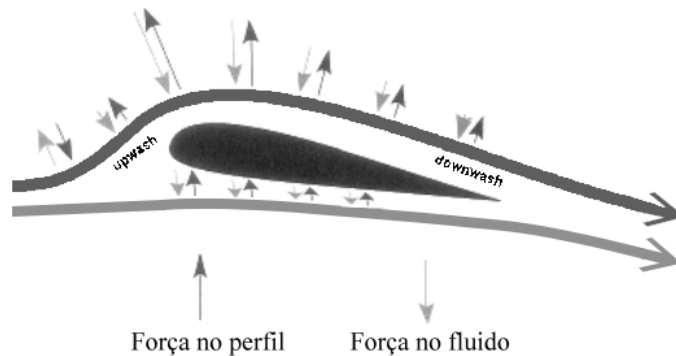
Sabendo-se que o ar em escoamento tem massa volúmica ( $\rho$ ), que é um fluido e que tem viscosidade; e sabendo-se ainda que o escoamento tem uma determinada velocidade num determinado ponto ( $v$ ), e que é necessária a existência de uma aceleração radial nos elementos do

volume de ar (em torno de uma superfície), com um determinado raio ( $r$ ), tem-se, assim, os "ingredientes" necessários para explicar a produção da sustentação. E qual é o resultado?

O resultado é a produção de **Força centrífuga** exercida no perfil em oposição a uma Força centrípeta que actua no fluido e que é igual às Forças de adesão intermoleculares entre fluido e perfil. A Força centrífuga é igual ao produto da massa volúmica dos elementos do volume de fluido com a aceleração centrípeta já referida, ou seja:

$$F_{cf} = \rho \frac{v^2}{r} \quad (12)$$

Ora, dizer que da aceleração radial do fluido resulta Força centrífuga no perfil é o mesmo que dizer (em sentido lato) que produz **Força de sustentação**. A Força centrífuga numa unidade de volume de fluido equivale à Força de sustentação produzida pelo escoamento dessa mesma unidade de volume de fluido.



**Figura 9 – Forças e contra-Forças durante o escoamento.**

Veja-se, na **Figura 9**, na passagem do escoamento inicial para o "upwash", que a primeira secção do escoamento alar, segue uma linha côncava, antes de esta se tornar convexa imediatamente a seguir quando começa a contornar a parte superior do extradorso do perfil alar. Nessa secção em que a linha do escoamento é côncava, o esquema de Forças e contra-Forças é inverso, ou seja, é exercida Força directamente contra o perfil (contrária à sustentação). Já nas zonas onde a curvatura é convexa, é produzida Força centrífuga, favorável à sustentação.

Se se comparar o princípio da sustentação para perfis alares convexos, com a experiência atrás descrita do escoamento pela colher, chega-se à conclusão de que o princípio, na sua essência, é o

mesmo. No caso particular, os fluidos mudaram (bem como as suas eficiências, favorável no caso da água pela sua massa volúmica ser maior) mas o princípio é o mesmo.

Em suma, ao mergulhar-se um corpo aerodinâmico ou perfil alar num escoamento, pelo fenómeno já analisado, o fluido escoia colado e em torno dele. Se a forma do perfil **ou** o seu ângulo de ataque com o escoamento for eficiente, dá-se a aceleração radial e a produção de Forças. Portanto, tem de haver alteração na direcção do escoamento. E como se aumenta ou reduz a eficiência do escoamento?

Consegue aumentar-se a Força centrífuga por unidade de volume de três formas:

1. aumentando a **velocidade** do escoamento ( $v$ ), que é uma forma especialmente eficiente, dada a dependência quadrática;
2. aumentando a **massa volúmica** ( $\rho$ ) do fluido (zonas de alta-pressão, de ar mais frio ou em altitudes mais baixas);
3. amplificando a "curvatura" do escoamento ou reduzindo o **raio** ( $r$ ), seja efectivamente pela redução do raio da curvatura do perfil e/ou pelo aumento do ângulo de ataque ( $\alpha$ ) com o escoamento.

E pode haver Força de sustentação num perfil plano, simétrico e sem curvatura? A resposta é afirmativa, desde que seja mantido um ângulo de ataque eficiente com ar e o escoamento contorne o perfil. Embora um perfil plano seja muito pouco eficiente em comparação com um perfil bojudo e convexo.

Uma forma de aumentar a eficiência de produção da Força pela ampliação da "curvatura" do escoamento, é através de dispositivos aerodinâmicos adicionais nos bordos de fuga e de ataque, chamados "*flaps*".

Os "*flaps*" são dispositivos aerodinâmicos para aumento da sustentação. São prolongamentos das asas e da sua curvatura em ambas as direcções (no bordo de fuga e também no bordo de ataque). Quando a um "*flap*" se lhe junta uma fenda ou "*slot*", passa a chamar-se "*slat*".

Um "slot" é um canal de ar que serve para controlo da "camada-limite" do extradorso, transferindo-lhe energia e atrasando a sua separação e conseqüente "perda", o que permite aumentar o ângulo de ataque.

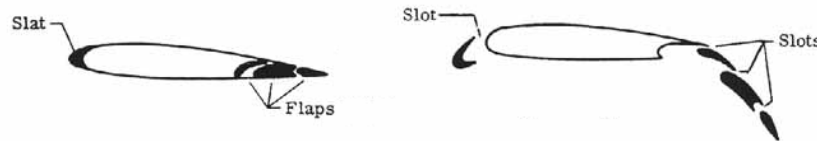


Figura 10 – Esquema de configuração complexa de "flaps" do tipo "fowler" ("Boeing 737").

Como mostrado na **Figura 10**, os "flaps" podem ser montados sequencialmente "em degrau" e com "slots", permitindo múltiplas "curvaturas" independentes e uma maior amplitude do ângulo da "curvatura" do escoamento principal.

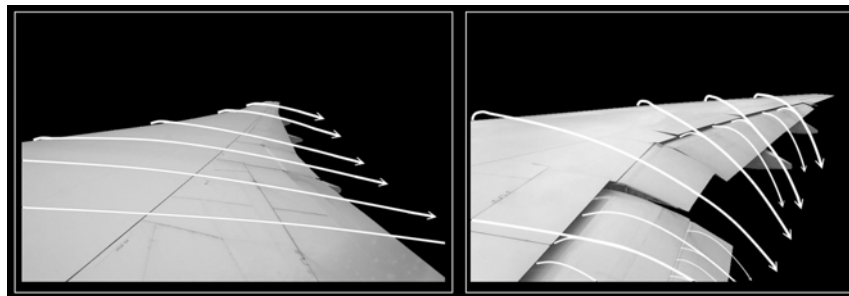


Figura 11 – Escoamento em "asa limpa" (esquerda) e em "asa suja" (direita) de um "Boeing 777".

Até agora tratou-se, somente, do extradorso. O intradorso (parte inferior) tem também influência na Força de sustentação, mas de uma forma muito menos importante e eficiente. No intradorso alar, para a generalidade de perfis em ângulos de ataque positivos, o escoamento de fluido produz Força aerodinâmica obtida por deflexão do escoamento em contacto com a superfície inferior do perfil. Ou seja, pela alteração na direcção do escoamento. É o princípio das turbinas eólicas convencionais, que geram Força pela deflexão do vento nas pás, ou seja, pela alteração na direcção do escoamento, à custa de um factor de resistência aerodinâmico acrescido.

Consoante o ângulo e o desenho perfilado do intradorso, são produzidas Forças que tanto podem coadjuvar como prejudicar a produção total de sustentação, isto é, o somatório do escoamento extradorsal com o intradorsal.

Um perfil simétrico não produz sustentação em ângulo nulo, uma vez que as Forças produzidas nos dois dorsos têm sentidos opostos mas são iguais em módulo, ou seja, são anuladas quando somadas. Em ângulo negativo, produz Força centrífuga maior (em valor absoluto) no intradorso do que no extradorso, mas de valor negativo, ou seja, produz Força contrária à sustentação. Já um perfil assimétrico tradicional, de bojo saliente no extradorso, é especialmente eficiente na produção de Força de sustentação; inclusivamente, produz Força de sustentação em condição de ângulo de ataque nulo ( $\alpha = 0$ ).

### "Efeito Magnus"

Outra forma de criar uma Força de sustentação dinâmica adicional é através da rotação de um corpo imerso num escoamento víscido. O "Efeito Magnus" é atribuído ao cientista alemão Heinrich Gustav Magnus. O exemplo clássico é o da bola em rotação uma vez dado um efeito rotativo no momento do impacto inicial.

No exemplo da **Figura 12** está representado um objecto de secção circular com escoamento. A componente de translação em relação ao escoamento inicial não lhe confere Força de sustentação; todavia, se lhe for adicionada uma componente rotativa, possível pela adesão do fluido viscoso à superfície do objecto, a secção do escoamento superior, coincidente com o sentido do escoamento principal, ganha energia e adere mais ao longo da trajectória curvilínea em aceleração radial; na secção inferior, acontece o inverso e a separação ocorre precocemente.

Como a aceleração radial é maior na zona favorável coincidente ao escoamento – por cima, no exemplo dado – as Forças produzidas na direcção radial são também maiores nessa zona.

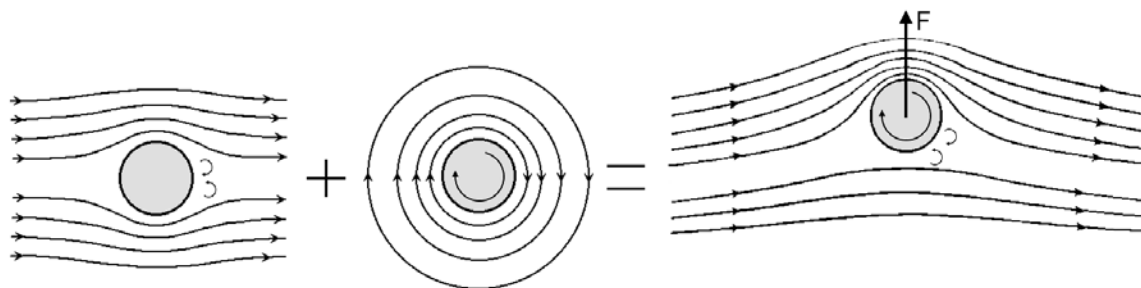


Figura 12 – Exemplo de aplicação do "Efeito Magnus", num cilindro com rotação.



## 5 – Efeito da produção de Forças na direcção radial: os gradientes de pressão

Com a produção de Força centrífuga, dá-se uma diminuição da pressão estática imediatamente acima da superfície alar. Durante a aceleração radial, pela reacção centrífuga, as moléculas de fluido exteriores são comprimidas no exterior da "curvatura", o que provoca um aumento de pressão ( $p$ ) com a distância ( $r$ ) ao centro ( $c$ ), ou, dito ao contrário, provoca uma diminuição da pressão no sentido contrário da Força centrífuga.

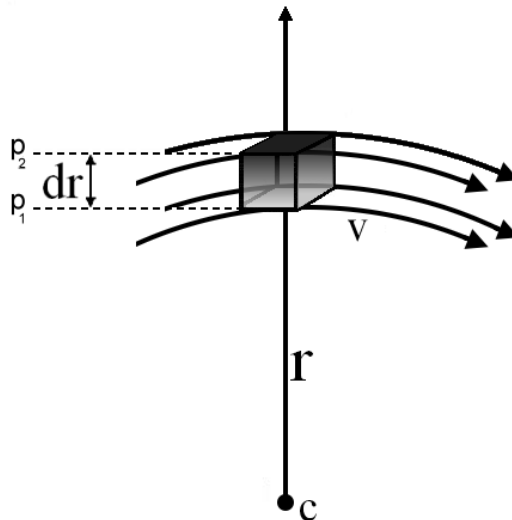


Figura 13 – Aceleração radial de um elemento de volume de fluido.

Se equacionarmos a relação entre o gradiente de pressões que se gera na direcção radial, num elemento de volume de fluido, com a Força centrífuga, tal como ilustrado no desenho da **Figura 13**, em que  $p_2 > p_1$ , chega-se à equação seguinte:

$$dp = \rho \frac{v^2}{r} dr \quad (13)$$

Que pode ser escrita em função de  $dp/dr$ , ou seja:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{v^2}{r} \quad (14)$$

mostrando que a pressão aumenta com a distância ao centro pela taxa (positiva) de  $\rho \frac{v^2}{r}$

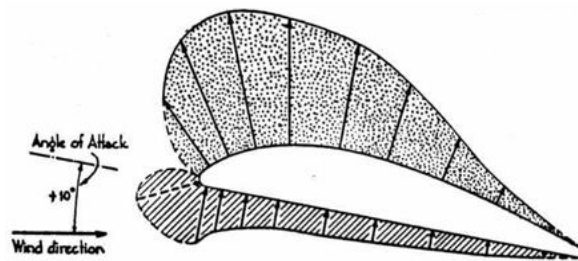
A equação (7) do equilíbrio hidrostático, apresentada atrás, tem paralelismo com a equação (14). As taxas de variação são, contudo, contrárias, ou seja, enquanto que, na primeira, a pressão

estática diminui com a distância ao centro da aceleração, na segunda ela aumenta, sendo por isso que os sinais são contrários.

Como o desenho da **Figura** anterior pretende mostrar, as faces do volume do fluido na direcção radial apresentam pressões estáticas diferentes. A face exterior, mais afastada do centro da "curvatura", apresenta uma pressão estática superior do que a face interior, mais próxima do centro teórico da curvatura (e do perfil).

Esta variação da pressão na direcção radial forma-se em gradiente normal à superfície do dorso, sendo a pressão mais baixa, pois, à superfície do que a uma maior distância.

Como a produção de Força centrífuga varia ao longo da linha do dorso consoante a "curvatura" das trajectórias, também a pressão estática varia à superfície do extradorso em gradiente tangencial.



**Figura 14 – Gradientes de pressão.**

Como efeito da diminuição da pressão estática no extradorso, a velocidade do escoamento tende a aumentar, do ponto de estagnação anterior, num gradiente de pressão favorável, até ao "pico de sucção", que corresponde à zona em que a pressão é menor.

Após o "pico de sucção", a pressão tende a aumentar, num gradiente de pressão adverso, e a velocidade do escoamento tende a diminuir até ao ponto de estagnação posterior. Para a generalidade dos ângulos de ataque positivos, o ponto de estagnação anterior localiza-se ainda um pouco antes, no intradorso.

Por oposição, no intradorso, para ângulos positivos a pressão estática tende a aumentar; porém, se o gradiente for favorável no sentido do escoamento, a velocidade tenderá a aumentar até que o gradiente passe a ser adverso. Isto pode variar consoante a forma do perfil.

Em suma, a diminuição da pressão estática causa uma aceleração do escoamento inicial. Há, por conseguinte, 2 acelerações – ou componentes de aceleração angular – importantes a ter em conta: primeiro, a aceleração radial (ou normal), a que produz maioritariamente a sustentação e os gradientes de baixas-pressões; depois, a componente aceleração tangencial, que surge como consequência ou em virtude dessa diminuição de pressão estática.

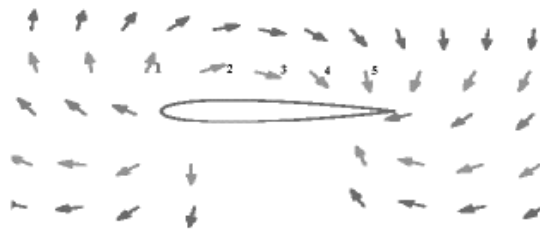
Sem embargo, é constatado que a componente aceleração tangencial está a jusante do mecanismo físico da produção da sustentação, este explicado na primeira componente.

Assim se compreende por que a velocidade do escoamento aumenta no extradorso. E, igualmente, por que esse aumento, ou aceleração tangencial, é um efeito da produção da sustentação e não uma causa em si. Esta demonstração deita por terra a interpretação "clássica" errada do mecanismo da sustentação aerodinâmica.

Outro aspecto relacionado que não tem suporte científico algum é a afirmação de que, quando do escoamento desde o bordo de ataque, as moléculas de ar situadas a diferentes alturas – as que estão junto ao extradorso e as que estão junto ao intradorso – chegam ao mesmo tempo ao bordo de fuga. Mas por que "têm" de chegar ao mesmo tempo?! A resposta é negativa.

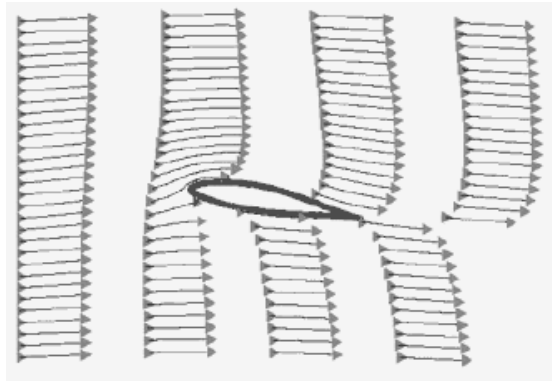
Em relação a um ponto estático exterior (referencial estático), o perfil cinemático do ar tem um padrão circulatório. Enquanto que por cima tende a avançar na direcção do escoamento normal, por baixo tende a recuar em relação ao mesmo.

A **Figura 15** mostra o aspecto da deslocação de ar como visto por um observador estático no solo. Ora, se juntarmos o comportamento descrito em cima com a velocidade inicial do escoamento, pode perceber-se que, em termos médios – e não obstante os particularismos já descritos – em relação ao escoamento inicial, o ar acelera no extradorso e desacelera no intradorso.



**Figura 15 – Direcções do escoamento (referencial estático).**

Para mais, experiências de laboratório em túnel de vento com fumo mostraram que as colunas de fumo do extradorso passavam o bordo de fuga bastante primeiro do que as do intradorso. Como se viu, pela diminuição da pressão estática, a aceleração tangencial no extradorso até ao "pico de sucção" é abrupta, o que faz aumentar a velocidade do escoamento bem como a sua pressão dinâmica, ou seja, a sua energia cinética. Não há, portanto, qualquer implicação para que os "tempos de trânsito" tenham de ser iguais.



**Figura 16 – Simulação do escoamento com fumo.**

## 6 – Conservação da energia mecânica – "Princípio de Bernoulli"

O chamado "Princípio de Bernoulli", que exprime a **conservação da energia mecânica**, é ligado, por tradição, ao mecanismo da sustentação aerodinâmica.

Sem embargo à sua importância e aplicação na Mecânica dos Fluidos, o seu espectro de efectividade é, contudo, limitado a escoamentos em que não há atrito equacionável. Consoante a forma da equação, pode ser aplicado para fluidos incompressíveis (na forma original) ou, com algumas modificações, para fluidos compressíveis.

Um fluido diz-se incompressível se a sua massa volúmica permanece constante, o que se verifica numa gama de velocidades até Mach 0,3 (cerca de 360km/h, em condições ISA-SL, ou seja, atmosfera "*standard*" e ao nível do mar):

$$0 < Ma < 0,3 \quad (15)$$

Recuando, agora, um pouco na História. No seu tratado de *Hydrodynamica*, impresso em 1738 em Estrasburgo, Daniel Bernoulli relacionara a aceleração com a pressão. Bernoulli enunciara que a pressão ("*pressio*") nas paredes de um tubo era proporcional à aceleração da água para fora do tubo, no instante em que todos os obstáculos ao seu deslocamento fossem removidos, uma vez que as paredes suportavam a compressão ("*compressio*") da água no seu interior [17].

Sem embargo, com base no espírito da figura "73" da sua obra, Bernoulli aludia à conservação da energia mecânica no sentido em que uma velocidade maior no escoamento de água tinha como efeitos (v. **Figura 17**) uma diminuição da pressão nas paredes do tubo, uma vez aberta uma secção que permitisse o escoamento do fluido.

Trabalhando um pouco mais o conceito, usando os postulados apresentados na obra, tal poderia ser traduzido por:

$$P = \rho gh - \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (16)$$

que mostra que um aumento da velocidade ( $v$ ) faz diminuir a pressão  $P$  na parede do tubo, e que, para  $v=0$ , que  $P$  é igual à pressão estática definida por  $\rho gh$ .

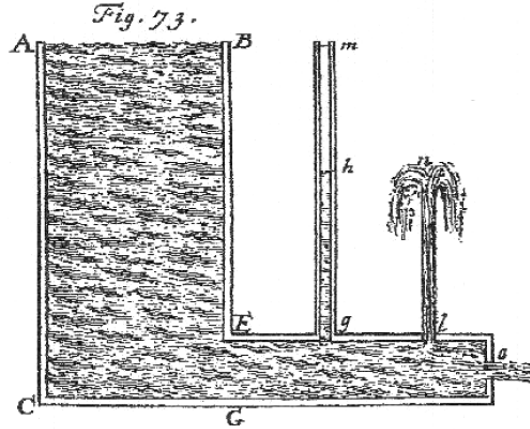


Figura 17 – "Fig. 73" da *Hydrodynamica* (1738), de D. Bernoulli.

Não obstante, a forma original da equação que traduz a conservação da energia mecânica, por tradição atribuída a Bernoulli embora apresentada inicialmente por Leonhard Euler, é:

$$\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = const \quad (17)$$

que equaciona, em seus termos, a velocidade, a gravidade e a pressão do fluido. Sendo a massa volúmica constante, ela pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + p = const \quad (18)$$

em que  $v$  é a velocidade,  $\rho$  é a massa volúmica do fluido,  $g$  é a aceleração gravítica,  $h$  é a altura dos pontos considerados a um dado nível de referência, e  $p$  é a pressão estática.

A equação (18) exprime, na forma completa, a conservação da energia mecânica, ou seja: a soma da energia cinética com a energia potencial gravítica e a energia potencial de pressão é uma constante. Quando aplicada a dois pontos, 1 e 2, de um fluido vem:

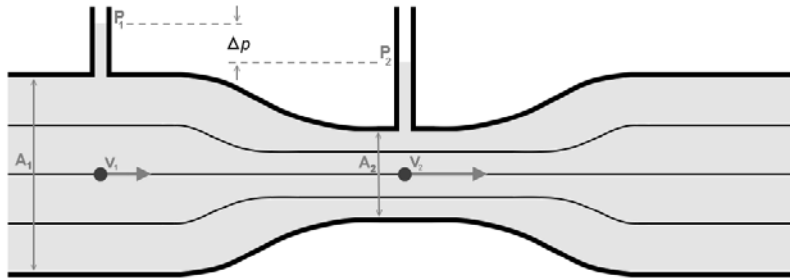
$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + p_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + p_2 \quad (19)$$

Simplificando a equação (19), considerando dois pontos situados ao mesmo nível:

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) \quad (20)$$

A equação (20) mostra que a diferença de pressão estática entre dois pontos de um fluido situados ao mesmo nível é simétrica da diferença de pressão dinâmica entre eles. Se  $p_2 < p_1$  então  $v_2 > v_1$ . Esta é a forma da equação tradicionalmente mais chamada de "equação de Bernoulli".

O "Tubo de Venturi" (v. **Figura 18**) é um exemplo de aplicação do "Princípio de Bernoulli". Nos pontos em que a pressão estática é menor, a velocidade é maior, e vice-versa.



**Figura 18 – "Tubo de Venturi".**

Na forma simplificada, a equação pressupõe uma pressão total ( $p_0$ ) – constante num sistema em que há conservação da energia – pelo que uma diminuição da pressão estática ( $p$ ), esta medida perpendicularmente ao escoamento, pressupõe um aumento da pressão dinâmica ( $q$ ), que é uma medida da energia cinética do fluido, e vice-versa:

$$p + q = p_0 \quad (21)$$

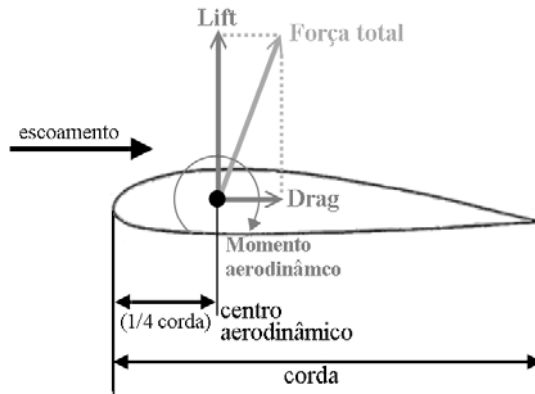
Para autores como Weltner [27], a equação (20) deveria ser derivada da **aceleração tangencial**, pelas equações de Euler que relacionam o movimento do fluido com as Leis de Newton, ou seja, o aumento da velocidade **em consequência** da diminuição da pressão, ao invés da derivação do teorema da conservação da energia, ou equações (17) e (18). Isto, de forma a evitar a interpretação errada no que toca à relação de causalidade. Sabendo-se a variação da pressão consegue calcular-se a variação da velocidade e vice-versa.

Não obstante, já no que toca à relação de causalidade, em escoamento livre uma **maior velocidade não causa diminuição da pressão estática**. Se a velocidade aumenta, não é pressuposto que a pressão estática diminua, pois esta é igual à pressão atmosférica envolvente [1, 27], ao contrário do que a falácia apresentada na **Figura 4** pretende demonstrar.

O inverso, todavia, já é verdade, ou seja, se a pressão é menor a jusante no escoamento livre, a velocidade aumenta. A conclusão é a de que o "Princípio de Bernoulli", ou o teorema da conservação da energia mecânica, não consegue explicar a causa da diminuição da pressão.

## 7 – Forças e centro aerodinâmicos

Integrando as Forças normais ao perfil (perpendiculares à linha do escoamento), pode obter-se a Força aerodinâmica total ( $F_{total}$ ), podendo esta ser partida em duas: a **Força de sustentação propriamente dita** ( $F_L$  ou *Lift*) e a **Força de resistência** ( $F_D$  ou *Drag*), orientadas perpendicular e paralelamente em relação ao escoamento inicial, respectivamente. Podem observar-se os vectores, na **Figura 19**.



**Figura 19 – Forças aerodinâmicas resultantes.**

O ponto (médio) em que a Força actua é chamado de **centro aerodinâmico**. Para perfis convencionais de baixa *performance*, o centro aerodinâmico está localizado próximo do 1/4 (25%) da corda. A corda é a linha recta que une o bordo de ataque ao bordo de fuga.

Como a Força de resistência obtida é uma componente derivada da Força total dos vectores perpendiculares ao dorso, obtidos no escoamento com a aceleração radial do fluido, não inclui o atrito (os efeitos da viscosidade na "camada-limite") no que é chamado *Skin Drag*; nem inclui a resistência gerada pela esteira de turbulência, chamada de *Form Drag*. Estas duas formas, conjuntamente, representam uma componente importante da resistência: a "resistência parasita" ou *Parasite Drag*.

Por ser induzida pela geração de sustentação, e por não incluir aquelas outras formas de resistência, a Força de resistência aerodinâmica obtida é chamada de "resistência induzida" ou *Induced Drag*.



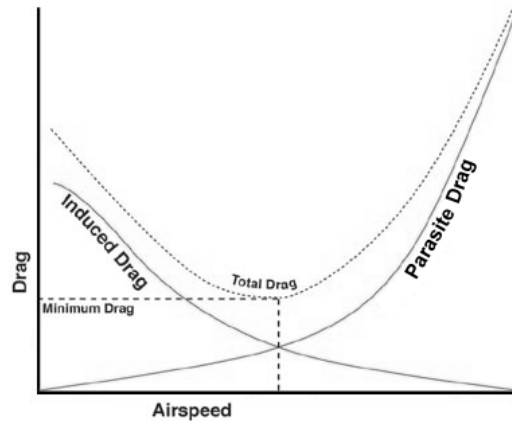


Figura 20 – Curvas de Drag (*Induced Drag + Parasite Drag*)

Podem, ainda, ser tidas em conta outras formas de resistência, tais como a que ocorre em regime transônico (*Wave Drag*) pelas ondas de choque, ou ainda com a desaceleração do ar nas entradas das condutas, incluindo nos motores (*Ram Drag*).

Todas estas componentes da resistência aerodinâmica, conjuntamente, formam a resistência total (***Total Drag***). Tal como a Força de sustentação (*Lift*), também a Força de resistência (*Drag*) varia em dependência quadrática da velocidade.

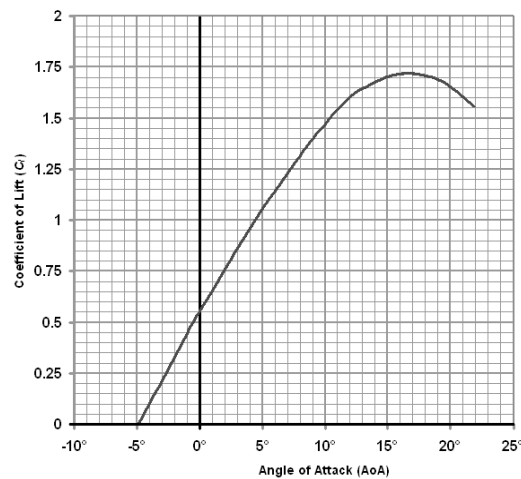
Sem embargo, é possível calcular-se, para uma aeronave em voo, a que velocidade a Força de resistência total é menor, tendo em conta a variação do ângulo de ataque e a velocidade. Nesta dependência, ao contrário da "resistência parasita" – e como a "resistência induzida" varia com o ângulo de ataque – enquanto que a primeira aumenta com o quadrado da velocidade, a segunda varia na razão inversa.

A velocidades baixas, em situações em que o ângulo de ataque é maior para a mesma sustentação, a componente "resistência induzida" é significativa. Para reduzir esta componente nefasta, desenham-se asas com uma grande relação de aspecto, isto é, um comprimento grande para uma largura (corda) pequena.

Os planadores, são o exemplo perfeito de aeronaves desenhadas para planar com a máxima eficiência, a velocidades baixas, pelo que dispõem de asas com grande relação de aspecto. A sua relação *Lift/ Drag* é ótima. São capazes de atingir uma *gliding ratio* de 60:1 (declive de 1,67%), ou seja, por cada 60 metros percorridos na horizontal descendem 1 metro. Para comparação, uma aeronave comercial dificilmente consegue superar uma *glide ratio* de 15:1. Em 24 de Agosto de

2001 um "A330-200" da Air Transat, por falha de combustível, conseguiu planar com ambos os motores desligados durante cerca de 65 milhas náuticas até à ilha Terceira nos Açores desde uma altitude de aprox. 26 mil pés. *Not bad!*

Por oposição, as aeronaves de acrobacia e/ou feitas para grandes velocidades, dispõem de asas curtas e de relação de aspecto pequena. Asas mais longas são estruturalmente, menos resistentes.



**Figura 21 – Curva de  $C_L$  vs  $\alpha$ .**

## 8 – A quantificação da sustentação (não o mecanismo) pelos seus efeitos

Embora o mecanismo físico da sustentação tenha sido já abordado, ela pode ser explicada e quantificada, a jusante, pelos seus efeitos.

Um dos efeitos de produção da sustentação mais perceptíveis, quando as condições atmosféricas são favoráveis, é a condensação do vapor de água (v. **Figura 22**) por causa da diminuição da pressão no extradorso. Em atmosfera com humidade significativa, verifica-se este fenómeno, pela indissociável diminuição da temperatura a uma diminuição da pressão estática. A amplificação deste fenómeno é directamente proporcional ao aumento da Força centrífuga.

Mas a sustentação também pode ser calculada se se souber quantificar o caudal de ar escoado em sentido descendente (v. **Figura 23**), isto é, a quantidade de ar movimentado pelo corpo aerodinâmico, em sentido descendente, por unidade de tempo.



James Malone

**Figura 22 – Efeito da condensação de vapor-de-água.**



Paul Bowen

**Figura 23 – "Túnel" aberto no nevoeiro pelo ar descendente.**

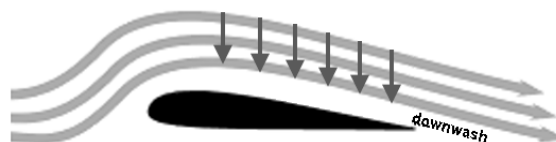
A **2ª Lei de Newton** do movimento relaciona a Força com a massa e a aceleração:

$$F = m.a \quad (22)$$

Desta forma obtém-se a Força necessária para acelerar uma determinada massa. Aplicando este postulado à sustentação aerodinâmica, pode dizer-se que a Força de sustentação é proporcional à quantidade de ar descendente deslocado por unidade de tempo. Mas por que o ar descende, a jusante? Por que é acelerado verticalmente para baixo como numa "sucção" descendente?

Para se compreender este fenómeno – que tem relação embora esteja a jusante do mecanismo principal da sustentação – tem de se visualizar novamente as duas secções principais do escoamento no extradorso: o "*upwash*" (a secção anterior do escoamento alar que sobe); e o "*downwash*" (a secção final de componente descendente, após o "*upwash*" e após "dobrar" a parte superior da "curvatura", no sentido da inclinação negativa do extradorso do perfil).

Ora, a secção posterior do escoamento tem uma componente descendente por causa do desnível na forma física do extradorso (v. **Figura 24**). Pelas Forças de coesão intermoleculares, as camadas de ar acima do perfil são "puxadas" para baixo para acompanharem a "camada-limite" aderida ao desnível do extradorso do perfil na zona posterior. No plano vertical, elas são, por conseguinte, aceleradas verticalmente numa espécie de "sucção" descendente. Também o escoamento final abandonará o perfil com uma componente descendente.



**Figura 24 – Camadas de ar deslocadas verticalmente.**

Na **Figura 15**, atrás, observou-se que, em relação a um referencial estático, o ar desce verticalmente após a passagem de uma asa para acompanhar o escoamento em "*downwash*". Para os autores David Anderson e Scott Eberhardt [1] a velocidade descensional vertical desse ar pode ser considerada. Na **Figura 25**, a seguir, está representada a relação que existe entre a velocidade da asa, o seu ângulo de ataque, o "*downwash*" e o ar deslocado verticalmente.

## A "trigonometria da Sustentação"

A velocidade vertical ( $V_v$ ) do ar descendente é directamente proporcional à velocidade horizontal ( $V_h$ ) do deslocamento da asa – os catetos do triângulo – e à velocidade tangencial ( $V_t$ ) do "downwash", ou hipotenusa. O ângulo de ataque ( $\alpha$ ) da asa mantém-se constante dentro desta proporcionalidade. Assim, para o mesmo  $\alpha$ , um aumento da  $V_h$  implica um aumento directo da  $V_t$  e da  $V_v$ ; já para a mesma  $V_h$ , um aumento do  $\alpha$  corresponde a um aumento da  $V_v$  para um aumento menos significativo da  $V_t$ . Por conseguinte, qualquer que seja o aumento – da velocidade da asa, do seu ângulo, ou do consequente "downwash" e velocidade vertical – corresponderá sempre a um aumento da Força de sustentação obtida. Mas como?

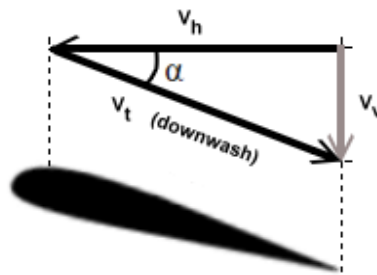


Figura 25 – Relação trigonométrica de vectores  $V_h$ ,  $V_t$ ,  $V_v$  e do  $\alpha$ .

Seguindo esta lógica e desenvolvendo um pouco mais este raciocínio, consegue-se arranjar uma relação trigonométrica entre os vectores em causa. Considere-se que a massa volúmica do ar ( $\rho$ ) é constante. Para o mesmo  $\alpha$  ( $\alpha_i = \alpha_1$ ), se a  $V_h$  inicial triplicar, a velocidade do "downwash" ( $V_t$ ) triplica bem como a  $V_v$ . Assim, em relação à condição inicial, a Força de sustentação aumenta num factor (chame-se-lhe " $Factor_{sust}$ ") de 9 vezes, ou seja:

$$Factor_{sust} = \frac{V_{h_1}}{V_{h_i}} \times \frac{V_{v_1}}{V_{v_i}} \times \frac{\rho_1}{\rho_i} \quad (23) \quad , \text{ em que:}$$

$$\frac{V_{v_1}}{V_{v_i}} = \frac{tg_{\alpha_1}}{tg_{\alpha_i}} \quad (24)$$

Numa segunda situação, se, para a mesma  $V_h$ , ( $V_{h_1} = V_{h_2}$ ) se pretender obter uma  $V_v$  numa quantidade que seja o triplo da inicial, a amplitude do ângulo terá de aumentar o suficiente para

manter a relação trigonométrica. Nesta segunda situação, a Força de sustentação aumenta, assim, num factor de apenas 3 vezes, pela fórmula apresentada em cima.

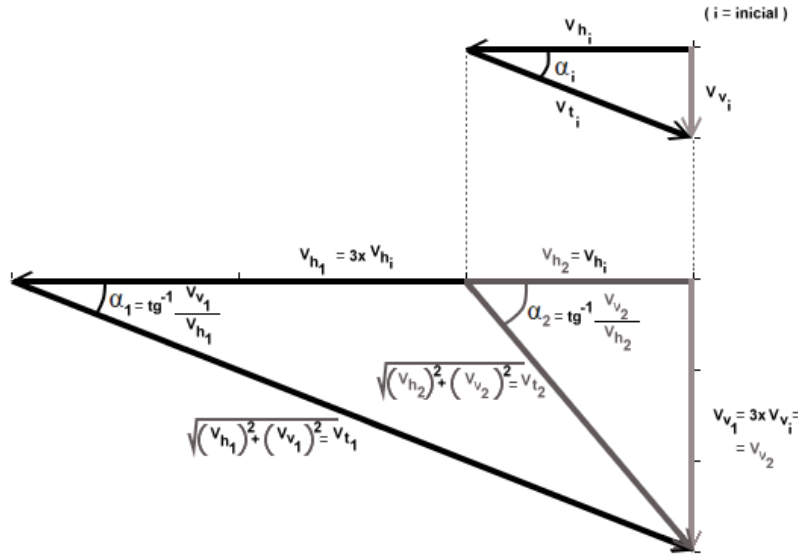


Figura 26 – Desenvolvimento da relação trigonométrica.

Ou seja, um aumento da sustentação pode ser consequência dum aumento da velocidade horizontal (que é especialmente eficiente pela implicação do aumento proporcional da velocidade vertical, na relação trigonométrica, para o mesmo ângulo), ou pelo aumento do ângulo, ou ainda, pelo aumento da massa volúmica.

### A equivalência à variação de *momentum* do ar no tempo

Nos termos do *momentum* linear ( $m.v$ ), ou quantidade de movimento linear, a sustentação de uma asa é igual à alteração do *momentum* do ar deslocado em sentido descendente por unidade de tempo. O *momentum* linear é dado pelo produto da massa pela velocidade. Como a sustentação corresponde à variação de *momentum* ( $p$ ) do ar no tempo ( $t$ ), vem:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial(m.v)}{\partial t} \quad (25)$$

Como a massa é constante, resulta:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = m \frac{\partial v}{\partial t} \quad (26)$$

Como  $dv/dt$  é a derivada parcial da velocidade em relação ao tempo, ou seja, a aceleração  $a$ , conclui-se que:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = m.a \quad (27)$$

E assim se chega novamente a  $F=m.a$ . Ou seja, a sustentação de uma asa é igual à variação de *momentum* do ar deslocado em sentido descendente por unidade de tempo, que é igual à massa vezes a aceleração.

**“For the airfoil, the lift is equal to the downward momentum given the air per unit of time [13]**

Quanto maior for a variação de *momentum* do ar no tempo, maior a Força de sustentação. Quanto maior for a quantidade de massa acelerada, ou, de outra forma, quanto maior for a aceleração da massa, maior a Força de sustentação.

Em relação ao perfil, tal como se disse, o escoamento de ar final ("*downwash*") abandona o bordo de fuga numa continuidade sensivelmente tangencial e não horizontalmente na direcção inicial do escoamento (antes do "*upwash*") como a clássica **Figura 1** inicial mostrava. Um piloto de uma aeronave veria, assim, o ar a abandonar a asa pelo bordo de fuga com uma componente tangencial descendente. Mas já em relação a um ponto estático (exterior), como se viu, é possível observar a descença vertical do ar com a passagem da asa. E embora não seja a velocidade vertical do ar que produz a sustentação, ela tem uma compatibilidade directa, a jusante, com a quantidade de sustentação produzida.

Mas atenção: embora tendo o princípio da alteração do *momentum*, da forma como foi exposto, uma **compatibilidade** com a sustentação, esta explicação, ou equiparação, **não explica o mecanismo** de produção de Força centrífuga cuja parte principal está localizada fisicamente no primeiro quarto da corda do perfil onde se situa normalmente o que foi chamado de "pico de sucção". Sendo assim e sendo válida para os perfis normais que produzem "*downwash*", ficaria no entanto por explicar o principal mecanismo de produção da sustentação. Por isto lhe foi chamada, neste trabalho, de quantificação da sustentação pelos seus efeitos.

Ou seja, esta explicação, de certa forma compatível com a inicialmente adiantada pelo pioneiro Otto Lilienthal [12] – nos termos da aceleração do ar em sentido descendente – em finais do Séc. XIX, **não é um mecanismo** da sustentação, mas sim **uma equivalência** ou quantificação. Muitos

autores não se apercebem desta diferença, entre mecanismo e equivalência, inclusivamente aqueles que criticam a aplicação do "Princípio de Bernoulli" e que defendem a aplicação das Leis de Newton.

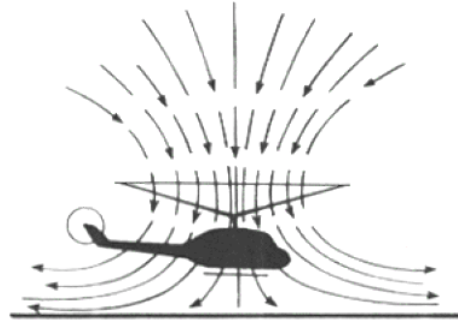


Figura 27 – Exemplo da descensão de ar num helicóptero.

Será, porventura, mais fácil compreender o efeito de sucção descendente do ar se se pensar no efeito das pás do rotor de um helicóptero. O princípio é o mesmo. O helicóptero conseguirá suste-se no ar enquanto conseguir deslocar para baixo ar suficiente de forma a que a Força necessária para o acelerar seja igual ao seu peso.

Continuando, para a mesma velocidade, o caudal de ar acelerado em sentido descendente pelas asas de um "Boeing 747" é naturalmente maior do que o deslocado por um "Cessna 172", pelo que a Força de sustentação produzido pelo primeiro terá necessariamente de ser maior do que a produzida pelo segundo.

Sem embargo ao que foi exposto, a forma mais directa para calcular a **Força de sustentação** ( $F_L$ ) e a **Força de resistência** ( $F_D$ ) de um determinado perfil alar, será multiplicando o seu Coeficiente de sustentação ( $C_L$ ) e o seu Coeficiente de resistência ( $C_D$ ) pela pressão dinâmica e pela área de referência.

Os dois coeficientes são obtidos a partir da medição – em laboratório, ou através de simulação numérica por computador – da eficiência aerodinâmica da forma de um dado perfil. Finalmente, sabendo-se o  $C_L$  e o  $C_D$ , as Forças  $F_L$  e  $F_D$  respectivas, são facilmente calculadas:

$$F_L = C_L q S \quad (28) \qquad F_D = C_D q S \quad (29)$$

Pelo processo inverso, a partir das Forças se pode chegar aos Coeficientes:



$$C_L = \frac{F_L}{q.S} \quad (30)$$

$$C_D = \frac{F_D}{q.S} \quad (31)$$

; sendo  $q$  a pressão dinâmica que é igual a  $\frac{1}{2} \rho . v^2$   
; sendo  $S$  a área de referência

É a direcção em que as Forças actuam que resulta em *Lift* ou em *Drag*.

### Outros efeitos

Outro dos efeitos físicos de produção da sustentação, facilmente identificável em ângulos de ataque grandes, é a flexão das asas para cima (v. **Figura 28**), a partir das extremidades, devido ao aumento da Força centrífuga. Quanto maior a sustentação, maior a flexão.



**Figura 28 – Flexão alar na descolagem ("Boeing 747").**

Consoante o *design* e a zona específica da asa, com a produção de sustentação criam-se vórtices mais ou menos intensos. O vórtice é uma forma de escoamento turbulento giratório com um padrão em espiral causado pela diferença de velocidades entre camadas adjacentes de ar.

Pelo seu comportamento cinemático e grande velocidade, comporta quantidade significativa de energia cinética.

Consoante a geometria alar e a variação desta ao longo da envergadura, há tendência para a produção de vórtices.

Nas asas em que a curvatura do perfil ("*camber*") ou o comprimento da corda ("*chord*") variam ao longo da envergadura, geram-se zonas de sustentação e, por conseguinte, de pressão e de sucção, diferentes. As camadas adjacentes de ar mais rápido tendem a enrolar-se em volta das mais lentas.

Na generalidade das aeronaves, nas zonas das asas mais próximas da fuselagem, onde as Forças e as sucções são maiores, há mais ar a ser deslocado a maior velocidade, originando vórtices de maior magnitude. Ao contrário das restantes zonas, já nas extremidades, como o espaço de transição é muito apertado, o vórtice resultante tende a ser igualmente o mais apertado. As camadas de ar situadas no intradorso tendem a divergir, nas extremidades, para a zona de baixa pressão do extradorso, o que em conjugação com o escoamento longitudinal principal, provoca um enrolamento, ou seja, o vórtice das extremidades alares. O mesmo surge nas extremidades dos "*flaps*" entre uma zona de grande sustentação e outra de baixa sustentação relativa.

Quando há condensação de vapor de água, fumo ou poeira, os vórtices são visíveis, logo no *downwash*. Os vórtices são, por isso também, um indicador de produção da sustentação e da sua variação ao longo da envergadura.

Em asas com um varrimento alar ("*wing sweep*"), a velocidades baixas a "camada-limite" do escoamento tende a separar-se, e, parte dele, a fluir obliquamente ao escoamento normal ao longo do bordo de ataque. A velocidades muito baixas, as finas extremidades das asas podem mesmo entrar em "perda" primeiro do que a restante área alar, algo que pode ser crítico para as aeronaves que somente possuem *ailerons* nas extremidades como superfícies móveis deflectoras para controlo rotativo no eixo longitudinal.

Também em asas de grande varrimento – como nos delta – se dá uma separação do escoamento junto ao bordo de ataque. Contudo, a separação é limitada. A componente longitudinal do escoamento enrola sobre o fluxo tangencial ao bordo de ataque, criando um vórtice, e volta a colar no extradorso (v. **Figura 29**).

Os vórtices são caracterizados por um escoamento em espiral de grande velocidade, com uma grande carga de energia cinética, pelo que podem transferir parte dessa energia para a "camada-limite", evitando a sua estagnação precoce e a separação. Esta transferência de energia à "camada-limite" possibilita um aumento do ângulo de ataque – e, por consequência, da

sustentação – sem que o avião entre em "perda", porém à custa de uma Força de resistência aerodinâmica acrescida.

O delta é um particularismo do *design* aerodinâmico. Tal como nas asas com varrimento, a sua forma esguia e suave possibilita, por um lado, um atraso ou suavização na formação das ondas de choque em regime alto-subsonico, transônico e supersônico, reduzindo a resistência ao avanço. Porém, a velocidades mais baixas, a separação do escoamento tangencial e a formação do respectivo vórtice provoca uma Força de resistência acrescida em relação a asas rectangulares convencionais ou de baixo varrimento. Assim, tanto podem os vórtices ser um efeito da sustentação como também uma causa ou um coadjuvante na produção da sustentação.

A componente de resistência aerodinâmica adicional, obtida pela separação na formação de um vórtice, pode ser considerada uma componente da *Form Drag* introduzida atrás.

Uma forma de minimizar os efeitos da resistência dos vórtices é através da aplicação de *winglets* (ex. "B747-400"), *wingtip fences* (ex. "A320-200") ou de *raked wingtips* (ex. "B777-200LR"). Estes dispositivos diminuem a magnitude dos vórtices nas extremidades alares.



**Figura 29 – Vórtices cónicos no delta do Concorde.**

## 9 – A separação da “camada-limite” e a entrada em “perda”

Como foi referido, pelos efeitos da viscosidade e pelo gradiente de pressão adverso, a velocidade (energia cinética) das camadas de ar adjacentes mais próximas da superfície – dentro do que ficou conhecido por "camada-limite" – vai sendo reduzida. Devido às diferentes velocidades das camadas, as mais rápidas situadas a uma maior distância vão sendo "dobradas" sobre as mais lentas, em direcção à superfície. Velocidades mais baixas junto à superfície equivalem a cargas de energia cinética igualmente baixas.

A energia cinética é importante porque é ela que vai permitir à "camada-limite" superar os efeitos retardadores da viscosidade e manter o escoamento em contorno da curvatura do perfil. Mais: após o "pico de sucção", a pressão estática aumenta num gradiente que dificulta ainda mais o escoamento. Se a energia cinética é suficiente para superar os efeitos da viscosidade e da sobrepressão, o escoamento flui até ao bordo de fuga, contornando o perfil no extradorso.



Figura 30 – Esquema da separação da camada-limite.

Quando o escoamento deixa de conseguir contornar o perfil, a separação ocorre. Como foi aludido, se a Força centrípeta no fluido necessária para garantir a aceleração radial do fluido em torno do perfil for superior às Forças de adesão entre as moléculas do fluido e o perfil, a camada-limite deixa de aderir e separa-se.

Quando a separação ocorre, o escoamento é muito turbulento e há, até, inversão de sentido. Nos perfis de corda constante ou com bordo de ataque fino e afiado, essa separação, quando se dá, é relativamente abrupta e causa uma diminuição drástica da Força de sustentação. Nos perfis de bordo bojudo e suave, a separação é também progressiva e suave. Na gíria aeronáutica, a asa entra em "perda" ou *stall*.

A turbulência num escoamento em adesão a um perfil é normal e aumenta longitudinalmente no sentido do escoamento ao longo da corda, também com o aumento da espessura da "camada-limite". Todavia, em escoamentos turbulentos, e também quando a separação e a inversão de sentido do escoamento se dão, é estabelecida uma Força de resistência (*Drag*) acrescida contrária ao deslocamento.

Tal como foi dito no ponto anterior, em relação aos vórtices, que são um tipo de escoamento turbulento, há, todavia, um efeito positivo no escoamento turbulento, que é a faculdade de misturar eficientemente as camadas exteriores de ar de maior carga cinética com as camadas estagnadas mais à superfície, transferindo energia à "camada-limite" e assim atrasando a separação e a entrada em "perda".

O mesmo princípio é usado nas bolas de golfe, que têm a sua superfície coberta por pequenos poros. Estas irregularidades visam a criação de escoamento turbulento. A resistência aerodinâmica adicional à superfície (*Skin Drag*) proporcionada pela turbulência é compensada pela redução considerável da esteira (*Form Drag*). Isto é possível, uma vez que o escoamento turbulento tende a aderir mais e ao longo de uma curvatura mais apertada do que o escoamento laminar.

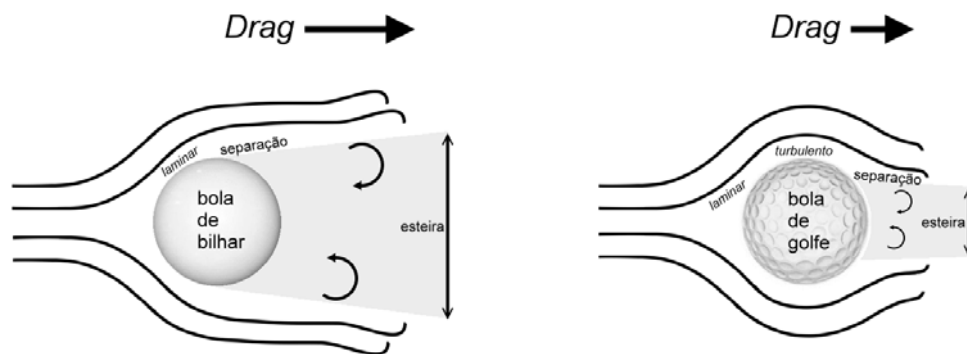


Figura 31 – Comparação do perfil do escoamento em esferas, sem e com turbulência.

No *design* de aeronaves há soluções para conseguir tirar partido do benefício energético dos vórtices ao nível da sustentação sem aumentar muito a resistência aerodinâmica a baixas velocidades. Como exemplo disso refiram-se as extensões do bordo de ataque das asas ou os *vortex generators* presentes em algumas asas (v. **Figura 32**).



**Figura 32 – Vórtices da extensão do bordo de ataque de um "F-18"**

Ambos visam a criação de pequenos vórtices estrategicamente localizados para dar energia e aumentar a sustentação a baixa velocidade e atrasar a "perda".

Os "*vortex-generators*" são normalmente utilizados posteriormente ao fabrico dos aviões para alterar as suas características e performance, como seja, por exemplo, para satisfazer a necessidade de descolagem e aterragem em menor espaço, algo que é possível pela ampliação do ângulo de ataque efectivo.

Como também foi aludido, a forma mais prática e usual de transferir energia à "camada-limite" e, assim, atrasar a separação, é através de "*slots*" junto ao bordo de ataque e/ou de "*slats*". Nos grandes aviões comerciais, os "*slats*" são usados somente para as fases de descolagem e de aterragem e para quando é necessário voar com ângulos de ataque superiores aos do voo de cruzeiro. A passagem do ângulo de ataque crítico para a "perda" total numa asa sem "*slat*" é mais abrupta do que numa asa com aquele dispositivo.

Actualmente, estão a ser estudadas formas de controlo alternativas da separação da camada-limite. Através de eléctrodos geradores de diferença de potencial, no extradorso do perfil, capazes de movimentar uma "avalanche de electrões" (plasma), provou-se ser possível garantir a adesão da camada-limite ao perfil sem a adição de *slots* ou de outros dispositivos convencionais.

## 10 – Em suma... os erros mais comuns

A abordagem mais comum e "popularizada" para explicar a produção da sustentação, encontrada em diversos manuais e em inúmeros sítios da Internet, é uma explicação baseada em pressupostos errados:

- 1) – aplicação inapropriada e deturpadora do "Princípio de Bernoulli" nos termos da causalidade, como teoria explicativa para o mecanismo, em que uma maior velocidade do ar causa uma diminuição da pressão estática;
- 2) – princípio dos "tempos de trânsito iguais" das partículas sobre e sob a asa para explicar a aceleração tangencial do ar no extradorso, em alusão ao Venturi;
- 3) – compressão das linhas de corrente no extradorso como causa da aceleração tangencial, em analogia ao "princípio da conservação da massa";
- 4) – perfil assimétrico exclusivo (com bojo no extradorso, como explicação para a maior velocidade do ar);
- 5) – sentido horizontal do escoamento final (em que o ar abandona o perfil em direcção paralela ao escoamento inicial, sem componente descendente);
- 6) – a sustentação produzida inteiramente pelo embate do ar por baixo de uma asa com ângulo de ataque positivo, através do efeito de "ricochete";
- 7) – o "downwash" como causa da sustentação - comparado ao efeito propulsor dos gases de escape dos foguetes ou aos batimentos ("*flapping*") das asas das aves e insectos, pelo princípio da acção-reacção;
- 8) – efeito "almofada de ar" - Força do ar comprimido contra o solo.
- 9) – circulação de ar ao redor de um perfil como mecanismo, em analogia ao Teorema de Kutta-Joukowski aplicado à sustentação do cilindro com circulação.

## 11 – Conclusões

Há inúmeras teorias e interpretações explicativas sobre o mecanismo da sustentação aerodinâmica, a maior parte delas porventura incongruentes ou baseadas em pressupostos errados. Na Internet encontram-se tantos sítios onde estão publicadas essas interpretações, tal como em tantos livros e manuais técnicos diversos, desde o manual escolar ao livro técnico sobre voo ou Aerodinâmica.

Algures na História [16, 28], a utilização das Leis de Newton foi substituída, nos manuais, pelo "Princípio de Bernoulli" numa acepção deturpadora, juntamente com um leque de argumentos errados para justificar a maior velocidade do ar no extradorso.

Convirá não esquecer que nem Daniel Bernoulli nem Isaac Newton se debruçaram especificamente sobre a questão da sustentação aerodinâmica, embora os princípios físicos enunciados por estes autores tenham aplicação apropriada em diversos campos da Física.

Dizer-se que "os aviões voam por causa de Bernoulli" será no mínimo uma deturpação injusta do trabalho do físico suíço, bem como uma depreciação da importância de outras personagens da Ciência, tais como o Isaac Newton, ou mesmo Leonhard Euler que terá inicialmente apresentado a equação (17) que é atribuída ao primeiro autor, e que, para além do mais, foi quem aplicou com sucesso as Leis de Newton ao escoamento dos fluidos num conjunto de equações que ficou célebre em 1757 (sem embargo à relação apresentada por Bernoulli em 1738 entre pressão e aceleração).

Não querendo pôr as coisas nos termos simplistas "Bernoulli *versus* Newton", não deixa de parecer que o primeiro autor está bastante desenquadrado na questão do **mecanismo** da sustentação. A aceleração tangencial do escoamento, em consequência da diminuição da pressão, está a jusante do mecanismo principal.

A geração de gradientes de pressão é, como se viu, uma consequência das Leis de Newton aplicadas nas condições da aceleração radial de fluido viscoso, e a compatibilidade de Bernoulli na sustentação é remetida, por diversos autores, como Weltner e Ingelman-Sundberg [28], para a equivalência das pressões estáticas às velocidades do escoamento, i.e., a aceleração tangencial do escoamento **em consequência** (e não como causa) da diminuição da pressão estática.



A página educativa, sobre o "Princípio de Bernoulli", do sítio electrónico do Glenn Research Center (NASA), afirma, mesmo, que, "uma vez que a velocidade varia ao longo da linha de escoamento [aceleração tangencial], a "equação de Bernoulli" pode ser usada para computar a alteração da pressão". Mas isto também não explica a produção da sustentação, mas antes permite uma equivalência ou uma quantificação.

Utilize-se ou não o "Princípio de Bernoulli" para fazer equivaler velocidades a pressões, ou vice-versa, este não pode, pois, ser utilizado nos termos da relação de causalidade para explicar a diminuição da pressão no extradorso. Assim, não se pode argumentar que uma maior velocidade de escoamento causa uma diminuição da pressão estática.

Como se viu, nestas condições, um aumento da velocidade, ou pressão dinâmica, não causa uma diminuição da pressão estática, já que a pressão estática é igual à pressão atmosférica envolvente.

Não obstante, outras vertentes há que, baseando-se nas Leis de Newton do movimento, pretendem explicar o mecanismo da sustentação de uma forma um tanto falaciosa porventura – sobretudo quando se centram na componente "*downwash*" do escoamento – na medida em que o que apresentam é **uma equivalência** à quantidade de sustentação produzida no escoamento do ar, mas não o mecanismo.

Na opinião do autor do presente texto, também não será, porventura, necessário considerar diferenças de pressão estática entre o extradorso (depressões) e o intradorso (sobrepessões) para se compreender o princípio da sustentação. Como foi dito, os gradientes de baixas-pressões são consequência da aceleração radial do fluido e da produção de Forças na direcção radial.

Hipoteticamente, se, no vácuo, em experiência, fosse feito escoar um jacto de fluido sobre um perfil convexo, pelas forças de adesão intermoleculares – que funcionam no vácuo, como demonstrado na adesão das patas do *gecko* – o fluido tenderia a aderir e a contornar a curvatura do perfil. Como foi demonstrado, massa em aceleração radial produz Força de reacção centrífuga. O resultado seria, pois, a produção de sustentação dinâmica, ou seja, em situação em que não é razoável nem sequer equacionável um diferencial de pressões entre dorsos.

No intradorso, a componente da Força aerodinâmica obtida corresponde, maioritariamente, à deflexão de vento em contacto com a superfície do perfil, mormente para perfis de intradorso plano e em ângulo de ataque positivo. Tal deflexão pressupõe, igualmente, o estabelecimento de uma curvatura no intradorso e de uma aceleração radial de fluido. Isto é, **para que seja produzida Força de sustentação, a direcção do escoamento tem de ser alterada.**

A explicação com base no equilíbrio de Forças na direcção radial parece ser uma explicação consistente e sem falhas maiores. A Força total é, pois, o resultado do escoamento pelo extradorso e pelo intradorso, pese embora a muito maior influência do extradorso sobre o intradorso, para escoamentos em perfis alares convencionais e ângulos positivos normais.

Curiosamente, uma das grandes confusões à volta da questão da sustentação prende-se com a indistinção que quase sempre surge entre **mecanismo** de produção, **efeitos** da produção e **quantificação** da produção da sustentação. São coisas diferentes, embora relacionadas. O mecanismo da produção foi já abordado neste documento; os seus efeitos, também vistos, são diversos; finalmente, a quantificação tem, porventura, ainda mais abordagens. Se se tiver este cuidado, antes de partir para qualquer das vertentes, parte dessas confusões dissipar-se-ão.

Em síntese, e numa frase, para o mecanismo da sustentação aerodinâmica:

**A Força de sustentação dinâmica é igual à Força de reacção centrífuga gerada na aceleração (radial) do volume de fluido viscoso escoado em torno de um perfil.**

## 12 – Últimas considerações

Mesmo os grandes físicos de princípio do Século XX cometiam, por desconhecimento, erros de interpretação frequentes dos fenómenos aerodinâmicos. O voo e a aviação eram ainda uma novidade e muito havia para conquistar.

Nos séculos XVIII e XIX fizeram-se avanços significativos no estudo teórico dos fluidos. Em 1738, Daniel Bernoulli, na sua mais famosa obra, *Hydrodynamica*, apresentou um estudo relevante sobre os escoamentos em tubagens e explicitou a conservação da energia mecânica aos escoamentos.

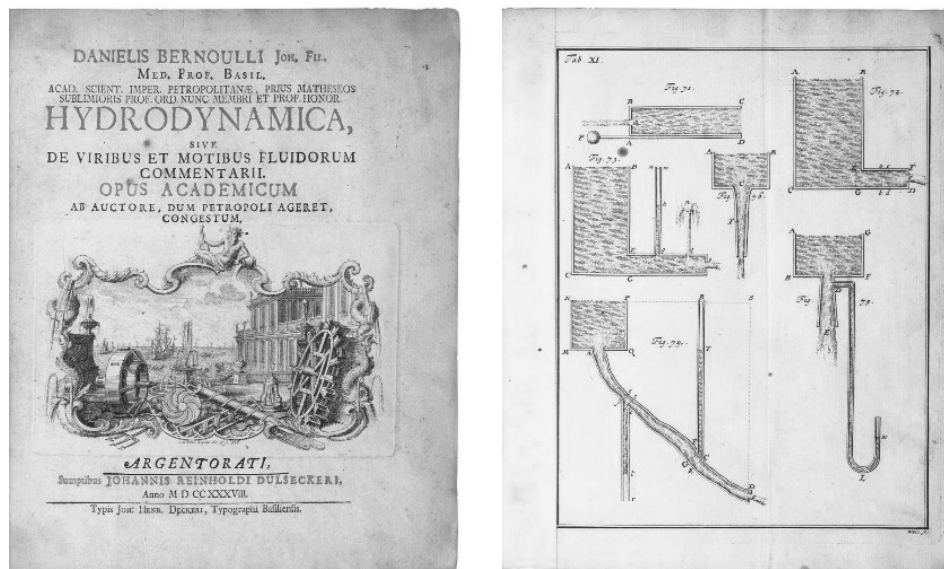


Figura 33 – *Hydrodynamica* (1738), de Daniel Bernoulli.

Leonhard Euler, um dos grandes matemáticos do Séc. XVIII, apresentou, em 1755 em Berlim, à Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres, um trabalho (publicado em 1757) importante sobre o comportamento dos fluidos, apresentando um conjunto apreciável de equações (tridimensionais), desenvolvidas a partir das Leis de Newton para escoamentos invíscidos (v. **Figura 34**).

HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE ROYALE  
DES  
SCIENCES  
ET  
BELLES LETTRES.



A. BERLIN,  
CHEZ HAUDE ET SPENER,  
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.  
MDCCLV.

en supposant la seule  $x$  variable. Donc cette masse fluide  $Z\alpha$  est repoussée dans la direction  $AO$  par la force motrice  $dx dy dz \left(\frac{dp}{dx}\right)$ , ou bien par la force accélératrice  $= \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dx}\right)$ . De même manière on verra que la masse fluide  $Z\beta$  est sollicitée dans la direction  $BO$  par la force accélératrice  $= \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dy}\right)$ , & dans la direction  $CO$  par la force accélératrice  $= \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dz}\right)$ . Ajoutons à ces forces les données  $P, Q, R$ , & les forces accélératrices entières feront :

$$\text{selon la direction } OA = P - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dx}\right)$$

$$\text{selon la direction } OB = Q - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dy}\right)$$

$$\text{selon la direction } OC = R - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dz}\right)$$

XXI. Nous n'avons donc qu'à équaler ces forces accélératrices avec les accélérations actuelles que nous venons de trouver, & nous obtiendrons les trois équations suivantes :

$$P - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dx}\right) = \left(\frac{du}{dt}\right) + u \left(\frac{du}{dx}\right) + v \left(\frac{du}{dy}\right) + w \left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Q - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u \left(\frac{dv}{dx}\right) + v \left(\frac{dv}{dy}\right) + w \left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$R - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dt}\right) + u \left(\frac{dw}{dx}\right) + v \left(\frac{dw}{dy}\right) + w \left(\frac{dw}{dz}\right)$$

Si nous ajoutons à ces trois équations premièrement celle, que nous a fournie la considération de la continuité du fluide :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)$$

Figura 34 – *Principes Généraux du Mouvement des Fluides* (1757), de Leonhard Euler apresentado na Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres, Berlim (1755).

Só na primeira metade do século XIX, seria desenvolvida a teoria dos fluidos viscosos, pelo francês Claude-Louis Navier e pelo britânico George Gabriel Stokes. Ficaram célebres as equações diferenciais dos físicos Navier-Stokes pela sua complexidade e difícil resolução.

O inventor Horatio Phillips realizou diversas experiências com tipos diversos de perfis convexos, com vista a encontrar o "perfil perfeito". Numa patente de 1891 (v. **Figura 35**), descrevia o mecanismo da sustentação através da deflexão, no extradorso convexo, das partículas de ar para cima, causando uma espécie de "vácuo parcial"; no intradorso apontava a forma côncava final como mecanismo de deflexão de ar para baixo e gerador de sobrepressão:

*"The particles of air struck by the convex upper surface (...) are deflected upward (,,) causing a partial vacuum (...). The particles of air under (...) follow the lower convex and concave surface (...) until (...) they are brought to rest. From this point (...) the particles (...) are gradually put into motion in a downward direction, the motion being an accelerating one (...). In this way a greater pressure than the atmospheric pressure is produced on the under surface of the blade."*

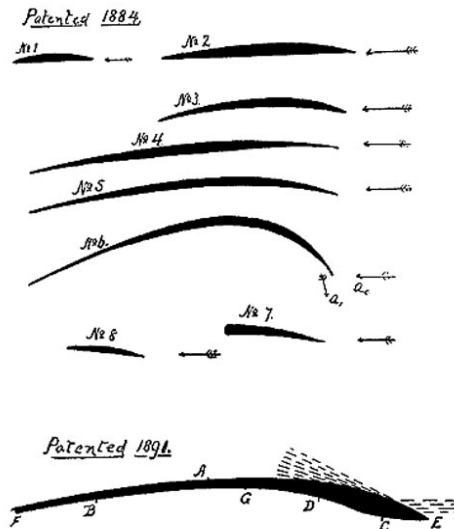


Figura 35 – Patentes de Horatio Phillips (1891).

O pioneiro Otto Lilienthal (1848-1896), que realizou um valioso trabalho de aerodinâmica de base essencialmente empírica, terá sido um dos primeiros a compreender correctamente alguns dos princípios aerodinâmicos. Especialista no desenho de planadores, descreveu o princípio da acção-reacção no voo das aves.

Na obra de Lilienthal (v. **Figura 36**), *der vogelflug als grundlage der fliegekunst (Voo das Aves como Base da Aviação)* de 1889, já era possível encontrar uma descrição pormenorizada sobre a fisiologia das asas das aves e uma explicação física centrada na deslocação de ar para baixo e no princípio da acção-reacção:

*"The air passing the planes is accelerated downwards in both cases. The air below has to go down and the air passing the upper side has to fill the space above (...) The vertical momentum of the air stream makes for the upward force acting on the airfoil."*

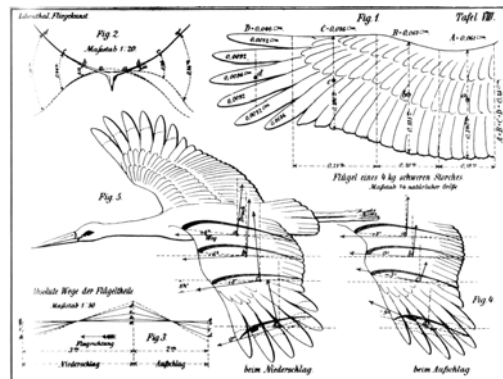


Figura 36 – Base natural para o desenho de perfis alares de Lilienthal.

Como teóricos da Aerodinâmica, merecem ainda referência Martin Wilhelm Kutta e Nikolai Yegorovich Zhukovsky (Joukowski), que desenvolveram a **teoria da asa bidimensional**, para o cálculo da sustentação gerada por um perfil imerso num fluido invíscido. Era utilizado um cilindro como modelo com uma componente de circulação. A sua teoria matemática correspondia a uma **quantificação** mas não a um **mecanismo** propriamente dito, sendo mais uma aproximação à aerodinâmica (teórica) no cálculo de perfis alares.

Analisando o conceito teórico muito por alto, sem aprofundar, a circulação, relacionada com um caudal de fluido circulando em torno de um corpo, tangencialmente à superfície, pode definir-se como a intensidade da rotação do fluido sobre o corpo [19].

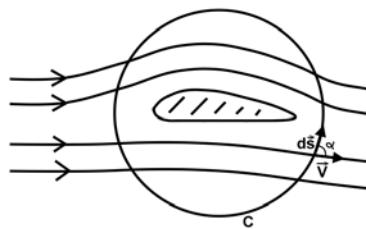


Figura 37 – Circulação em torno de um corpo.

A circulação ( $\Gamma$ ) é definida como o integral da linha da velocidade tangencial numa curva fechada fixa no escoamento;  $\vec{V}$  o vector velocidade de uma partícula qualquer no escoamento;  $d\vec{s}$  o comprimento infinitesimal da linha de corrente no qual a partícula se move:

$$\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{s} \quad (32) \quad \Gamma = \oint V \cdot \cos \alpha \cdot ds \quad (33)$$

A circulação é fixada pela chamada "Condição de Kutta", que diz que um corpo com bordo de fuga afilado que se move num fluido obriga à criação de uma circulação suficientemente forte para que o ponto de estagnação posterior se mantenha no bordo de fuga.

Ao ser combinada com o escoamento no qual o corpo está imerso, a circulação irá modificar o campo de velocidades e de pressões do escoamento em torno do corpo, obtendo-se uma Força resultante, analogamente ao "Efeito Magnus". Para se encontrar a Força sobre o corpo é necessário conhecer o valor da circulação.

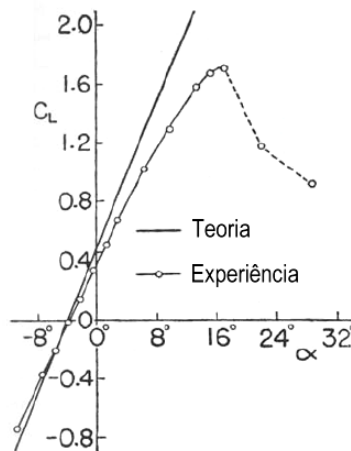
Assim Joukowski formulou, logo na primeira década do séc. XX, uma explicação teórica – **Teorema de Kutta-Joukowski** – para a sustentação, ao pretender mostrar que a sustentação por

unidade de envergadura de um cilindro imerso num escoamento uniforme equivalia à circulação vezes a velocidade do escoamento ( $U_\infty$ ) vezes a massa:

$$Y = \rho \cdot U_\infty \Gamma \quad (34)$$

Depois, pela **Transformação conforme de Joukowski**, através da utilização de variáveis complexas para a transposição geométrica do cilindro para o perfil transformado, podia ser calculada a Força resultante no perfil.

A precisão em ângulos pequenos é assinalável (**Figura 38**), contudo perde-se consideravelmente com o aumento dos ângulos até à perda. O escoamento com ângulos de ataque grandes e o descolamento da camada-limite não é tido em conta pela teoria com base na circulação.



**Figura 38** – Gráfico de  $CL$  vs  $\alpha$  de um "NACA 4412".

O físico alemão Ludwig Prandtl foi provavelmente o primeiro cientista a aplicar, cientificamente, os princípios da mecânica dos fluidos à aerodinâmica. Pelo trabalho desenvolvido em mecânica de fluidos, nomeadamente a sua teoria da "camada-limite", "*grenzschicht*", Prandtl foi considerado por muitos como o "pai da Aerodinâmica moderna".

Um dos contributos que poderão ter levado ao princípio errado dos "tempos de trânsito iguais" foi o desenho do físico alemão Ludwig Prandtl [20], de 1922, onde se pode observar as posições relativas das partículas de ar junto aos dois dorsos, sempre na mesma simetria de posicionamento vertical (**Figura 39**).

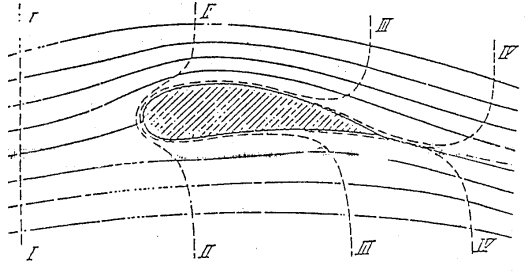


Figura 39 – *Applications of Modern Hydrodynamics to Aeronautics* (1922).

Também Frederick Lanchester, mais tarde com uma ajuda de fundamentação matemática de Prandtl, introduziu uma teoria matemática para tentar quantificar a sustentação aerodinâmica, através da **teoria da asa tridimensional** ou a **teoria da linha de sustentação de Prandtl** como ficou conhecida, para asas de envergadura finita.

A teoria de Lanchester assentava no pressuposto de que a sustentação era consequência da circulação de ar em torno de uma asa tridimensional e finita, que se desenvolvia ao longo da envergadura e que nas extremidades resultava em vórtices. A deflexão de ar para baixo, resultante da circulação e do sistema de vórtices, equivalia a um campo de velocidades. A energia cinética desse campo de deflexão corresponderia à sustentação.

Esta teoria tinha, tal como as outras, insuficiências sérias, uma vez que também não se ajustava aos ângulos de ataque elevados, à imagem da teoria dos matemáticos Kutta-Joukowski, não era aplicável a asas com varrimento nem de envergadura pequena. Tal como as outras teorias matemáticas, esta tinha limitações, apesar de ser útil para a quantificação da sustentação em casos específicos. Seria, assim, também mais uma tentativa de **quantificação** matemática mas não propriamente **um mecanismo** físico da sustentação.

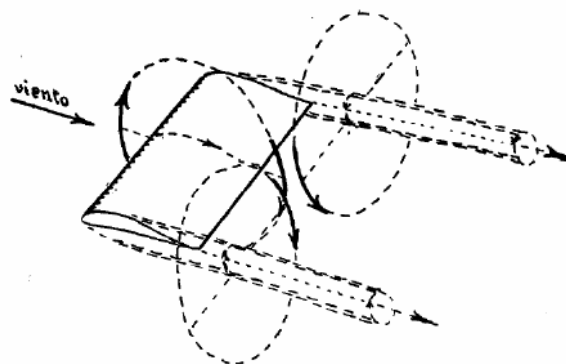


Figura 40 – Circulação e sistema de vórtices na teoria de Lanchester-Prandtl.



Outros físico de destaque, da mesma escola de Göttingen, foram Theodore von Kármán e Max Munk que seguiram os passos do mestre, Prandtl.

Depois dos anos vinte [28], quando a aviação começou a ser divulgada e popularizada, terá surgido a explicação deturpadora para o mecanismo com base no "Princípio de Bernoulli", numa inversão da relação causa-efeito. E para tentar aumentar a credibilidade desta nova explicação, terá surgido o princípio dos "tempos de trânsito iguais" e a exclusividade de perfis assimétricos.

Desde então que a confusão relacionada com o fenómeno da sustentação era muita, e terá afectado inclusivamente o Albert Einstein que, enquanto consultor na Luft-Verkehrs-Gesellschaft (LVG), caiu no erro de conceber um perfil alar com uma curvatura a meio da corda, uma inovação para tentar aumentar a sustentação.



**Figura 41 – Perfil concebido por Albert Einstein.**

Tal perfil seria testado experimentalmente num túnel de vento de Göttingen e numa aeronave da fábrica. Em ambos os casos, o novo *design* conceptual revelar-se-ia um autêntico "flop". Em 1954, quando o "Princípio de Bernoulli" tinha já sido fortemente assimilado pela sociedade, em aplicação ao mecanismo da sustentação, Einstein escrevera:

*"Although it is probably true that the principle of flight can be most simply explained in this way it by no means is wise to construct a wing in such a manner". [31]*

Os pioneiros da aviação e da aerodinâmica embora não compreendendo o mecanismo da sustentação na sua total abrangência, tinham, contudo, a óbvia desculpa da novidade e da falta de pesquisa e conhecimento sobre o assunto.

Actualmente, a informação disponível ao público é imensa e assustadoramente diversificada. É preciso saber identificar e filtrar a informação para impedir que concepções erradas persistam. Tal tarefa poderá afigurar-se difícil dada essa enorme variedade e quantidade de informação "contaminada", a sua ampla divulgação e longa duração. Nestes trâmites, este trabalho pretendeu contribuir, na sua medida, para uma possível "descontaminação", almejando uma equivalência possível entre a "Sociedade da Informação" e a "Sociedade do Conhecimento".

## REFERÊNCIAS

### Livros de referência :

- [1] ANDERSON, David & EBERHARDT, Scott; *Understanding Flight*; McGraw-Hill; 2001.
- [2] ANDERSON, John, Jr.; *Introduction to Flight*; McGraw-Hill; 5ª edição; 2004.
- [3] BERNOULLI, Daniel; *Hydrodynamica: sive de viribus et motibus fluidorum commentarii*; J. R. Dulseckeri; 1738.
- [4] CLANCY, L. J.; *Aerodynamics*; Pitman Publishing; London; 1975.
- [5] CRAIG, Gale M.; *Stop Abusing Bernoulli! - How Airplanes Really Fly*; Regenerative Press; 1998.
- [6] EULER, Leonhard; "Principes Généraux du Movement des Fluides" in *Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*; 1757.
- [7] HERRERA, E.; *Aerotecnica*, Gráficas Ruiz Ferri; Madrid; 1936.
- [8] JOUKOWSKI, N; *Aérodynamique*; Gauthier-Villars et Cie., 1916.
- [9] KARLSON, Paul; *El Hombre Vuela: Historia y Técnica del Vuelo*; Editorial Labor; 1940.
- [10] KÁRMÁN, Theodore; *Aerodynamics – Selected Topics in the Light of their Historical Development*; 1954.
- [11] KERMODE, A. et al; *Mechanics of Flight*; Prentice Hall; 11ª edição; 2006.
- [12] LILIENTHAL, Otto; *Birdflight as the Basis of Aviation*, Longmans, Green and Co.; 1911.
- [13] MONTEITH, Charles N.; *Simple Aerodynamics*; 3ª edição; 1928.
- [14] TENNEKES, Henk; *The Simple Science of Flight: from Insects to Jumbo Jets*; The MIT Press; 1997.

### Papers e trabalhos publicados :

- [15] ANDERSON, David & EBERHARDT, Scott; *A Physical Description of Flight*.  
<http://home.comcast.net/~clipper-108/lift.pdf>
- [16] ANDERSON, David & EBERHARDT, Scott; *The Newtonian Description of Lift of a Wing*.  
[http://home.comcast.net/~clipper-108/Lift\\_AAPT.pdf](http://home.comcast.net/~clipper-108/Lift_AAPT.pdf)
- [17] DARRIGOL, Olivier & FRISCH, Uriel; *From Newton's Mechanics to Euler Equations*.  
[www.oca.eu/etc7/EE250/texts/darrigol-frisch.pdf](http://www.oca.eu/etc7/EE250/texts/darrigol-frisch.pdf)
- [18] FLETCHER, Neville; *Mechanics of Flight*, Physics Education, 1975.
- [19] KLIEWER, David; *Análise de perfis aerodinâmicos Joukowski*.  
[http://143.54.70.55/pss/diploct/David\\_Kliewer\\_A.pdf](http://143.54.70.55/pss/diploct/David_Kliewer_A.pdf)
- [20] PRANDTL, Ludwig; *Applications of Modern Hydrodynamics to Aeronautics*; 1922.  
[http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930091180\\_1993091180.pdf](http://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19930091180_1993091180.pdf)

- [21] SMITH, Norman; *Bernoulli and Newton in Fluid Dynamics*; Physics Teacher; 1972.
- [22] SMITH, Norman; *Bernoulli and Newton and Fluid Dynamics, Part II. Dynamic Lift: Bernoulli or Newton?*; School Science and Mathematics, 1973.
- [23] SUAY, Juan Miguel; *¿Por qué vuela un avión? La eterna pregunta*;  
<http://www.curiedigital.net/curiedigital/2004/VIIIJ/Porque-Vuela-Avion-teoria-JuanMiguelSuay.pdf>
- [24] WALTHAM, Chris; *Flight Without Bernoulli*; Univeristy of British Columbia.  
<http://www.physics.ubc.ca/~waltham/air/FwB.pdf>
- [25] WELTNER, Klaus; *A Comparison of Explanations of the Aerodynamic Lifting Force*; American Journal of Physics Vol 55, No.1, 50-54, 1987.
- [26] WELTNER, Klaus *et al*; *A Dinâmica dos Fluidos Complementada e a Sustentação da Asa*; RevBrasEnsFís, 2001 <http://www.scielo.br/pdf/rbef/v23n4/v23n4a09.pdf>
- [27] WELTNER, Klaus & INGELMAN-SUNDBERG, Martin; *Misinterpretations of Bernoulli's Law*; Univ. Frankfurt. <http://user.uni-frankfurt.de/~weltner/Mis6/mis6.html>
- [28] WELTNER, Klaus & INGELMAN-SUNDBERG, Martin; *Physics of Flight – reviewed*; Univ. Frankfurt.  
<http://user.uni-frankfurt.de/~weltner/Flight/PHYSIC4.htm>

#### **Sítios da Internet:**

- [29] DENKER, John S.; *See How It Flies*. <http://www.av8n.com/how/>
- [30] HEPPELLE, Martin, *Velocity and Pressures Distribution*.  
<http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/velocitydistributions.htm>
- [31] RASKIN, Jeff; *Coanda Effect: Understanding Why Wings Work*.  
[http://jef.raskincenter.org/published/coanda\\_effect.html](http://jef.raskincenter.org/published/coanda_effect.html)
- [32] University of Genoa, Faculty of Engineering; *Irrotational Plane Flows of an Inviscid Fluid*.  
<http://www.diam.unige.it/~irro/>