

4300255 – Mecânica dos corpos rígidos e Fluidos
1ª Lista de Exercícios, Março de 2024

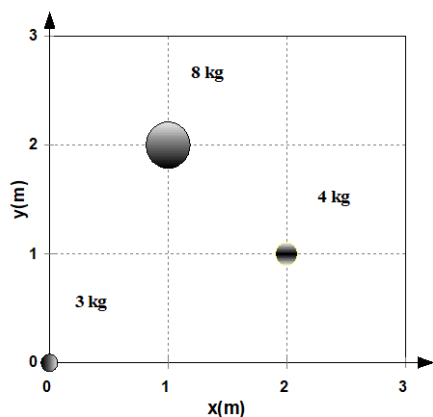


Figura 1

1. Onde está o CM das 3 partículas mostradas na figura 1 ao lado?

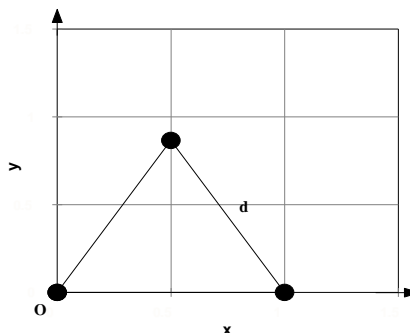


Figura 2

2. Considere 3 corpos iguais de massa m localizados nos vértices de um triângulo equilátero de lado d , conforme a figura 2. Calcule as coordenadas do CM desse sistema.

3. Quatro partículas têm as seguintes massas e coordenadas:

$$M_a = 5,0 \text{ kg}; x_a = y_a = 0,0 \text{ cm};$$

$$M_c = 2,0 \text{ kg}; x_c = 3,0; y_c = 0,0 \text{ cm};$$

$$M_b = 3,0 \text{ kg}; x_b = y_b = 8,0 \text{ cm};$$

$$M_d = 6,0 \text{ kg}; x_d = -2,0; y_d = -6,0 \text{ cm};$$

(a) Represente esses 4 corpos num plano x - y ;

(b) Determine as coordenadas x_{cm} e y_{cm} do centro de massa desse sistema.

4. Encontre as coordenadas do CM de um aro fino semicircular de massa M e raio R , centrado na origem do sistema de coordenadas.

5. Encontre as coordenadas do centro de massa de uma placa quadrada de massa M e lado L , homogênea exceto pelos 2 buracos circulares conforme mostra a figura 3 ao lado.

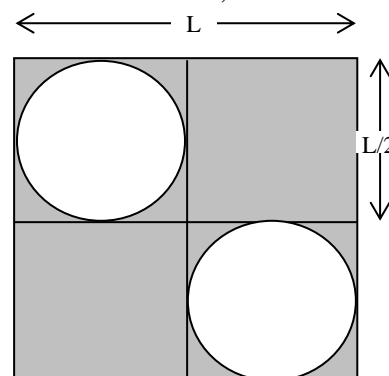


Figura 3

6. a) Calcule a posição do centro de massa de: a) um cone homogêneo. b) uma casca cônica.

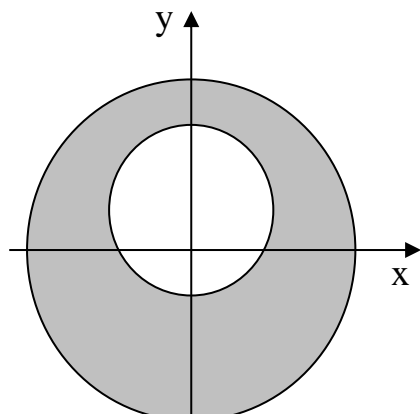


Figura 4

7. Calcule as coordenadas do CM da placa homogênea indicada na figura 4 ao lado. Trata-se de um disco com raio de 1 m, em cujo interior há um buraco circular com raio de 0,5 m. A separação entre os centros dos círculos é de 0,25 m.

8. Um taco de beisebol tem o comprimento L e a densidade linear de massa dada por $\lambda = \lambda_0 (1 + x^2/L^2)$. Localize a coordenada X do centro de massa em termos de L .

9. Considere 3 barras com 1 m de comprimento, cilíndricas e homogêneas, posicionadas em arestas de um cubo conforme mostra a figura 5. Determine o centro de massa deste conjunto no sistema de coordenadas indicado na mesma.

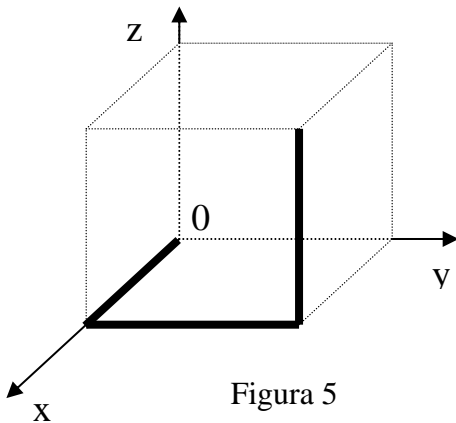


Figura 5

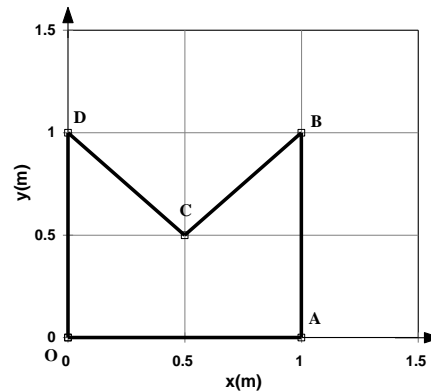


Figura 6

10. Considere a placa homogênea OABCD ilustrada na figura 6.

- Encontre as coordenadas do centro de massa, considerando que a placa é formada por 3 triângulos iguais.
- Mostre que o mesmo resultado é obtido calculando-se o centro de massa do quadrado OABD e removendo-se o triângulo BCD.

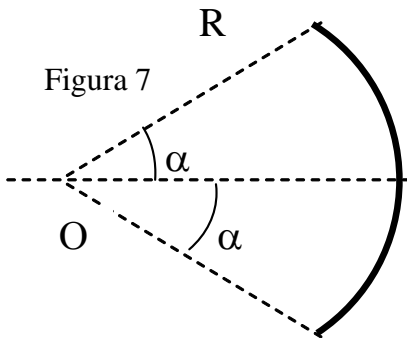


Figura 7

11. Determine o centro de massa do arco de circunferência mostrado na figura 7 ao lado (note que não é um setor circular mas um pedaço de um anel, com comprimento $2\alpha R$ onde α está em radianos).

- Calcule o centro de massa de uma placa homogênea com a forma da figura 8.a ao lado, limitada pela parábola $y=\alpha x^2$ e a reta $y=\alpha L^2$.
- Calcule o centro de massa de uma placa homogênea com a forma da figura 8.b, usando o resultado do item a) e decompondo a figura do 8.a num pedaço idêntico ao da figura 8.b e noutro em que você possa usar o resultado do item a) para calcular o centro de massa.

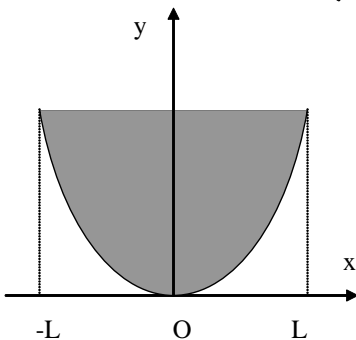


Figura 8.a

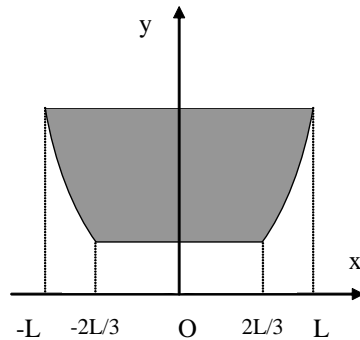


Figura 8.b

Sistemas de duas partículas

13. Um utilitário com 2000 kg de massa move-se ao longo de uma estrada reta a 90 km/h. Inicialmente, ele é seguido por um gol com 900 kg de massa a 60 km/h.

- Faça um esboço que represente a situação e marque o Centro de Massa (CM) do sistema.
- Qual é a velocidade do centro de massa dos dois carros que estão se movendo?
- A situação se inverte e, na mesma estrada reta, o gol está se movendo a 90 km/h e é seguido pelo utilitário, a 60 km/h. Qual é a velocidade do centro de massa dos dois carros que estão se movendo, nessa nova situação?
- Interprete a diferença entre as respostas aos itens b) e c).

14. (HRK E 7.5) Duas partículas P e Q estão inicialmente em repouso, separadas de 1,64 m. P tem 1,43 kg de massa e Q , 4,29 kg; P e Q atraem-se com uma força constante de módulo $1,79 \cdot 10^{-2}$ N. Nenhuma força externa atua no sistema.

a) Descreva o movimento do centro de massa.

b) A que distância da posição original de P as partículas irão colidir?

Conservação da quantidade de movimento

15. Um projétil de 10 g (= 0,010 kg) é disparado contra um alvo de 1,2 kg que está sobre uma mesa sem atrito. O projétil atravessa o alvo e sai com velocidade de 100 m/s pelo outro lado. O alvo adquire a velocidade de 4,0 m/s. Calcule a velocidade inicial do projétil.

16. (RHK E 6.20 re-escrito) Na figura abaixo, os blocos deslizam sem atrito. As massas de A e B são 1,6 e 2,4 kg, respectivamente. a) Calcule a velocidade do centro de massa. b) Qual a velocidade u do bloco A após a colisão? c) Calcule a velocidade de cada bloco em relação ao centro de massa após a colisão. d) A colisão é elástica? Justifique sua resposta.

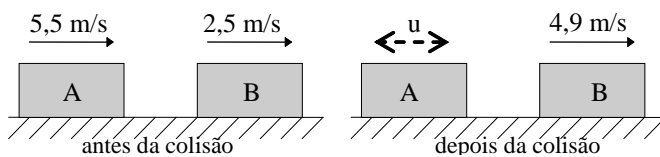


Figura 9

17. Uma bala de 5,0 g incide sobre um pêndulo balístico de massa igual a 2,0 kg com velocidade de 400 m/s, atravessa-o e emerge do outro lado a uma velocidade de 100 m/s. Calcule a velocidade do pêndulo logo após a bala atravessá-lo.

18. (RHK E 6.17) Um homem de 75,2 kg está dirigindo um carrinho de 38,6 kg que viaja à velocidade de 2,33 m/s. Ele salta do carrinho e ao interagir com o chão, a componente horizontal da sua velocidade é nula. Encontre a variação da velocidade do carrinho.

19. Em um jogo de bilhar, uma bola atinge outra bola com igual massa que está inicialmente em repouso. Após a colisão, a primeira bola move-se com 3,50 m/s ao longo de uma linha que faz um ângulo de $65,0^\circ$ com a direção do seu movimento original. A segunda bola adquire uma velocidade de 6,75 m/s. Usando a conservação da quantidade de movimento, encontre: a) o ângulo entre a direção do movimento da segunda bola e a direção do movimento original da primeira bola, b) a velocidade original da primeira bola e c) calcule a velocidade do centro de massa v_{CM} antes e depois da colisão.

20. Um objeto de 5,0 kg, à velocidade de 30 m/s, bate numa placa de aço num ângulo de 60° com a perpendicular à placa e é refletida em um ângulo de 30° com velocidade do mesmo módulo, conforme figura 10, ao lado.

a) Calcule o vetor variação da quantidade de movimento do objeto.

b) Sendo 1,0 ms (= 0,0010 s) o tempo de colisão, determine a força média do objeto sobre a placa. Faça um esboço da placa e represente o vetor força, identificando o ângulo da força em relação à placa.

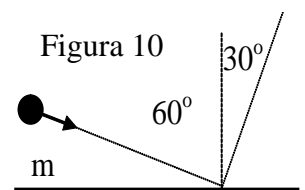


Figura 10

21. Um objeto A cuja massa é 2,0 kg e está a uma velocidade $v_A = v$ choca-se elasticamente com um objeto B que está parado; o objeto A continua a se mover no sentido original, mas com velocidade reduzida a $u_A = v/4$. Resolva esse problema no referencial do Centro de Massa (CM), lembrando que numa colisão elástica $v_{A(CM)} = -u_{A(CM)}$ onde $v_{A(CM)}$ e $u_{A(CM)}$ representam as velocidades de A em relação ao CM antes e após a colisão, respectivamente, determine a massa do objeto que estava parado.

22. (RHK E 6.25) Dois objetos A e B se chocam. A massa de A é 2,0 kg e a de B é 3,0 kg. Suas velocidades antes da colisão eram respectivamente $\vec{v}_{iA} = 15\vec{i} + 30\vec{j}$ e $\vec{v}_{iB} = -10\vec{i} + 5\vec{j}$. Após a colisão, $\vec{v}_{fA} = -6\vec{i} + 30\vec{j}$. Todas as velocidades estão em m/s. Qual a velocidade final de B ?

23. (RHK P 6.12) Duas bolas A e B, de massas diferentes e desconhecidas, se chocam. A está inicialmente em repouso e o módulo da velocidade de B é v . Depois do choque, B tem velocidade cujo módulo é $v/2$ e se move perpendicularmente à sua direção original. a) Determine a direção em que a bola A se move após a colisão. b) Você pode determinar a velocidade de A com a informação dada? Explique.

24. Uma granada, de 400 g, é lançada do solo com uma velocidade de 20 m/s, inclinada 45° com relação à horizontal. Ao atingir o ponto mais alto da trajetória a granada explode em duas partes, sendo a menor com 100 g. Sabendo-se que esse pedaço menor desce verticalmente do ponto da explosão e que os dois pedaços batem no solo no mesmo instante. a) A que distância do ponto de lançamento caiu o outro pedaço? b) Qual a velocidade de cada pedaço ao atingir o solo?

25. Um núcleo de massa $2m$ e velocidade \vec{v} colide com um núcleo estacionário de massa $10m$. Após a colisão, observa-se que o núcleo de massa $2m$ tem uma velocidade \vec{v}_1 cuja direção é perpendicular à que ele tinha antes da colisão e o núcleo de massa $10m$ tem velocidade \vec{v}_2 cuja direção faz um ângulo θ com a direção de \vec{v} tal que $\sin \theta = 3/5$. Quais as magnitudes de \vec{v}_1 e \vec{v}_2 ?

26. Uma pessoa com $m = 70$ kg está a bordo de um balão de $M = 180$ kg. Na massa M estão incluídos o balão propriamente dito, a cesta e demais equipamentos de bordo. Do balão pende uma longa escada de corda, de massa desprezível, cujos degraus distam 40 cm um do outro. A pessoa então desce 50 degraus pela escada. Nesse instante, estando parada *tanto em relação ao balão quanto em relação ao solo*, olha para baixo e percebe que a extremidade inferior da escada está justo tocando a terra e que entre ela (a pessoa) e o solo existem exatos 100 degraus. Descrevendo de modo conciso o raciocínio usado na resolução, calcule:

- a) quantos degraus a pessoa deve descer para chegar ao solo?
 Se, ao contrário, a pessoa resolve voltar ao balão:
 b) que pedaço da corda ficará deitado no chão no fim de seu movimento?

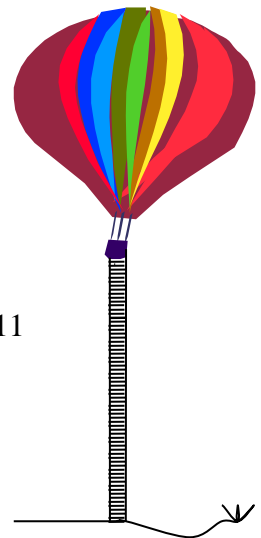
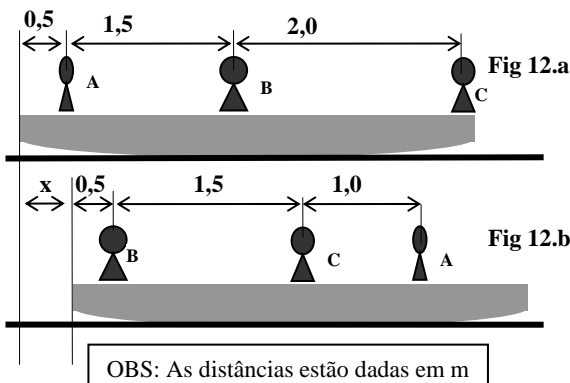


Figura 11



27. A jovem A, o capitão B e o marinheiro C, possuem massas de 50, 85 e 68 kg, respectivamente, e estão sentados em um bote com 40 kg de massa, que está em repouso em águas paradas, conforme a figura 12.a. Despreze qualquer resistência ao movimento oferecida pela água. Se as três pessoas mudam suas posições como mostrado na figura 9.b,

- a) determine a distância x .
 b) A sequência ou duração da troca de posições afeta o

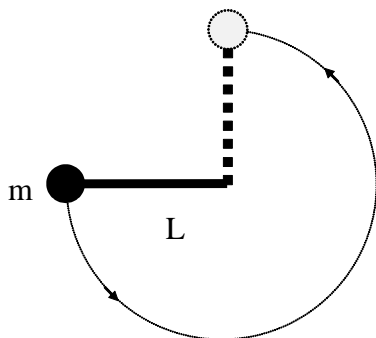
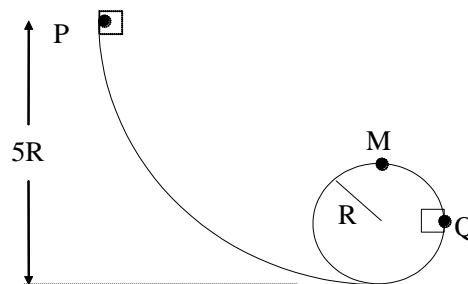
resultado final? Justifique sua resposta.

c) Qual deveria ser o deslocamento para que a distância x fosse máxima? Justifique sua resposta.

Conservação da energia mecânica – Energia potencial gravitacional

28. Um pequeno bloco de massa m escorrega ao longo de uma pista sem atrito em forma de aro, como mostra a figura ao lado.

- Se o bloco parte do repouso no ponto P, qual é a força resultante que atua no bloco em Q?
- Qual a menor altura do ponto P que permite ao bloco passar pelo ponto M sem descolar da pista?



29. (RHK 12-P.2). Uma bola de massa m está amarrada a uma das extremidades de uma haste muito leve de comprimento L . A outra extremidade da haste está apoiada num pino, de modo que a haste pode mover-se num plano vertical. A haste é colocada horizontalmente, conforme a figura ao lado, e empurrada para baixo, de modo que gira em torno do pino e alcança a posição vertical com velocidade zero. Qual a velocidade inicial transmitida à bola?

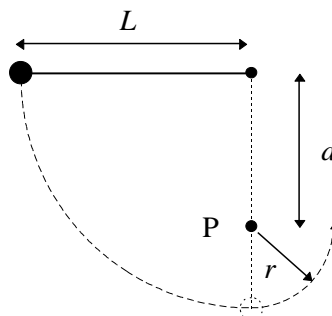
30. Um bumerangue com 125 g é arremessado de uma altura de 1,06 m acima do solo com velocidade igual a 12,3 m/s. Quando ele alcança a altura de 2,32 m, sua velocidade é 9,57 m/s.

- Qual é o trabalho realizado sobre o bumerangue pela força da gravidade?
- Quanta energia cinética foi perdida devido à resistência do ar? Ignore o giro do bumerangue.

31. (RHK 12-E.6, ligeiramente modificado) Um homem de 110 kg pula sobre uma rede de salvamento situada 10 m abaixo e a rede estica 1,3 m antes de parar e jogá-lo no ar. Qual a energia potencial da rede esticada, supondo não haver dissipação de energia por forças não-conservativas?

32. (RHK 12-P.8) O fio da figura tem comprimento $L=120$ cm e a distância d ao pino fixo P é 75,0 cm. Quando se abandona a bola a partir do repouso na posição mostrada, ela oscilará ao longo do arco tracejado. Qual será sua velocidade:

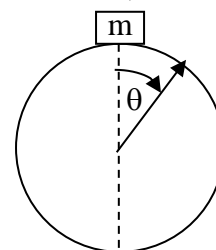
- quando alcançar o ponto mais baixo do movimento?
- quando alcançar o ponto mais elevado depois que o fio encostar-se no pino?



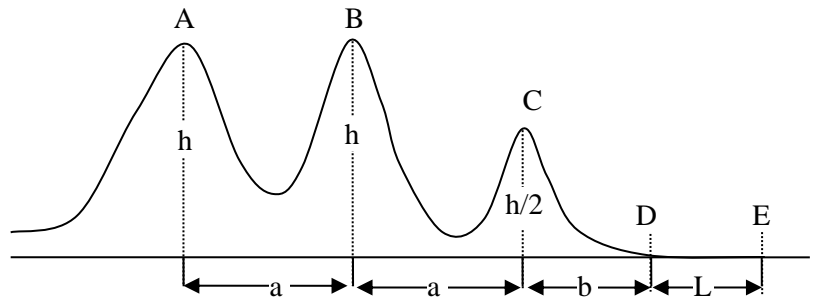
33. (RHK 12-P.9) Mostre que a condição para a bolinha do pêndulo do exercício anterior completar uma volta inteira ao redor do pino é $d > 3L/5$. Dica: Determine que velocidade a bolinha deve ter no alto da trajetória para que o fio não afrouxe.

34. Uma massa puntiforme m parte do repouso e desliza sobre a superfície de uma esfera, sem atrito, de raio r . Meça os ângulos a partir da vertical e a energia potencial a partir do topo. Ache:

- a variação de energia potencial da massa com o ângulo.
- a energia cinética como função do ângulo.
- as acelerações radial e tangencial em função do ângulo.
- o ângulo θ_a em que a massa desencosta da esfera.



35. (RHK 12-E.9) Um carro de montanha russa, de massa m , inicia seu movimento no ponto A com velocidade v_0 , como mostra a figura, movendo-se sem atrito com a pista e com o ar. Suponha que ele possa ser considerado como uma partícula e que permaneça sempre sobre o trilho.



a) Qual será a velocidade do carro nos pontos B e C?

b) Que desaceleração constante é necessária para detê-lo no ponto E se ele começar a ser freado no ponto D?

36. Uma bolinha amarrada a um fio de comprimento $l = 1,00$ m gira num plano vertical, de modo que passa pelo ponto mais alto com velocidade v_{\min} igual à mínima necessária para descrever o círculo completo. Despreze os efeitos do atrito ao responder as questões abaixo.

a) Esboce o diagrama de corpo livre da bolinha no ponto mais alto da trajetória.

b) Determine a relação de v_{\min} com o comprimento do fio e a aceleração da gravidade e justifique porque v_{\min} não depende da massa da bolinha.

c) Determine a massa da bolinha se o módulo da tração no fio no ponto mais baixo é 4,5 N maior que no ponto que fica à mesma altura do centro do círculo.

37. Um pêndulo é formado por um corpo de massa $m = 1,0$ kg pendurado no teto por um fio de comprimento 1,0 m. O corpo é deslocado da posição de equilíbrio até que o fio fique esticado na direção horizontal. O corpo é abandonado dessa posição. Calcule:

a) o trabalho da força de tração do fio sobre o corpo, do início do movimento até o ponto mais baixo da trajetória.

b) o trabalho da força peso, do início do movimento até o ponto mais baixo da trajetória.

c) de qual posição angular (medida em relação à vertical), o corpo deve ser abandonado de forma a atingir o ponto mais baixo da trajetória com velocidade $v = 2,0$ m/s.

Conservação da quantidade de movimento em um sistema de partículas

38. Um barco em repouso explode, partindo-se em três pedaços. Dois deles, um com o dobro da massa do outro, têm velocidades de módulo igual a 31 m/s e são perpendiculares entre si. A massa do terceiro pedaço é o triplo da massa do mais leve de todos. Determine o módulo e a direção da velocidade do pedaço mais pesado imediatamente após a explosão. (Especifique a direção dando o ângulo em relação à velocidade do pedaço mais leve.)

39. (HRK E 7.18) Um vagão de trem está se movendo ao longo de um trilho sem atrito a uma velocidade com intensidade de 45,0 m/s. Montado sobre o vagão e apontando para a frente, está um canhão que dispara balas com 65,0 kg com uma velocidade de disparo com intensidade de 625 m/s em relação ao canhão. A massa total do vagão, do canhão e do grande suprimento de munição é de 3500 kg. Quantas balas devem ser disparadas para que o vagão seja trazido o mais próximo possível do seu repouso?

40. Um garoto de massa 30 kg, correndo a 2,5 m/s salta sobre um carrinho de massa 10 kg, que estava parado, permanecendo sobre ele.

a) Determine a velocidade do conjunto carrinho+garoto depois que ambos estiverem andando juntos.

b) Em seguida, o garoto começa a andar sobre o carrinho com velocidade de 0,5 m/s, relativa ao carrinho, dirigindo-se para a frente do mesmo. Qual a nova velocidade do carrinho?

c) Quando o garoto chega a extremidade do carrinho, ele pula para a frente, com velocidade de 1,0 m/s em relação ao carrinho. Com que velocidade fica o carrinho depois disso?

Desafio: Se a velocidade do carrinho for u m/s para a direita e o garoto de massa m kg saltar para a esquerda com velocidade, em relação ao carrinho, v m/s, qual será a variação de velocidade do carrinho?

Suponha que o carrinho esteja inicialmente em repouso e sobre ele existam n garotos. Se cada garoto saltar sucessivamente com velocidade v m/s, eles transmitiriam ao carrinho maior velocidade do que seria transmitida se todos saltassem ao mesmo tempo? Justifique.

41. Um canhão montado sobre uma carreta, apontado numa direção que forma um ângulo de 30° com a horizontal, atira uma bala de 50 kg, cuja velocidade na boca do canhão é 300 m/s. A massa total do canhão e da carreta é 5 toneladas.

- Calcule a componente horizontal da velocidade inicial de recuo da carreta.
- Se o coeficiente de atrito cinético é 0,7, de que distância a carreta recua?

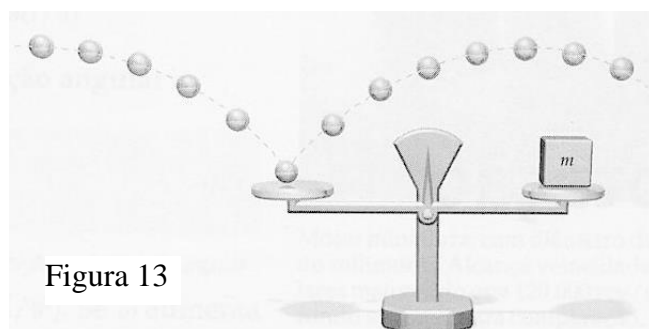
42. Um corpo de 3 kg move-se para a direita, a 5 m/s, e outro, de 3 kg, move-se para a esquerda a 2 m/s. a) Calcule a energia cinética total do sistema dos dois corpos no referencial mencionado. b) Calcule a velocidade do centro de massa do sistema dos dois corpos. c) Calcule as velocidades dos dois corpos em relação ao centro de massa. d) Calcule a energia cinética do movimento dos dois corpos em relação ao centro de massa. e) Mostre que a resposta da parte a) é maior do que a resposta da parte d) e que a diferença entre elas é a energia cinética do centro de massa.

43. Um projétil de massa $m = 3$ kg, é disparado com a velocidade inicial de 120 m/s, sob um ângulo de 30° . No topo da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas 1 kg e 2 kg. Este fragmento de 2 kg chega ao solo na vertical do ponto da explosão, 3,6 s depois da fragmentação. a) Determine a velocidade do fragmento de 1 kg imediatamente depois da explosão. b) Calcule a distância entre o ponto de disparo e o ponto de chegada do fragmento de 1 kg ao solo. c) Determine a energia liberada na explosão.

44. Uma garota de 55 kg pula para fora de uma canoa de 75 kg que está flutuando em repouso. Se a velocidade do pulo para a direita for de 2,5 m/s, qual a velocidade da canoa imediatamente depois do pulo?

45. Uma bomba de massa m e velocidade v explode no ar dividindo-se em dois fragmentos iguais. No instante da explosão a velocidade da bomba era horizontal em relação à Terra, e logo depois da explosão um dos fragmentos tinha velocidade de módulo v , dirigida na vertical. Determine a velocidade v' do outro fragmento.

46. Uma corrente de contas de vidro, cada qual com a massa de 0,5 g, é disparada por um tubo horizontal à taxa de 100 por segundo (figura 13). As contas caem 0,5 m sobre o prato de uma balança e quicam até a altura inicial. Que massa deve ser colocada no outro prato da balança para manter o equilíbrio?

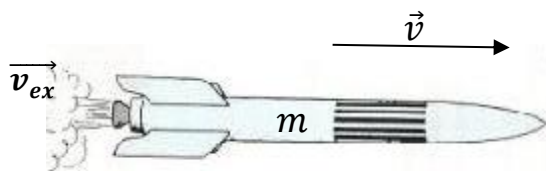


47. Muitas aplicações da conservação do momento envolvem também a conservação de energia. Eis um exemplo: uma colisão elástica entre dois corpos é definida como uma colisão na qual a energia cinética total dos dois corpos é a mesma que antes. (Um exemplo familiar é a colisão entre duas bolas de bilhar, que geralmente perdem extremamente pouco de sua energia cinética total, como na forma de ondas sonoras, por exemplo.) Considere uma colisão elástica entre dois corpos de massas iguais, um dos

quais está inicialmente em repouso. Antes da colisão a partícula 1 possui uma velocidade igual a \vec{v}_1 e \vec{v}_2 está parada, $\vec{v}_2 = \mathbf{0}$, depois da colisão elas possuem velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 . (a) Escreva a equação vetorial representando a conservação do momento e a equação escalar que expressa que a colisão é elástica. (b) Use esses resultados para mostrar que o ângulo entre \vec{v}_1 e \vec{v}_2 é 90° . Este resultado foi importante na história da física atômica e nuclear: dois corpos que sofreram uma colisão, movendo-se com trajetórias perpendiculares era uma forte sugestão de que eles tinham a mesma massa e tinham sofrido uma colisão elástica.

48. Um belo exemplo do uso da conservação do momento é a análise da propulsão de um foguete. Sem um agente externo para empurrar ou ser empurrado, como um objeto pode se mover? A resposta é que o motor de um foguete é desenvolvido para lançar o combustível gasto para fora por trás do foguete e, pela terceira lei de Newton, a massa de combustível queimado empurra o foguete para frente.

Considere o foguete ilustrado na figura abaixo, com massa m viajando na direção positiva de x , e ejetando combustível gasto com uma velocidade de propulsão \vec{v}_{ex} , relativa ao foguete.



(a) Como o foguete está ejetando massa, a massa m do foguete está decrescendo constantemente. Calcule o momento do foguete em um instante inicial t . Depois, calcule o momento do foguete em um instante $t + dt$. (considere dm negativo, pois a massa está sendo expelida). (b) Agora, calcule o momento total do sistema (combustível mais foguete), nesse instante posterior. Em seguida, calcule a mudança do momento total.

Dica: desconsidere o produto $dm dv$.

(c) Assumindo que não hajam forças externas sobre o sistema obtenha a propulsão do foguete.

(Dica: como $\sum \vec{F}_{ext} = \mathbf{0}$, então $d\vec{P} = \mathbf{0}$. Divida ambos os lados da equação por dt e considere que $m\vec{v}$ = propulsão).

(d) (Bônus) Obtenha a expressão para a velocidade do foguete.