Aula 3

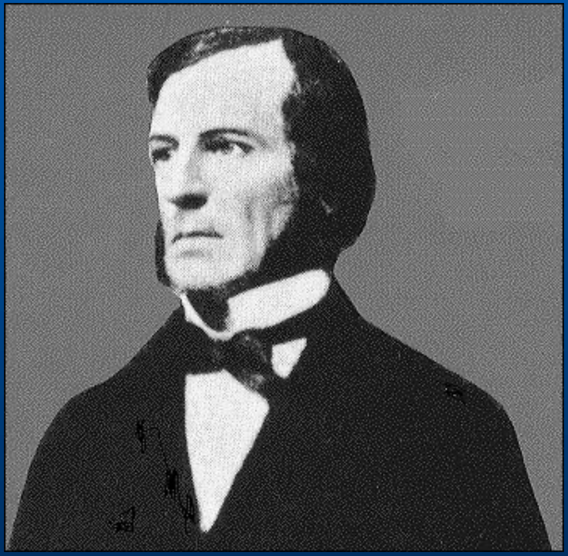
Álgebra de Boole

SEL 0414 - Sistemas Digitais

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

Lógica Booleana - 1857

- George Boole;
- Matemático inglês que criou a **álgebra booleana**: operações matemáticas por símbolos ao invés de números;
- Criou a lógica matemática e o sistema binário.



1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(a) Complemento

$\bar{A}$ = complemento de A

- A = 0 ➡ $\bar{A}$ = 1
- A = 1 ➡ $\bar{A}$ = 0

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(b) Adição

$0 + 0 = 0$

$0 + 1 = 1$

$1 + 0 = 1$

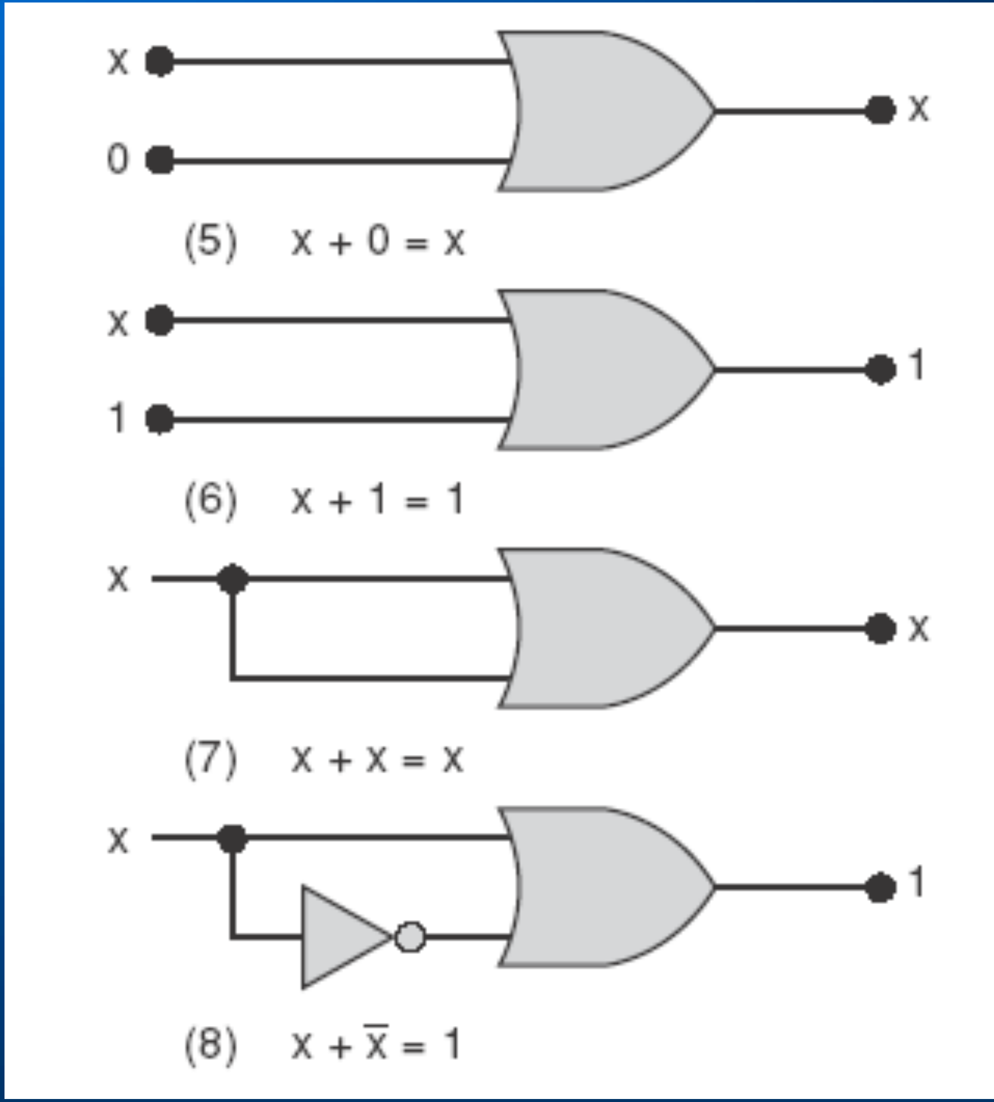
$1 + 1 = 1$

⇨ $A + 0 = A$
$A + 1 = 1$

⇨ $A + A = A$
$A + \bar{A} = 1$

1.1. POSTULADOS

(b) Adição



1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.1. POSTULADOS

(c) Multiplicação

$0 . 0 = 0$

$0 . 1 = 0$

$1 . 0 = 0$

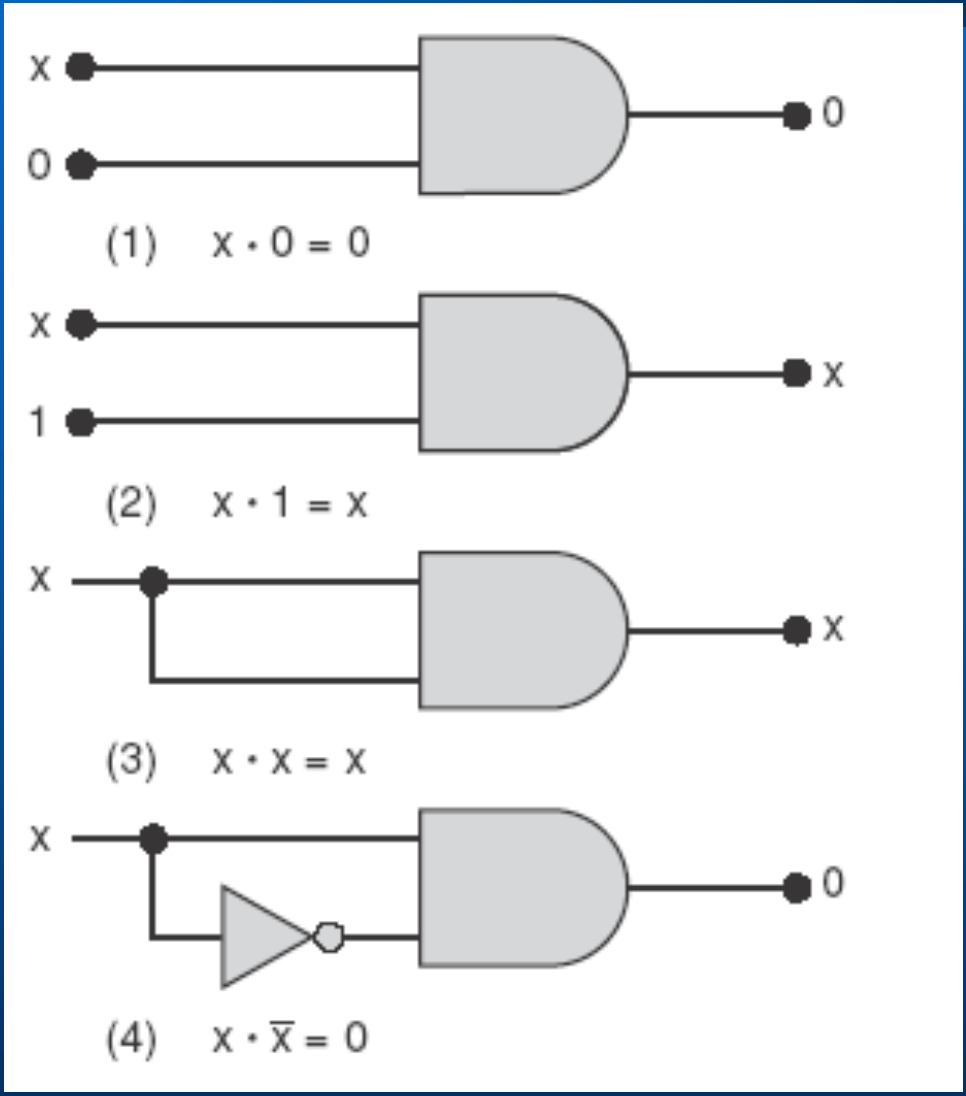
$1 . 1 = 1$

⇨ $A . 0 = 0$
$A . 1 = A$

⇨ $A . A = A$
$A . \bar{A} = 0$

1.1. POSTULADOS

(c) Multiplicação



1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1.2. PROPRIEDADES

(a) Comutativa ⇨

- $A + B = B + A$
- $A \cdot B = B \cdot A$

(b) Associativa ⇨

- $A + (B+C) = (A+B) + C$
  $= A + B + C$
- $A \cdot (BC) = (AB) \cdot C = ABC$

(c) Distributiva ⇨

$A \cdot (B+C) = AB + AC$

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

1° TEOREMA DE De Morgan

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

⇨

A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

1. ÁLGEBRA DE BOOLE

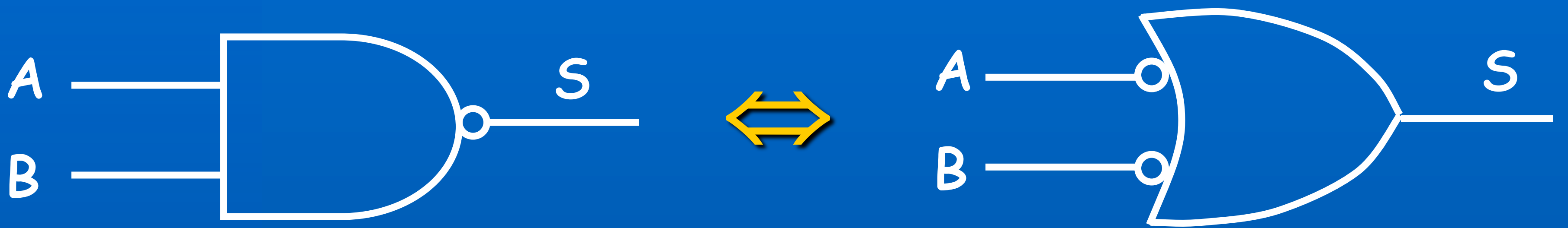
2° TEOREMA DE De Morgan

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

⇨

A	B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

EQUIVALÊNCIA ENTRE BLOCOS LÓGICOS



1º TEOREMA DE DE MORGAN: $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$

Colocando um inversor na saída obtém-se:

EQUIVALÊNCIA ENTRE BLOCOS LÓGICOS

2º TEOREMA DE DE MORGAN: $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Colocando um inversor na saída obtém-se:

2. ÁLGEBRA DE BOOLE

2.4. OUTRAS IDENTIDADES

(a) $\overline{\overline{A}} = A$

(b) $A + A \cdot B = A$

(c) $A + \overline{A}\,B = A + B$

(d) $(A + B)\,(A + C) = A + B \cdot C$

Exercícios:

Simplificar as expressões:

1. $S = A\overline{B}C + A\overline{B}\,\overline{C}$

2. $S = (\overline{A} + B) \cdot (A + B)$

3. $S = ABC + A\overline{C} + A\overline{B}$

4. $S = \overline{(\overline{A} + C) \cdot (\overline{A} + D)}$

Universalidade das portas NAND e NOR

UNIVERSALIDADE DAS PORTAS *NAND* E *NOR*

- **Todas as expressões Booleanas consistem de combinações de funções OR, AND e NOT;**

- **Portas NAND e NOR são universais, ou seja, podem se "transformar" em qualquer outra porta lógica e podem, portanto, ser usadas para representar qualquer expressão Booleana;**

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta "NAND"

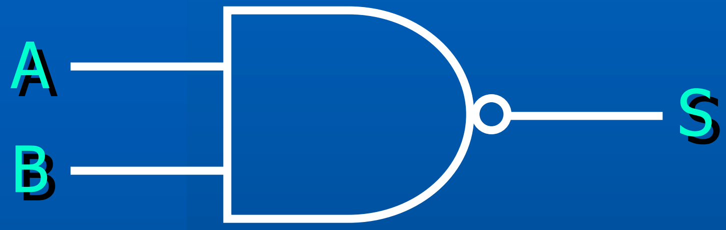


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta “NAND”

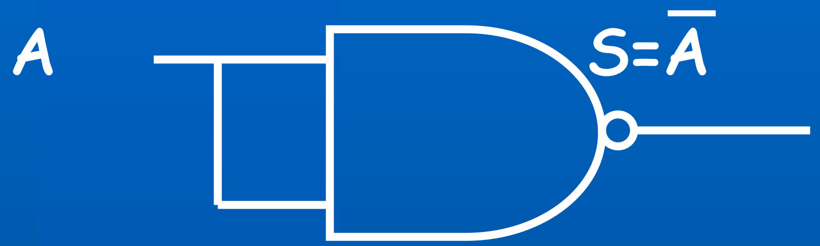


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Porta NAND

1. INVERSOR a partir de uma porta “NAND”

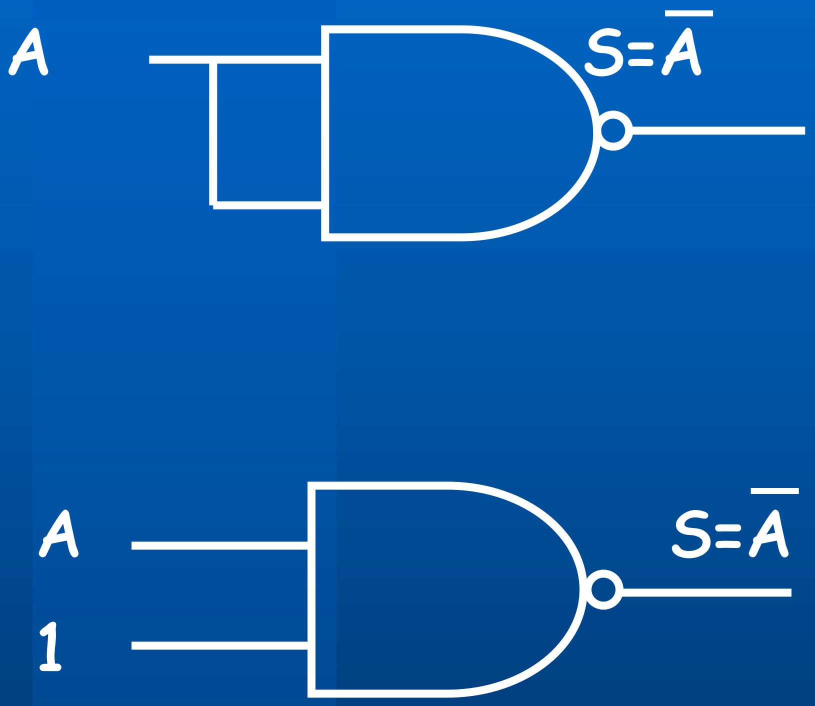
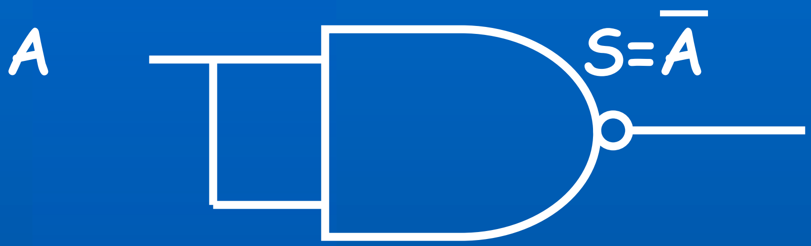


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

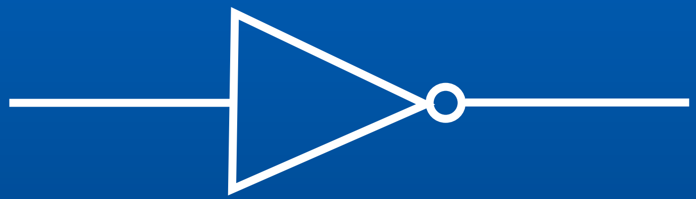
Porta NAND

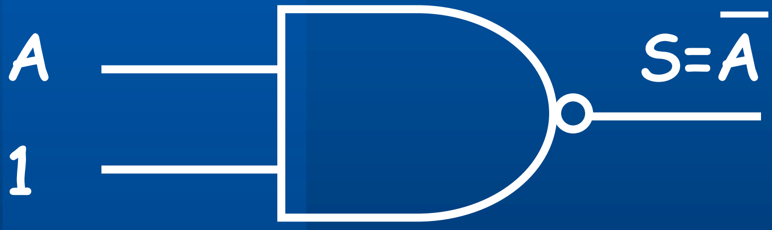
1. INVERSOR a partir de uma porta "NAND"



A	S
0	1
1	0

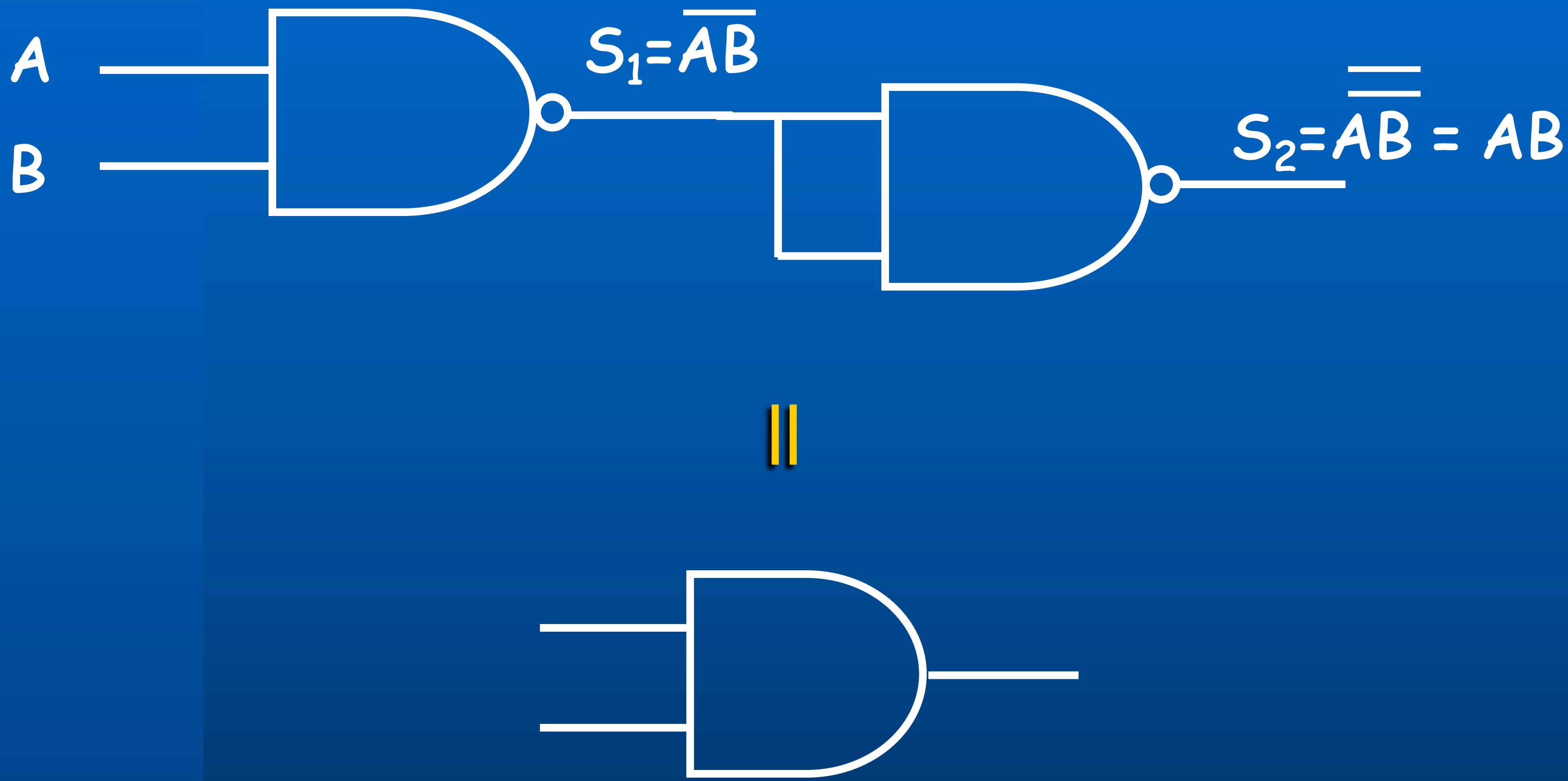
=





Porta NAND

2. Porta “AND” a partir de duas portas “NAND”

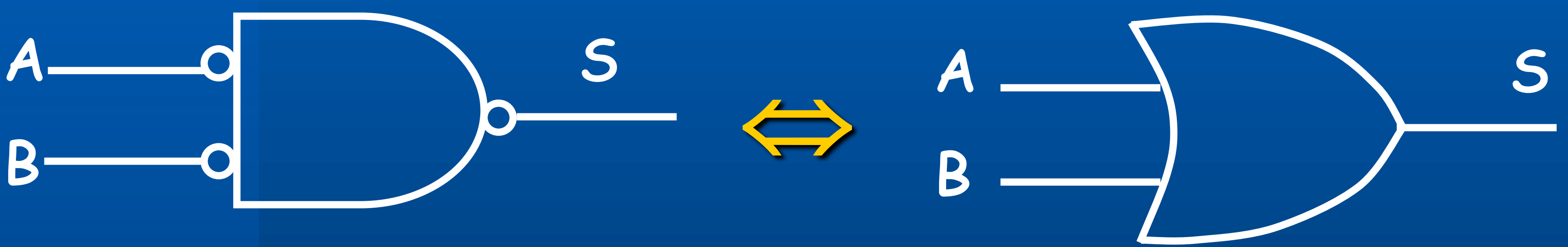


Porta NAND

3. Porta “OR” a partir de três portas “NAND”

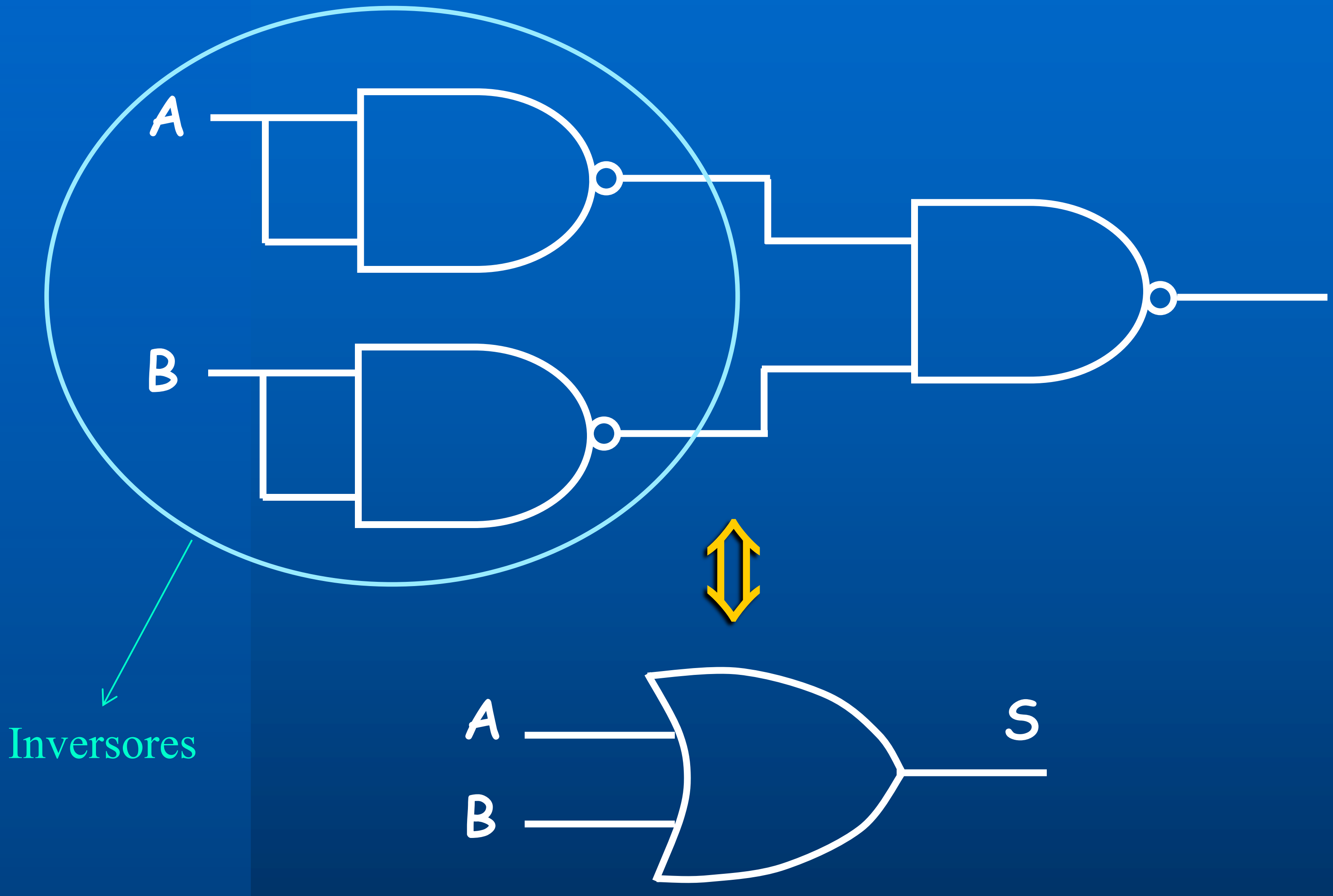
Pelo Teorema de De Morgan temos:

$$\overline{(\overline{A} \cdot \overline{B})} = \overline{\overline{(A + B)}} = A + B$$



Porta NAND

3. Porta "OR" a partir de três portas "NAND"



Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta “NOR”

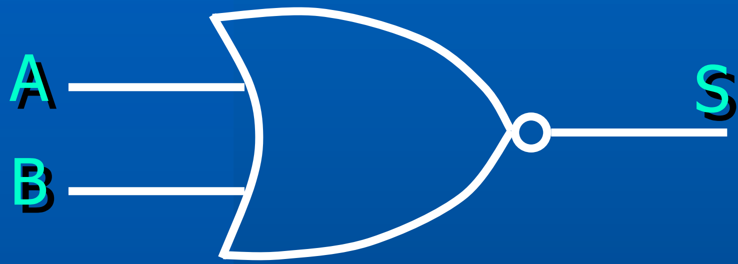


TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

TABELA VERDADE

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

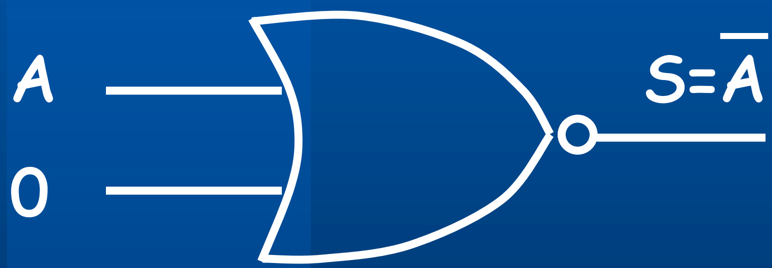


TABELA VERDADE

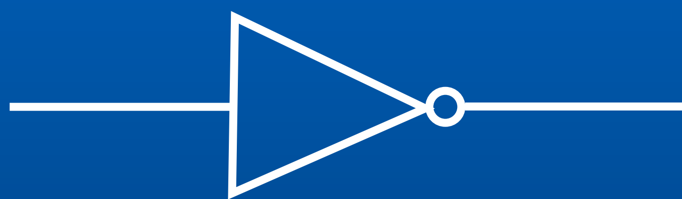
A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Porta NOR

1. INVERSOR a partir de uma porta "NOR"

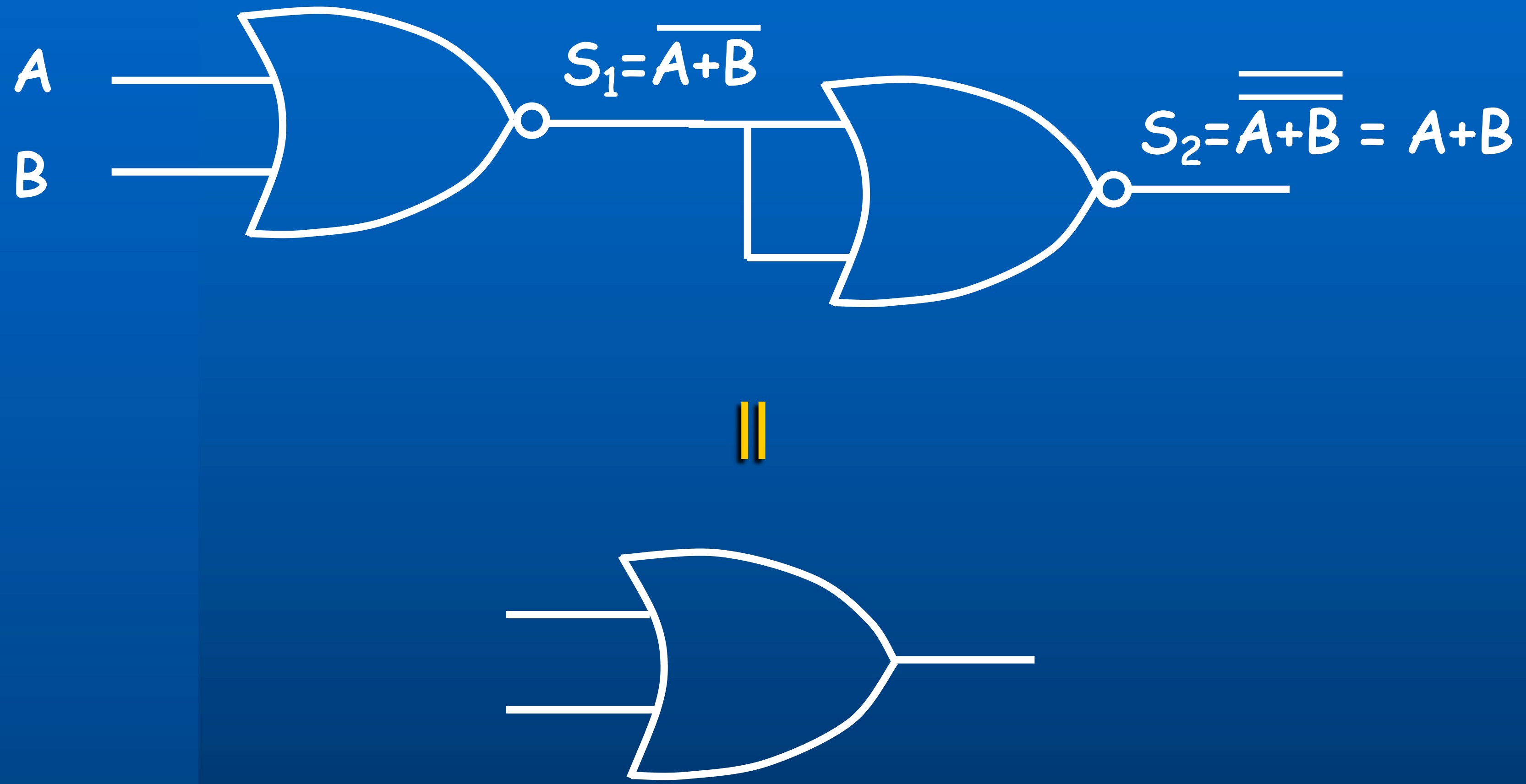
A	S
0	1
1	0

=



Porta NOR

2. Porta “OR” a partir de duas portas “NOR”

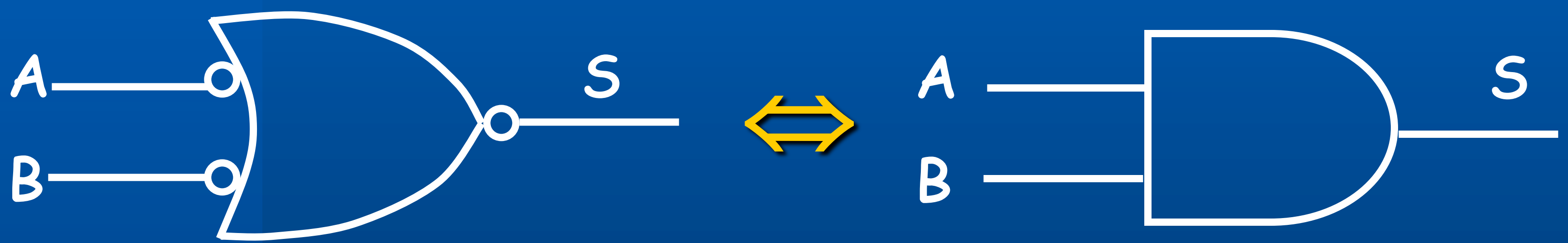


Porta NOR

3. Porta "AND" a partir de três portas "NOR"

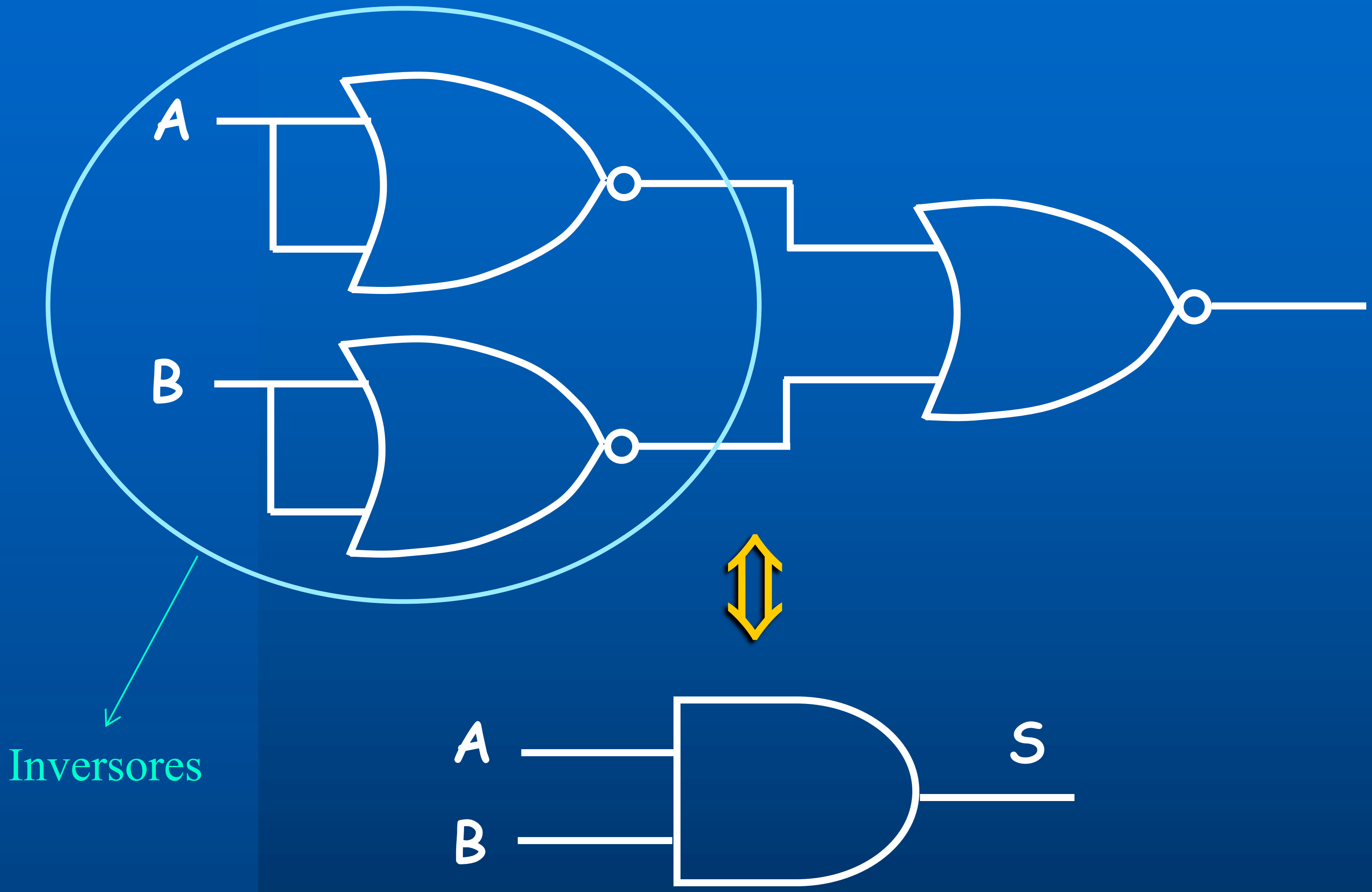
Pelo Teorema de De Morgan temos:

$$\overline{(\overline{A} + \overline{B})} = \overline{\overline{(A \cdot B)}} = A \cdot B$$

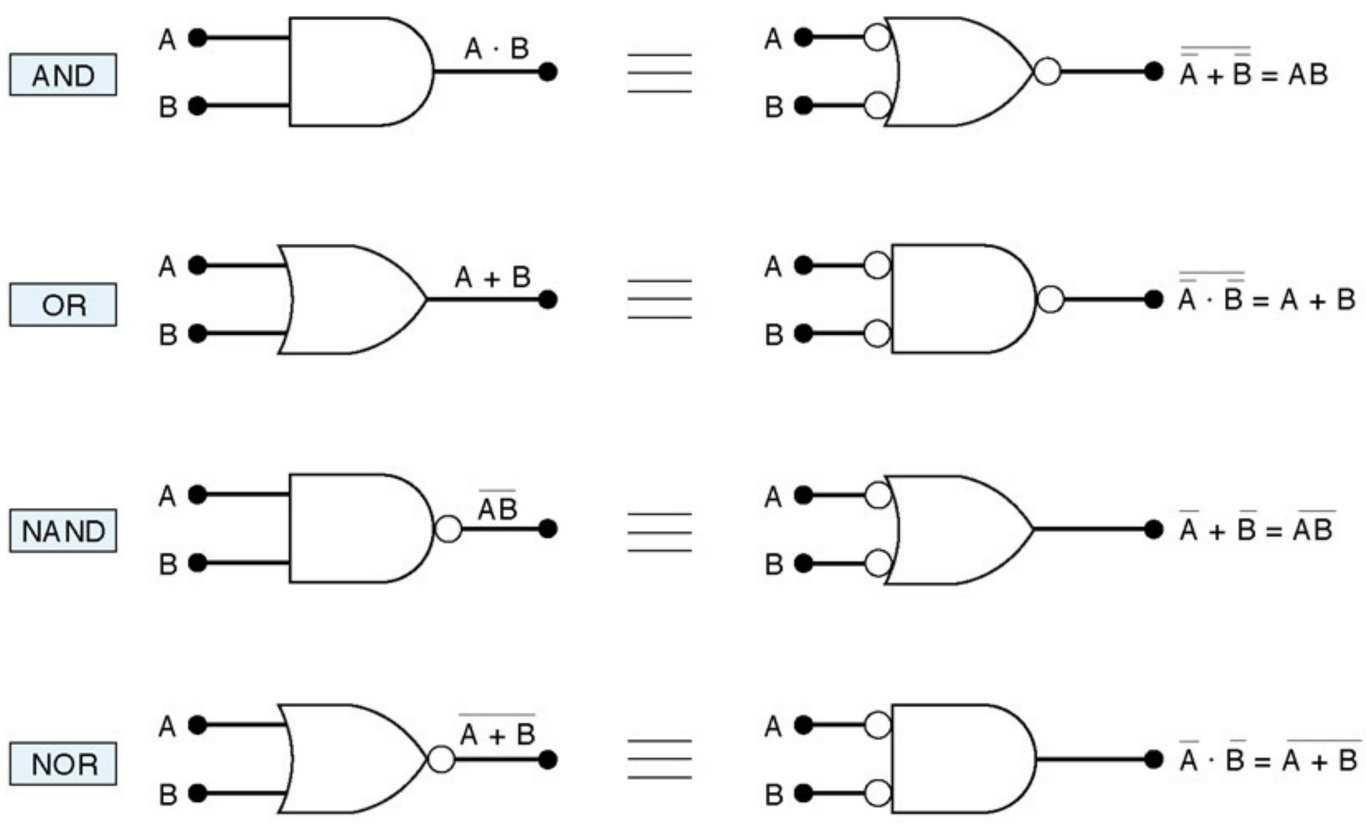


Porta NOR

3. Porta “AND” a partir de três portas “NOR”

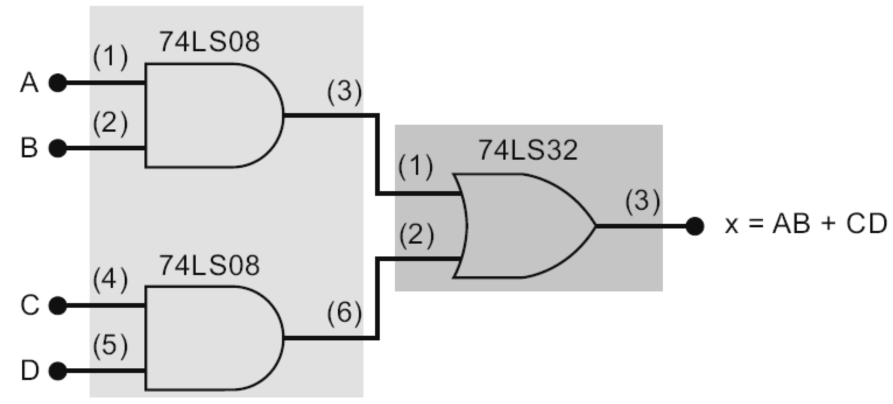


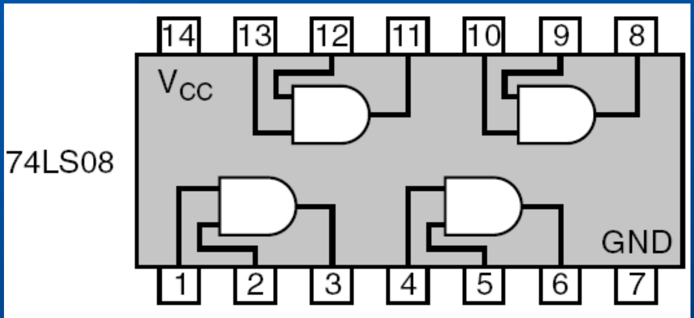
Resumo

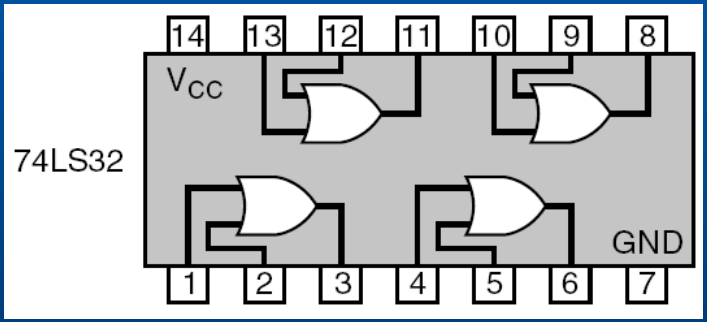

AND
A
B
A · B
$\overline{\overline{A} + \overline{B}} = AB$
OR
A + B
$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B}} = A + B$
NAND
$\overline{AB}$
$\overline{A} + \overline{B} = \overline{AB}$
NOR
$\overline{A + B}$
$\overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A + B}$

Exemplo de Aplicação

$$X = AB + CD$$



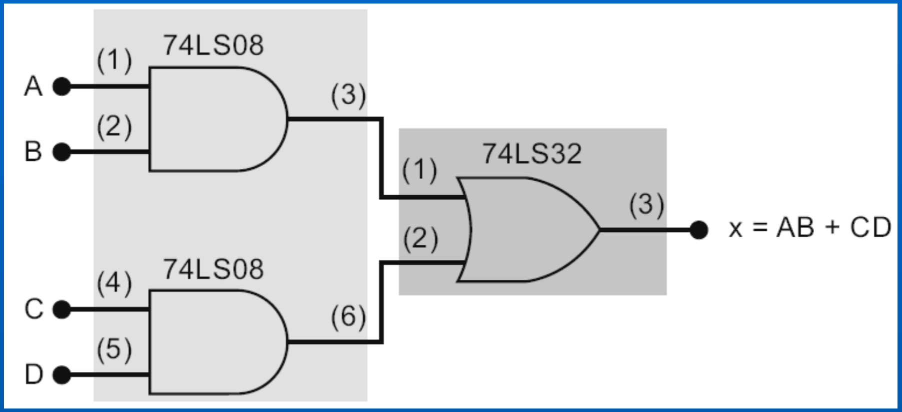


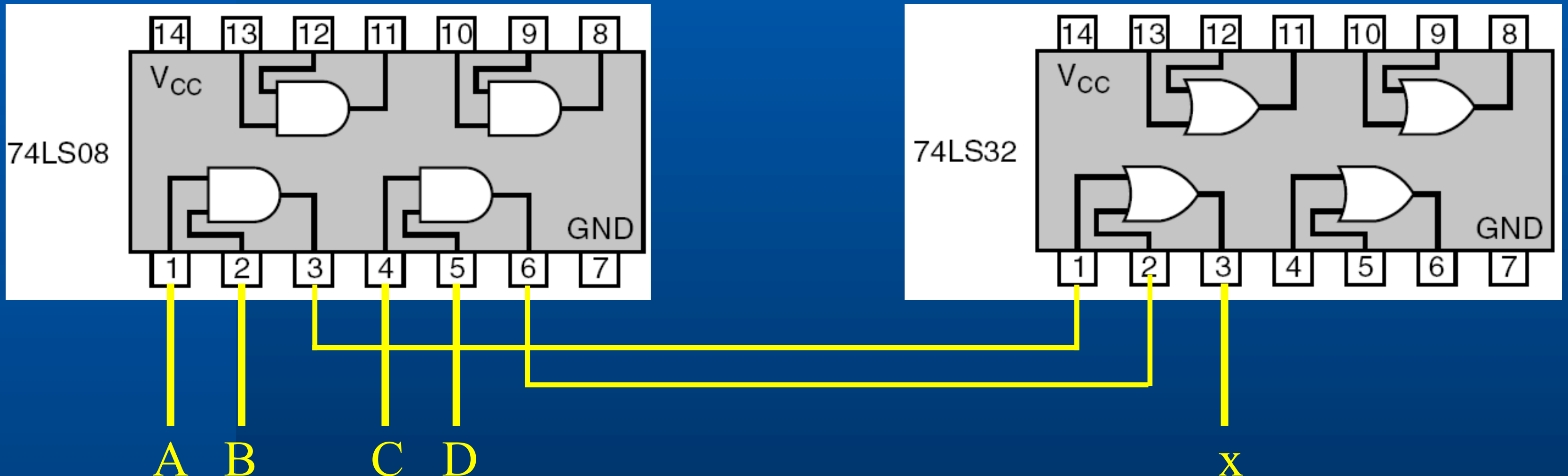


2 Circuitos Integrados (CI)

Exemplo de Aplicação

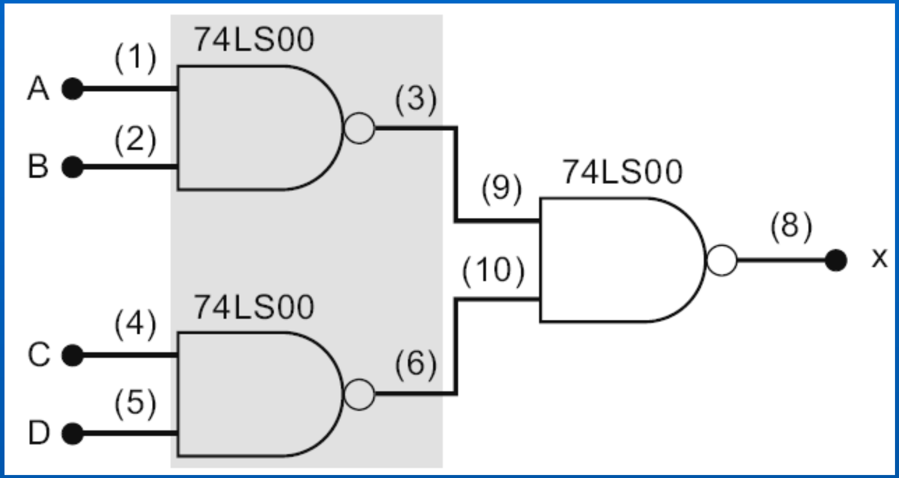
$$X = AB + CD$$

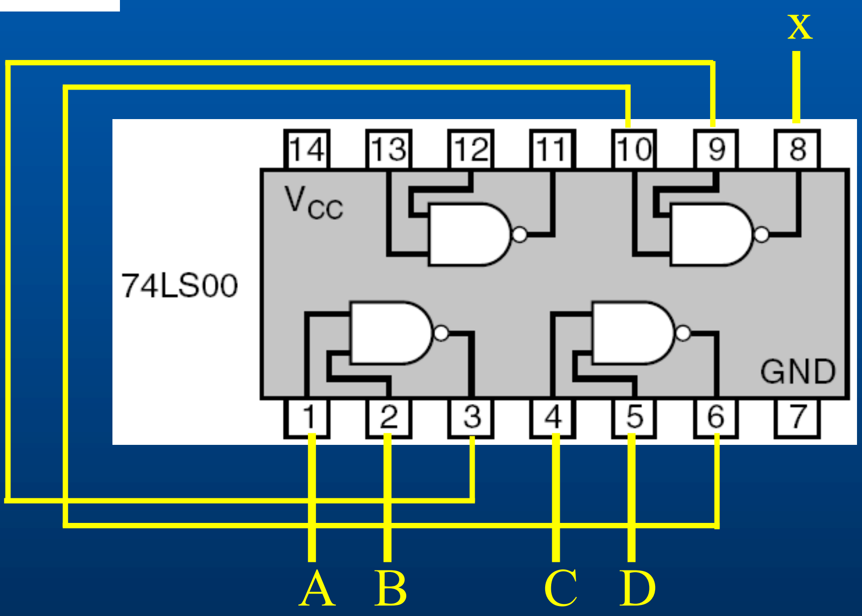




Exemplo de Aplicação

$$X = AB + CD = \overline{\overline{AB} \cdot \overline{CD}}$$





1 Circuito Integrado (CI)

FIM