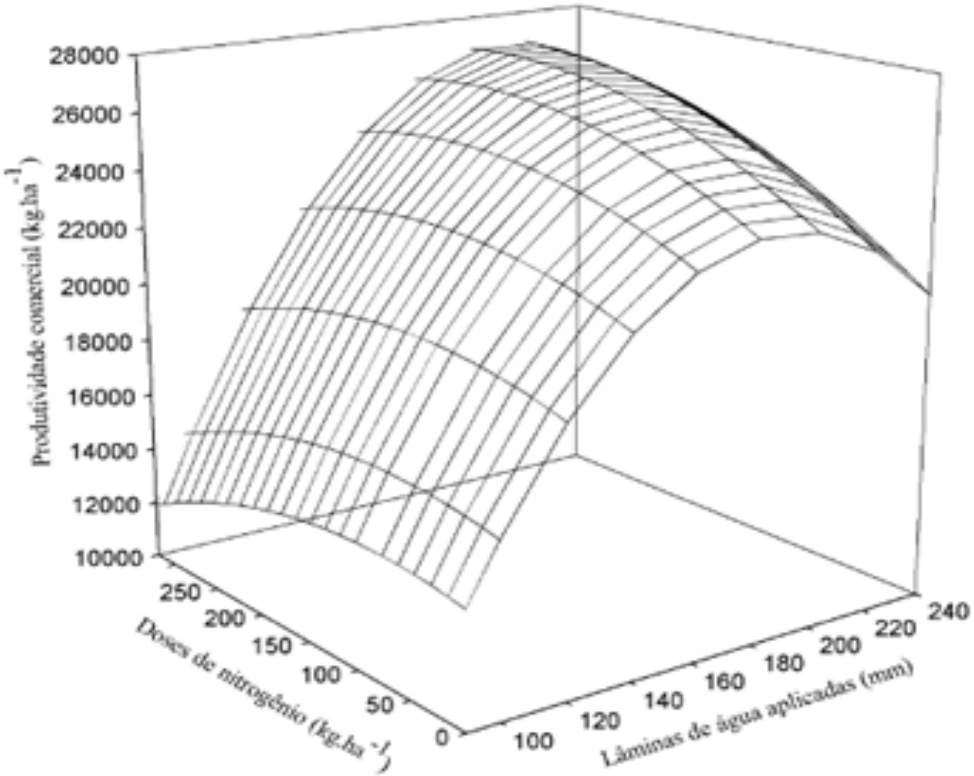
LCF 685

Função de produção com dois fatores de produção



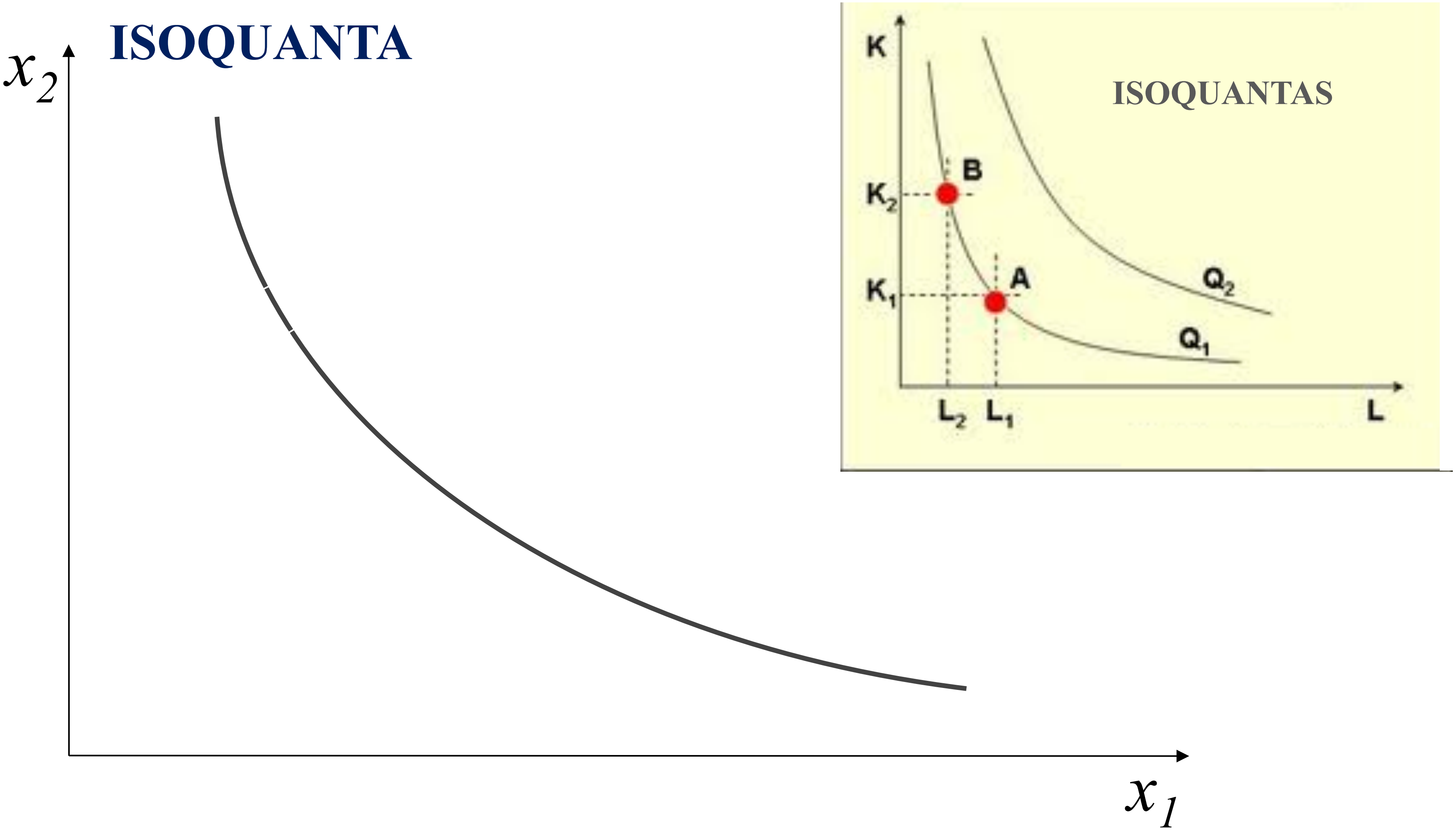
Produtividade comercial da alface americana, em função das lâminas totais de água e das doses de nitrogênio.

Função de produção com dois fatores de produção

Em situações normais, com todos os demais fatores de produção constantes, é de se esperar que essa superfície de resposta apresente **ISOQUANTAS**.

- **ISOQUANTAS** são o resultado de se ligarem pontos que representam diferentes combinações dos fatores, mas que resultam em um mesmo nível de produção (Analogia: uma isoquanta é uma curva de nível que ao invés de ligar pontos de mesma cota, liga pontos de mesma quantidade produzida)
- A **ISOQUANTA** deve ser negativamente inclinada, pois quando nos deslocamos de um ponto sob uma das curvas para outro na mesma curva verificamos que ocorre substituição de um fator pelo outro.
- A **ISOQUANTA** é traçada de forma convexa para a origem para representar o gradativo aumento de dificuldade na substituição de um fator pelo outro.

Função de produção com dois fatores de produção



Função de produção com dois fatores de produção

Relação entre a inclinação da ISOQUANTA em um ponto e os produtos marginais dos fatores

Supondo que x_2 seja aumentado em dx_2, espera-se que a produção aumente $PMa_2 * dx_2$.

Para que a produção se mantenha constante e, portanto, nos mantenhamos na mesma ISOQUANTA, precisamos reduzir x_1 de tal forma que:

Aumento na produção via aumento em x_2 = Redução na produção via diminuição em x_1

ou

$$PMa_2 * dx_2 = PMa_1 * (-dx_1)$$

ou

$$\boxed{dx_2/dx_1 = - PMa_1/PMa_2}$$

Matematicamente, chega-se no mesmo resultado se nos lembrarmos que para variações muito pequenas nos fatores, podemos representar a variação na produção (q) da seguinte forma:

$$dq = \delta q/\delta x_1 \, dx_1 + \delta q/\delta x_2 \, dx_2$$

sendo que para permanecermos na mesma ISOQUANTA, $dq = 0$

e, portanto, $dx_2/dx_1 = - PMa_1/PMa_2$

A essa razão denominamos **Taxa Marginal de Substituição Técnica** de x_2 por x_1 (**TMST** $\boldsymbol{x_2, x_1}$).

Combinações de níveis dos fatores que resultam em produções de custo mínimo

A busca da combinação economicamente ótima impõe a inclusão dos custos dos fatores na análise. Algumas combinações são mais caras do que outras: $D = s_1 x_1 + s_2 x_2$

Se representarmos em um gráfico ($x_1 \times x_2$) diferentes combinações dos fatores que resultam em um mesmo dispêndio D_i, encontraremos a **LINHA de ISOCUSTO**. Essa linha pode ser matematicamente representada da seguinte forma: $x_2 = D/s_2 - s_1/s_2 \; x_1$

que claramente revela uma razão que mede a inclinação da **LINHA de ISOCUSTO**: $- s_1/s_2$

ou, seja

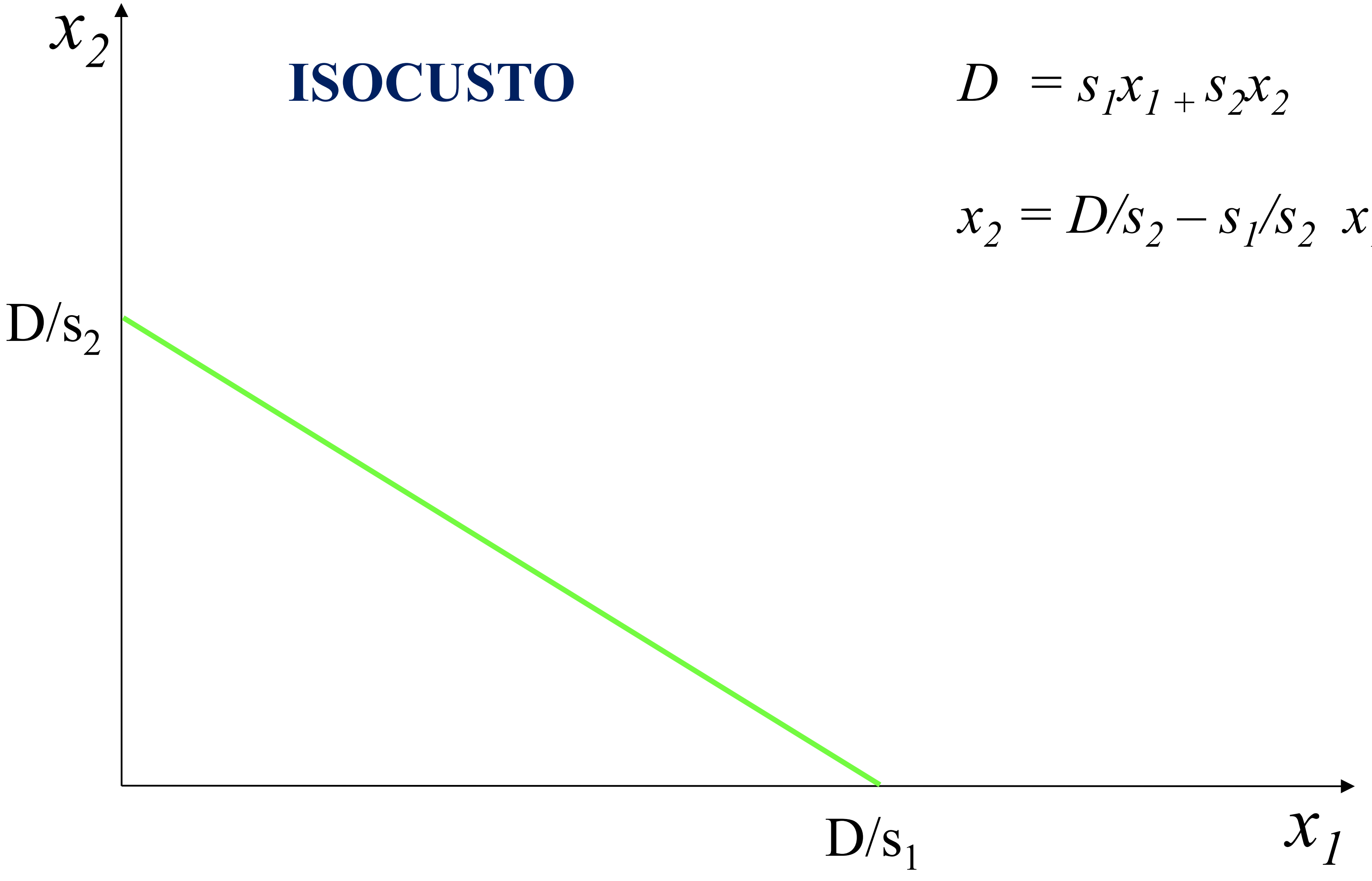
$$\boxed{dx_2/dx_1 = - s_1/s_2}$$

Função de produção com dois fatores de produção

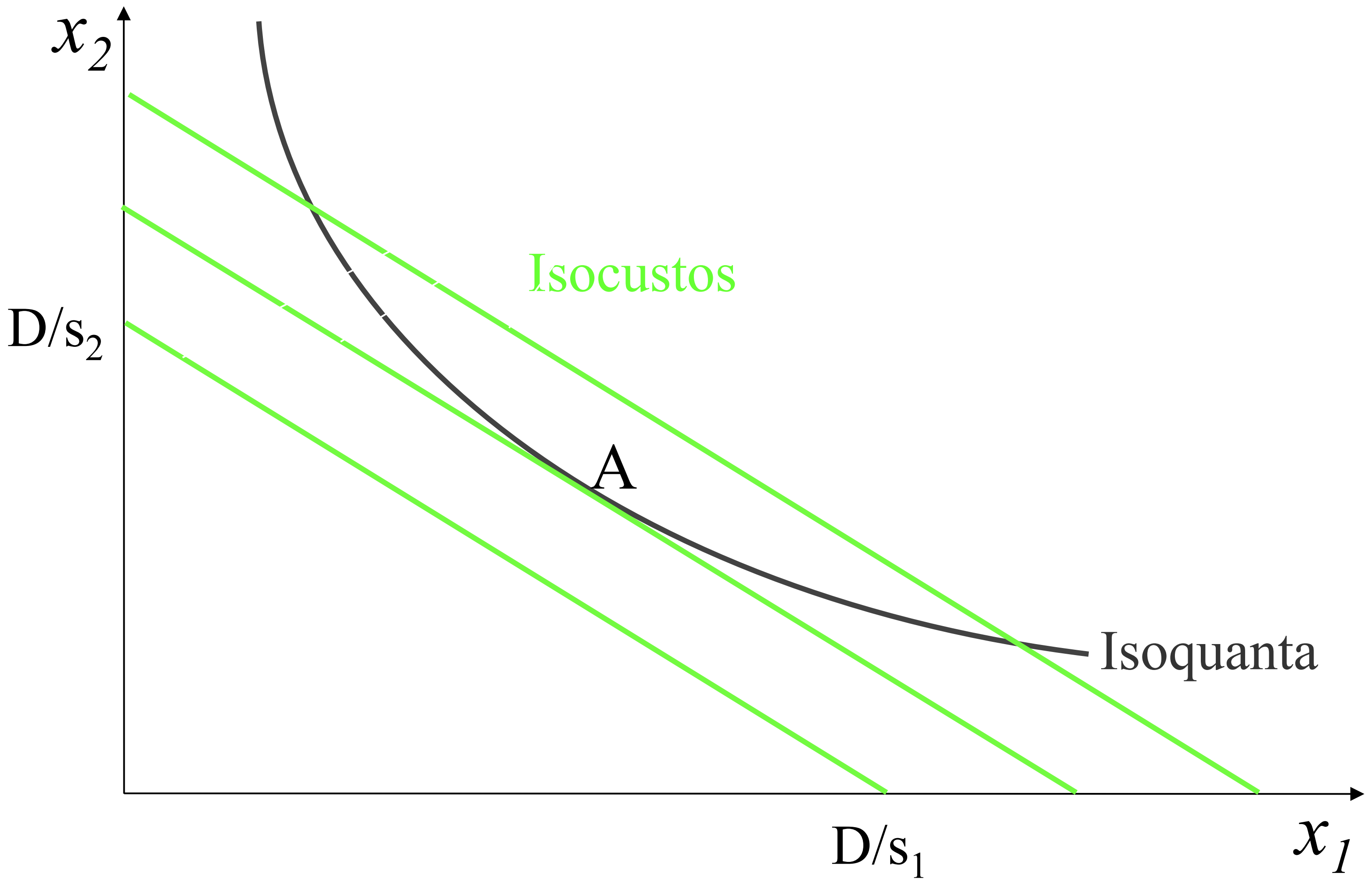
ISOCUSTO

$$D = s_1 x_1 + s_2 x_2$$

$$x_2 = D/s_2 - s_1/s_2 \; x_1$$



Função de produção com dois fatores de produção



Função de produção com dois fatores de produção

Analisando conjuntamente as **ISOQUANTAS** e **ISOCUSTOS**, observamos que qualquer que seja a despesa (D_i), existirão infinitas combinações dos fatores de produção que resultam eficientes, e que estão associadas com os pontos onde as **ISOQUANTAS** são tangenciadas pelas **ISOCUSTOS**.

Ao ligarmos esses pontos, obtemos a **LINHA de EXPANSÃO da FIRMA**
Essa linha representa o conjunto de pontos que identificam as combinações de custo mínimo para cada nível de produção

Definição da combinação economicamente ótima

Determinamos combinações eficientes e de mínimo custo para cada nível de produção. Mas, qual seria aquela combinação que resulta na máxima eficiência econômica?

É aquela que maximiza Lucro:
Lucro = Receita Total – Custo Total

$$\mathbf{L = RT - CT = p.q - (s_1.x_1 + s_2.x_2 + CF)}$$

$$\frac{dL}{dx_1} = 0 \Rightarrow p = \frac{s_1}{PMa_1}$$

$$\frac{dL}{dx_2} = 0 \Rightarrow p = \frac{s_2}{PMa_2}$$

$$\boxed{\frac{s_1}{s_2} = \frac{PMa_1}{PMa_2}}$$

Isto é:
no ponto de máximo lucro, o valor da produtividade física marginal de cada insumo deve ser igual ao seu custo unitário

Exercício para assimilação dos conceitos estudados

A produção de mudas (Q) de uma espécie florestal responde à adubação com fósforo (P) e nitrogênio (N) da seguinte forma

$$Q=1.052{,}3+17{,}2\sqrt{N}+169{,}4\sqrt{P}+2{,}6\sqrt{NP}-3{,}4N-11{,}9P$$

onde Q = mudas produzidas

Quais as doses de N e P que ***maximizam a produção***?

$$\begin{cases} PMa_N = \dfrac{\partial Q}{\partial N} = 0 \\ PMa_P = \dfrac{\partial Q}{\partial P} = 0 \end{cases}$$

Exercício para assimilação dos conceitos estudados

$$Q=1.052,3+17,2\sqrt{N}+169,4\sqrt{P}+2,6\sqrt{NP}-3,4N-11,9P$$

N e P que ***maximizam produção***?

$$\begin{cases} PMa_N = \dfrac{\partial Q}{\partial N} = 0 \\ PMa_P = \dfrac{\partial Q}{\partial P} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8,6\,N^{-\frac{1}{2}} + 1,3\,N^{-\frac{1}{2}}P^{\frac{1}{2}} - 3,4 = 0 \\ 84,7\,P^{-\frac{1}{2}} + 1,3\,N^{\frac{1}{2}}P^{-\frac{1}{2}} - 11,9 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N^{\frac{1}{2}} = \dfrac{8,6+1,3\,P^{\frac{1}{2}}}{3,4} & (1) \\ P^{\frac{1}{2}} = \dfrac{84,7+1,3\,N^{\frac{1}{2}}}{11,9} & (2) \end{cases}$$

$$(1)\ em\ (2):\ 299,16 = 38,77\,P^{\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{P = 59,541 \quad \therefore \quad N = 30,03}$$

Exercício para assimilação dos conceitos estudados

$$Q = 1.052{,}3 + 17{,}2\sqrt{N} + 169{,}4\sqrt{P} + 2{,}6\sqrt{NP} - 3{,}4\,N - 11{,}9\,P$$

Qual a combinação N e P que ***maximiza LUCRO***?
se as mudas forem vendidas a R$ 0,05 por muda
e os adubos custarem R$ 0,30 / Kg de P e R$ 0,20 / Kg de N

$$\textbf{LUCRO} = p \,.\, Q - (CF + s_P\, P + s_N\, N)$$

$$\begin{cases} PMa_P = \dfrac{\partial Q}{\partial P} = \dfrac{0{,}30}{0{,}05} \\ PMa_N = \dfrac{\partial Q}{\partial N} = \dfrac{0{,}20}{0{,}05} \end{cases}$$

Exercício para assimilação dos conceitos estudados

Q=1.052,3+17,2 √N+169,4 √P+2,6 √NP- 3,4 N-11,9 P

Qual a combinação N e P que ***maximiza LUCRO***?
se as mudas forem vendidas a R$ 0,05 por muda
e os adubos custarem R$ 0,30 / Kg de P e R$ 0,20 / Kg de N

$$\begin{cases} PMa_P = \dfrac{\partial Q}{\partial P} = \dfrac{0{,}30}{0{,}05} \\ PMa_N = \dfrac{\partial Q}{\partial N} = \dfrac{0{,}20}{0{,}05} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{P^{\frac{1}{2}}}\left(84{,}7 + 1{,}3N^{\frac{1}{2}}\right) - 11{,}9 = 6 \\ \dfrac{1}{N^{\frac{1}{2}}}\left(8{,}6 + 1{,}3P^{\frac{1}{2}}\right) - 3{,}4 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P^{\frac{1}{2}} = \dfrac{84{,}7 + 1{,}3N^{\frac{1}{2}}}{17{,}9} \quad (1) \\ N^{\frac{1}{2}} = \dfrac{8{,}6 + 1{,}3P^{\frac{1}{2}}}{7{,}4} \quad (2) \end{cases}$$

$$(2)\ em\ (1)\text{: } 637{,}96 = 131{,}16\, P^{\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{P = 23{,}658 \quad \therefore \quad N = 4{,}067}$$