

4. Sistema Terra e Lua

- Fases da Lua
- Eclipses
- Marés
- Limite de Roche
- Precessão

Lua, 3475 km



Terra, 12742 km

© Gregory H. Revera,
NASA/JPL



Lua ~QC
23/8/2023
45% cheia
(c) Gustavo
Pires Bertaco,
IAG-USP



Jorge Melendez @DrJorgeMelendez · 22 de jul

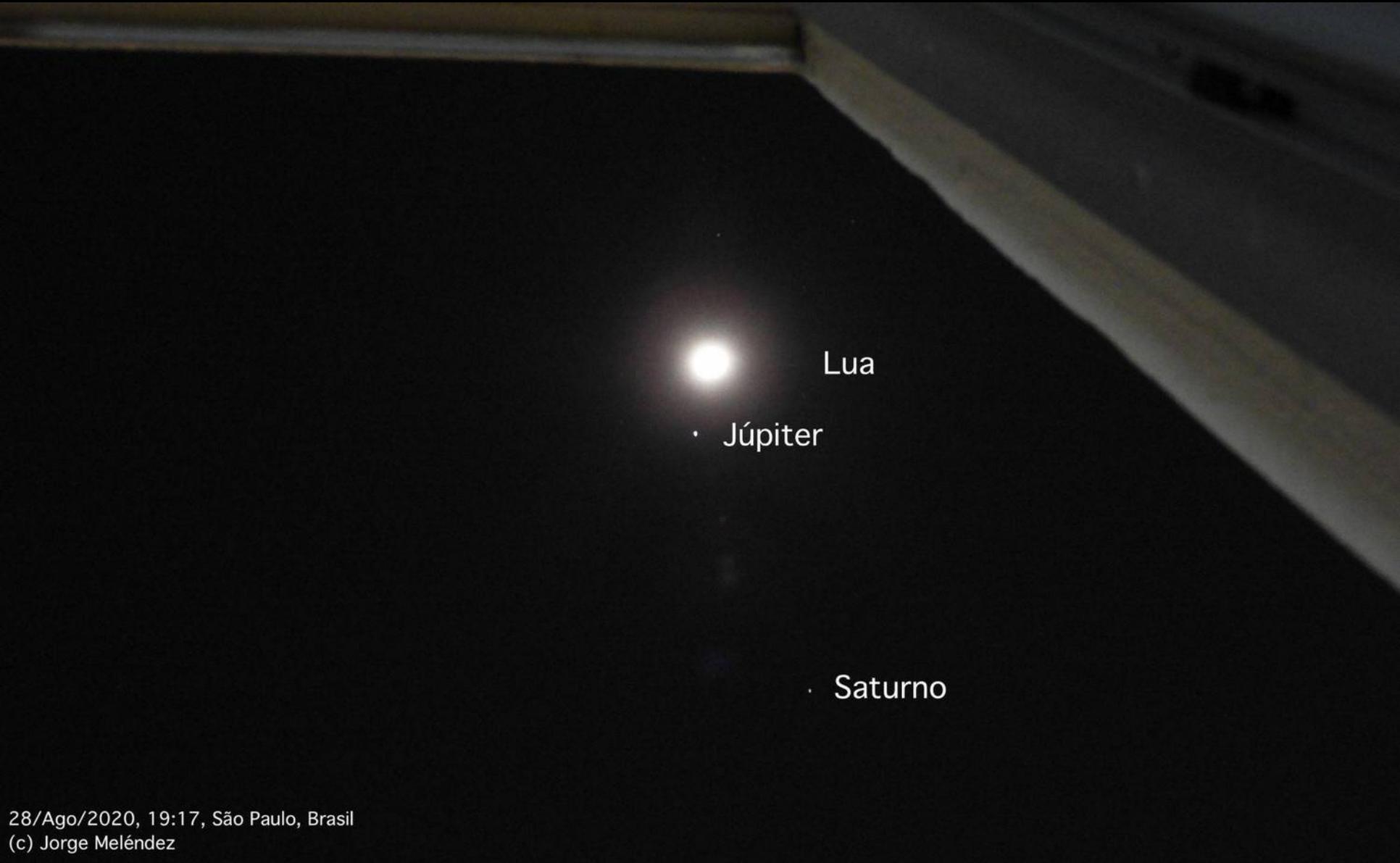
22/7/2021

A **Lua** está linda hoje ao entardecer em São Paulo. Amanhã é **Lua** cheia (hoje está 98% cheia). [#Butantã](#) [#Butantan](#) [#Sampa](#) [#SaoPaulo](#) [#SP](#) [#Brasil](#) [#OlheALua](#) [#OlhemALua](#)

The Moon (98% full) tonight in Sao Paulo, Brazil [@StormHour](#)



28/8/2020, 19:17 Conjunção de Júpiter, Lua e Saturno
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



5/7/2020, 20:34 Conjunção de nossa Lua, Júpiter e suas luas!

Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP

Ganimedes
Io
Júpiter
Europa
Calisto

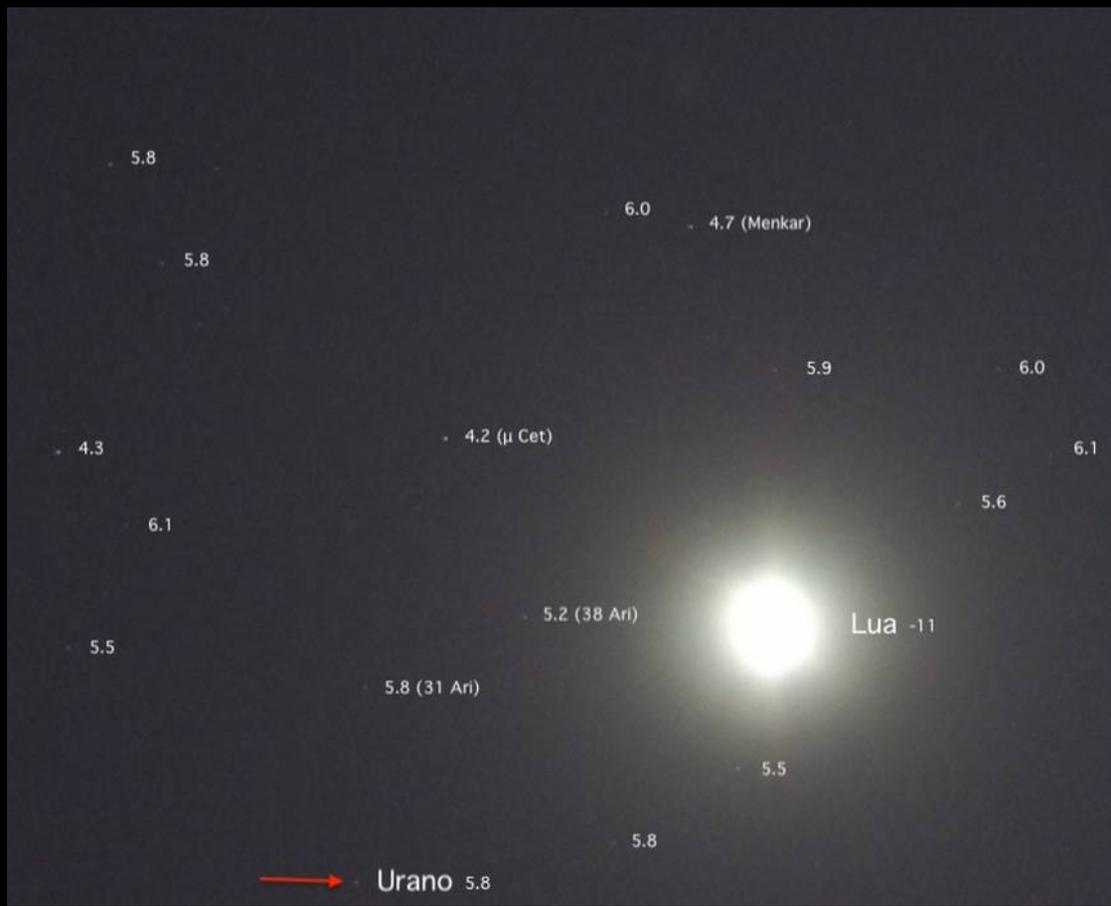
Lua



15/7/2018, 00:47
Mercúrio, Lua e Vênus



11/8/2020, 05:51 Urano e a Lua!
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



19/6/2020, 05:42 Nascer da Lua minguante e Vênus antes do amanhecer
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



19/6/2020, 06:00 Lua minguante e Vênus crescente!
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



(c) Jorge Meléndez, 19/jun/2020, 06h, São Paulo, Brasil

Lua

12/6/2021, 18:00 Pôr da Lua Crescente e Vênus ao entardecer
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



3/10/2020, 00:47

Conjunção de Marte e a Lua (99% cheia)

Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP



6/9/2020

Ocultação de Marte pela Lua
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP

6/9/2020, 00:39



Ocultação de Marte pela Lua, 6/Set/2020, 00:01, São Paulo, Brasil
(c) Jorge Meléndez

6/9/2020, 00:01

Ocultação de Marte pela Lua, 6/Set/2020, 00:39, São Paulo, Brasil
(c) Jorge Meléndez

6/9/2020

Ocultação de Marte pela Lua
Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP

6/9/2020, 00:39



6/9/2020. Refrator 70/700mm + câmera compacta

© Juliano Henrique Leite dos Santos

Turma AGA0502/2024



Jorge Melendez @DrJorgeMelendez · 18 de ago de 2019

Hoje não tem eclipse lunar. Essa lua alaranjada em São Paulo #Sampa 🇧🇷 pode ser pelo espalhamento das partículas no ar devido às **queimadas** na Amazônia.





Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

19 de ago de 2019

Literalmente, a idade das trevas chegou ao Brasil

Leila Germano  @LeilaGermano · 19 de ago de 2019
São Paulo. 15h



Sampa, 16h



Rafael C
@rcalsaverini



No dia da aula de Astrofísica Estelar (AGA0293)

2/10/2020, nascer da Lua (99% cheia)

Jorge Meléndez, Butantã, São Paulo, SP

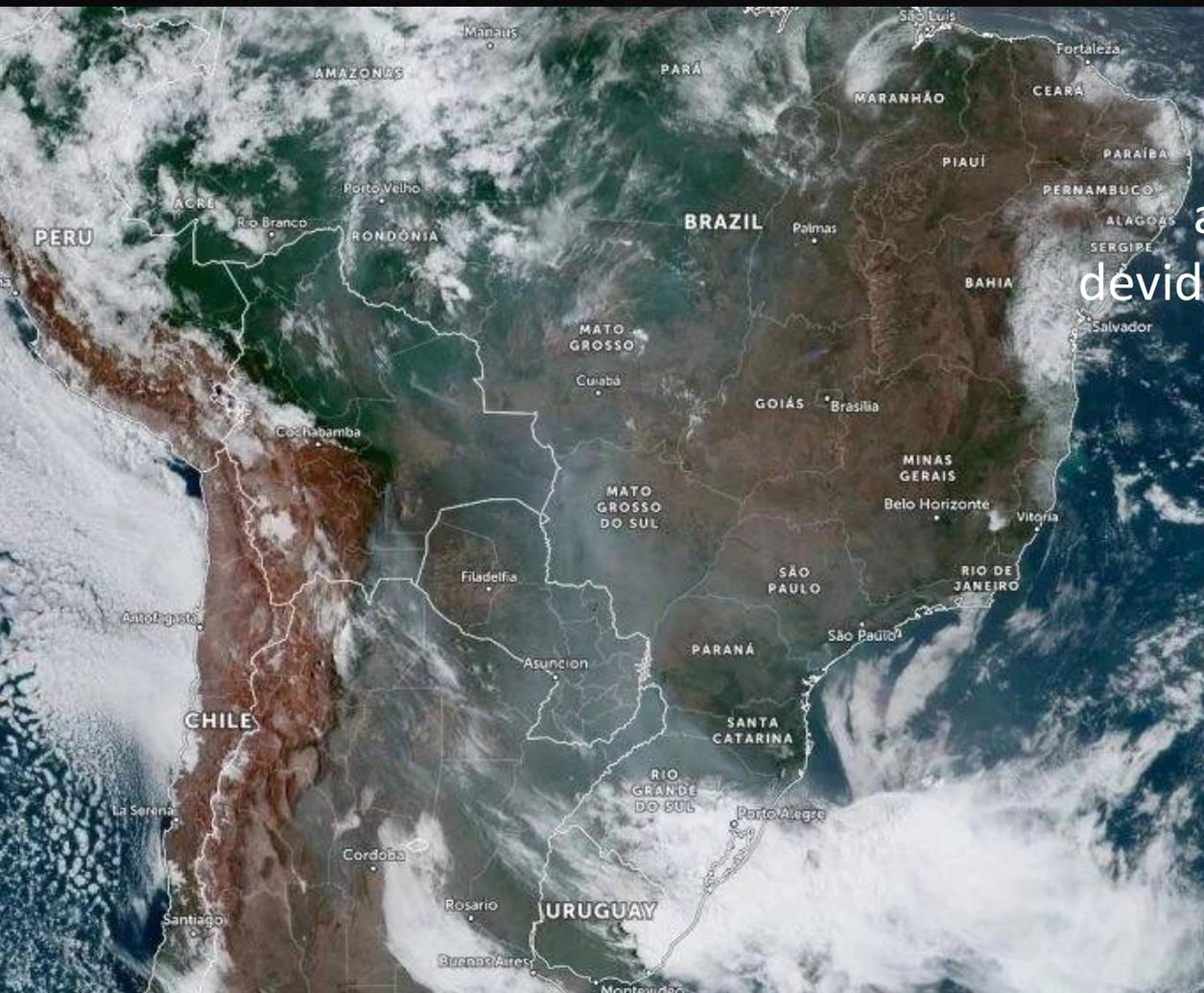
19:22



19:17



Moon 99% full, 2/October/2020, 19:22 São Paulo, Brazil
(c) Jorge Meléndez



2/10/2020, 19:17.
Lua nascendo muito mais
avermelhada que o normal
devido à fumaça das queimadas

19:17



Moon 99% full, 2/October/2020, 19:22 São Paulo, Brazil
(c) Jorge Meléndez



Jorge Melendez

@DrJorgeMelendez

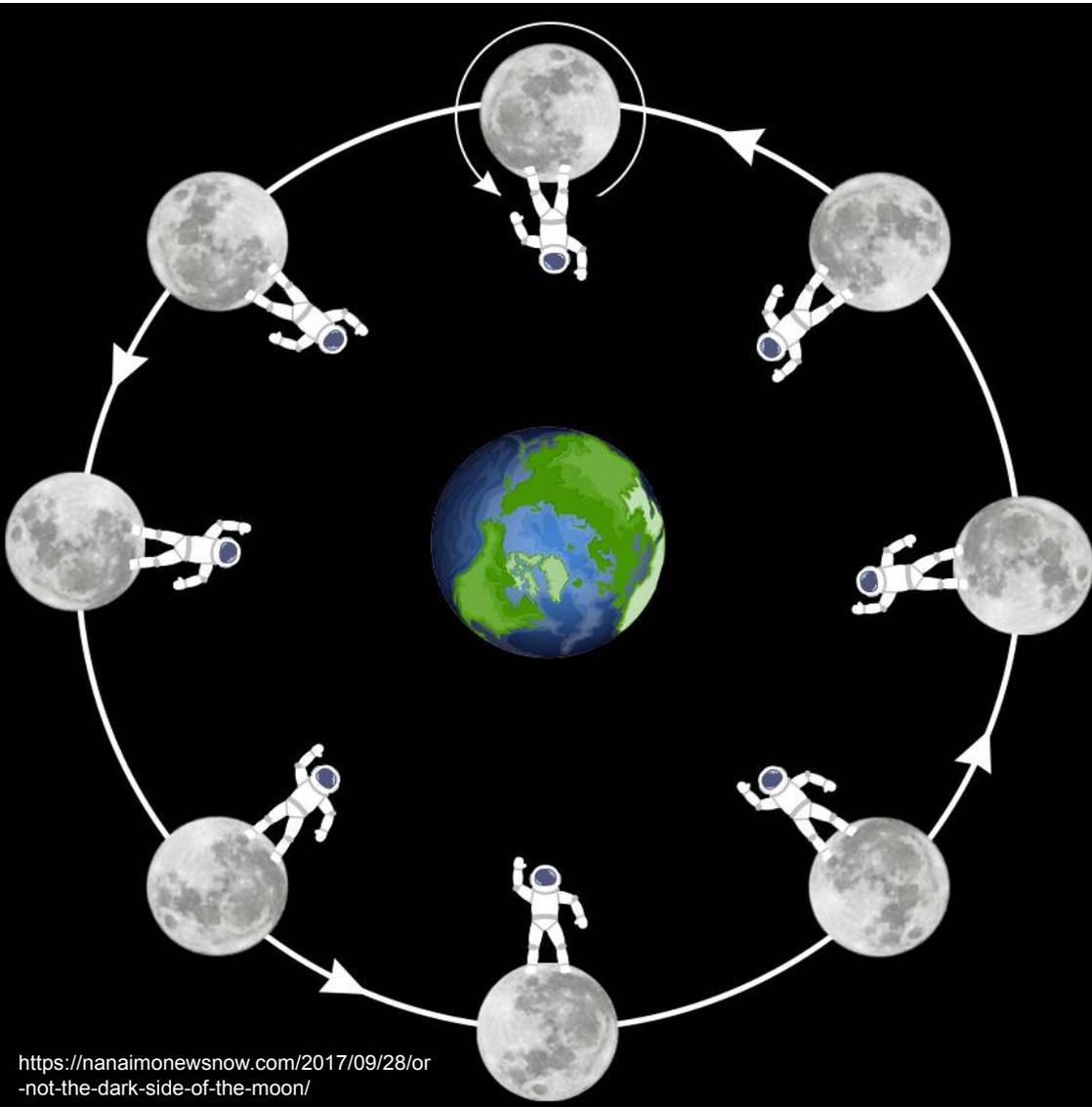
14 de out de 2020

Parece Marte, o planeta vermelho, mas é o nascer do Sol absurdamente avermelhado pela estupidez humana. A fumaça das queimadas voltou ao estado de São Paulo

- Nascer do Sol: 05:34
- Foto: 05:54
(nessa hora já era para o Sol estar 'amarelo')

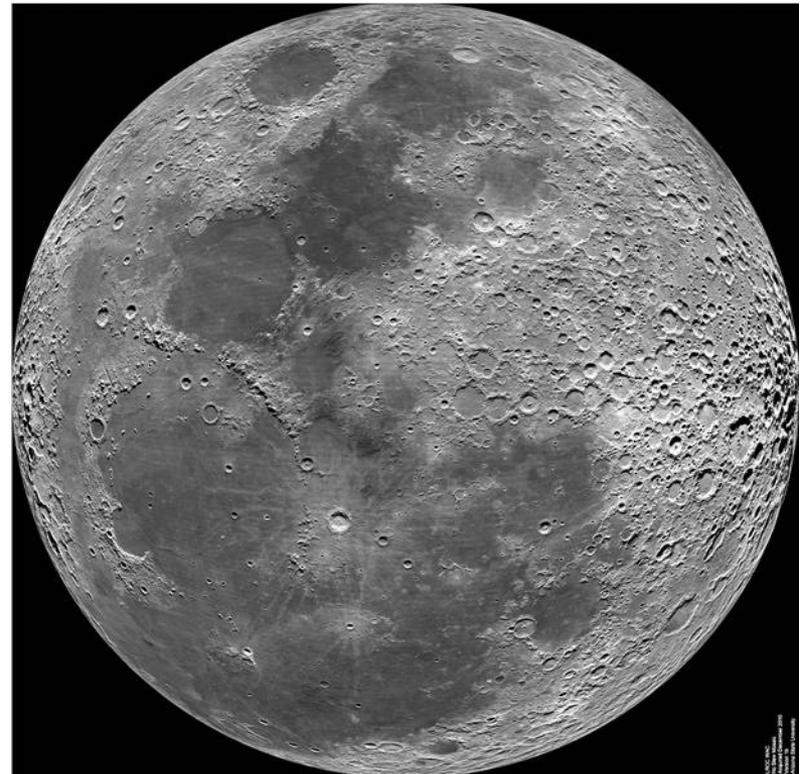


Observamos quase a mesma face da Lua, pois seu período de rotação (27,3 dias) é igual ao período orbital (27,3 d).



Face da Lua voltada para a Terra

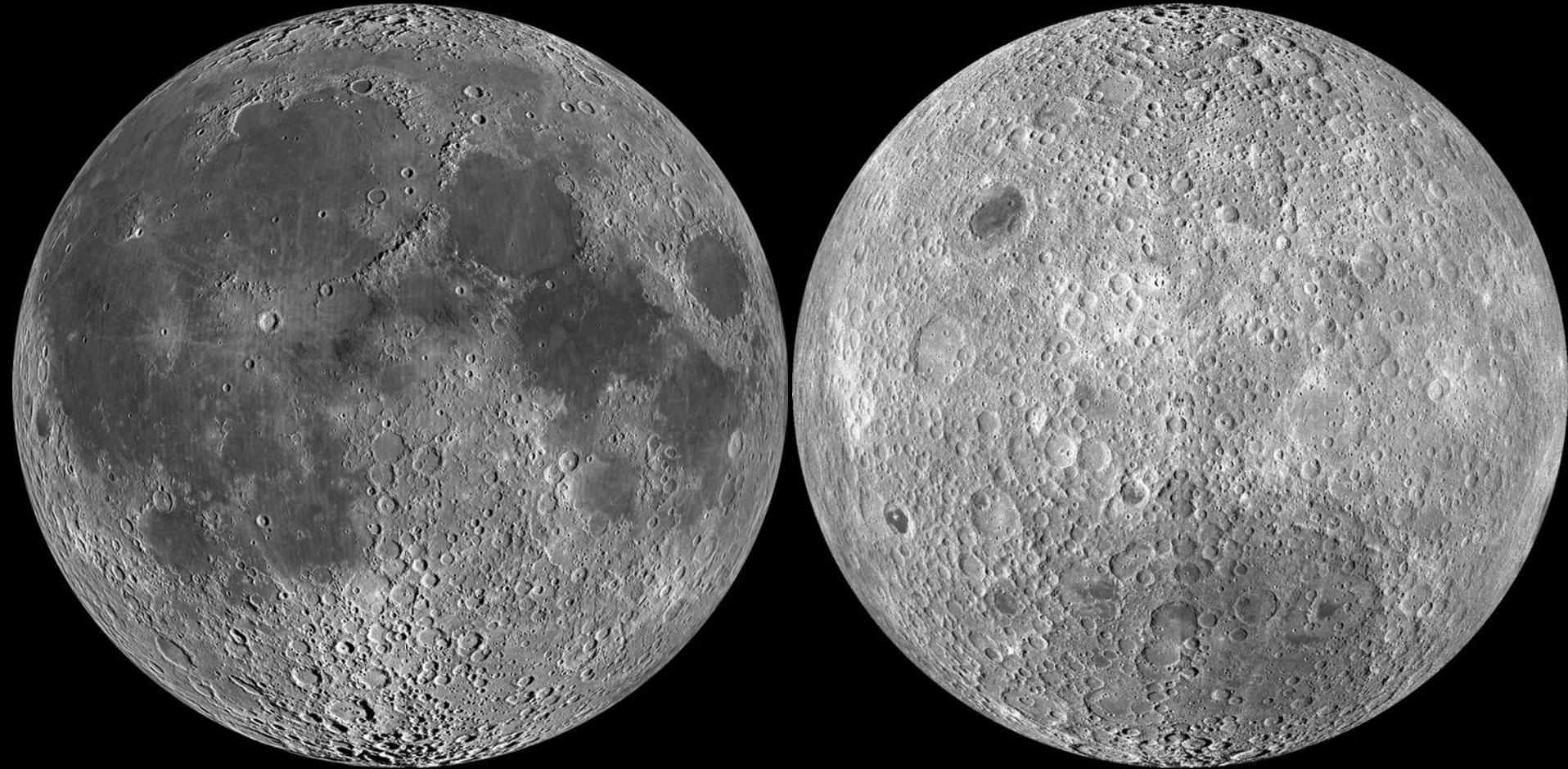
(c) NASA / Lunar Reconnaissance Orbiter



Lua

Face voltada para a Terra

Face oposta



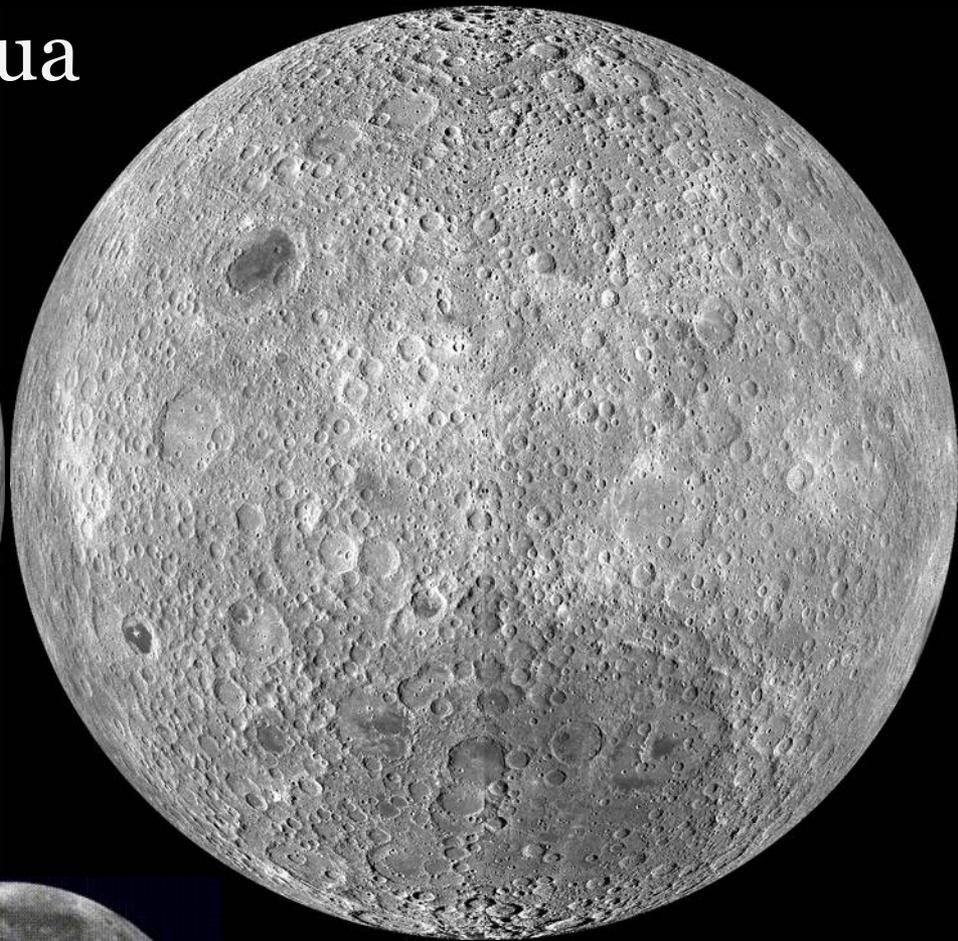
(c) NASA / GSFC / Arizona State Univ. / Lunar Reconnaissance Orbiter, 2009 - 2011

Além de crateras, a face voltada para a Terra é coberta por planícies escuras chamadas de mares. A crosta do lado oposto é mais espessa, tornando mais difícil para a lava do interior fluir para a superfície e formar mares.

Lua



Face voltada p/a Terra



Face oposta



Rotação da Lua em
alta resolução:

(c) Catalin Paduraru
<https://apod.nasa.gov/apod/ap161113.html>



$e = 0,05$

Super Moon
05.05.2012

Micro Moon
28.11.2012

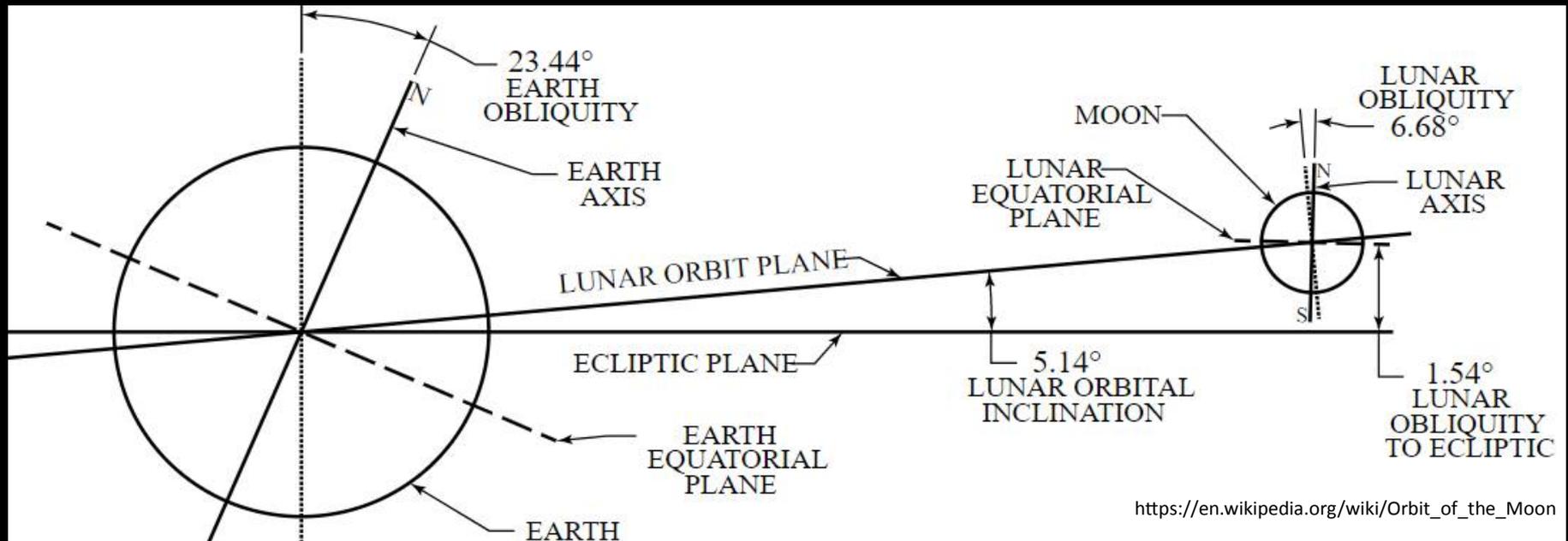
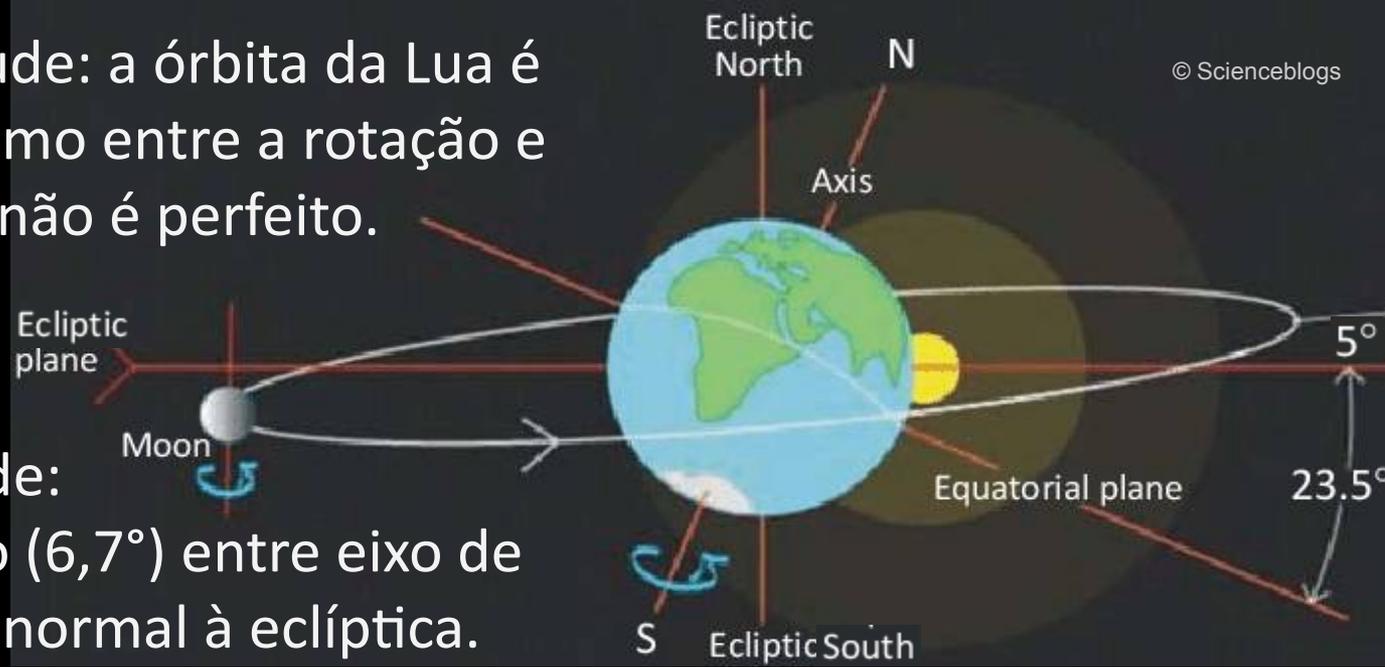


(c) J.M.

Libração: permite observar até 59% da superfície lunar.

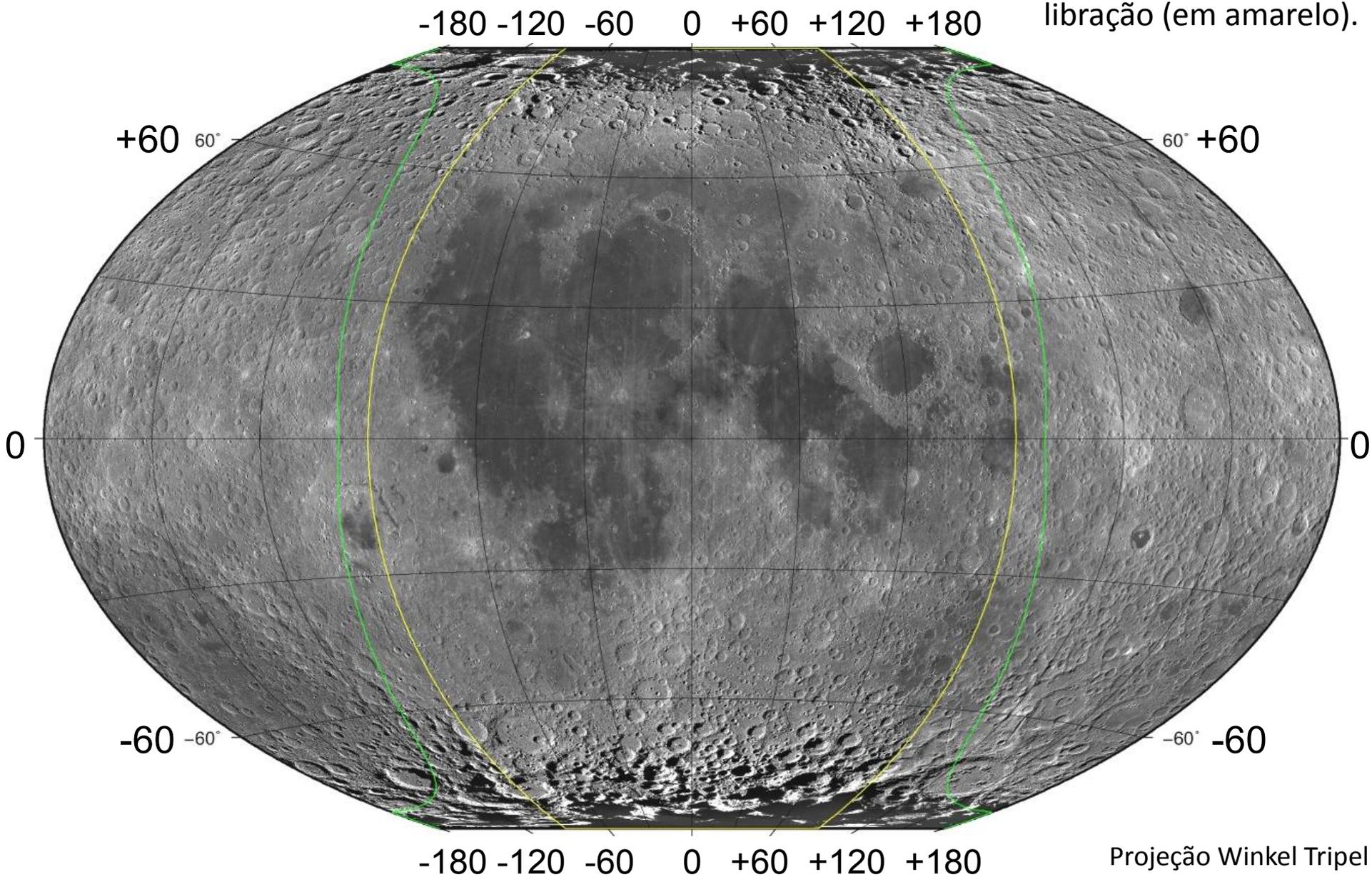
Libração em longitude: a órbita da Lua é elíptica \Rightarrow sincronismo entre a rotação e a revolução da Lua não é perfeito.

Libração em latitude: devido à inclinação ($6,7^\circ$) entre eixo de rotação da Lua e a normal à eclíptica.



Libração da Lua

Extensão da superfície lunar visível (em verde) devido à libração, em comparação com a extensão da superfície lunar visível sem libração (em amarelo).



Libração da Lua



Em latitude



Em longitude

6-16-2013

1-9-2014



Mare Crisium



Mare Humboldtianum

Mare Marginis

Mare Smythii

Mare Australe



© John Chumack (left)/ Frank Barrett (right)

Mês sideral (período orbital) vs mês sinódico (fases da Lua)

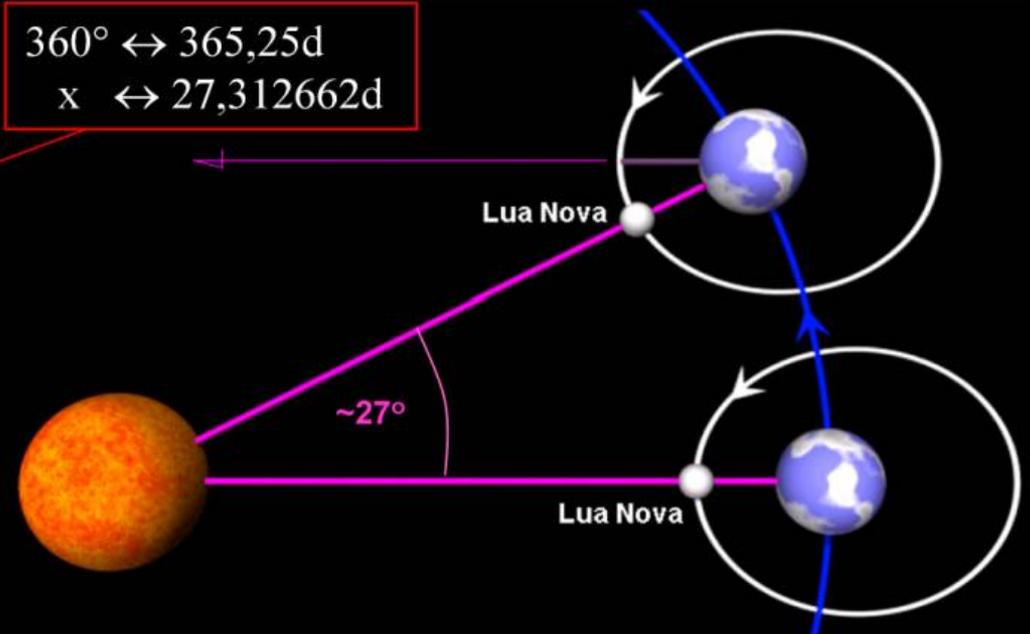
© Slide do Prof. Enos Picazzio (IAG - USP)

Mês sideral (27,321662d = 27d 7h 43m 12s): período orbital da Lua.

Mês sinódico (29,530589d = 29d 12h 44m 3s): período das lunações ou das fases da Lua (Nova-Nova, Cheia-Cheia etc.)

Essa diferença ocorre porque durante um mês sideral a Terra avançou cerca de 27° em relação à posição anterior e a repetição da fase lunar esperada só ocorrerá 2,208927 dias mais tarde

$$\begin{aligned} 360^\circ &\leftrightarrow 365,25\text{d} \\ x &\leftrightarrow 27,312662\text{d} \end{aligned}$$



Visão do hemisfério Norte

Minguante

Quarto Minguante ~ (0h - 12h)

Minguante gibosa

amanhecer

Nova ~ (6h - 18h)

Nascer do Sol

Meia-noite

Cheia ~ (18h - 6h)

Meio-dia

Por do Sol

Ocultação mais tarde

entardecer

Crescente

Crescente gibosa

Quarto Crescente ~ (12h - 0h)



A imagem da Lua é invertida entre observadores nos hemisférios Norte e Sul

Imagem fora de escala

Hemisfério
Norte

Hemisfério
Sul

Top

Bottom

Bottom

Top

Equador

Adaptado por Jorge Meléndez, IAG-USP

Science
alert

2007 Oct 12 00:00:00 UT

2007 Oct 12 00:00:00 UT

Hemisfério Sul

Hemisfério Norte



Southern Hemisphere

Crescente Quarto Crescente Crescente Gibosa Cheia Minguante Gibosa Quarto Minguante Minguante

Hemisfério Sul



Hemisfério Norte





Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

**Galata Tower & first quarter
Moon #Istanbul #Turkey**

5:58 PM · 8 de dez de 2016 ·



Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

11:27 PM · 27 de jul de 2020

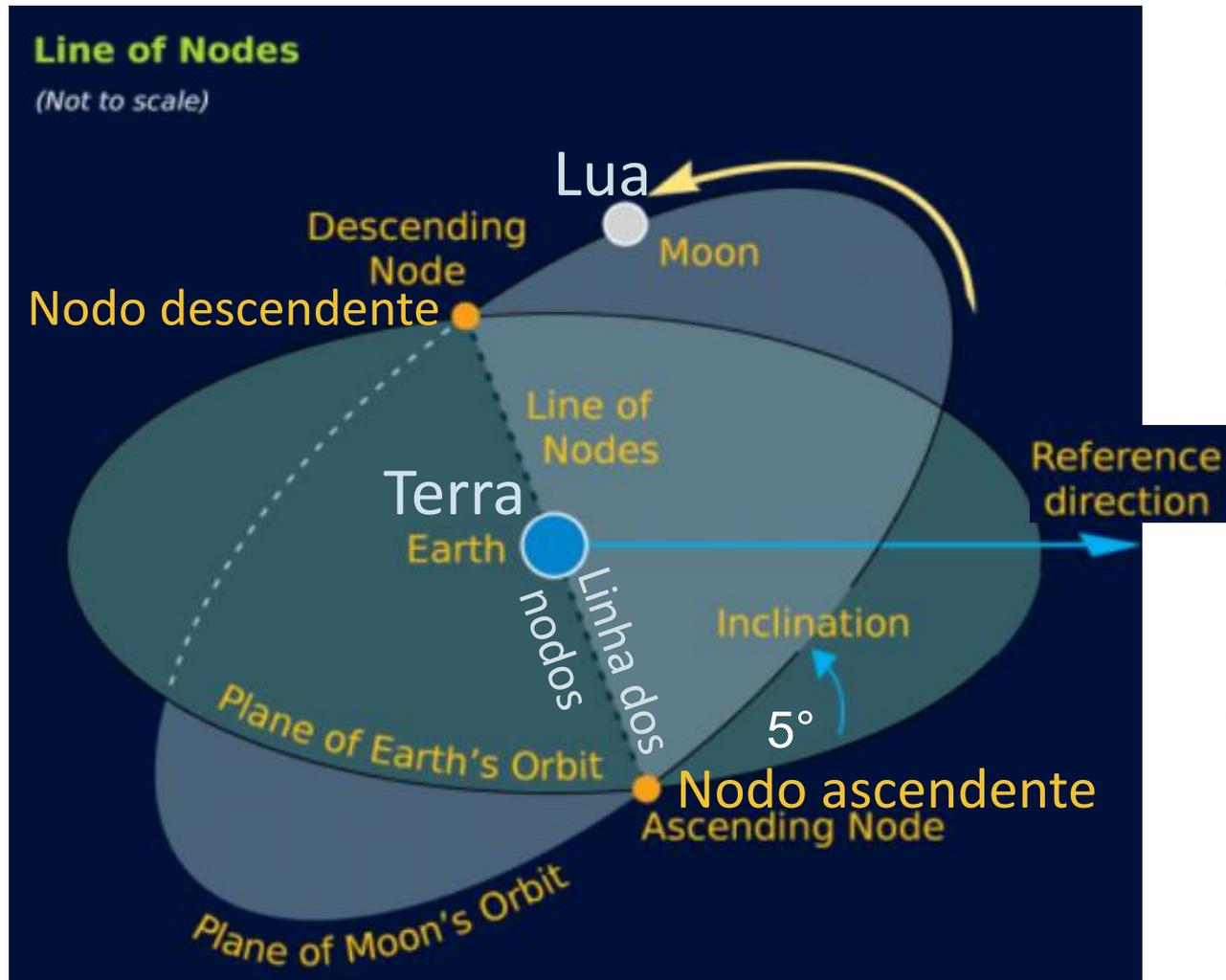
...

A beleza da lua craterada em quarto crescente hoje à noite em Butantã #SaoPaulo #Sampa #SP #Brasil #DaJanela #OlhemOCéu #OlhemALua #OlheALua

First Quarter Moon tonight in São Paulo #Brazil 27/jul/2020 #StormHour @StormHour #Astronomy



Linha dos nodos (ou linha nodal): interseção entre os planos das órbitas da Lua e da Terra (eclíptica).



Para que aconteça um eclipse a Lua deve estar próxima a um dos nodos e na fase de lua nova (eclipse solar) ou lua cheia (eclipse lunar)

A sombra projetada por um objeto iluminado pelo Sol.

Na umbra a luz é totalmente bloqueada e na penumbra é parcialmente bloqueada.

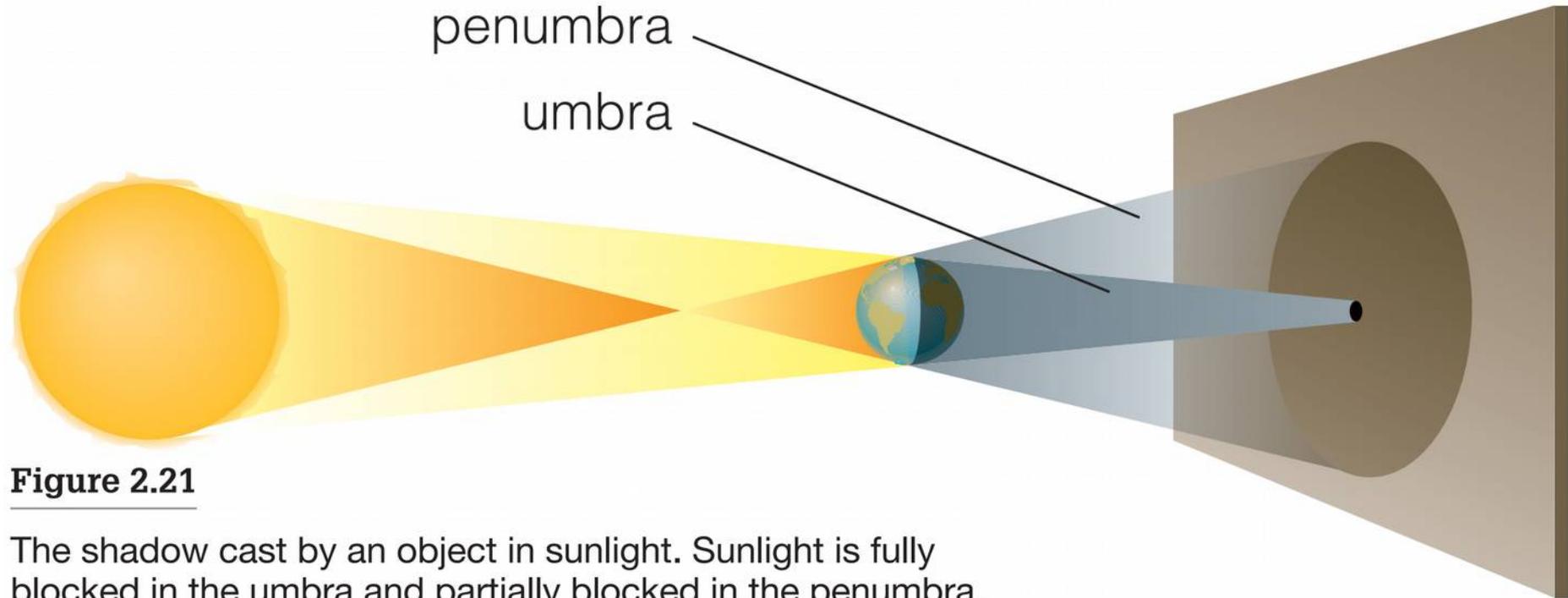


Figure 2.21

The shadow cast by an object in sunlight. Sunlight is fully blocked in the umbra and partially blocked in the penumbra.

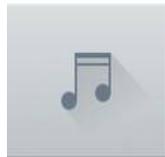
Yes, I'm bein' followed by a **moonshadow**

Leapin and hoppin' on a **moonshadow**

And if I ever lose my hands, lose my plough, lose my land

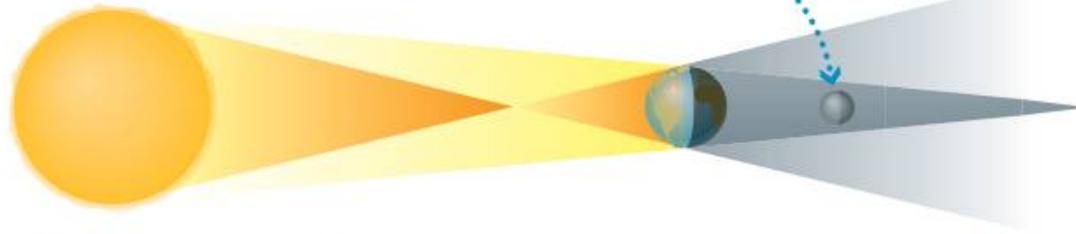
Oh if I ever lose my hands, Oh if / I won't have to work nomore

© Essential Cosmic Perspective



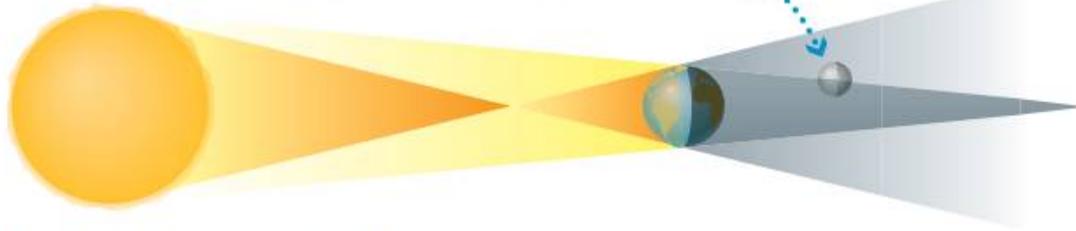
Eclipses lunares

Moon passes entirely through umbra.



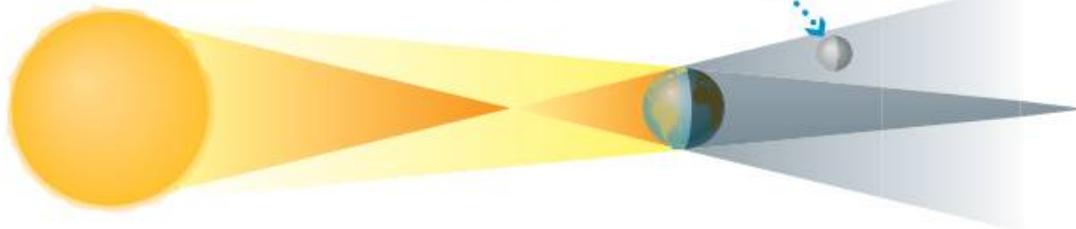
Total Lunar Eclipse

Part of the Moon passes through umbra.

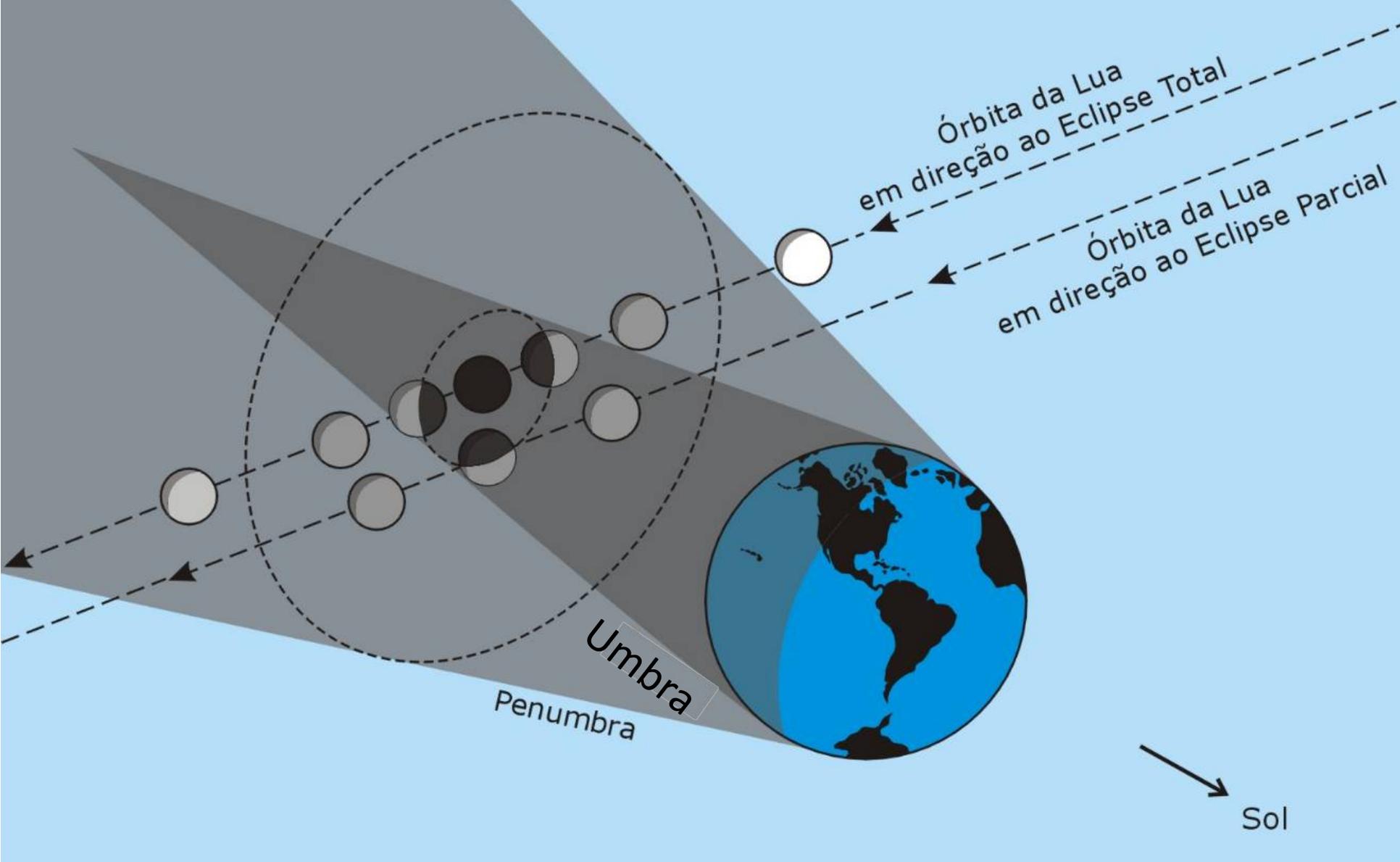


Partial Lunar Eclipse

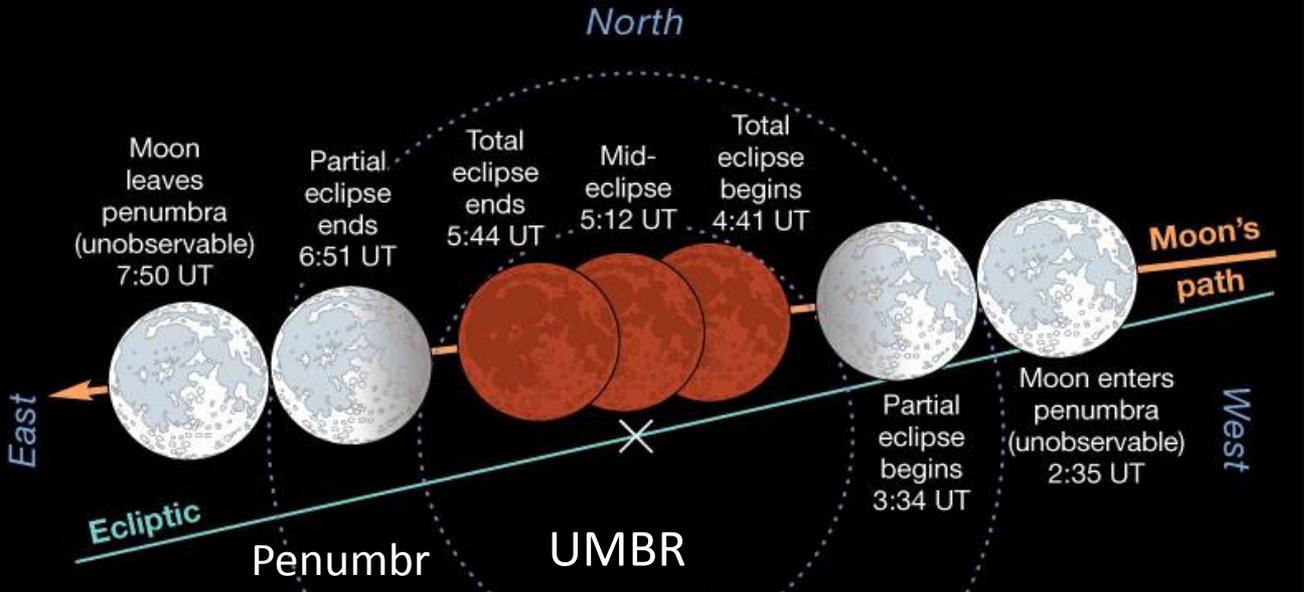
Moon passes through penumbra.



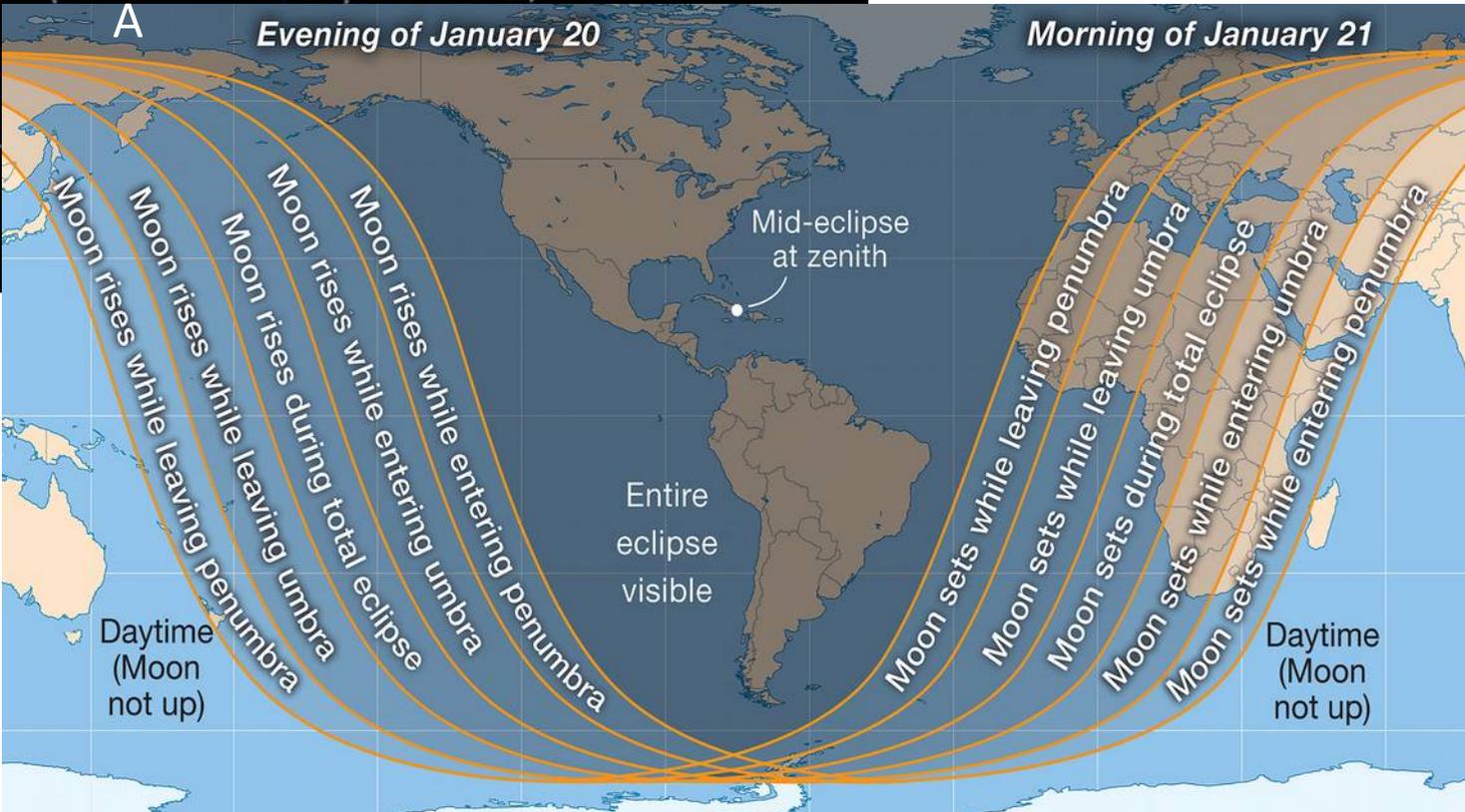
Penumbral Lunar Eclipse



Infelizmente céu nublado em Sampa. Foto na madrugada de 21/1/2019



a

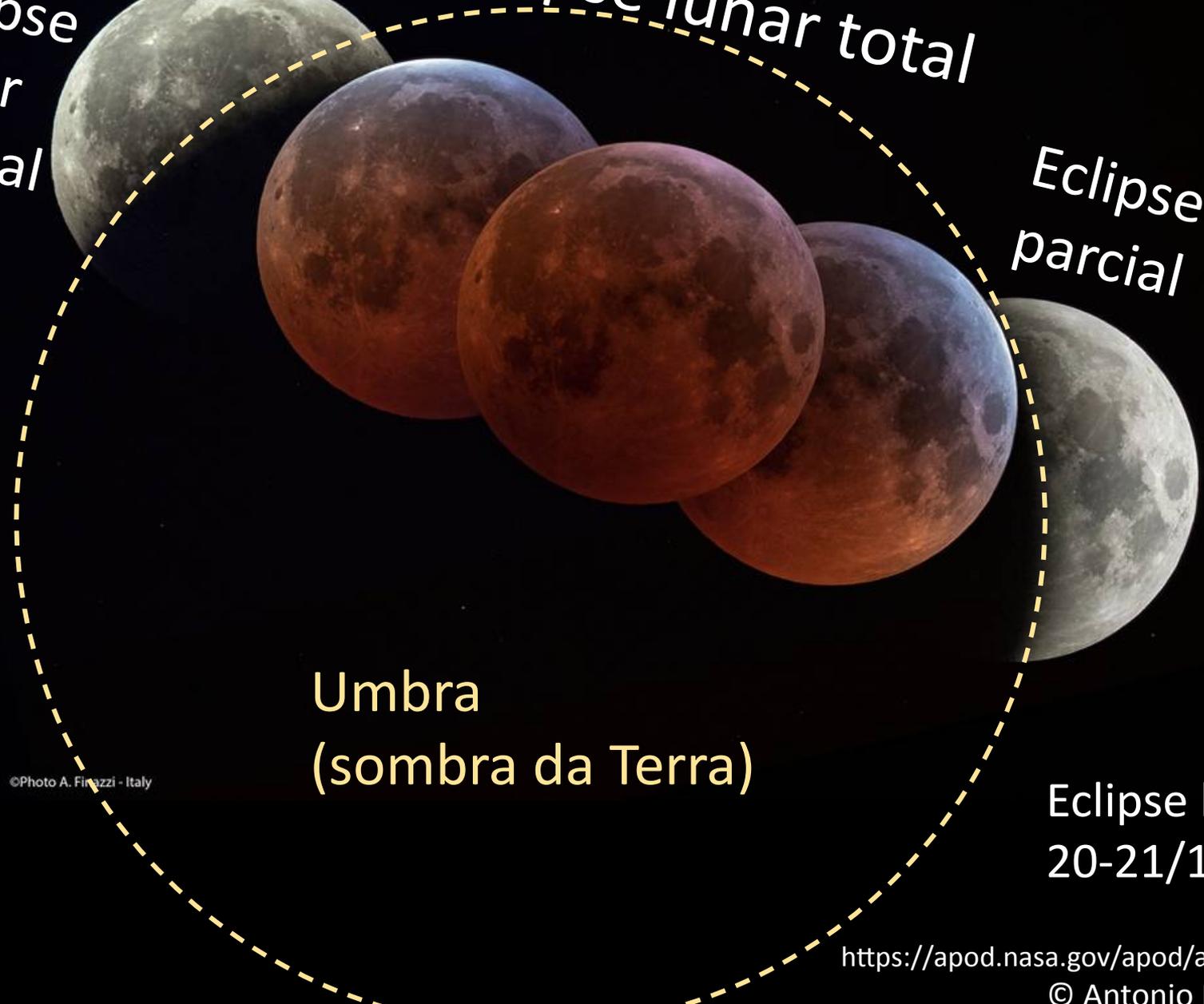


<https://skyandtelescope.org/press-releases/all-you-need-to-know-for-sundays-total-lunar-eclipse/>

Eclipse
lunar
parcial

Eclipse lunar total

Eclipse lunar
parcial



Umbral
(sombra da Terra)

©Photo A. Finazzi - Italy

Eclipse lunar
20-21/1/2019

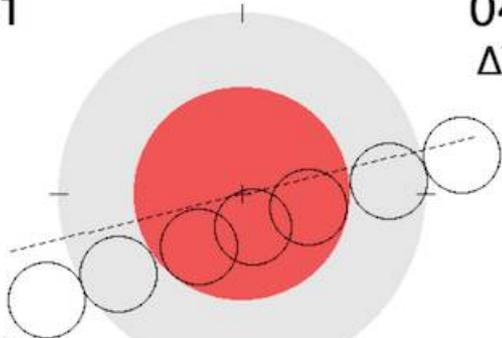
<https://apod.nasa.gov/apod/ap190126.html>

© Antonio Finazzi, Itália

Total - 2022 May 16

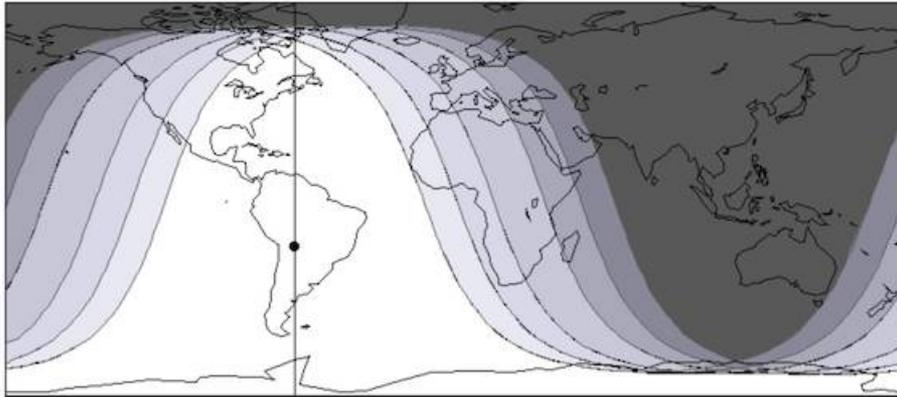
Saros 131
D.Node

04:13 TD
 $\Delta T = 70s$



Tot. = 85m
Par. = 207m
Gam. = -0.2532

U.Mag. = 1.4137
P.Mag. = 2.3726



Thousand Year Canon of Lunar Eclipses

©2014 by Fred Espenak



Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

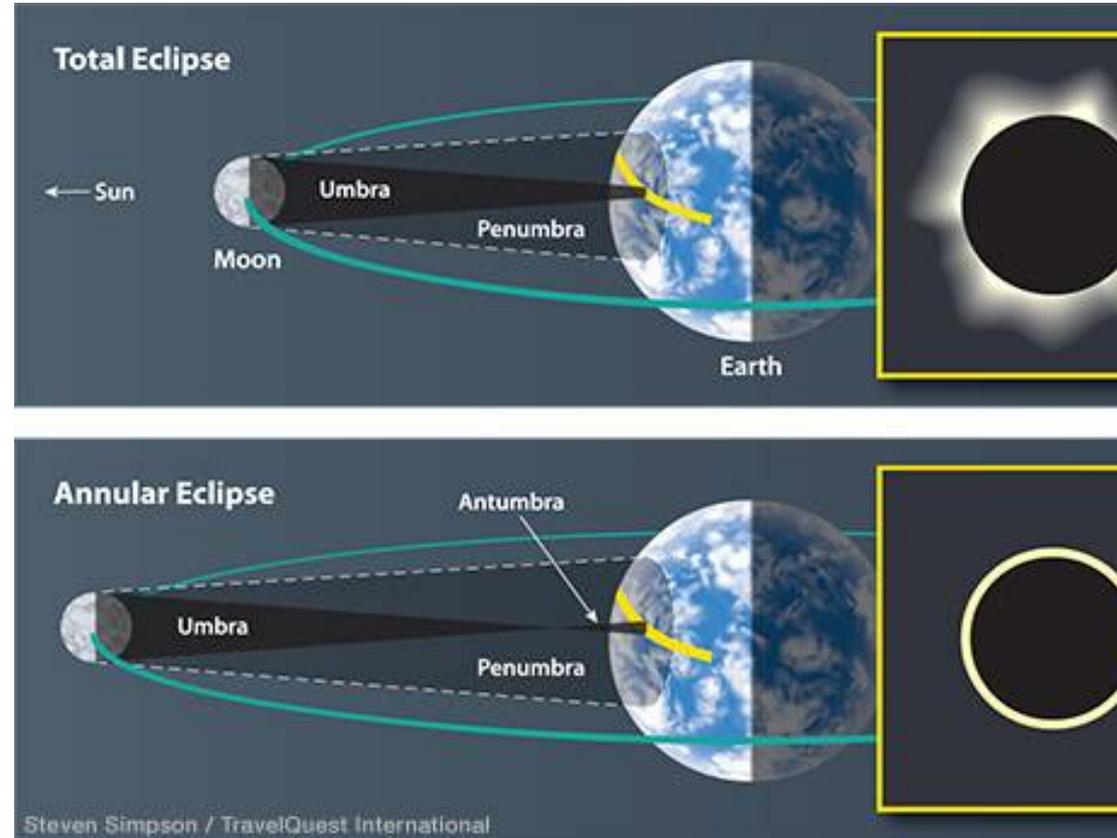
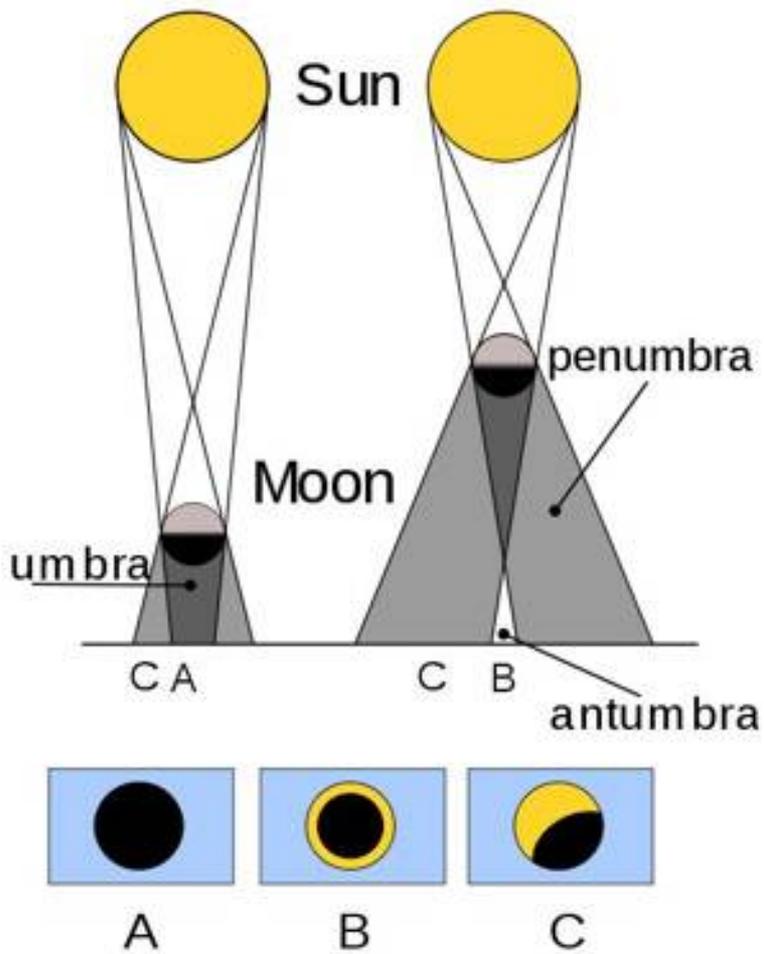
As fases do eclipse lunar hoje à noite em São Paulo. A totalidade (lua vermelha) será até ~01:53

#EclipseLunar #EclipseLunarTotal
Total Lunar Eclipse in Sao Paulo #BR @StormHour



12:47 AM · 16 de mai de 2022

Eclipses

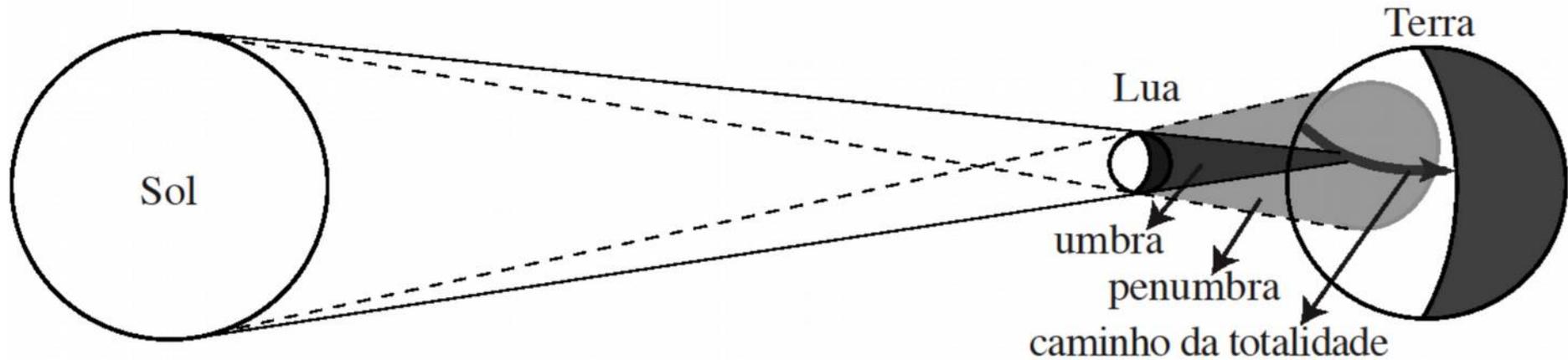


Total Anular Parcial

Anular: Lua mais afastada da superfície da Terra (Lua em apogeu ou latitudes altas/baixas da Terra)

Eclipse solar total e parcial

Observador na umbra: eclipse solar total



© Elisabete Dal Pino

Observador na penumbra: eclipse solar parcial



Mapa do eclipse solar de 2 de julho de 2019

Eclipse do sol no Brasil

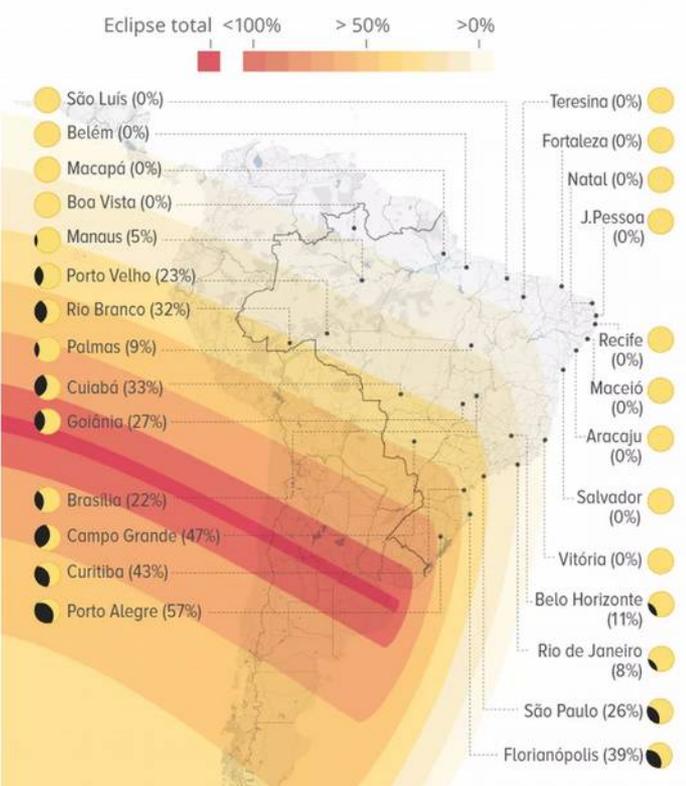
Cidades verão fenômeno de forma parcial



Ponto máximo do eclipse
19:22 UTC
Duração: 00:04:33

200 km Google

Fonte: Timeanddate.com



Eclipse solar parcial em Curitiba. (c) Giuliano Gomes/PR Press

Eclipse solar, 2/jul/2019, Chile

(c) Jorge Meléndez





Jorge Melendez

@DrJorgeMelendez

O Sol eclipsado parcialmente pela Lua refletido na minha camiseta da USP, no eclipse solar de 2 de julho de 2019 no deserto de Atacama





Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

NUNCA OLHE O SOL DIRETAMENTE.

Pode ver o eclipse solar usando filtros ópticos específicos (como na imagem) para bloquear 99,999% da luz do Sol. Caso não possua um filtro adequado, pode usar um vidro de máscara de solda número 13 ou 14 (procure em lojas de material de construção)



Vidro de máscara de solda
(no mínimo #13; idealmente #14)



Jorge Melendez
@DrJorgeMelendez

O Sol no máximo de ocultação hoje em São Paulo, 14.05 [#Sampa](#) [#EclipseSolar2020](#) [#Eclipse2020](#)

The Sun today at the maximum of the partial solar eclipse in Sao Paulo [#Brazil](#) [#StormHour](#) [#EclipseSolar](#)



Eclipse solar anular. Quando o vértice do cone de sombra da Lua não atinge a superfície da Terra

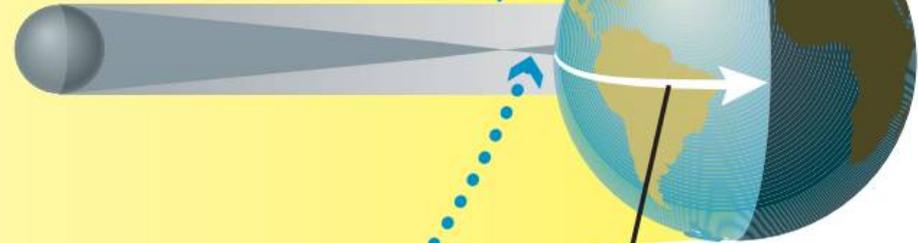
A partial solar eclipse occurs in the lighter area surrounding the area of totality.



Partial Solar Eclipse



Moon



If the Moon's umbral shadow does not reach Earth, an annular eclipse occurs in the small central region.

path of annular eclipse

Annular Solar Eclipse





Astronomia USP Brasil

@AstroUSP

...

O eclipse anular solar ontem na Arábia.

Yesterday's annular solar eclipse in Arabia.

(c) Khalid al-hamnadi, Liwa desert, 26/12/2019



Astronomia USP Brasil @AstroUSP · 1 de fev de 2020

Observando o **eclipse solar anular** ao pôr do Sol em Novo México #EUA

...

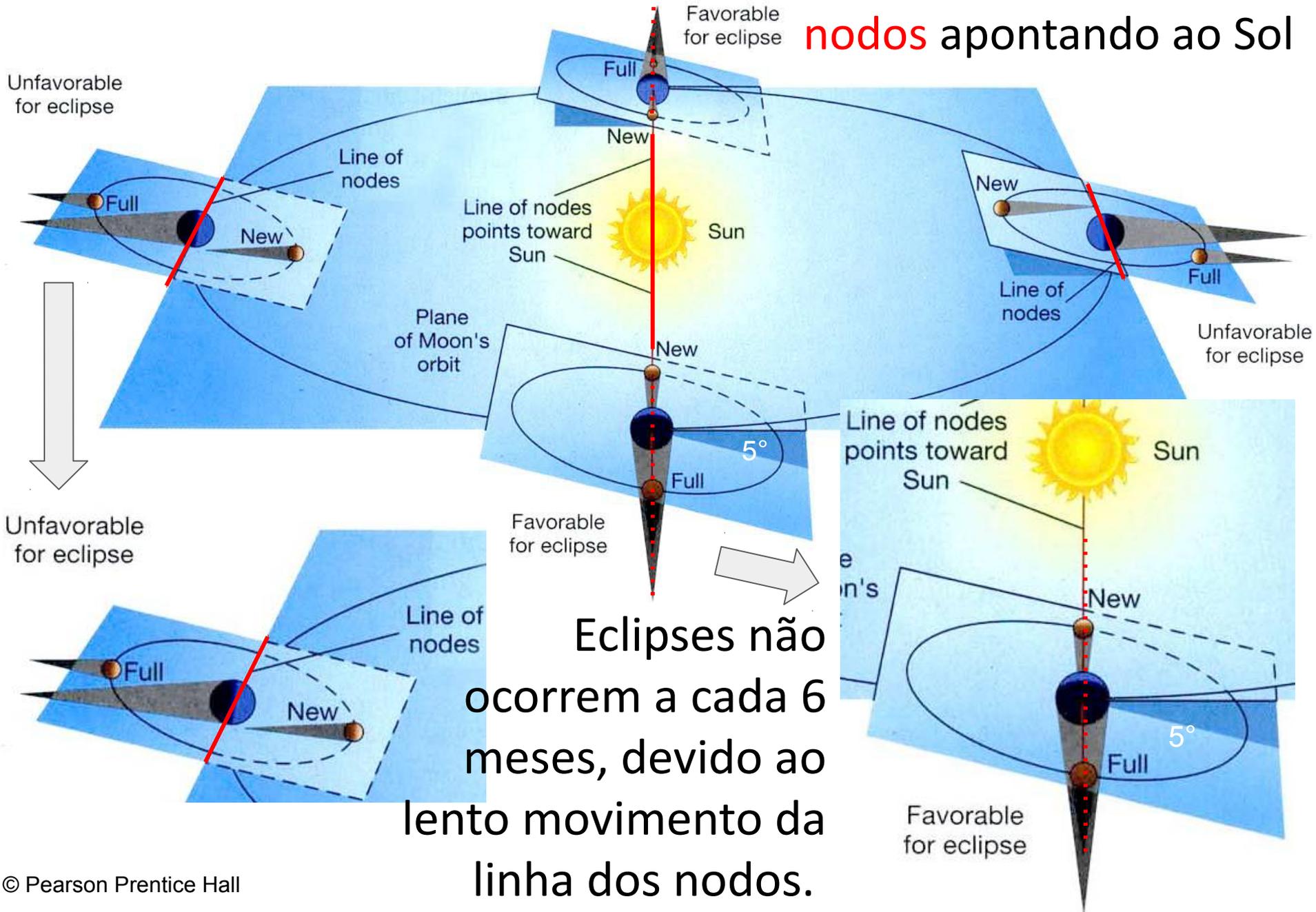
Annular Solar **Eclipse** at sunset over New Mexico #USA 🇺🇸

(c) Colleen Pinski 20/5/2012 apod.nasa.gov/apod/ap160831...

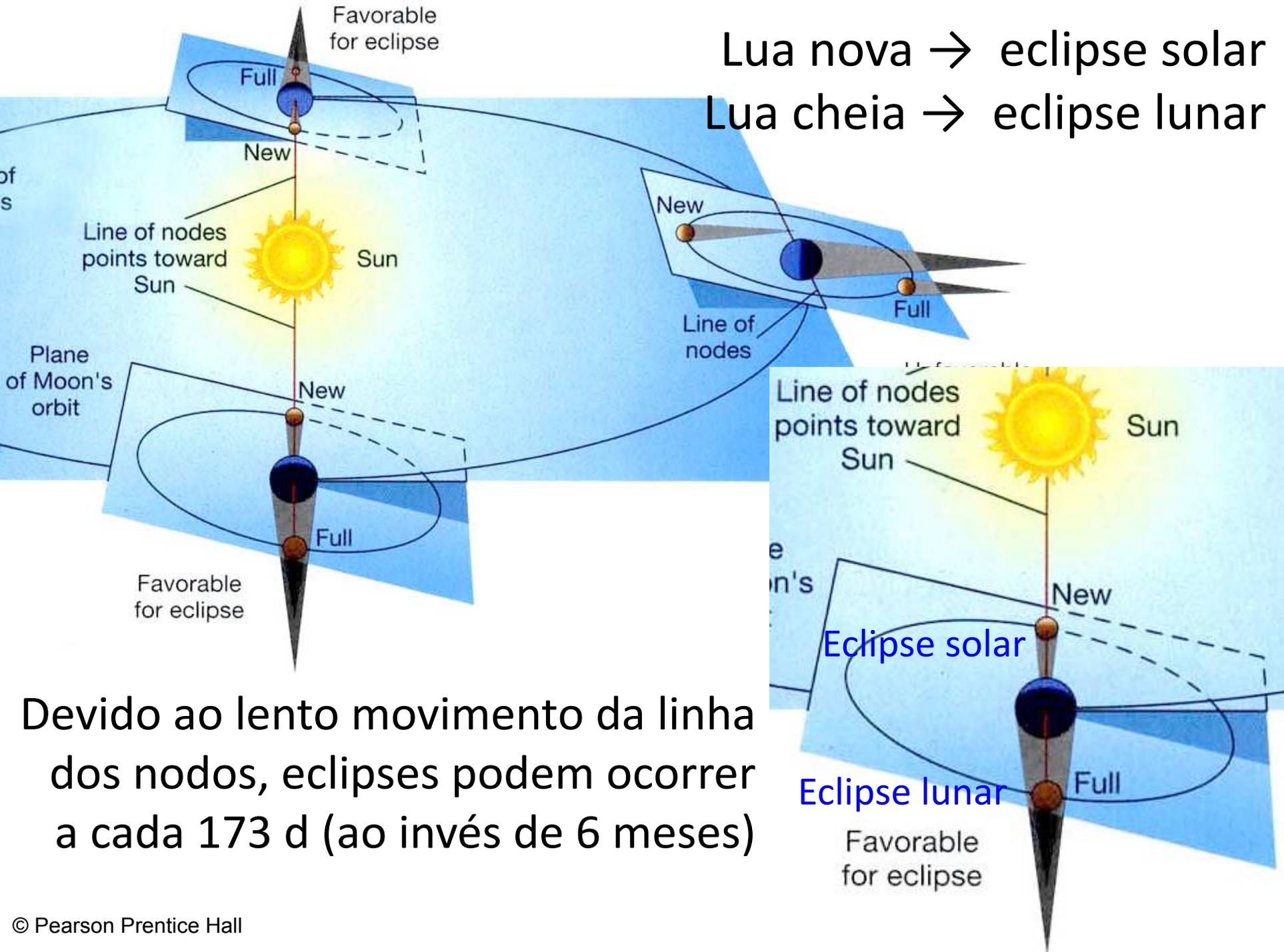


© Colleen Pinski

Para que ocorra eclipse: Lua perto de um nodo e **linha dos nodos** apontando ao Sol



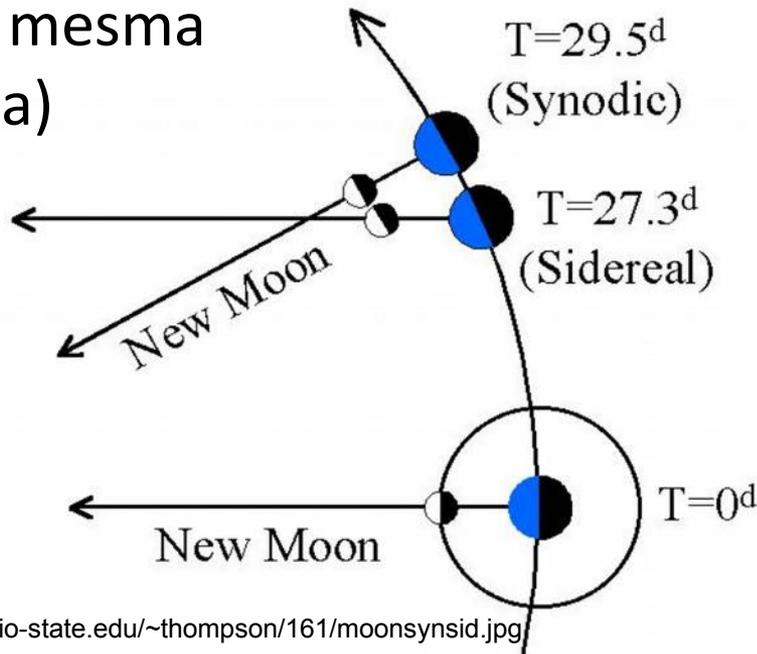
Lua nova \rightarrow eclipse solar
Lua cheia \rightarrow eclipse lunar



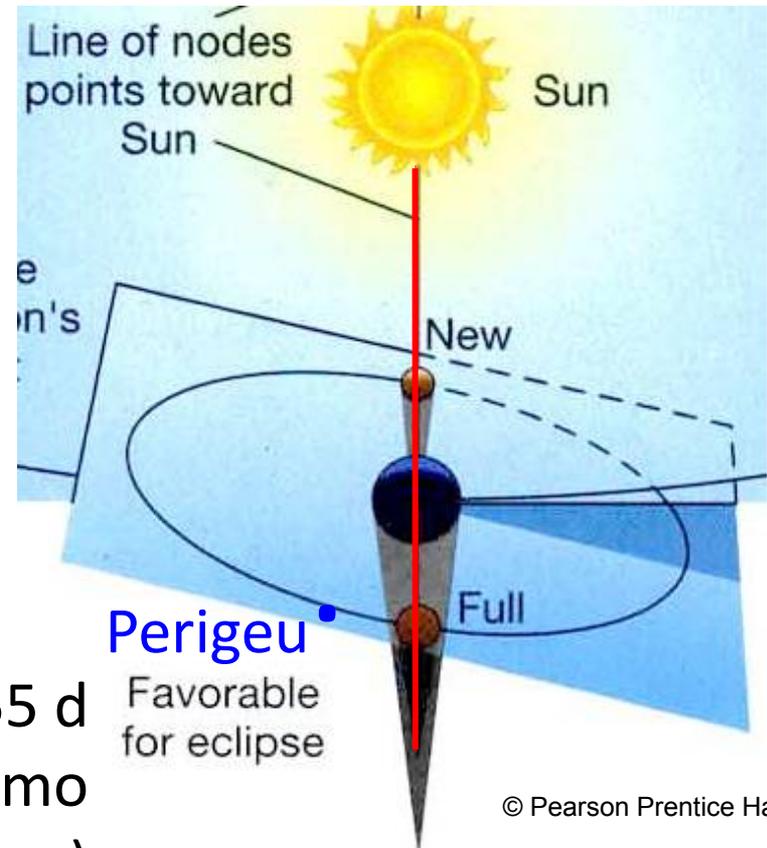
Devido ao lento movimento da linha dos nodos, eclipses podem ocorrer a cada 173 d (ao invés de 6 meses)

Saros: periodicidade de eclipses de 18 anos 11 dias 8 horas, devido à harmonia entre mês sinódico, draconiano e anomalístico. 223 meses sinódicos ~ 242 meses draconianos ~ 239 meses anomalísticos. Descoberto talvez pelo astrônomo caldeu Beroso (350-270 a. C.)

Mês sinódico = 29.53059 d
(2 vezes a mesma fase da Lua)



Mês draconiano = 27.21222 d
(2 passagens pelo mesmo nodo)



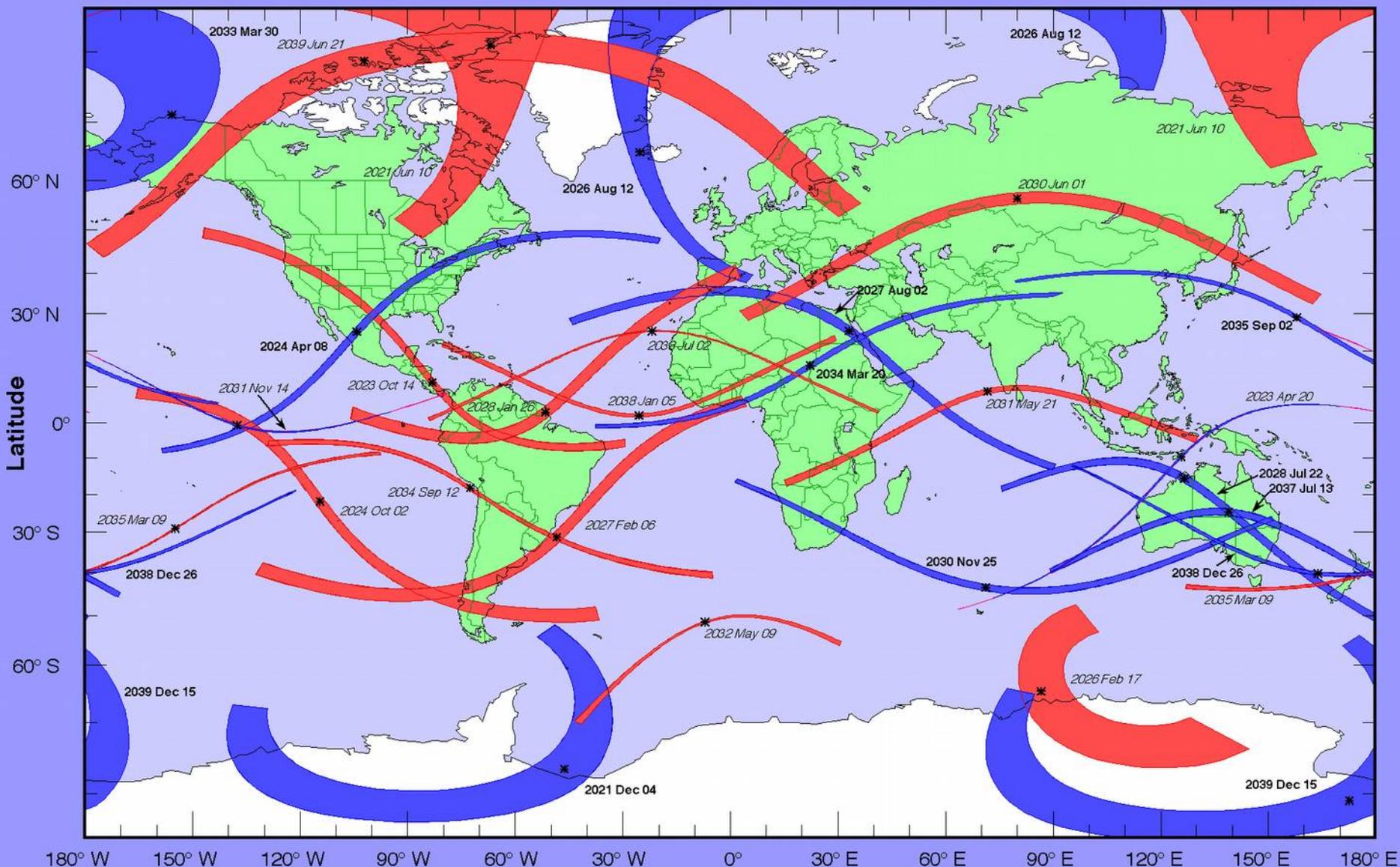
<http://www.astronomy.ohio-state.edu/~thompson/161/moonsynsid.jpg>

Mês anomalístico = 27.55455 d
(duas passagens consecutivas pelo mesmo ponto de sua órbita (p.ex. **perigeu**))

Saros means repetition

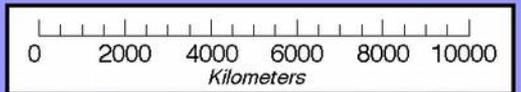
© Pearson Prentice Hall

Total and Annular Solar Eclipse Paths: 2021 – 2040

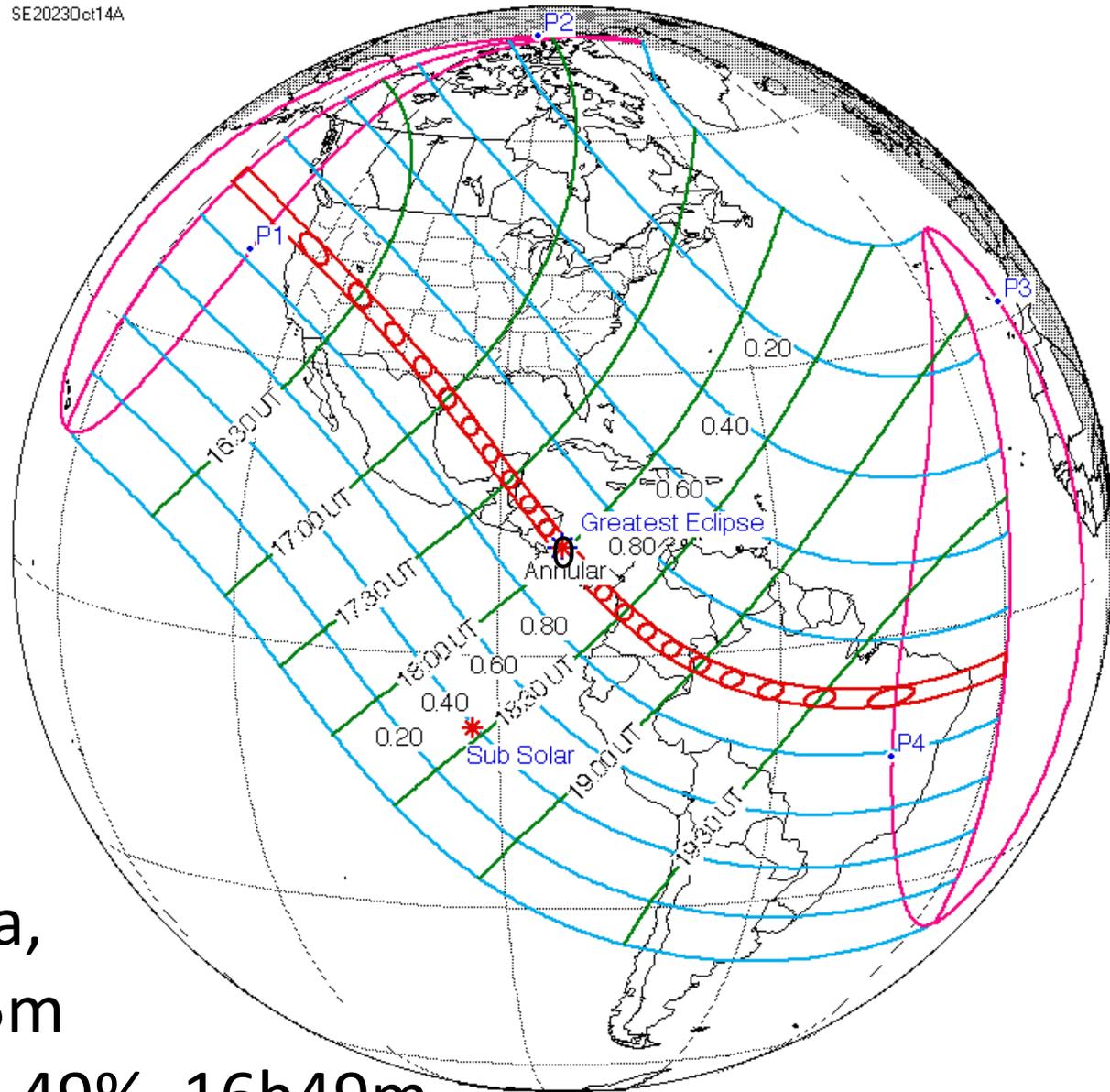
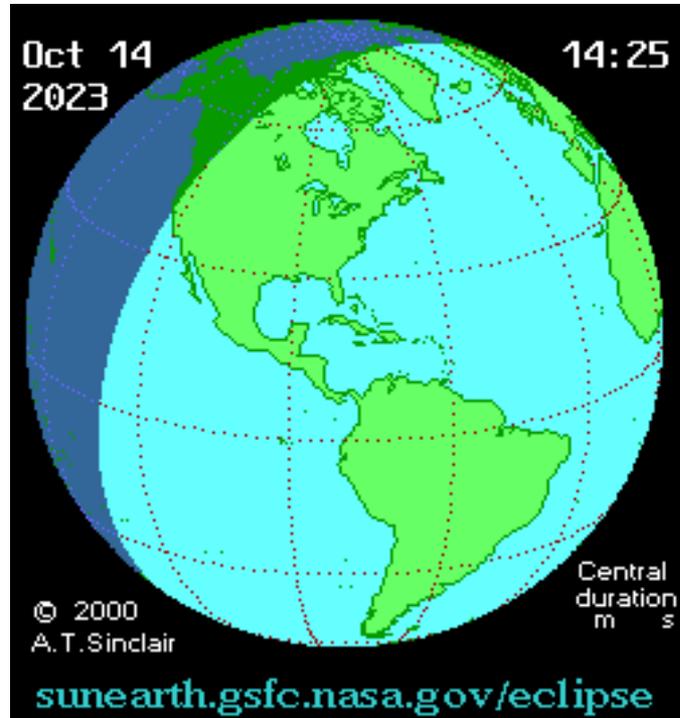


Legend:

- Total Eclipse
- Annular Eclipse
- Hybrid Eclipse

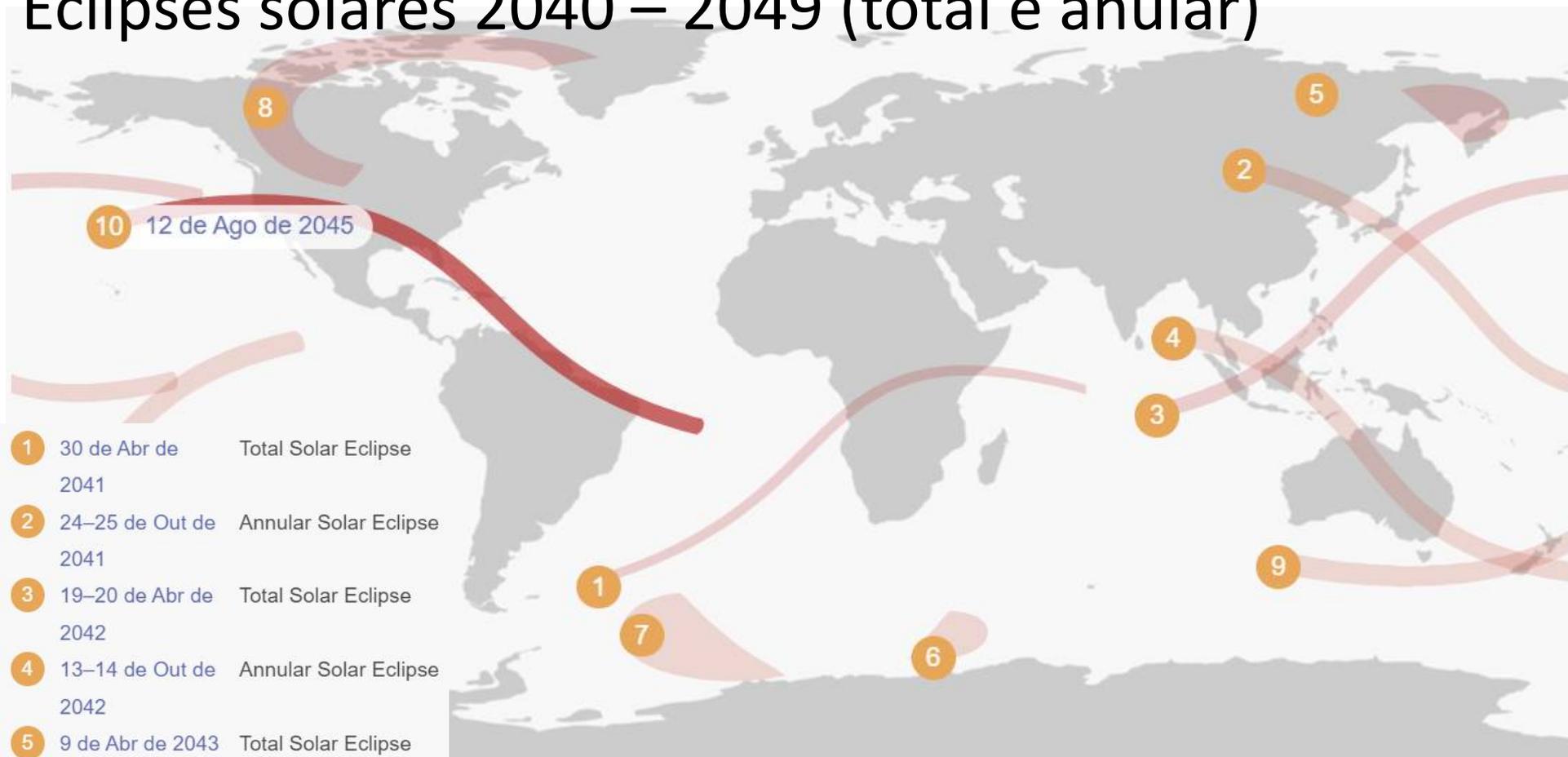


Eclipse solar anular de 14/10/2023



- Natal e João Pessoa, máximo 95%, 16h45m
- São Paulo, máximo 49%, 16h49m (parcial começa 15h41m, fim 17h50m)

Eclipses solares 2040 – 2049 (total e anular)

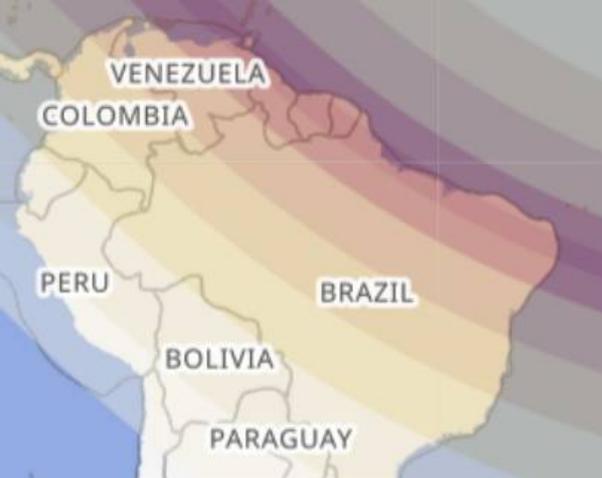


- 1 30 de Abr de 2041 Total Solar Eclipse
- 2 24–25 de Out de 2041 Annular Solar Eclipse
- 3 19–20 de Abr de 2042 Total Solar Eclipse
- 4 13–14 de Out de 2042 Annular Solar Eclipse
- 5 9 de Abr de 2043 Total Solar Eclipse
- 6 3 de Out de 2043 Annular Solar Eclipse
- 7 28 de Fev de 2044 Annular Solar Eclipse
- 8 22–23 de Ago de 2044 Total Solar Eclipse
- 9 16–17 de Fev de 2045 Annular Solar Eclipse
- 10 12 de Ago de 2045 Total Solar Eclipse

Brasil:

Eclipse solar total 12/8/2045

<https://www.timeanddate.com/eclipse/list.html?starty=2040>



João Pessoa, Paraíba, Brazil

Total solar eclipse visible (100.00% coverage of Sun)

Magnitude: 1.0247

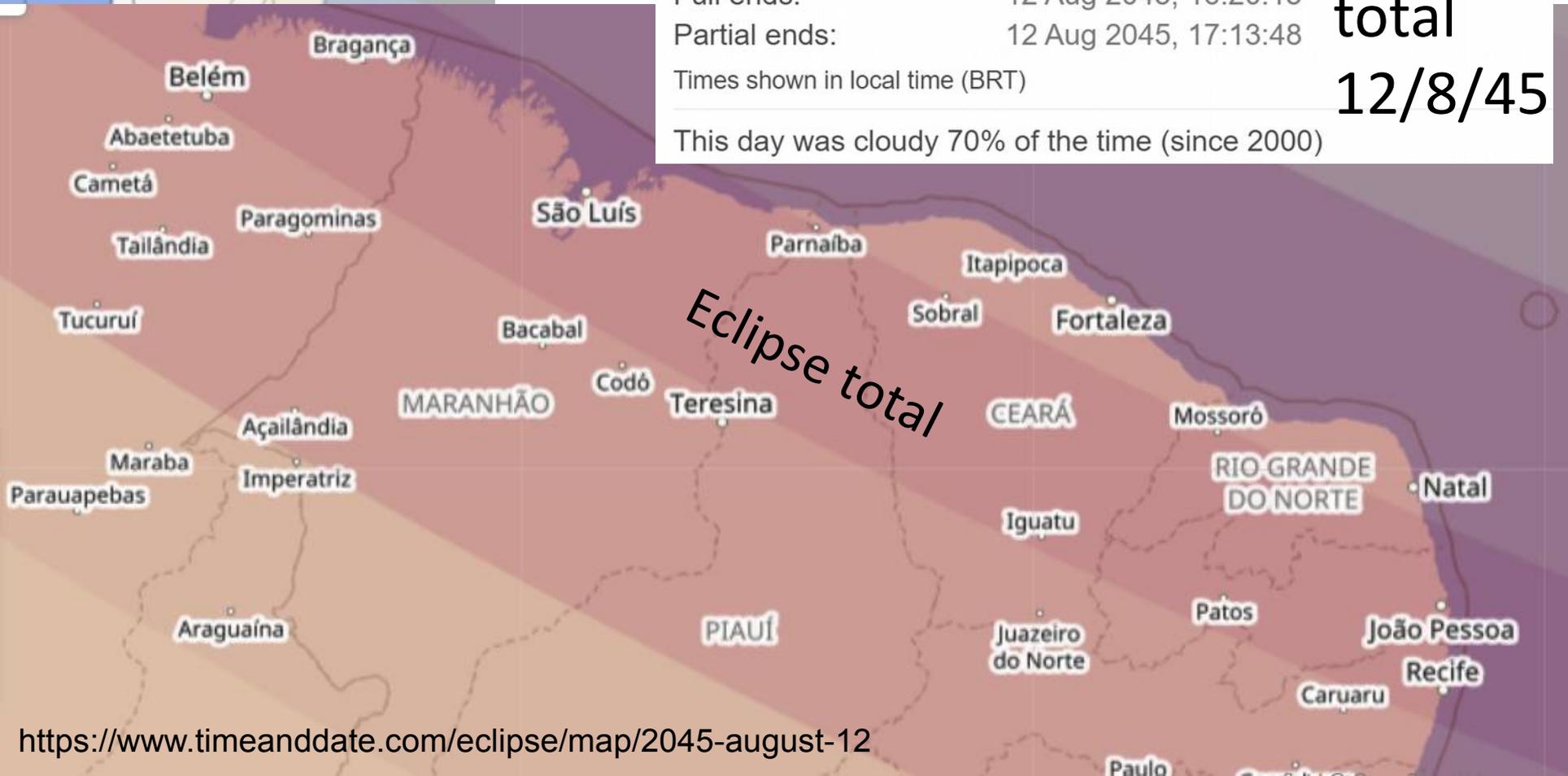
Duration:	1 hour, 56 minutes, 8 seconds
Duration of totality:	3 minutes, 27 seconds
Partial begins:	12 Aug 2045, 15:17:40
Full begins:	12 Aug 2045, 16:16:48
Maximum:	12 Aug 2045, 16:18:31
Full ends:	12 Aug 2045, 16:20:15
Partial ends:	12 Aug 2045, 17:13:48

**Eclipse
solar
total**

12/8/45

Times shown in local time (BRT)

This day was cloudy 70% of the time (since 2000)



Movimento lunar e duração de eclipse solar total

Movimento da Lua:

A Para leste, em relação ao Sol: $360^\circ / 29,5 \text{ dias} \sim 12^\circ / \text{dia}$ (valor aproximado)

B Velocidade:
da Lua: $\frac{12^\circ/\text{dia}}{360^\circ} \times 2\pi \times 384\,000 \text{ km} \simeq 80\,400 \text{ km}/\text{dia} \simeq 56 \text{ km}/\text{min}$

C Velocidade de rotação
da Terra (superfície): $\frac{2\pi R_\oplus}{1 \text{ dia}} = \frac{2\pi \times 6\,370 \text{ km}}{24 \text{ h}} = 1667 \text{ km}/\text{h} \simeq 28 \text{ km}/\text{min}$

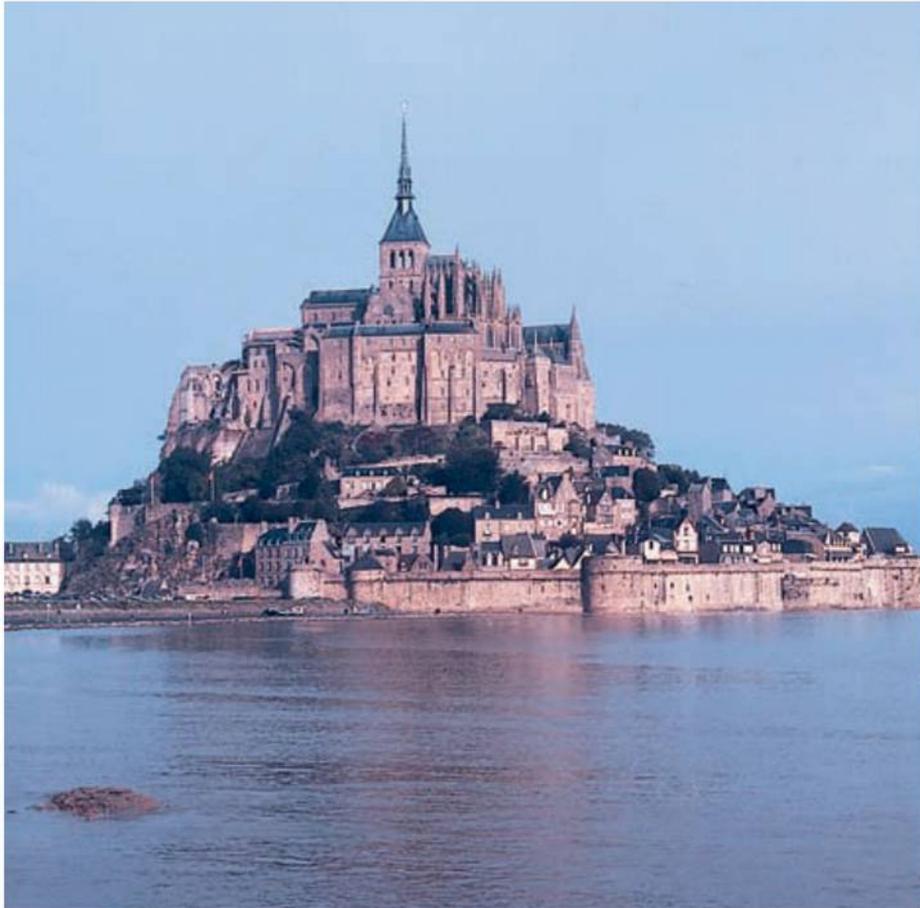
D Velocidade relativa aproximada: $56 \text{ km}/\text{min} - 28 \text{ km}/\text{min} = 28 \text{ km}/\text{min}$
Valor preciso (leva em conta a geometria): $34 \text{ km} / \text{min}$

E Duração máxima: $\frac{270 \text{ km}}{34 \text{ km}/\text{min}} = 7,9 \text{ min}$ *Diâmetro máximo da sombra lunar sobre a superfície terrestre*

Marés e a variação do nível das águas

Variação da maré na Abadia do Monte Saint-Michel, França

Maré alta



Maré baixa





São Luís – Praia da ponta D'Areia na maré alta

São Luís – Praia da ponta D'Areia na maré baixa



Variação da maré em São Luís, Maranhão

Devido à rotação, os corpos geralmente não são perfeitamente esféricos. Corpos vizinhos podem exercer forças diferenciais → marés

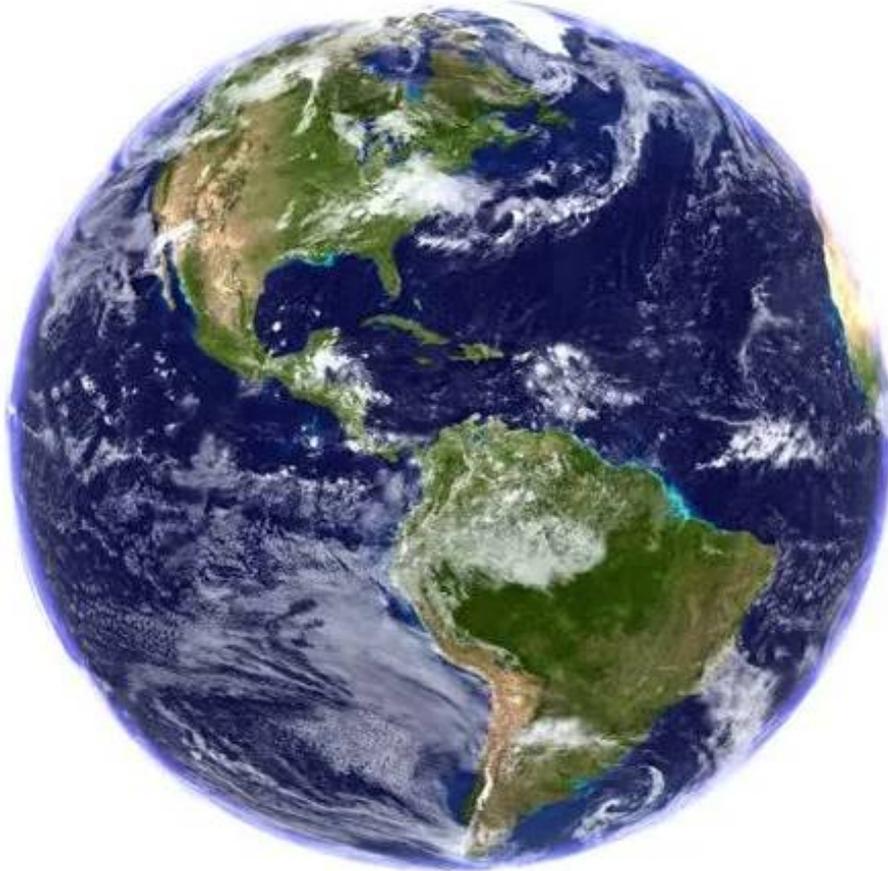
D. equatorial = 12756,28 km
raio eq. = 6378,14 km

Diâm. equat. - polar = 43 km

Achatamento ~1/300

Diâm. polar = 12713,50 km

raio polar = 6356,75 km



Causa física das marés: forças diferenciais

Forças exercidas pela massa M nas partículas m_1 e m_2

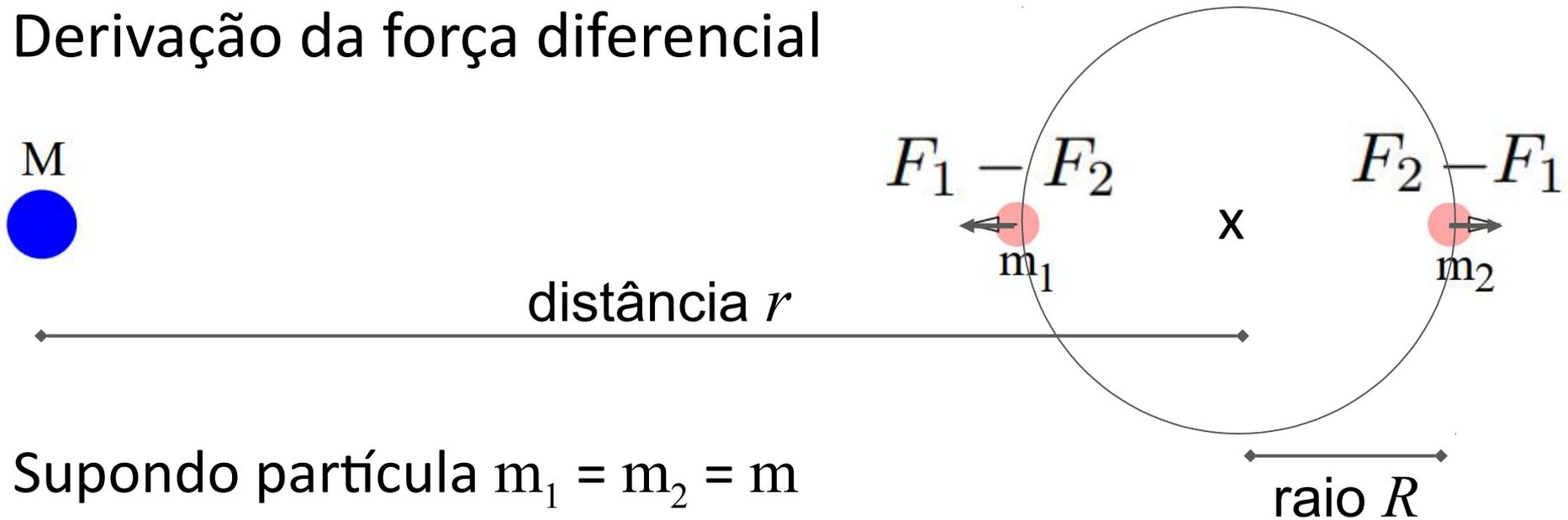


Força diferencial entre as partículas m_1 e m_2 pela massa M



A força diferencial $\Delta\vec{F} = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$ tende a separar as partículas m_1 e m_2 em relação ao centro de massa x .

Derivação da força diferencial



$$F = -\frac{GMm}{r^2} \rightarrow \frac{dF}{dr} = \frac{2GMm}{r^3}$$

Raio $R \ll r$

$$dr = R \rightarrow dF = \frac{2GMm}{r^3} R$$

Comparação entre as forças diferenciais do Sol e da Lua

$$dF = \frac{2GMm}{r^3} R$$

$$dF_{\odot} = \frac{2GM_{\odot} m_{partícula}}{d_{\odot}^3} R_T \quad \text{Força de maré do Sol na Terra}$$

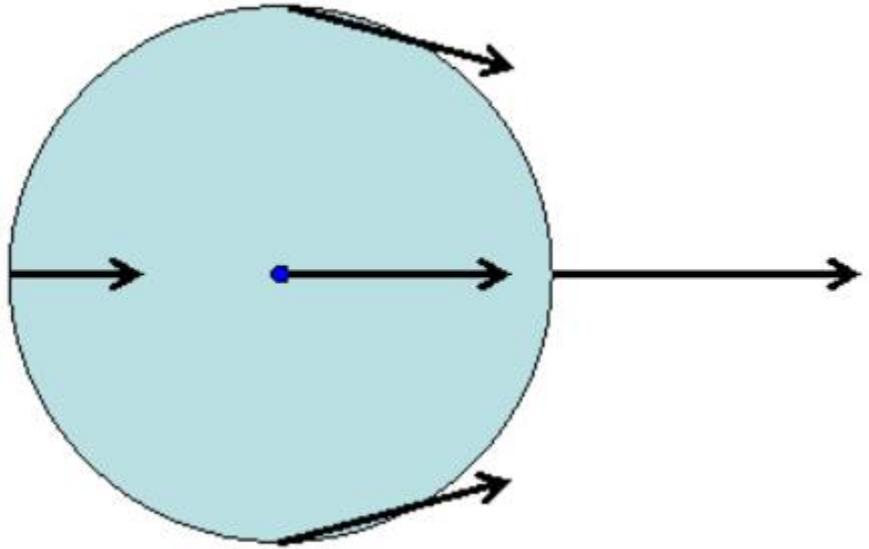
$$dF_L = \frac{2GM_L m_{partícula}}{d_{Lua-Terra}^3} R_T \quad \text{Força de maré da Lua na Terra}$$

$$\frac{dF_{\odot}}{dF_L} = \frac{M_{\odot}}{M_L} \left(\frac{d_L}{d_{\odot}} \right)^3 = \frac{2 \times 10^{30} \text{ kg}}{7,35 \times 10^{22} \text{ kg}} \left(\frac{384\,000 \text{ km}}{149\,600\,000 \text{ km}} \right)^3 = 0,46$$

A influência da maré solar é apenas a metade da maré lunar!

Forças em relação à Lua

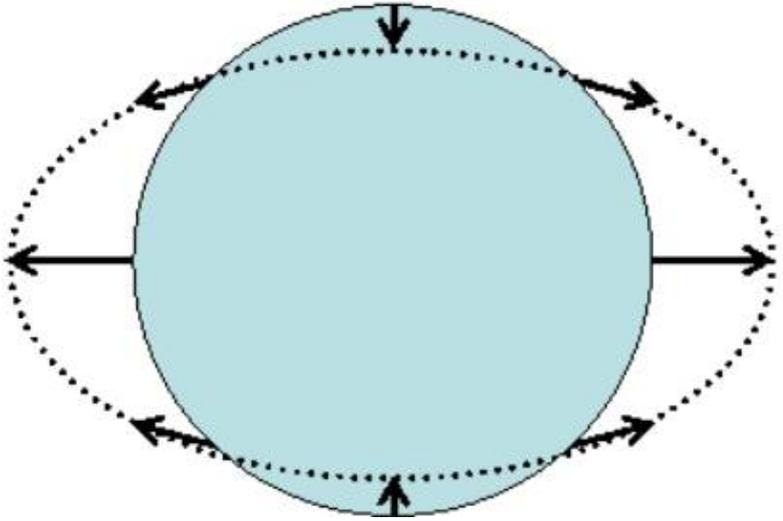
Terra



Lua

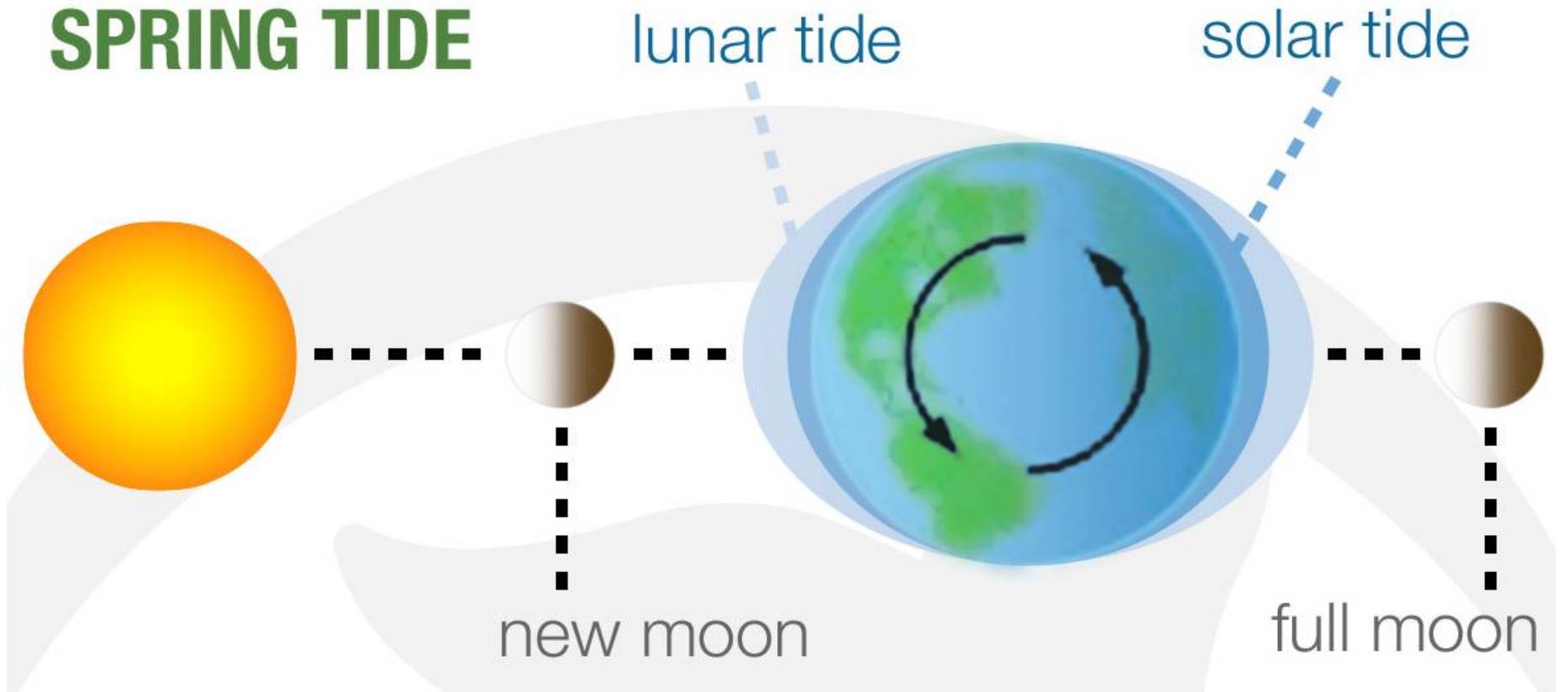


Forças em relação ao centro da Terra



Maré de Sizígia

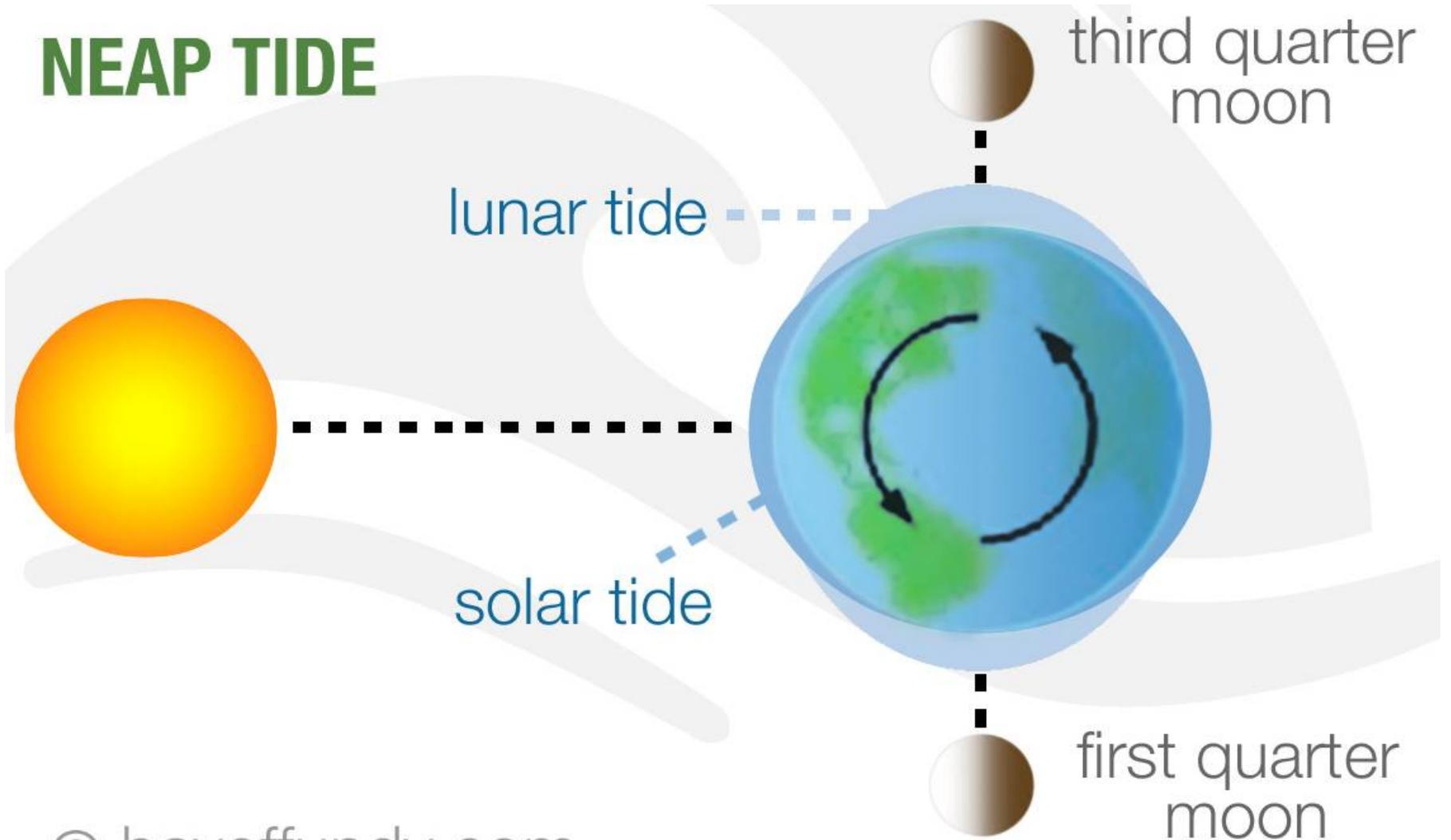
SPRING TIDE



Not to scale

Maré de Quadratura

NEAP TIDE

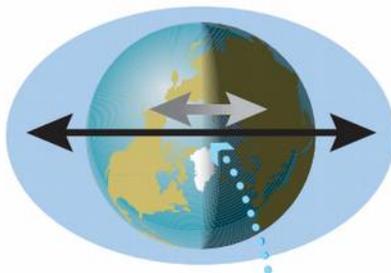


© bayoffundy.com

Not to scale

Maré de Sizígia

new moon



full moon



third-quarter moon

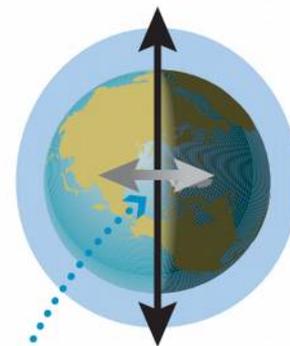


Maré de Quadratura

Efeito do Sol: →

Efeito da Lua: →

to Sun



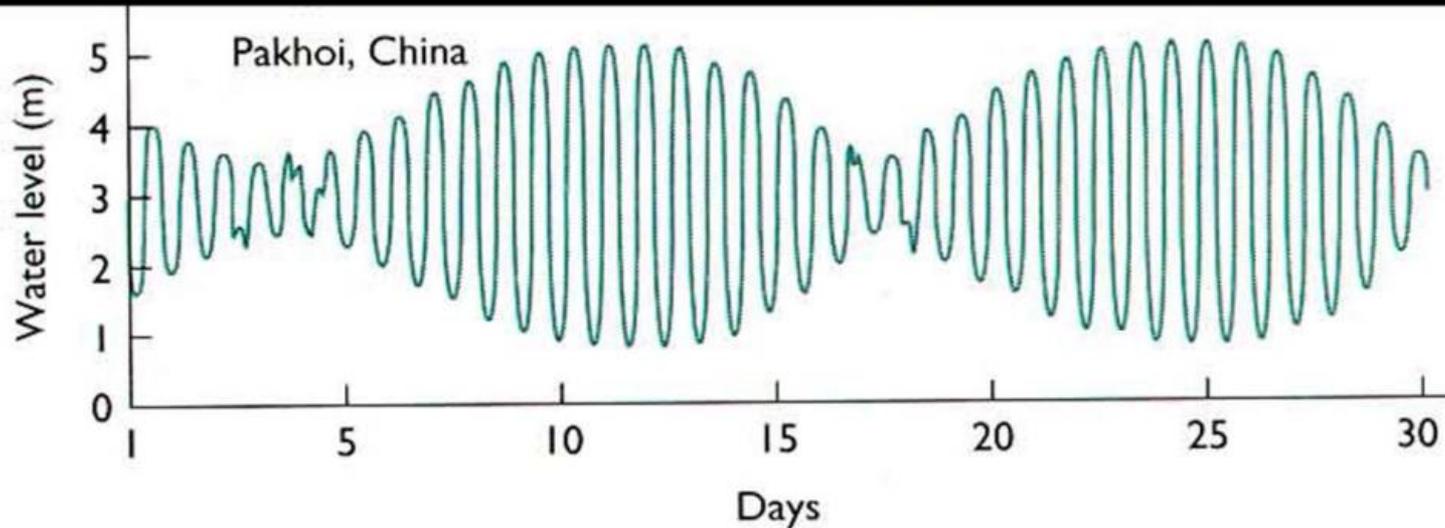
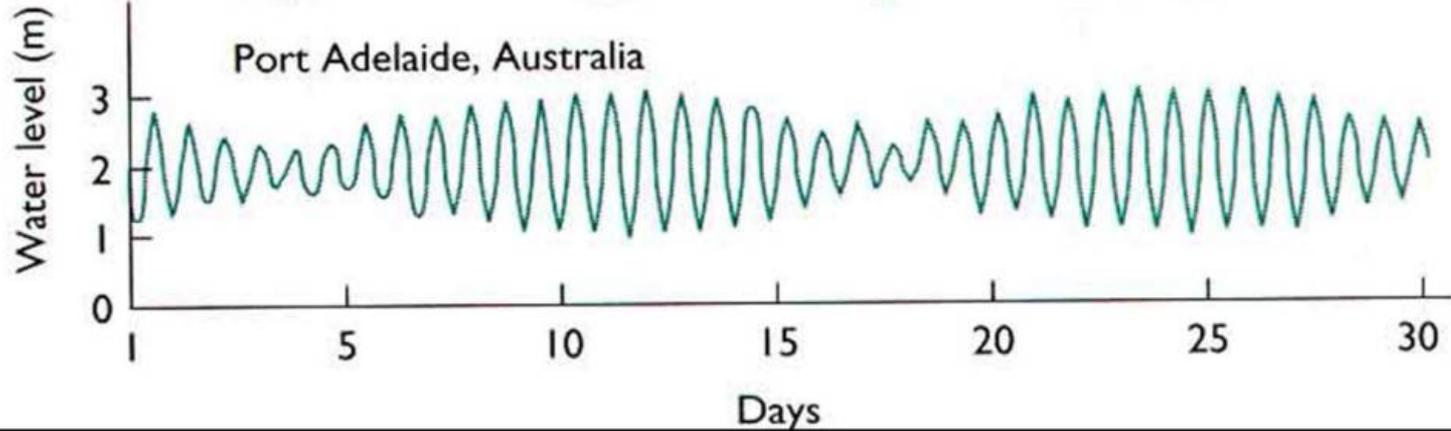
first-quarter moon



Registros de marés

Marés: cuadratura sizígia cuadratura sizígia

Moon phases:



Força de maré da Terra na Lua, e da Lua na Terra

$$dF_{(T \rightarrow L)} = \frac{2GM_T m_{partícula}}{d_{Lua-Terra}^3} R_{Lua}$$

Força de maré da Terra na Lua

$$dF_{(L \rightarrow T)} = \frac{2GM_L m_{partícula}}{d_{Lua-Terra}^3} R_{Terra}$$

Força de maré da Lua na Terra

Força de maré da Terra na Lua, e da Lua na Terra

$$dF_{(T \rightarrow L)} = \frac{2GM_T m_{partícula}}{d_{Lua-Terra}^3} R_{Lua}$$

Força de maré
da Terra na Lua

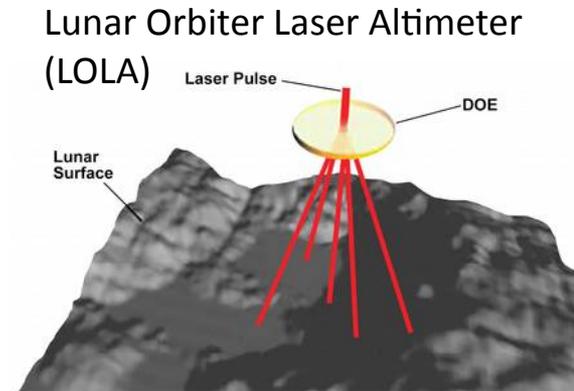
$$dF_{(L \rightarrow T)} = \frac{2GM_L m_{partícula}}{d_{Lua-Terra}^3} R_{Terra}$$

Força de maré
da Lua na Terra

$$\frac{dF_{(T \rightarrow L)}}{dF_{(L \rightarrow T)}} = \frac{M_{Terra}}{M_{Lua}} \frac{R_{Lua}}{R_{Terra}} = 22$$

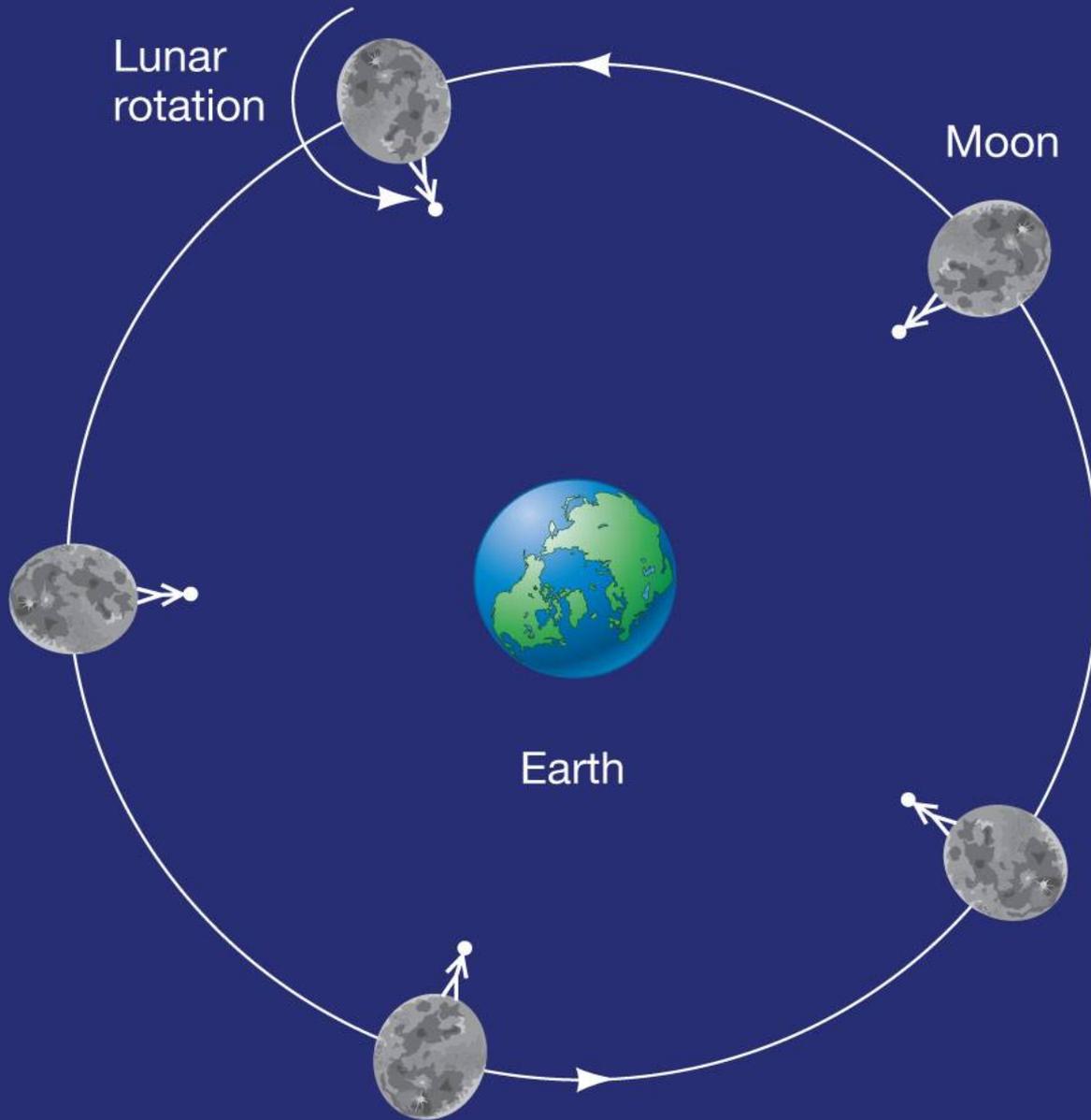
$$R_{Lua} = 1738 \text{ km}, R_{Terra} = 6370 \text{ km}$$

$$M_{Lua} = 7,35 \times 10^{22} \text{ Kg}, M_{Terra} = 5,97 \times 10^{24} \text{ Kg}$$



<https://www.nasa.gov/missions/nasa-missions-let-scientists-see-moons-dancing-tide-from-orbit/>

A maré da Terra é ~20 vezes maior que a maré da Lua!



No passado o período de rotação da Lua era menor que seu período orbital, mas pela importante força de maré da Terra, a Lua sincronizou.

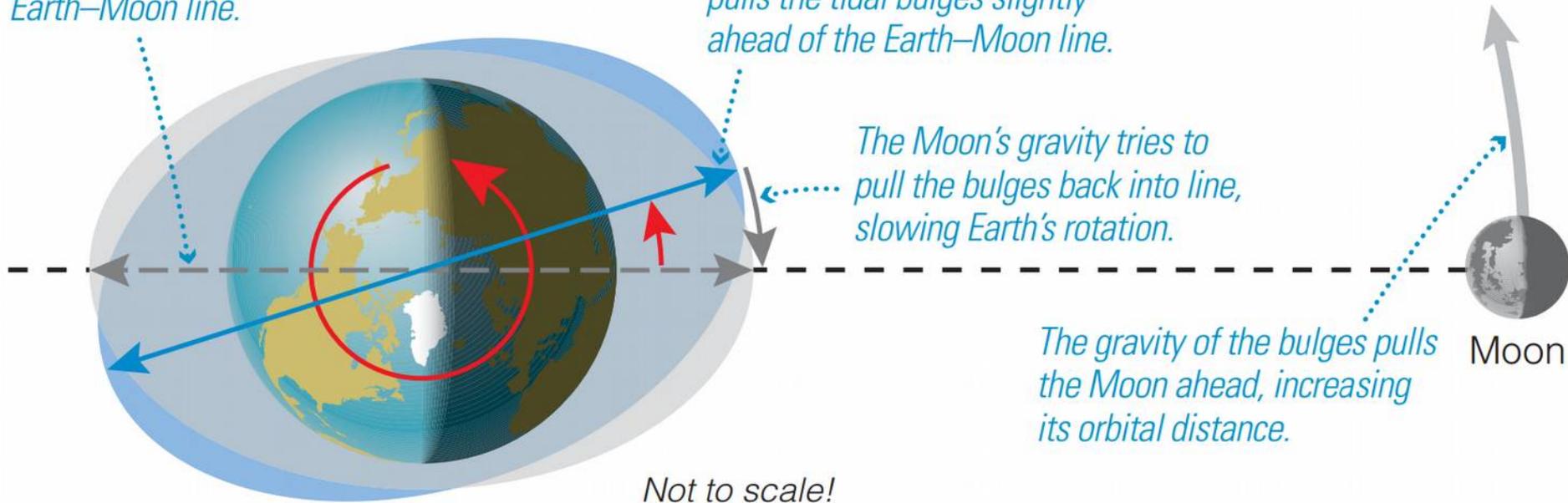
Também, a Lua ficava muito mais perto da Terra.

Desaceleração da rotação da Terra e recessão da Lua

A rotação da Terra puxa seus bojos de maré ligeiramente à frente da linha Terra-Lua, mas a gravidade da Lua tenta puxar os bojos de volta; o torque neto desacelera a Terra. A gravidade dos bojos puxa a Lua para frente, aumentando a sua distância orbital

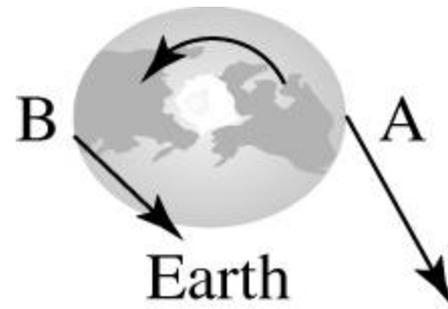
If Earth didn't rotate, tidal bulges would be oriented along the Earth-Moon line.

© Essential Cosmic Perspective

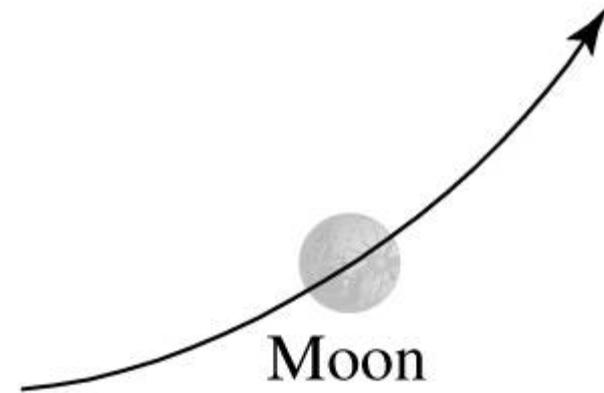


Na Terra jovem a duração do dia pode ter sido de apenas 5 horas e a Lua pode ter ficado a apenas 1/10 da distância atual da Terra!

Devido ao torque, a duração do dia terrestre aumenta em 0,0017 segundos por século.



O momento angular de rotação que a Terra perde por atrito, causa o aumento do momento angular orbital da Lua. Por isso a Lua está se afastando da Terra 3,8 cm por ano



Limite de Roche: devido às forças de maré, um satélite que chega muito perto do seu planeta pode se romper

Distância mínima para um satélite fluido:
(Edouard Roche 1850)

$$d = 2,44 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R.$$

Corpos esferoidais sólidos (>40 km):
(Aggarwald e Oberbeck 1974)

$$d = 1,38 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R$$

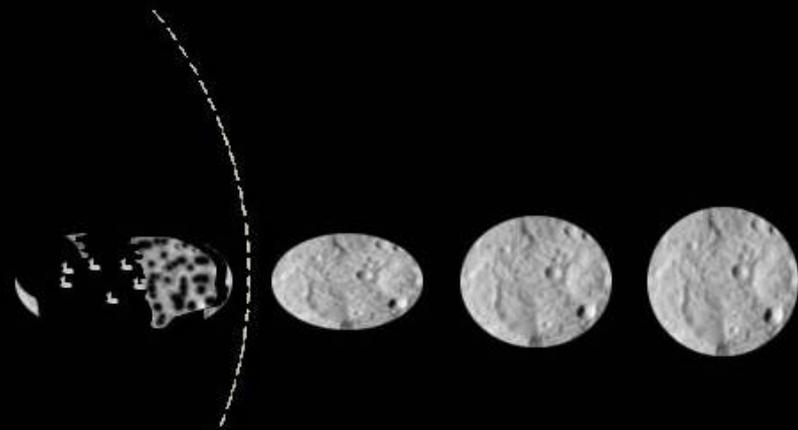
R : raio do planeta

ρ_M : dens. planeta

ρ_m : dens. satélite

Roche limit

moon



Exemplo: até que distância a Lua pode se aproximar da Terra sem se romper?

$$d = 1,38 \left(\frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{1/3} R$$

- $M_{\text{Terra}} = 5,97 \times 10^{24} \text{ Kg}$

- $R_{\text{Terra}} = 6370 \text{ Km}$

- $M_{\text{Lua}} = 7,35 \times 10^{22} \text{ Kg}$

- $R_{\text{Lua}} = 1738 \text{ Km}$

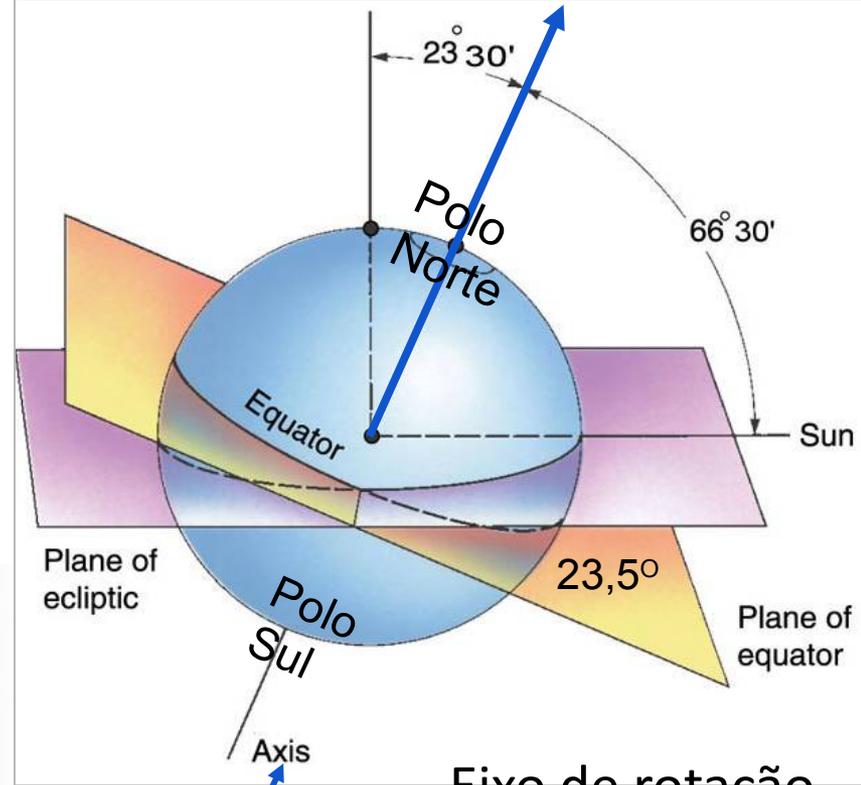
$$\rho_{\text{Terra}} = \frac{M_{\text{Terra}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{Terra}}^3} = 5514 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{Lua}} = \frac{M_{\text{Lua}}}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{Lua}}^3} = 3342 \text{ kg/m}^3$$

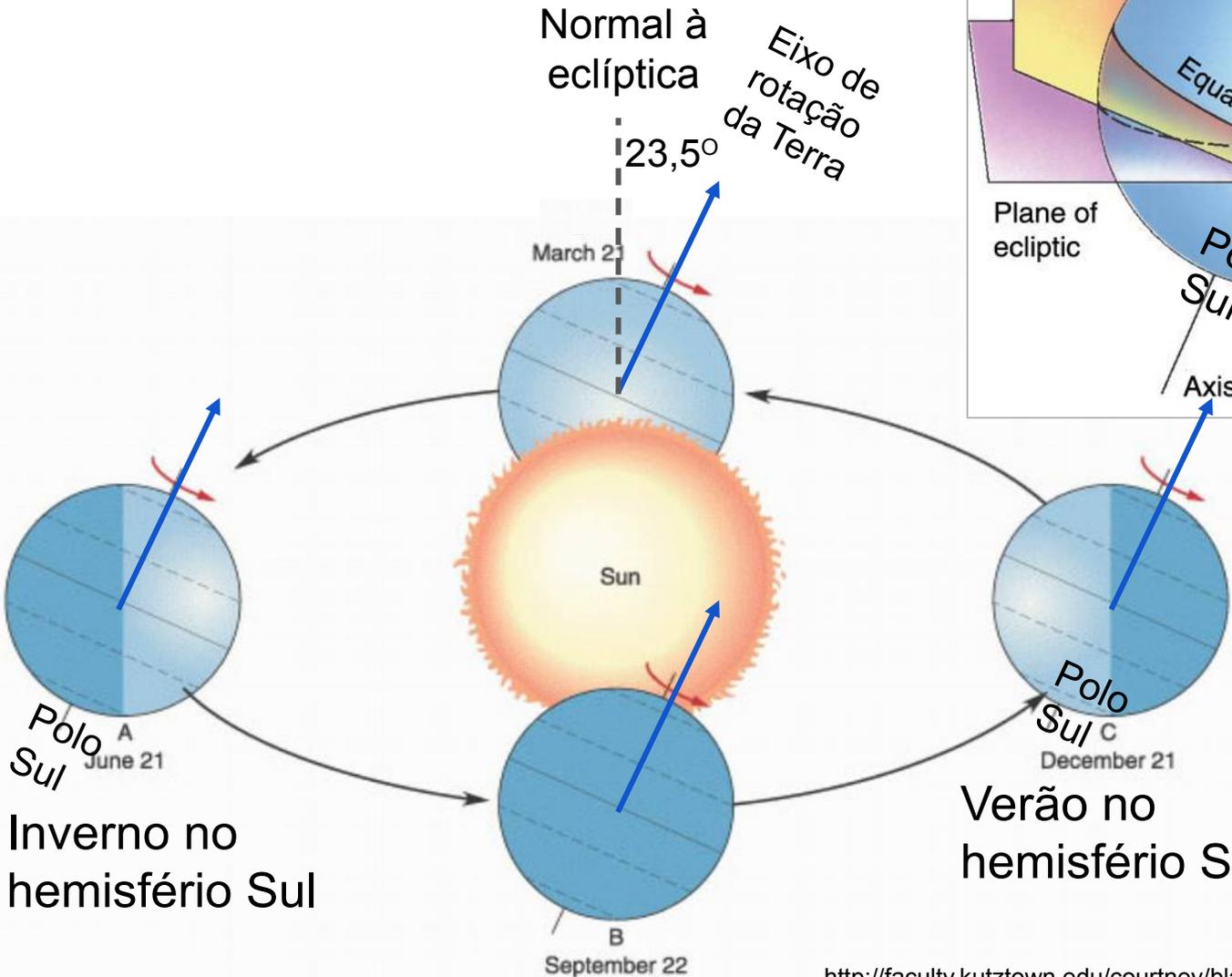
$$d = 1,38 \left(\frac{5514 \text{ kg/m}^3}{3342 \text{ kg/m}^3} \right)^{\frac{1}{3}} 6370 \text{ km} = 7527 \text{ km}$$

d = 7527 km << distância Terra-Lua (384 400 km)

O equador da Terra está inclinado $23,5^\circ$ em relação à eclíptica (plano orbital da Terra) → **estações**

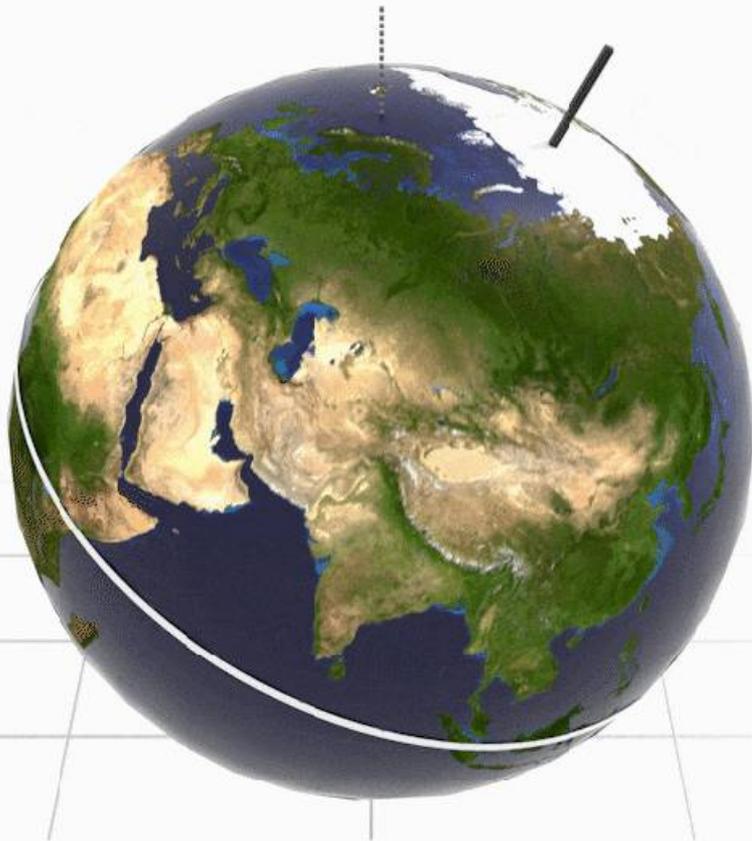


Eixo de rotação da Terra faz um ângulo de $23,5^\circ$ com a normal à eclíptica



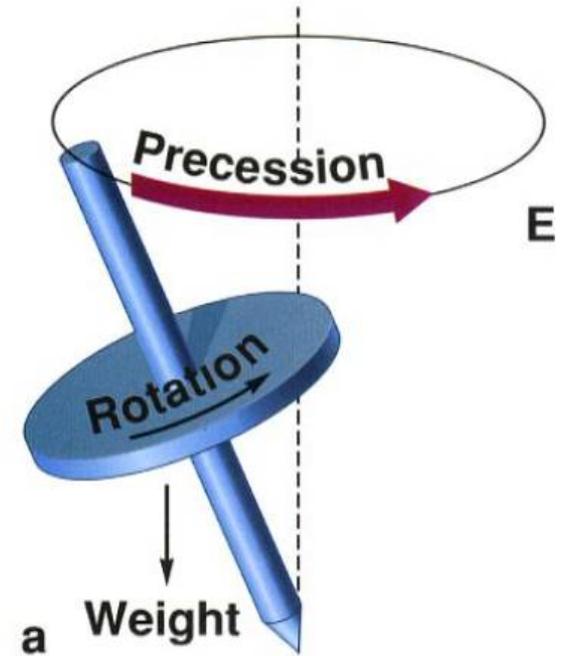
Axial Precession (Wobble)

26,000-year cycles



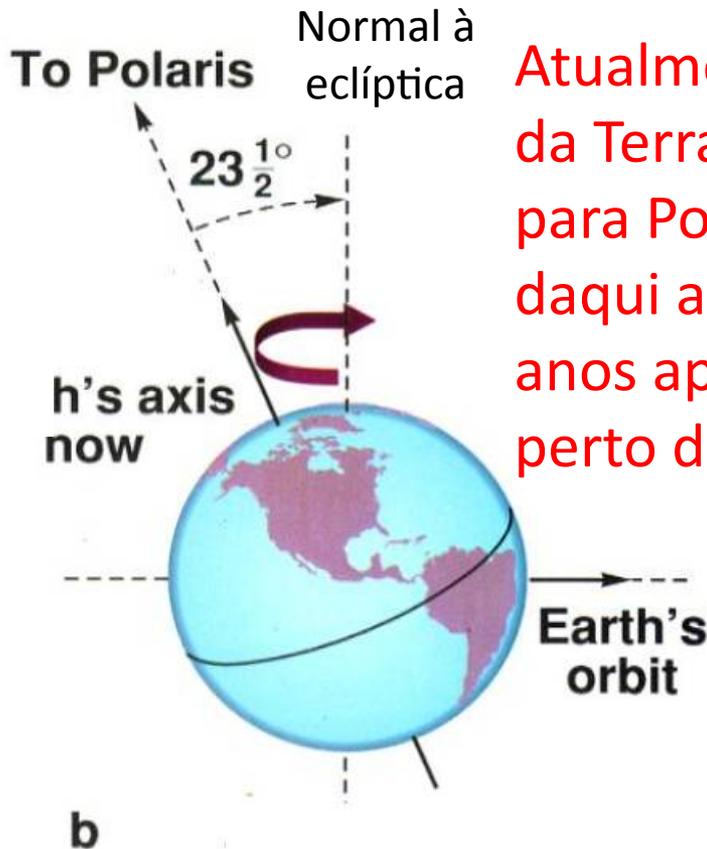
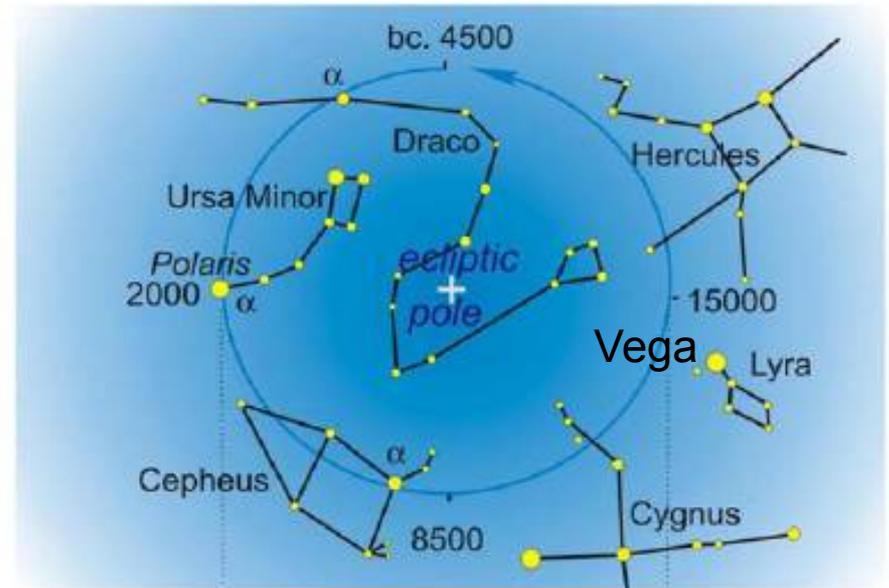
climate.nasa.gov

Precessão: 26 000 anos

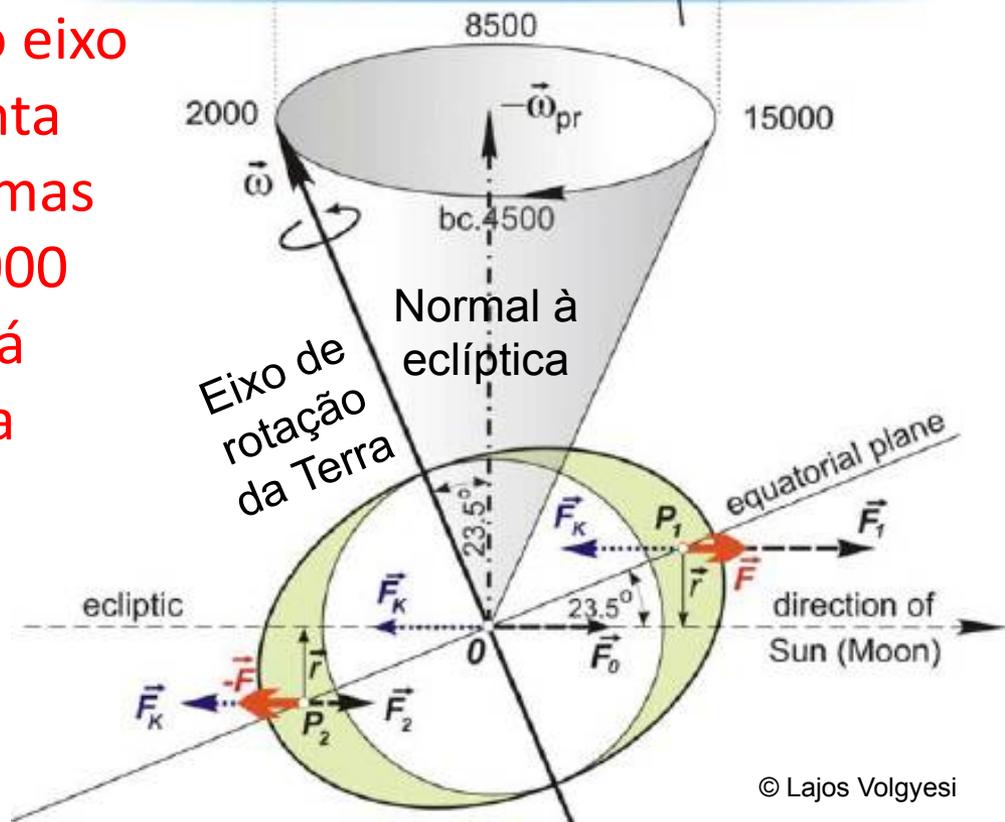


similar ao movimento de um pião

Forças diferenciais no bojo equatorial tentam “endireitar” o eixo de rotação da Terra com o da eclíptica → **precessão** com período de 26000 anos



Atualmente o eixo da Terra aponta para Polaris, mas daqui a ~13 000 anos apontará perto de Vega



Como seriam as estações do ano?

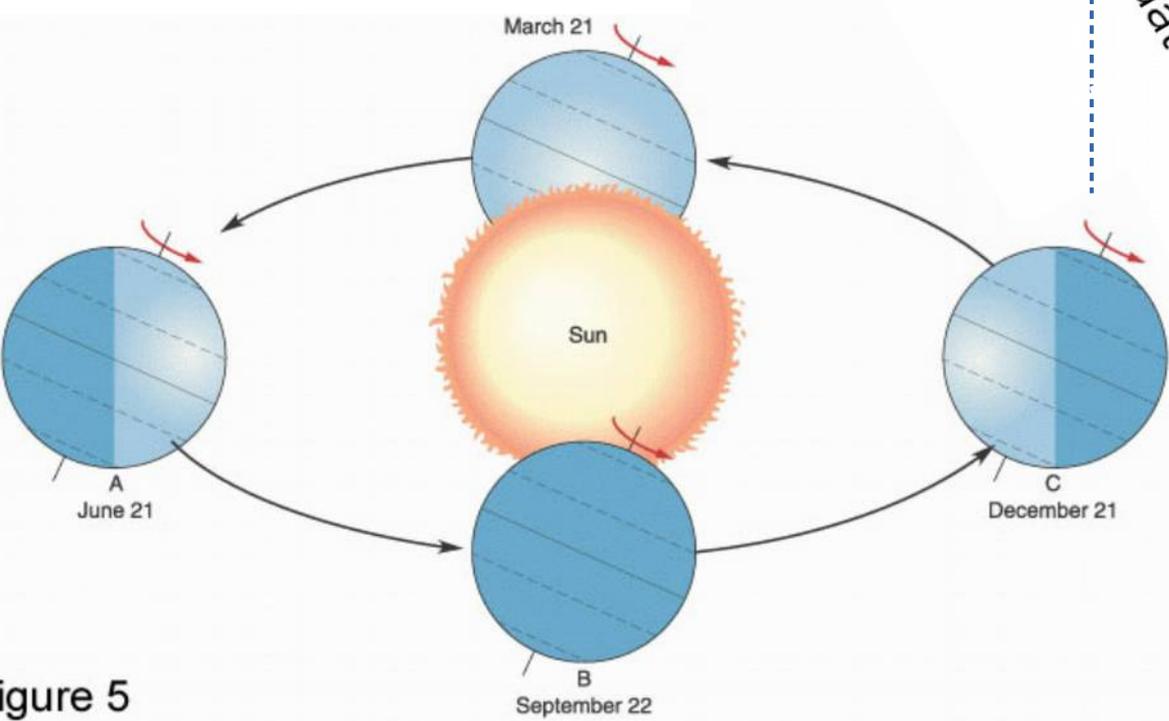
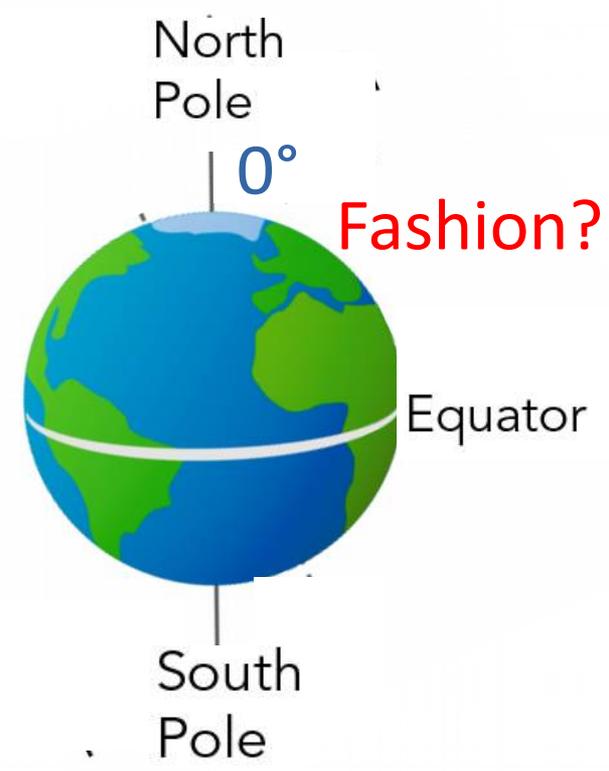
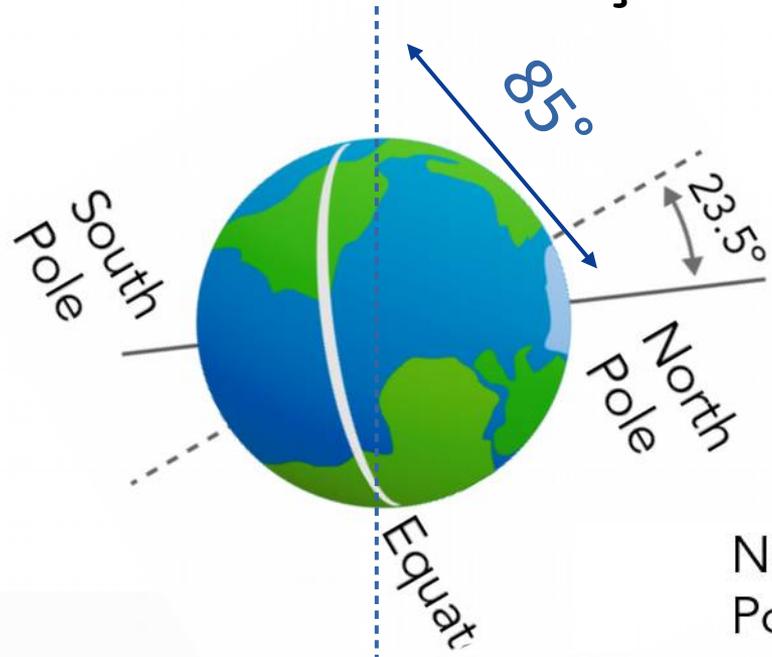
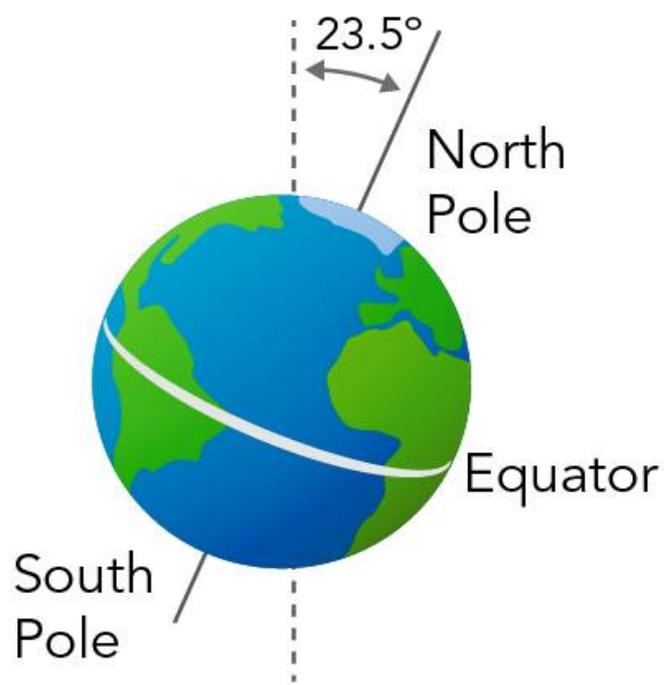


Figure 5

nature

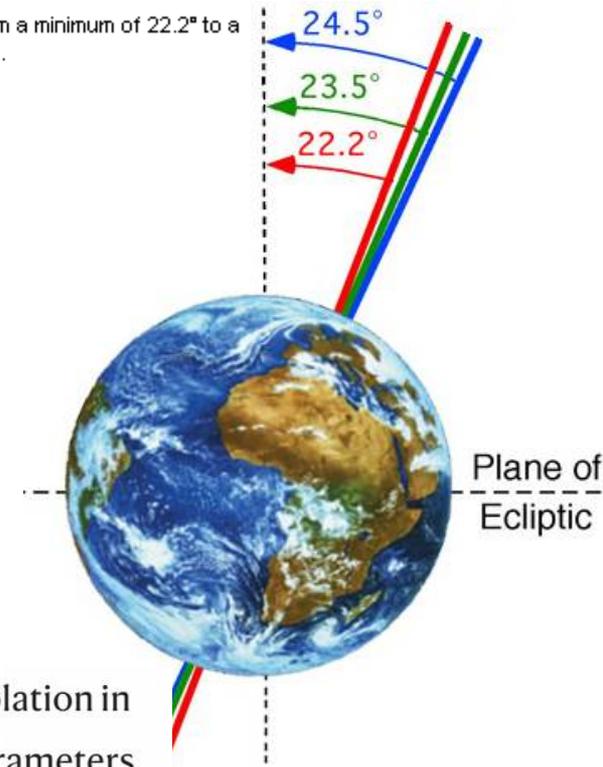
Stabilization of the Earth's obliquity by the Moon

J. Laskar, F. Joutel & P. Robutel

Nature **361**, 615–617 (1993)

Figure 5. The tilt of the Earth's axis can vary from a minimum of 22.2° to a maximum of 24.5° over a period of 41,000 years.

(Image Copyright: Michael Pidwirny).



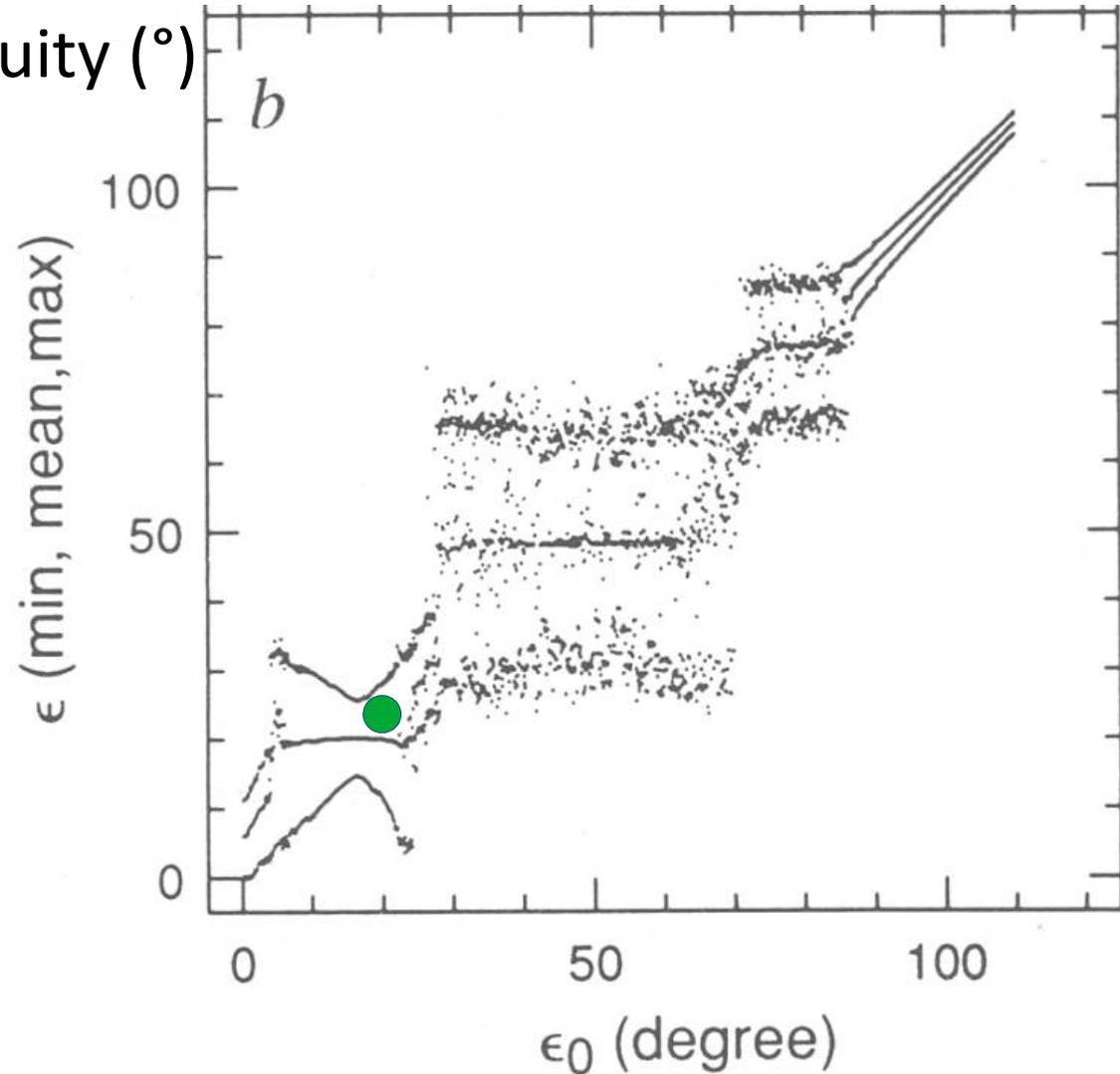
ACCORDING to Milankovitch theory^{1,2}, the ice ages are related to variations of insolation in northern latitudes resulting from changes in the Earth's orbital and orientation parameters (precession, eccentricity and obliquity). Here we investigate the stability of the Earth's orientation for all possible values of the initial obliquity, by integrating the equations of precession of the Earth. We find a large chaotic zone which extends from 60° to 90° in obliquity. In its present state, the Earth avoids this chaotic zone and its obliquity is essentially stable, exhibiting only small variations of $\pm 1.3^\circ$ around the mean value of 23.3° . But if the Moon were not present, the torque exerted on the Earth would be smaller, and the chaotic zone would then extend from nearly 0° up to about 85° . Thus, had the planet not acquired the Moon, large variations in obliquity resulting from its chaotic behaviour might have driven dramatic changes in climate. In this sense one might consider the Moon to act as a potential climate regulator for the Earth.

Think about:
- Rocky planet without a large moon?
- or with 2 large moons?

Sem a Lua, o eixo de rotação poderia ficar instável, podendo alcançar 50° em alguns Myr, e 85° a longo prazo.

Não impede a habitabilidade, mas clima fica menos estável.

Obliquity ($^\circ$)
Max,
Mean,
Min



Inclinação axial [Obliquity] ($^\circ$)

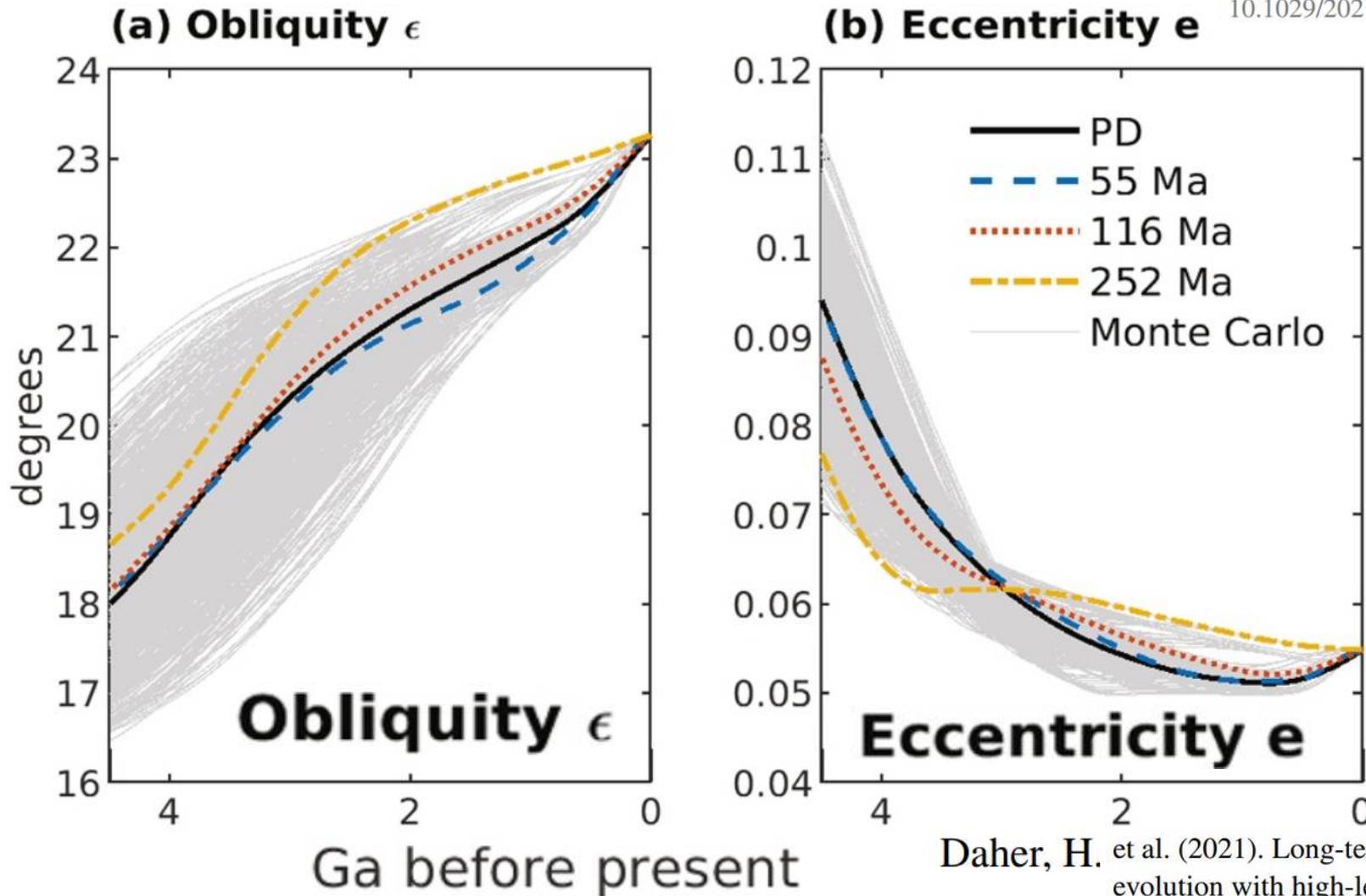
FIG. 4 For $\nu = 1.6 \nu_p$, the large chaotic zone extends from nearly 0° to $\sim 85^\circ$. *a*, In the region of low obliquity, there exists a large island corresponding to resonances with the secular frequency $s_6 = -26.3302 \text{ arcsec yr}^{-1}$ of the node of Jupiter and Saturn. This region is also visible in (*b*).

Long-Term Earth-Moon Evolution With High-Level Orbit and Ocean Tide Models

JGR Planets

Houraa Daher^{1,2} , Brian K. Arbic^{3,4,5} , James G. Williams⁶ , Joseph K. Anso  RESEARCH ARTICLE

10.1029/2021JE006875



Daher, H. et al. (2021). Long-term Earth-Moon evolution with high-level orbit and ocean tide models. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 126, e2021JE006875.

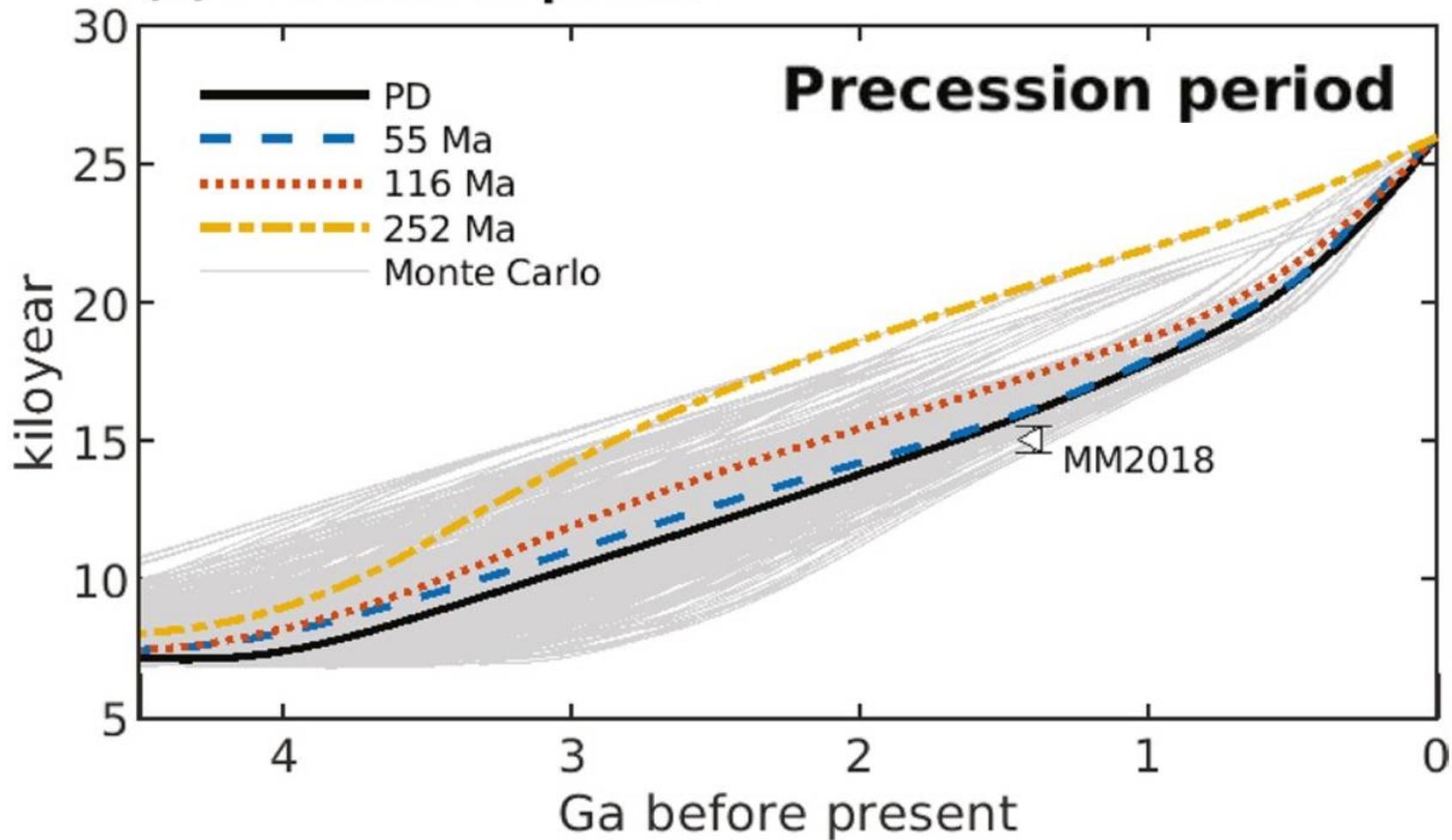
Long-Term Earth-Moon Evolution With High-Level Orbit and Ocean Tide Models

JGR Planets

Houraa Daher^{1,2} , Brian K. Arbic^{3,4,5} , James G. Williams⁶ , Joseph K. Anso **RESEARCH ARTICLE**

10.1029/2021JE006875

(c) Precession period



Long-Term Earth-Moon Evolution With High-Level Orbit and Ocean Tide Models

JGR Planets

Houraa Daher^{1,2} , Brian K. Arbic^{3,4,5} , James G. Williams⁶ , Joseph K. Anso **RESEARCH ARTICLE**

10.1029/2021JE006875

(a) Earth rotation period

