MAT 1514 – MEB – A Matemática na Educação Básica
Segundo Semestre de 2023 – Profª Daniela
Licenciatura em Matemática – Noturno

Nome: gabarito.

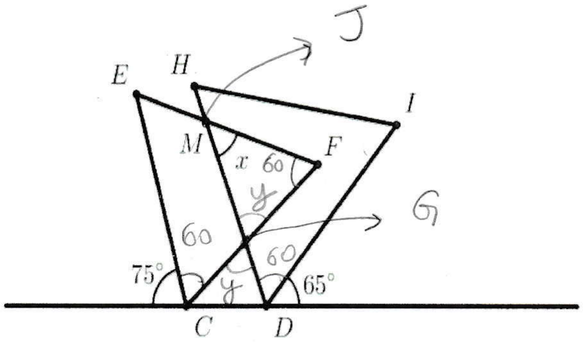
Nº USP:

SEGUNDA PROVA – 18/12/2023
Em todas as questões, justifique sua resposta!

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
NOTA	

Questão 1 (2,5)

(a) (1,5) Na figura ao lado, os dois triângulos *CEF* e *DIH* são equiláteros e os ângulos dados em graus. Determine o valor, em graus, do ângulo *x*.



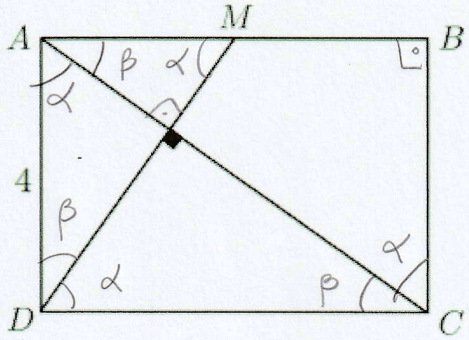
(b) (1,0) O líquido contido em uma lata cilíndrica deve ser distribuído em potes também cilíndricos cuja altura é *1/4* da altura da lata e cujo diâmetro da base é *1/3* do diâmetro da base da lata. Quantos potes serão necessários?

(a)
Como os triângulos CEF e DIH são equiláteros, todos os seus ângulos internos medem 60° nos vértices C e D, temos $75° + 60° + 45° = 180°$ e $55° + 60° + 65° = 180°$. Portanto os ângulos internos do triângulo CDG são $45°$, $55°$ e $80°$. No triângulo FGJ, temos os ângulos internos x, y e $60°$. O ângulo y é $80°$, portanto temos que $x = 180° - 80° - 60° = 40°$.

(b) resolvido na última folha

Questão 2 (2,0)

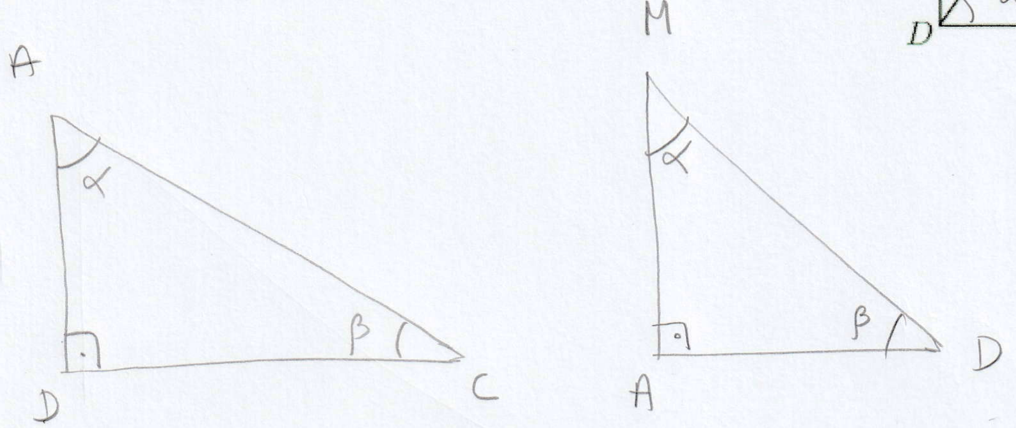
A figura mostra um retângulo *ABCD* de lado *|AD|= 4 u.c.* O ponto *M* é o ponto médio do segmento *AB*. Os segmentos *AC* e *DM* são perpendiculares.



(a) (1,0) Prove que os triângulos *ADM* e *ADC* são semelhantes.

(b) (1,0) Calcule a medida do segmento *DC*.

(a)

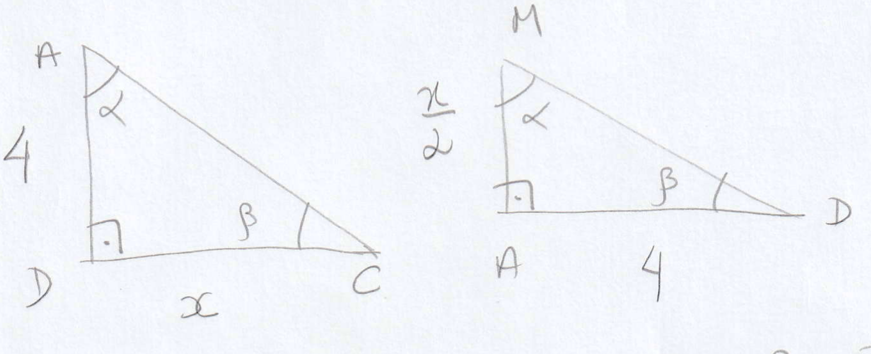


usamos que $\alpha + \beta = 90°$, α e β indicados na figura.

Como os triângulos possuem ângulos correspondentes de mesma medida, concluímos que eles são semelhantes.

(b) Pela semelhança encontrada no item (a)

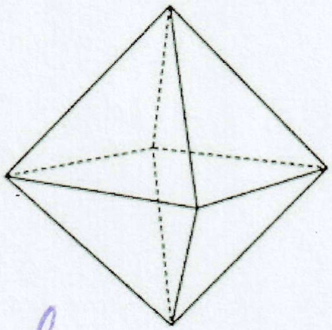
$x = |DC|$



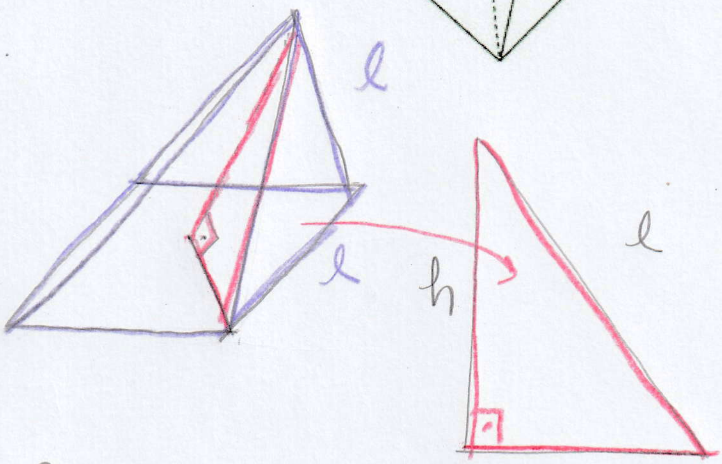
$$\frac{4}{x/2} = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{x^2}{2} = 16 \Rightarrow x^2 = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ u.c.}$$

(*) como ABCD é retângulo, $|AB| = |DC|$; como M é ponto médio de AB, temos que $|AM| = \frac{|AB|}{2} = \frac{|DC|}{2}$.

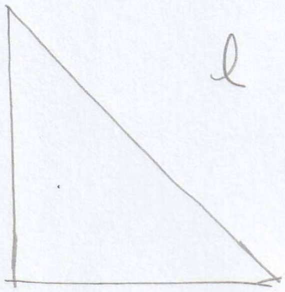
Questão 3 (2,0) O octaedro regular é um dos cinco sólidos de Platão. Ele é formado por 8 triângulos equiláteros de lado ℓ. Também é chamado de *pirâmide biquadrada*. Determine seu volume em função de sua aresta ℓ.



Vamos calcular o volume de uma das pirâmides de base quadrada e depois multiplicar por 2.



1) altura da pirâmide:



$$h^2 + \left(\frac{\ell\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \ell^2$$

$$h^2 = \ell^2 - \frac{2\ell^2}{4} = \frac{\ell^2}{2}$$

$$h = \frac{\ell}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,\ell}{2}$$

2) volume da pirâmide:

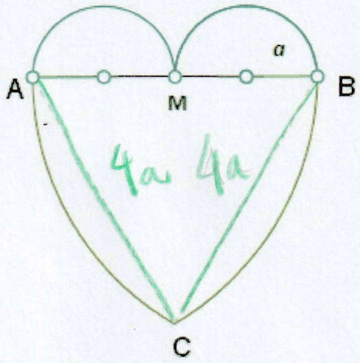
$$(\text{área da base}) \times (\text{altura}) \times \frac{1}{3} = \ell^2 \cdot \frac{\sqrt{2}\,\ell}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\ell^3\sqrt{2}}{6}.$$

3) volume do octaedro:

$$2 \times \frac{\ell^3\sqrt{2}}{6} = \frac{\ell^3\sqrt{2}}{3}.$$

Questão 4 (2,5)

Na figura ao lado, o segmento de reta *AB* tem medida *4a* e ponto médio *M*.
Temos duas semicircunferências com centros nos pontos médios de *AM* e *MB* e raios iguais a *a*.
Com centros respectivamente em *A* e em *B* e raios iguais a 4*a*, temos dois arcos de circunferência *BC* e *AC*.
Calcule a área da figura, que é a região delimitada pelos arcos *AM, MB, AC* e *BC*.



Obs.: A área de um setor circular de raio *r* e ângulo central θ é dada pela fórmula $\frac{r^2\theta}{2}$, com θ em radianos.

1) área dos 2 semi-círculos pequenos = área da circunferência de raio a = πa^2

2) área de um triângulo equilátero de lado 4a

$$\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4\times 4\times a^2\times\sqrt{3}}{4} = 4a^2\sqrt{3}$$

3) área de um setor circular de raio 4a e ângulo central $\theta = 60°$ ~~ou 180~~ $\theta = \frac{\pi}{3}$

$$(4a)^2 \times \frac{\pi}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\cancel{4}.4.a^2\pi}{3\times\cancel{2}} = \frac{8a^2\pi}{3}$$

4) área do setor circular menos triângulo equilátero, será a área de um "gomo".

$$\frac{8a^2\pi}{3} - \frac{4a^2\sqrt{3}\times 3}{3} = \frac{8a^2\pi - 12a^2\sqrt{3}}{3} =$$

$$= \frac{4a^2}{3}.(2\pi - 3\sqrt{3})$$

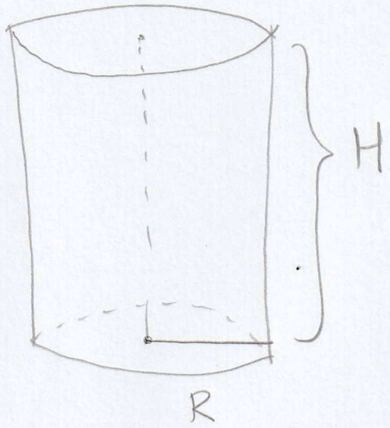
5) <u>área da figura</u>: $\pi a^2 + \frac{8a^2\pi}{3} + \frac{4a^2}{3}(2\pi - 3\sqrt{3}) =$

$$= \frac{a^2}{3}(19\pi - 12\sqrt{3})$$

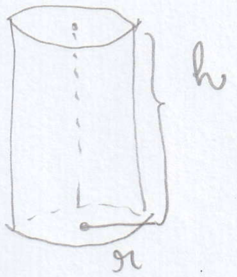
Questão 5 (1,0) (Autovaliação) Faça sua autoavaliação na disciplina MAT 1514 – A Matemática na Educação Básica. Reflita e escreva sobre sua dedicação, participação e aprendizado. Que nota numérica (entre 0,0 e 10,0) você se daria?

obrigada pelas respostas!
parabéns pelas reflexões e auto avaliações.

Soluções 1) b)



lata maior



$h = \frac{H}{4}$

$r = \frac{R}{3}$

potes menores

volume da lata maior

área da base x altura

$V_L = \pi R^2 . H$

volume dos potes menores

área da base x altura

$V_P = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 . \frac{H}{4}$

$= \frac{\pi R^2 H}{9 . 4} = \frac{\pi R^2 H}{36}$

$\frac{V_L}{V_P} = \frac{\pi R^2 H}{\frac{\pi R^2 H}{36}} = \pi R^2 H . \frac{36}{\pi R^2 H} = 36$

serão necessários 36 potes