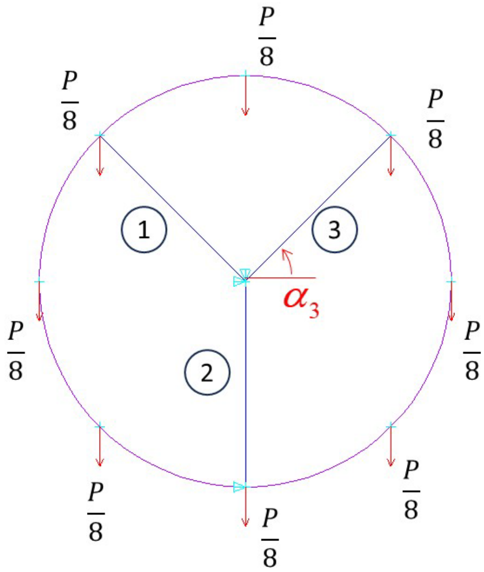
Considere a roda-raiada com apenas três raios-estais, na configuração mostrada na Figura, sujeita apenas a cargas de peso próprio. Considere que o aro seja infinitamente rígido, em relação aos raios, de modo que se possa admitir que o aro experimente apenas deslocamentos de corpo rígido em relação ao seu centro, e que as cargas de peso próprio possam ser assimiladas a um conjunto de 8 cargas concentradas, todas de mesmo valor, igualmente espaçadas ao longo do perímetro, conforme indicado na figura.

Note que para o carregamento indicado, o aro somente pode se deslocar na direção vertical, devido à simetria do problema.

Considere que a roda tenha um diâmetro $D = 91m$, com um peso total $P = 80kN$. Considere ainda que os estais tenha uma módulo de elasticidade $E = 210GPa$, e uma área de seção transversal $A = 10^{-3} m^2$.



Para estas condições, determine:

(a) O valor do deslocamento vertical δ da roda, sob ação do peso próprio (admita $\delta > 0$ para cima;

(b) As forças normais N_i nos estais, $i = 1,\ldots,3$, para este carregamento;

(c) O mínimo valor da protensão N_0 a ser aplicada a todos os estais, para que nenhum deles afrouxe, considerando especificamente a configuração indicada na figura;

(d) A máxima tração nos estais, para a ação combinada $N_0 + P$.

Resolução:

(a) valor do deslocamento δ :

- Equilíbrio de forças na vertical:

$$\sum F_V = -P - \sum_{i=1}^{n} N_i \sin\alpha_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} N_i \sin\alpha_i = -P \quad (2)$$

- Lei de Hooke:

$$\sigma_N = E\varepsilon = E\frac{\Delta\ell}{\ell} \rightarrow N_i = \sigma A = EA\frac{\Delta\ell_i}{\ell_i} \quad (3)$$

- Compatibilidade de Deformações:

$$\Delta\ell_i = \delta\sin\alpha_i \quad (4)$$

- (4)→(3); $\ell_i = R$

$$N_i = \frac{EA}{R}\delta\sin\alpha_i \quad (5)$$

- (5)→(2):

$$\frac{EA}{R}\delta\sum_{i=1}^{n}\left(\sin\alpha_i\right)^2 = -P \quad (6)$$

$$\delta = -\frac{PR}{EA}\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sin^2\alpha_i} \quad (7)$$

- Para $n = 3$, com $\alpha > 0$ no sentido anti-horário, $\alpha = 0$ para a direção do eixo horizontal, $\delta > 0$ para cima:

$$\delta = -\frac{PR}{EA} \times \frac{1}{\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + (-1)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right)} \quad (8)$$

$$\delta = -1{,}7333 \times 10^{-2} \times 0.5 = -8.6665 \times 10^{-3}\ (metros)$$

$$\delta = -8{,}66 \text{ milímetros}\ \boxed{\text{(para baixo!)}}$$

(b) <u>Valor das forças normais N_i :</u>

- Definindo $k = \frac{EA}{R}\delta = -40 \times 10^3$, tem-se $N_i = k \sin \alpha_i$, ou seja:

$$N_1 = k \times sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -40 \times 10^3 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -28{,}248 \times 10^3\ ;$$

$$N_2 = k \times sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -40 \times 10^3 \times (-1) = +40 \times 10^3$$

$$N_3 = k \times sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -40 \times 10^3 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -28{,}248 \times 10^3$$

.

(c) <u>Mínima protensão para que os estais não afrouxem, sob a ação do conjunto de cargas $\{P_i\}$:</u>

- $N_0 \geq |\min(N_i(P_i))|$, logo $N_0 \geq 28{,}248kN$

(d) <u>máxima carga para ação combinada de N_0 e P :</u>

Supondo $N_0 = 28{,}248 \times 10^3$, $N_{max} = N_0 + max(N_i) = 28{,}248 \times 10^3 kN + 40\ kN = 68{,}248kN$