Movimento 2D e 3D

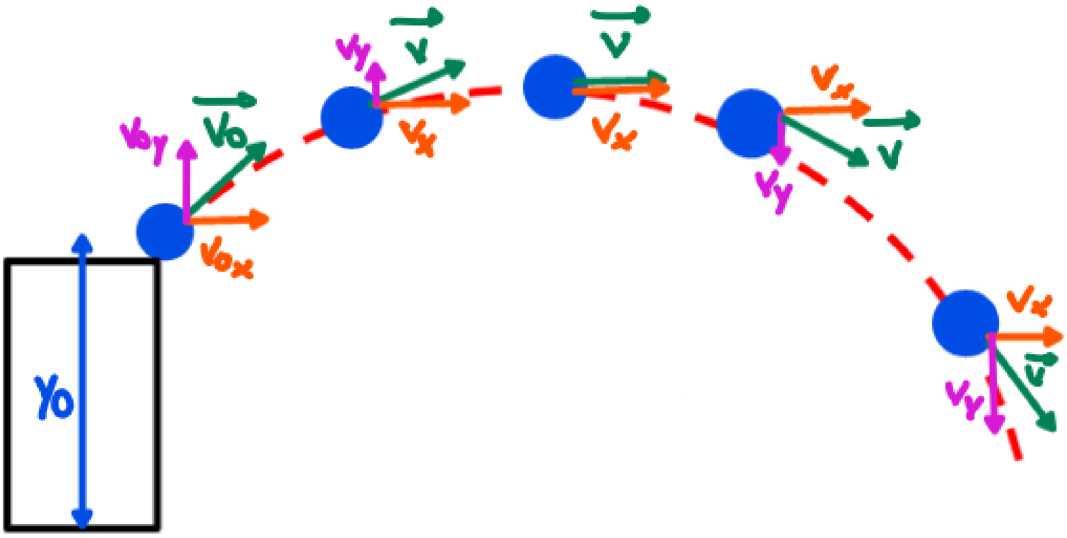
Material de apoio para as LIVES:

Movimento em DUAS e TRÊS dimensões: http://www.resp.ai/movimento_2De3D

Halliday vol.1 - Movimento 2D e 3D: http://www.resp.ai/halliday_cap4

Parte I: Lançamento Oblíquo

Quando um objeto é lançado com uma velocidade que faz um ângulo θ com a horizontal, ele fará uma trajetória parabólica:



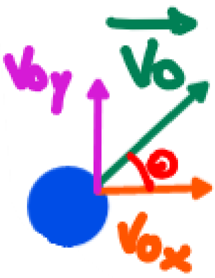
Na altura máxima sua velocidade vertical v_y será 0.

$$v_y = 0\ (y_{máx})$$

A velocidade horizontal v_x será constante e igual à velocidade horizontal inicial v_{ox}:

$$v_{0x} = v_x = cte$$

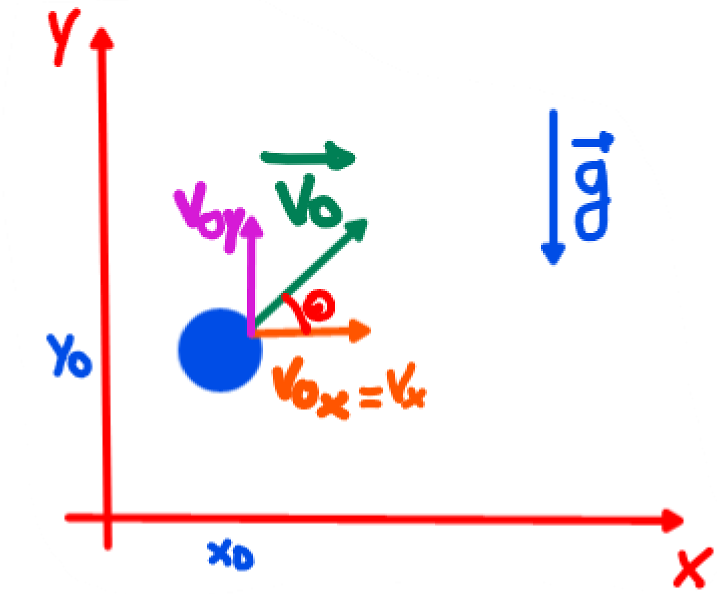
Podemos encontrar a velocidade inicial horizontal v_{0x} e a velocidade inicial vertical v_{0y} a partir da velocidade inicial e de seu ângulo:



$$v_{0x} = v_0 cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0 sen\theta$$

Ao longo do eixo x o movimento será um M.U. (Movimento Uniforme) e ao longo do eixo y o movimento será um M.U.V. (Movimento Uniformemente Variado) com a aceleração da gravidade apontando para baixo.



$$Eixo\ X$$

$$x = x_0 + v_x t$$

$$Eixo\ Y$$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y = v_{0y} - gt$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y$$

Exemplo:

Você assiste seu amigo jogando hóquei. Durante o jogo, ele atinge o disco de tal forma que, ao chegar no seu ponto mais alto, o disco passa de raspão por cima do muro de acrílico de $2{,}80m$ de altura que cerca o campo, distante $12{,}0m$ do jogador. Encontre (a) a componente vertical da velocidade inicial,

(b) o tempo para atingir o muro e

(c) a componente horizontal da velocidade inicial, a rapidez inicial (módulo da velocidade inicial) e o ângulo de lançamento.

Respostas:

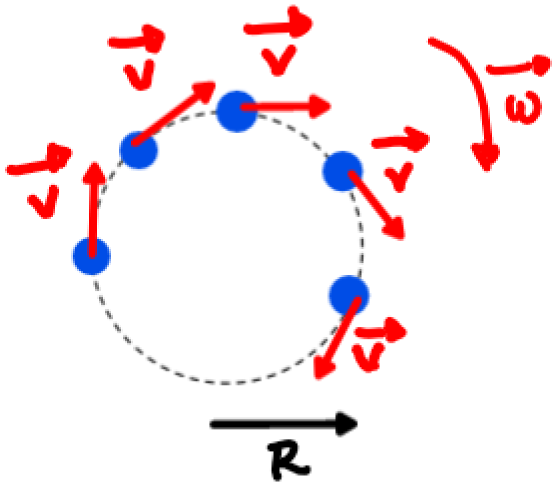
$$v_{0y} = 7{,}4m/s$$

$$t = 0{,}755s$$

$$v_{0x} = 15{,}89m/s \qquad v_0 = 17{,}5m/s \qquad \theta = 25º$$

Parte II – Movimento Circular Uniforme

O movimento circular uniforme (MCU) possui velocidade angular ω constante e o módulo da velocidade não varia.



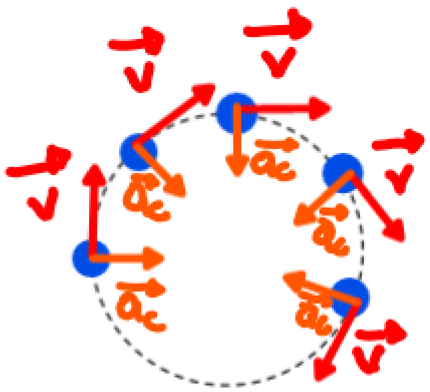
Podemos encontrar a velocidade angular ω a partir da velocidade.

$$v = \omega R$$

A unidade no SI da velocidade angular é:

$$\omega = [rad/s]$$

A aceleração responsável por alterar a direção da velocidade (mas sem alterar o seu módulo) é a aceleração centrípeta a_c:

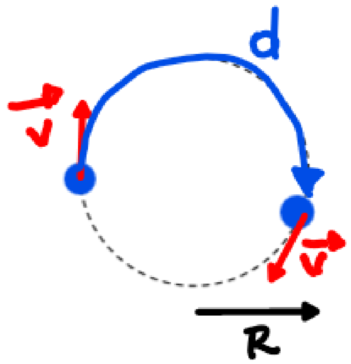


A aceleração centrípeta aponta sempre para o centro do movimento e é dada como:

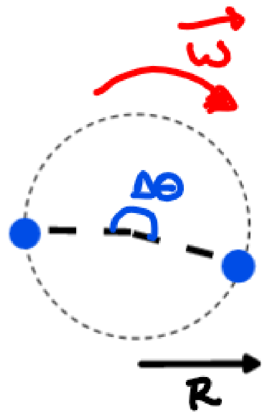
$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

(Como no MCU, o módulo da velocidade é constante, a aceleração centrípeta possui módulo constante).

Podemos encontrar a distância percorrida ou a variação de ângulo no MCU:



$$d = vt$$



$$\Delta\theta = \omega t$$

A relação entre distância percorrida d e ângulo percorrido $\Delta\theta$ é:

$$d = \Delta\theta R$$

Exemplo:

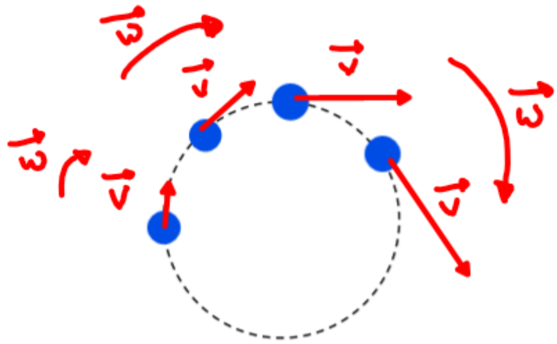
Em um parque de diversões, uma mulher passeia em uma roda-gigante com $15m$ de raio, que realiza um MCU, completando 5 voltas a cada minuto. Quais são:

a) O período do movimento (tempo para dar uma volta completa)
b) O módulo e sentido da aceleração centrípeta no ponto mais alto.
c) O módulo e sentido da aceleração centrípeta no ponto mais baixo.

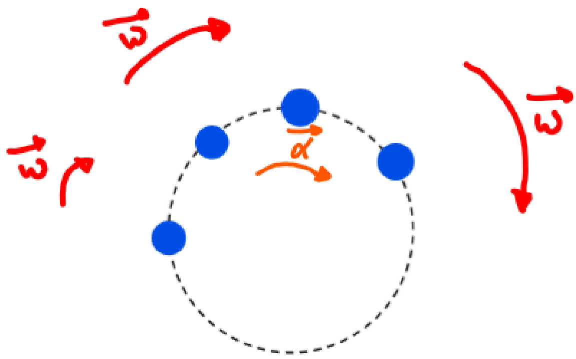
Resposta: a) $12s$ b)$4,1m/s^2$ p/ baixo c) $4,1m/s^2$ p/ cima

Parte III – Movimento Circular Uniformemente Variado

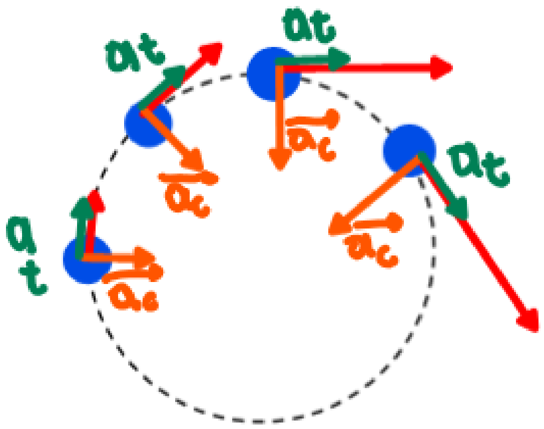
O movimento circular uniformemente variado (MCUV) possui velocidade angular que varia e o módulo da velocidade também irá variar:



A variação da velocidade angular é ocasionada por uma aceleração angular que é constante.



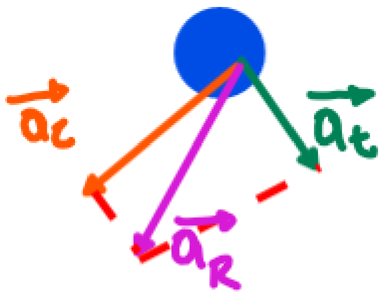
A variação da direção da velocidade, assim como no MCU, é ocasionada por uma aceleração centrípeta a_c e a variação do módulo da velocidade é ocasionada por uma aceleração tangencial a_t:



$$\boxed{a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 . R}$$

$$\boxed{a_t = \alpha . R}$$

Pode-se também encontrar a aceleração resultante, a partir da aceleração centrípeta e tangencial:



$$a_R^2 = a_c^2 + a_t^2$$

Existe uma relação entre as grandezas físicas e angulares:

$$d = \Delta\theta R$$

$$v = \omega R$$

$$a_t = \alpha R$$

E podemos usar as equações do M.U.V. no M.C.U.V.

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta y$$

Exemplo:

Um volante circular com raio $0{,}4m$ gira, partindo do repouso, com aceleração angular igual a $2{,}0 rad/s^2$.

a) Qual será a sua velocidade angular depois de 10 segundos?
b) Qual será o ângulo descrito neste tempo, em graus?
c) Qual será o módulo vetor aceleração resultante, neste tempo?

Resposta:

$\omega = 20 rad/s$ $\Delta\theta = 100 rad = 5729{,}6º$ $a_R = 160{,}0 m/s^2$

Parte IV – Movimento em 3D

Agora, nossos vetores possuírão 3 componentes:

$$Posição$$

$$\vec{r}(t) = r_x\hat{\imath} + r_y\hat{\jmath} + r_z\hat{k}$$

$$Velocidade$$

$$\vec{v}(t) = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath} + v_z\hat{k}$$

$$Aceleração$$

$$\vec{a}(t) = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$$

E o módulo de um vetor 3D é dado como:

$$r = \sqrt{(r_x)^2 + (r_y)^2 + (r_z)^2}$$

As relações entre posição, velocidade e aceleração são válidas:

$$Velocidade\ Instantânea$$

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\vec{v}(t) = \overrightarrow{v_0}(t) + \int_0^t \vec{a}(t)dt$$

$$Velocidade\ Média$$

$$\overrightarrow{v_m} = \frac{\overrightarrow{r_f} - \overrightarrow{r_0}}{\Delta t}$$

$$Aceleração\ Instantânea$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

$$Velocidade\ Média$$

$$\overrightarrow{a_m} = \frac{\overrightarrow{v_f} - \overrightarrow{v_0}}{\Delta t}$$

Exemplo:

Uma partícula tem uma aceleração constante $\vec{a} = (24{,}0t^3)\hat{\imath} + (18t^2)\hat{\jmath} + 2\hat{k}$ (em unidades do SI). No tempo $t = 0$, a velocidade é nula. Encontre o vetor velocidade em função do tempo t.

Resposta:

$$\vec{v}(t) = 6t^4\hat{\imath} + 6t^3\hat{\jmath} + 2t\hat{k}$$