P2 de Termo-Estatística

Instruções: A nota de cada item é baseada na resolução, não apenas na resposta. Explique de forma sucinta o que está sendo feito, de modo organizado. Por mais que alguns itens possa depender dos anteriores, a resolução terá mais peso do que o resultado.

Q 1. Se um gás com N moléculas independentes estiver confinado em um recipiente 3D com volume V, ou seja, as moléculas só apresentam movimento nas direções x, y e z, a energia de cada molécula é descrita por $E = \frac{1}{2}mv^2$, onde m é a massa e v é o módulo da velocidade da molécula. Sabendo que as componentes v_x, v_y e v_z podem variar de $-\infty$ a $+\infty$ e que as componentes x e y e z da posição podem variar de 0 a L, determine:

(1,0)(a) A função de partição do sistema, Z;

(1,0)(b) A distribuição de probabilidades, $dp(\Gamma)$ onde Γ representa as componentes das velocidades e posição das moléculas do sistema;

(1,0)(c) O valor da energia média por partícula, $\langle E \rangle$. Compare o valor com o esperado pelo Teorema de Equipartição de Energia;

Q 2. Os atuais equipamentos de vácuo podem atingir pressões tão baixas quanto 1×10^{-11} Pa. Seja uma câmara de vácuo contendo Neônio (Ne) a esta pressão e à temperatura ambiente (300K). Estime:

(1,0)(a) o livre caminho médio e;

(1,0)(b) o número de colisões/s para o Ne nesta câmara.

Dados: massa do Ne: $3,4.10^{-26}$ kg e diâmetro de 0.8 Å

Q 3. Nos Exercício-A9, A10 e A11, foi estudada a dinâmica de um gás ideal monoatômico em um tubo unidimensional. Para esse mesmo sistema, imagine que uma partícula é observada inicialmente no centro do cilindro, tomando como $x = 0$. Considere que, para os propósitos deste experimento, o tubo tenha comprimento infinito. Devido à isometria do espaço no eixo x, a partícula sofre colisões, em intervalos $\boldsymbol{\tau}$, que resultam na mesma probabilidade de se deslocar em ambos os sentidos, com um livre caminho médio igual a $\boldsymbol{\ell}$.

(1,0)(a) Escreva a distribuição de Gaussiana $P(x,t)$ para o movimento aleatório da partícula no tubo, identificando a relação entre o $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ e σ_x^2 com os parâmetros τ e ℓ.

(1,0)(b) Calcule o tempo que a partícula terá se difundido até cobrir o equivalente ao comprimento $2L$ ($-L \leq x \leq L$) do tubo. Use o $2\sigma_x$ como estimativa para isso.

Q 4. Considere um sistema de N partículas, em que cada partícula pode ter somente dois estados acessíveis, um com energia $-\varepsilon$ e outro com energia $+\varepsilon$. A energia total das N partículas pode ser escrita da seguinte forma:

$$E = \sum_{i=1}^{N} n_i \varepsilon, \text{ onde } n_i = -1 \text{ ou } +1.$$

(1,0)(a) Determine a função de partição deste sistema,

(1,0)(b) Calcule a energia interna a partir da função de partição, $U = -\dfrac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$.

(1,0)(c) Escreva a expressão para a energia livre de Helmholtz (F) a partir da função de partição, $F = -\dfrac{1}{\beta} \ln Z$ e calcule a entropia do sistema , $S = -\left.\dfrac{\partial F}{\partial T}\right)_N$.

Formulário

$$Z = z^N = \left(\int_{\mathbf{\Gamma}} e^{-\beta E(\Gamma)} \mathrm{d}\mathbf{\Gamma}\right)^N$$

$$Z = z^N = \left(\sum_i e^{-\beta E_i}\right)^N = \left(\sum_{E_i} \Omega_i e^{-\beta E_i}\right)^N$$

$$\langle n \rangle = Np$$

$$\langle n^2 \rangle = Np(q + Np)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\rho_N \pi d^2}$$

$$G_{2n} = \int_0^\infty x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1}} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2n+1}}},$$

com $(2n-1)!! = 1$ se $n = 0$ e $(2n-1)!! = 1, 3, 5, ...$ para $n > 0$

$$G_{2n+1} = \int_0^\infty x^{2n+1} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{n!}{2\alpha^{n+1}}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$