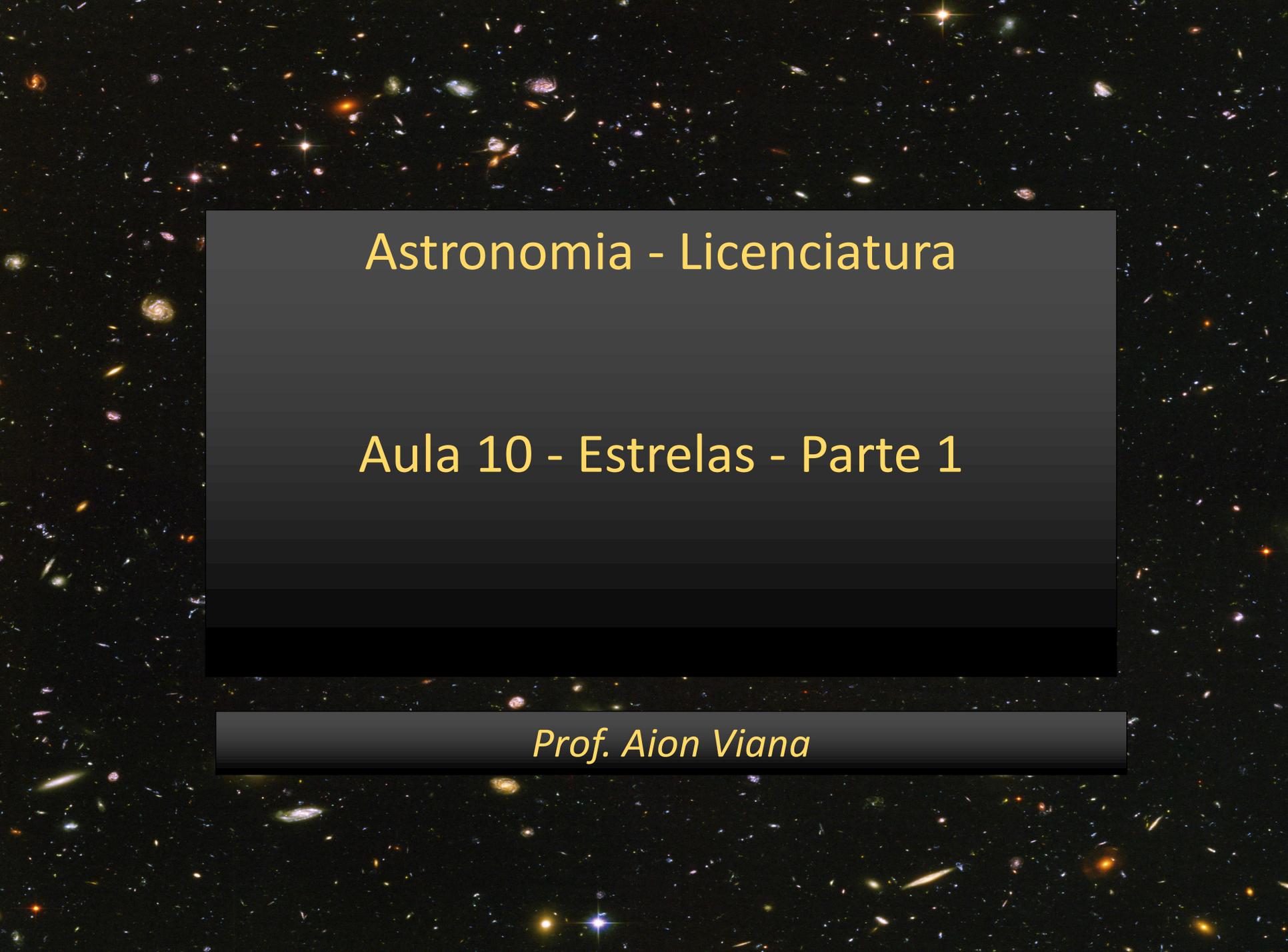


# *Agradecimentos*

**Estas aulas contou com o material do Professor Valter Líbero do IFSC-USP que teve a colaboração do Professor Roberto Boczko, do Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo, IAG-USP e da equipe do Centro de Divulgação da Astronomia, CDA**



Astronomia - Licenciatura

Aula 10 - Estrelas - Parte 1

*Prof. Aion Viana*

# Índice:

## Parte 1

Magnitudes, brilho e luminosidade  
Magnitude aparente e absoluta  
Relação distância-magnitude  
Radiação de Corpo Negro: Lei de Wien e  
Temperatura estelar  
Lei de Stefan-Boltzmann e raio estelar  
Diagrama H-R e a Sequência Principal

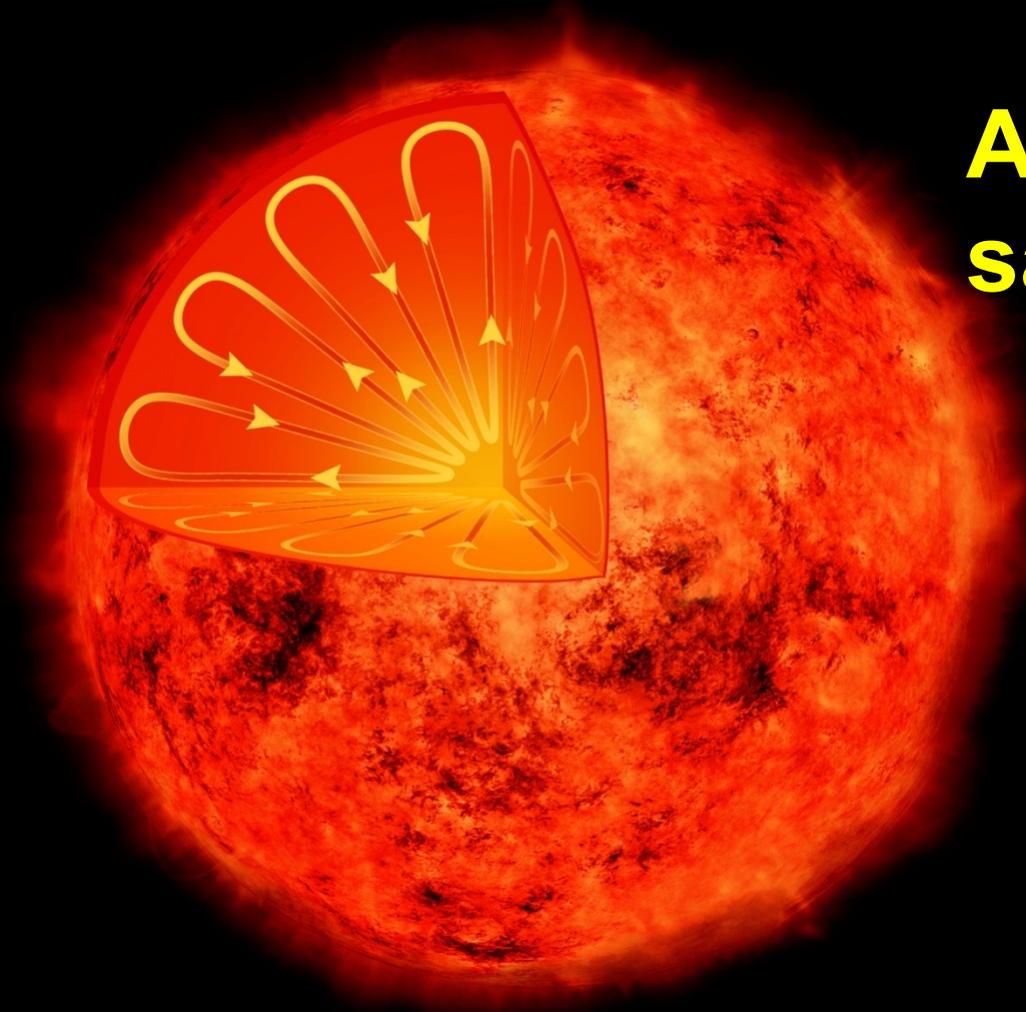
## Parte 2

O que são estrelas  
Como e onde nascem  
Porque não colapsam  
Composição química  
Reação próton-próton  
Evolução do Sol  
Evolução estelar

# Parte 1 – Propriedades Físicas das Estrelas

# *Estrelas*

O Sol é  
uma  
estrela!



As estrelas  
são sóis!

Nascem, evoluem e declinam !

# Estrelas são

- Abundantes
  - $\sim 10^{12}$  na nossa Galáxia
  - $\sim 10^{22}$  no Universo
- Motores de Transformação
  - Elementos químicos
  - Flutuações
- Essenciais para a vida

# Marcos evolutivos

- Mapas celestes com as posições das estrelas são feitos deste 1500 anos AC: egípcios e babilônios
- Céu é considerado estático: estrelas são imóveis e com brilho constante
- Gregos: Aristillus, Timocharis, Hiparcos e Ptolomeu elaboram mapas detalhados
  - Hiparcos registra pela primeira vez a aparição de uma estrela nova no céu
- Em 185 DC, astrónomos chineses registram a primeira explosão de uma estrela

# Marcos evolutivos

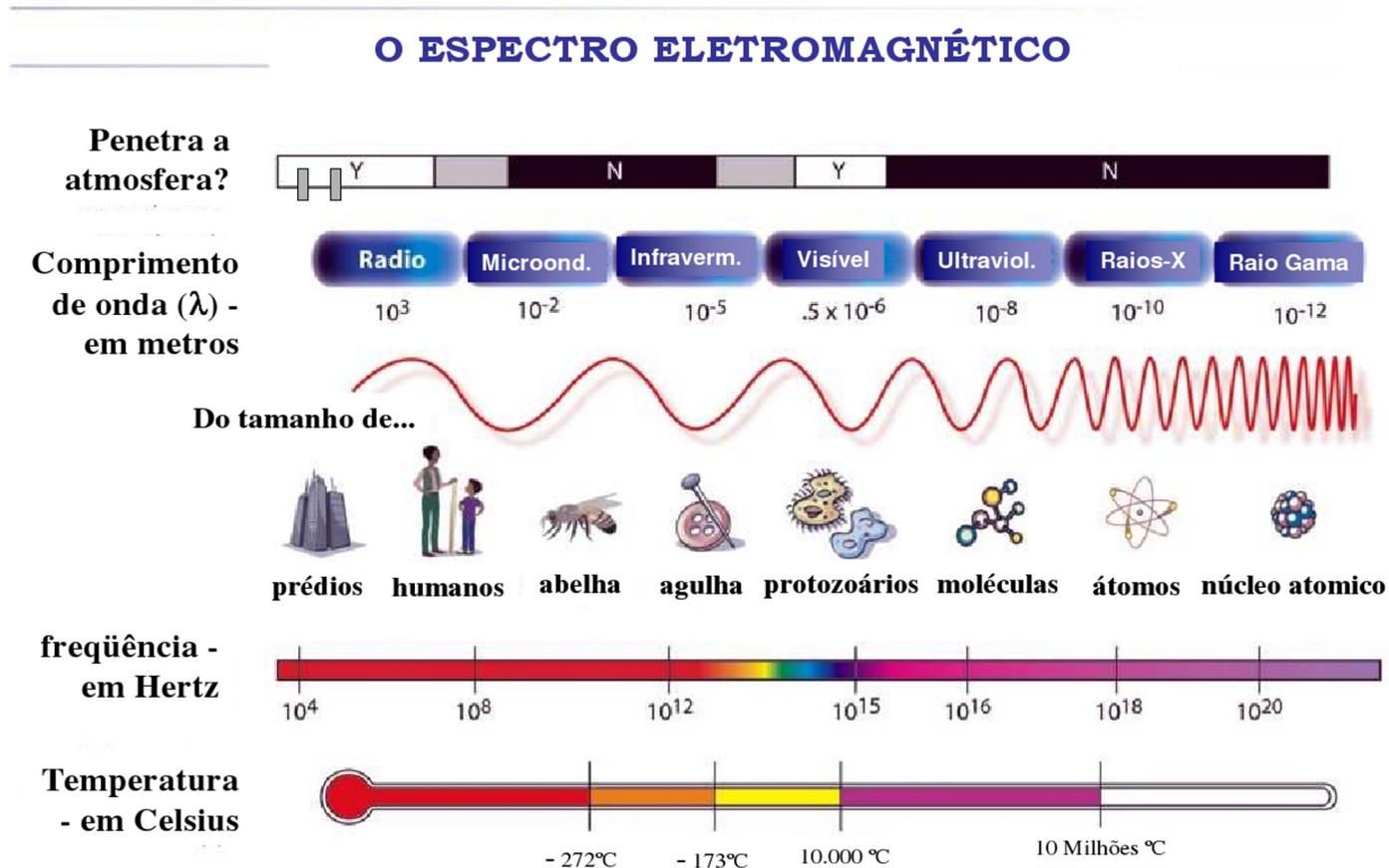
- ~1000 DC ganham popularidade de que estrelas não são distribuídas uniformemente no espaço: cluster, galáxias
- ~ 1500 Tycho Brahe registra outras estrelas novas e surgem as primeiras ideias de que o Sol é uma estrela
- ~1700 Montanari mede a variação do brilho da estrela Algol e Halley mede o movimento própria de estrelas próximas
- ~ 1800 Secchi e Franhofer medem os primeiros espectros de estrelas e Bessel mede a distância de uma estrela

# Marcos evolutivos

- 1900 fotografia, sensores óticos e outros comprimentos de onda da luz e outros além do visível e outros mensageiros (partículas) começam a ser estudados
- Schwarzschild mede a cor e a temperatura de uma estrela
- 1921 Michelson mede o diâmetro de uma estrela
- Modelos do interior e da evolução estelar começam a ser desenvolvidos

# Sinal

- Principal mensageiro - mais utilizado historicamente é a luz
- Há outros mensageiros: raios cósmicos, neutrinos, ondas gravitacionais...



# Espectro eletromagnético



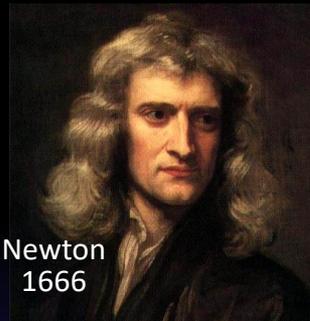
Hertz  
1885

Ondas de rádio

Infravermelho  
(calor)

Visível

Vermelho  
Laranja  
Amarelo  
Verde  
Azul  
Anil  
Violeta

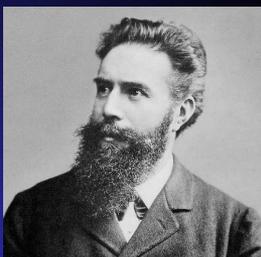


Newton  
1666

Ultravioleta

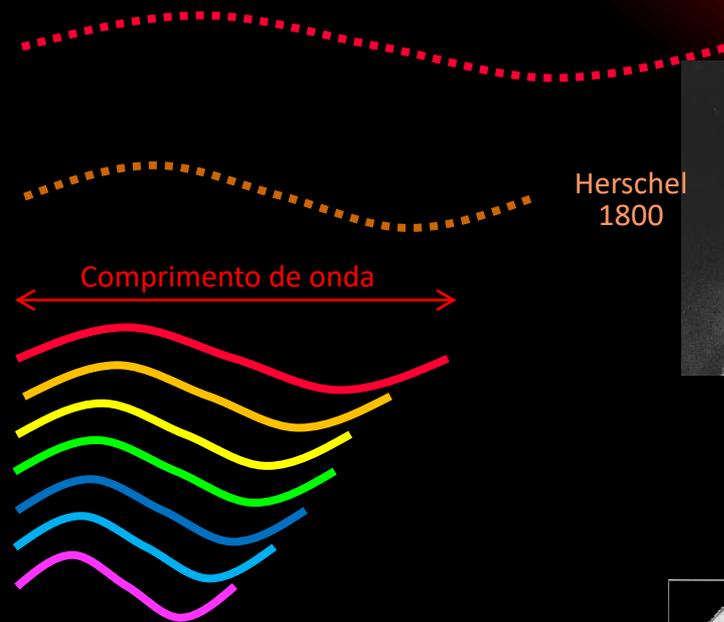
Roentgen  
1895

Raios X



Raios Gama

Rutherford  
1914



Herschel  
1800



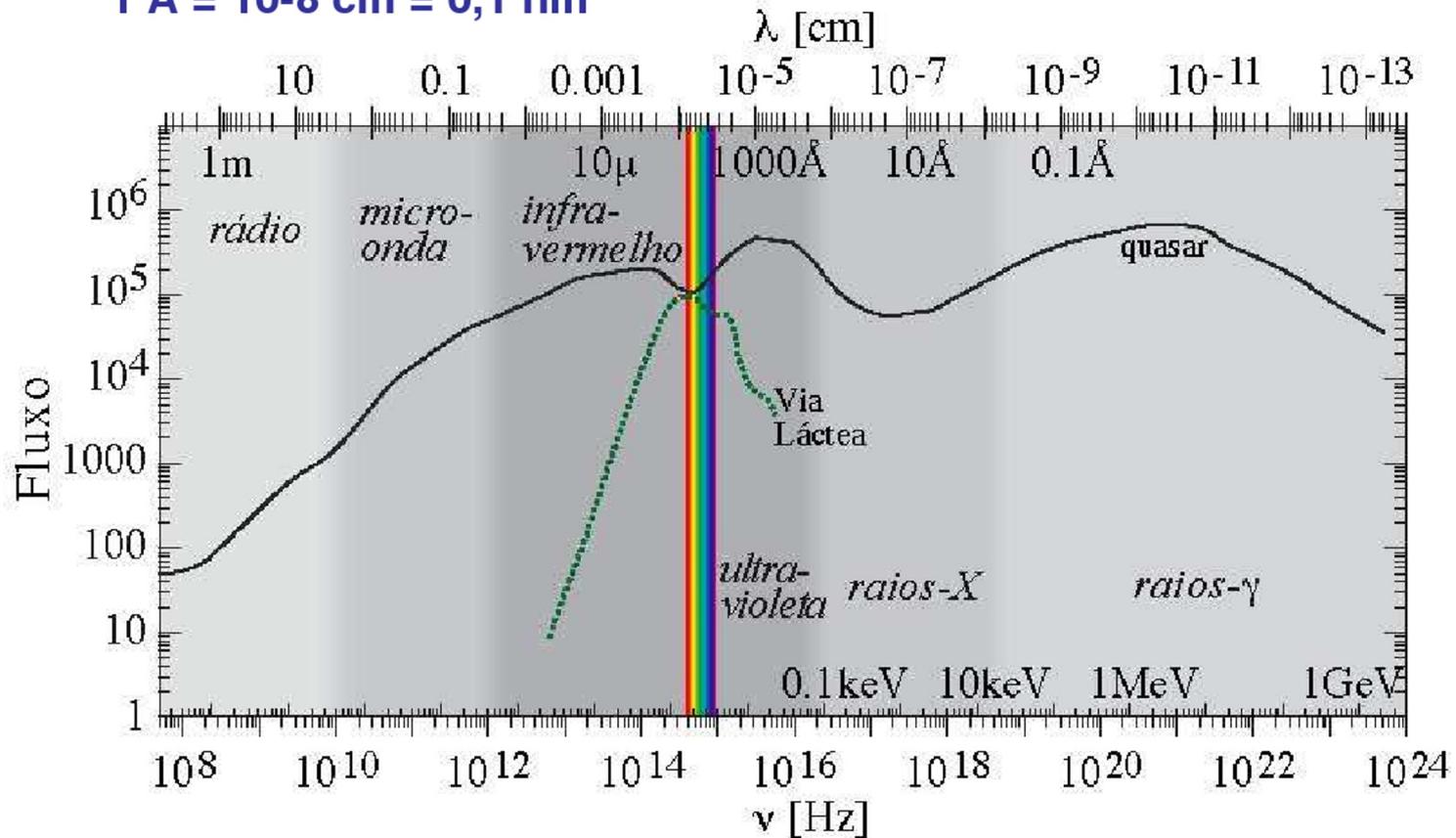
Ritter  
1801



# Espectro eletromagnético

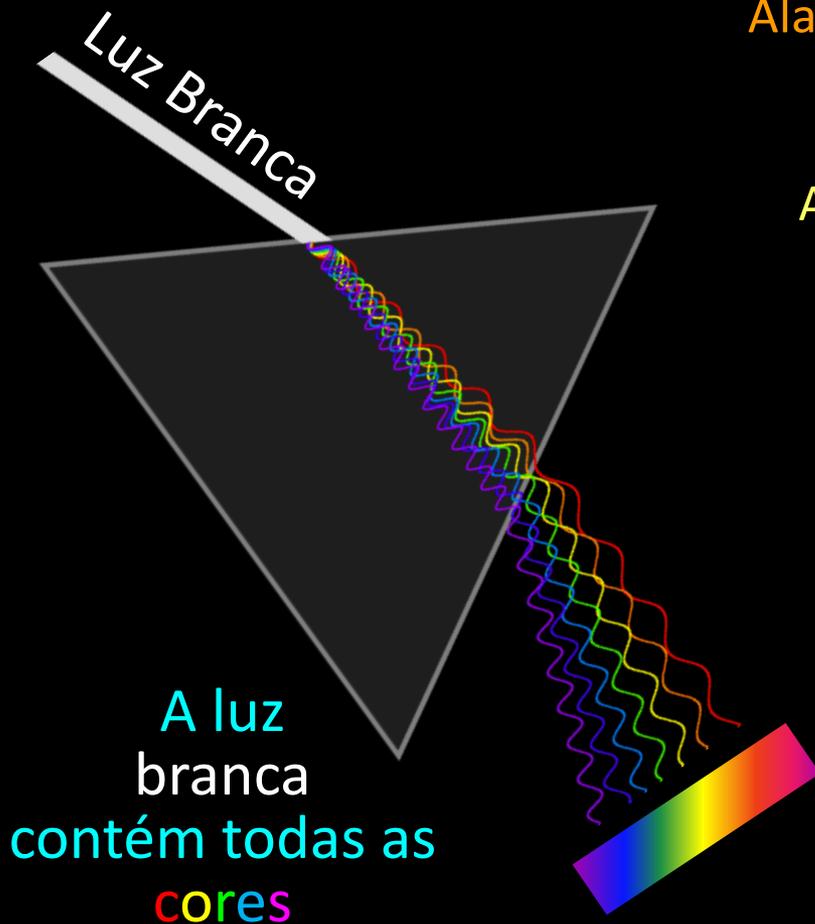
**VISIVEL:** do violeta ao azul: 3900 A a 7200 A

**1 A = 10<sup>-8</sup> cm = 0,1 nm**



Informação sobre as propriedades físicas dos astros são obtidas direta ou indiretamente de seus espectros: temperaturas, densidades e composições

# Espectro visível



Ondas eletromagnéticas

Vermelho

Alaranjado

Amarelo

Verde

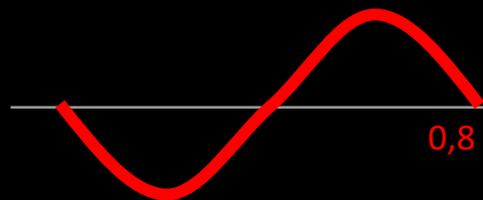
Azul

Anil

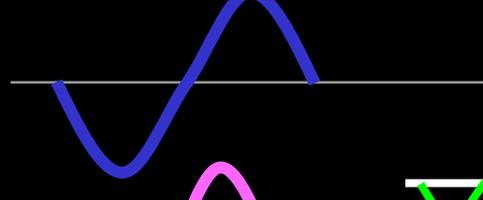
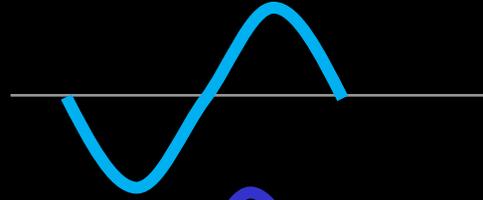
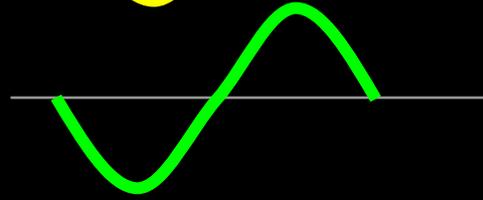
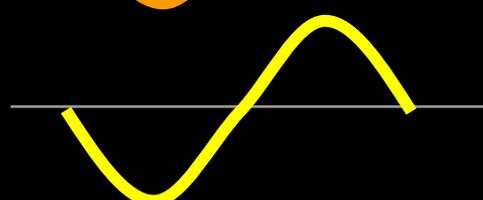
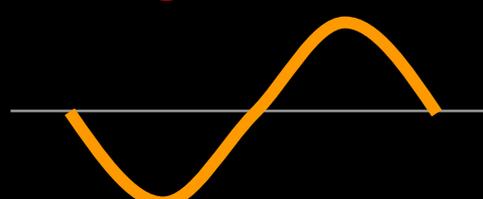
Violeta



$\lambda$



0,8  $\mu\text{m}$



0,4  $\mu\text{m}$



# Magnitudes estelares

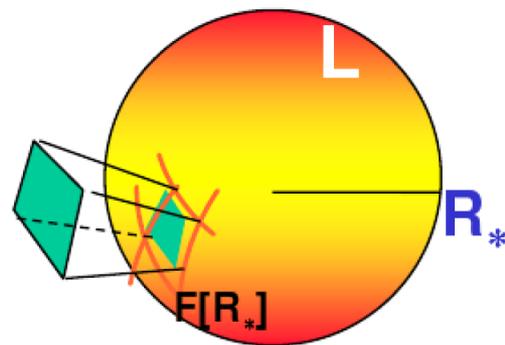
**brilho \* luminosidade \* distância**

# Luminosidade de uma estrela

## Luminosidade:

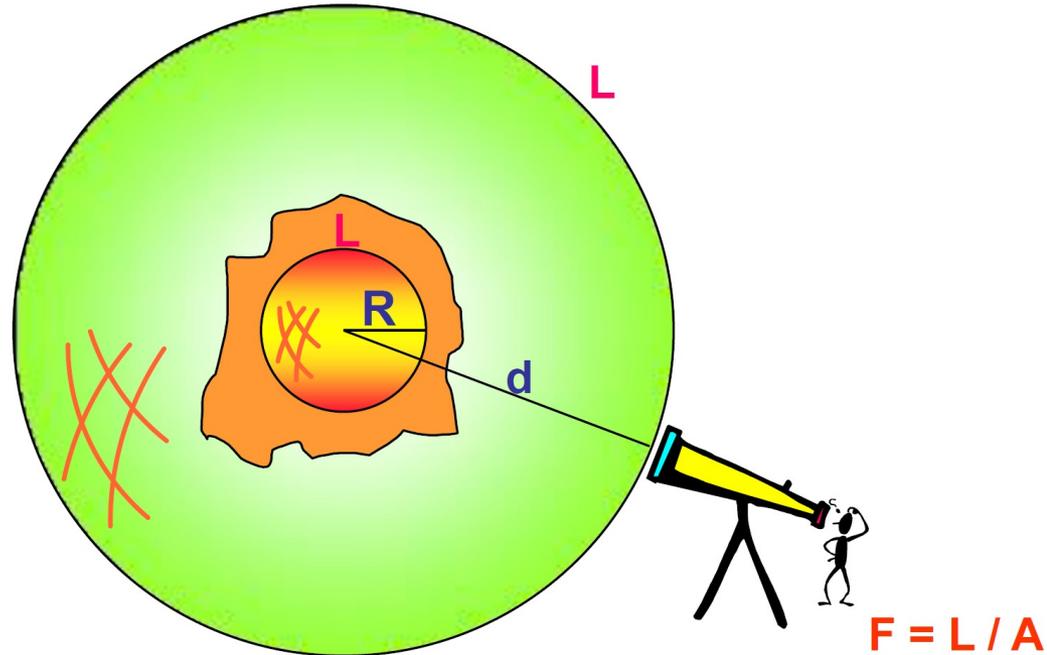
- Propriedade intrínseca da estrela
- Luminosidade = energia por segundo emitida (=potência irradiada) pela estrela
- Independe da distância
- Tanto maior quanto maior é o raio da estrela e quanto maior a temperatura da estrela

$$L = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$



# Fluxo à distância d

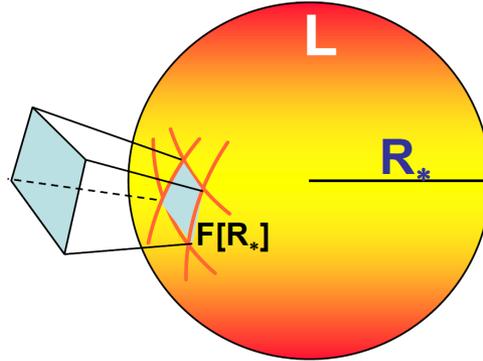
- Brilho intrínseco = fluxo na superfície da estrela = energia/segundo/área da estrela
- Brilho aparente = Fluxo estelar medido na Terra= Energia/segundo/(área da esfera com raio igual à distância da estrela).
- Fluxo medido inversamente proporcional ao quadrado da distância.



É a potência medida  
por unidade de área à uma distância  
d do centro da estrela.

$$F = F[d] = L / (4\pi d^2)$$

# Fluxo na superfície da estrela



Se a superfície concêntrica está na superfície da estrela:

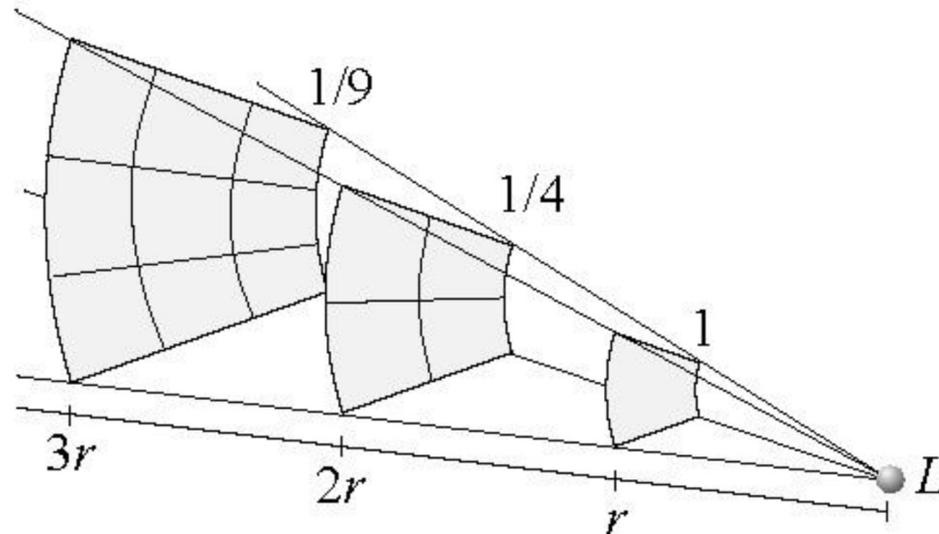
$$F(R_*) = \frac{L_*}{4\pi R_*^2} \quad \longrightarrow \quad L_* = 4\pi R_*^2 F(R_*)$$

A uma distância  $d$ , a luminosidade é dada por  $L_* = 4\pi d^2 F(d)$

desta forma, o fluxo observado a uma distância  $d$ , é:

$$F(d) = \left(\frac{R_*}{d}\right)^2 F(R_*)$$

# Fluxo e distância

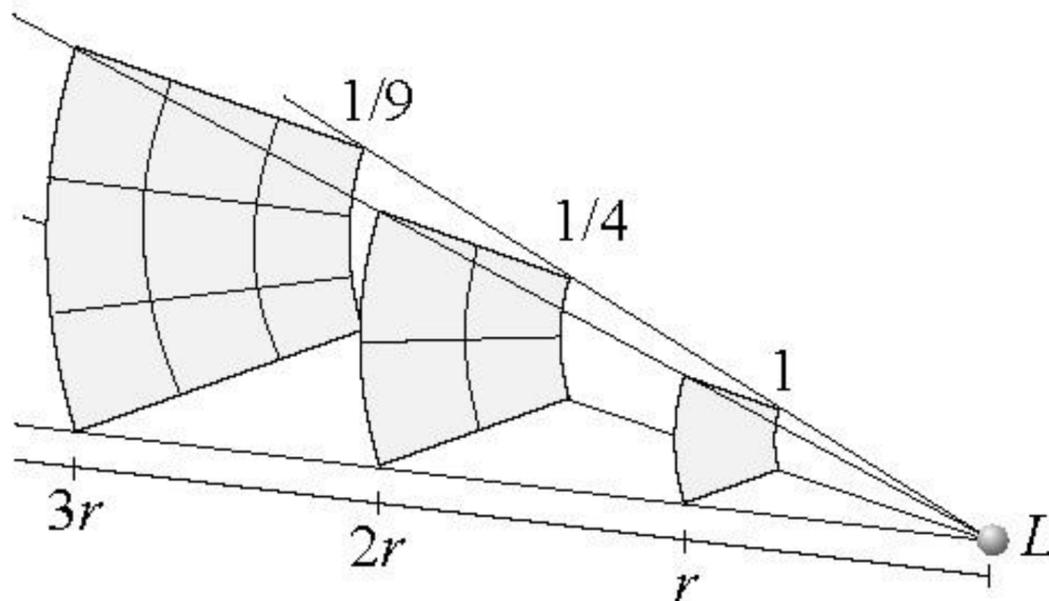


- O fluxo de uma fonte de luminosidade  $L$  decresce inversamente ao quadrado da distância.

$$\text{fluxo} = \frac{\text{luminosidade}}{4\pi \text{ distância}^2}$$

# Fluxo e distância

- Por exemplo:
  - luminosidade do Sol:  $3,86 \times 10^{26}$  watt
  - Fluxo (brilho aparente) do Sol na Terra:  $1373$  watt/metro<sup>2</sup>.
  - luminosidade de Sirius ( $\alpha$ CMa):  $1,0 \times 10^{28}$  watt (i.e.,  $26,1 \times L_{\odot}$ )
  - Fluxo (brilho aparente) de Sirius na Terra:  $0,12$  watt/km<sup>2</sup>



# Magnitude aparente

- No séc. II a.c., Hiparco classifica as estrelas em magnitudes (mais tarde refinada por Ptolomeu):
  - As estrelas mais brilhantes são de **1ª magnitude**
  - As estrelas mais fracas (**visível a olho nu**) são de **6ª magnitude**.
  - A escala de Hiparco segue a sensibilidade da **visão humana**: logarítmica.
  - É uma escala de brilho aparente.
- **É uma escala invertida:**
  - **maior brilho tem a menor magnitude.**
- **A escala de magnitude usada hoje é descendente direta da escala de Hiparco.**

# Magnitude aparente

Baseado na classificação de Hiparco, postulou-se que: uma estrela de primeira grandeza é cem vezes mais brilhante que uma de sexta grandeza (Pogson, 1856)

- Estrelas mais brilhantes  $\Rightarrow$  1ª magnitude

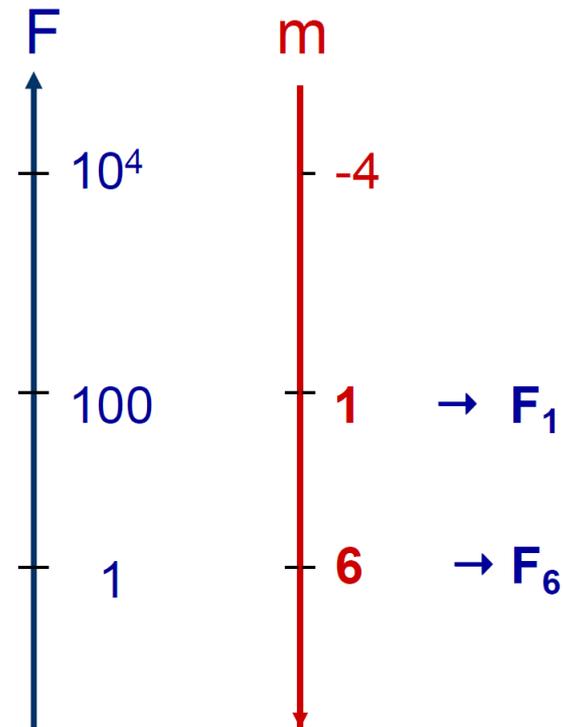
magnitude aparente  $m_1 \Rightarrow F_1$ .

- Estrelas de menor brilho 6ª magnitude,

magnitude aparente  $m_6 \Rightarrow F_6$ .

- Relação aproximada entre as escalas:

$$\Rightarrow F_1 = 100 F_6.$$



Magnitudes aparentes, correspondem ao brilho (fluxo) que observamos.

# Magnitude aparente

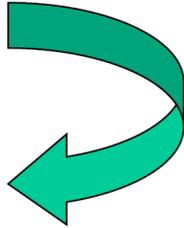
Olho humano  detector logarítmico

- $\Delta m = m_6 - m_1 = 5 \Rightarrow F_1 / F_6 = 100$
- $\Delta m = m_2 - m_1 = 1 \Rightarrow F_1 / F_2 = 100^{1/5} = 2,512$

Então:  $F_1 / F_2 = 100^{\Delta m/5}$

$$\log \frac{F_1}{F_2} = \left( \frac{m_2 - m_1}{5} \right) \log 100 \quad \Rightarrow \quad \log \frac{F_1}{F_2} = 0,4 (m_2 - m_1)$$

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log \frac{F_1}{F_2}$$



# Magnitude aparente

Olho humano  detector logarítmico

- $\Delta m = m_6 - m_1 = 5 \Rightarrow F_1 / F_6 = 100$
- $\Delta m = m_2 - m_1 = 1 \Rightarrow F_1 / F_2 = 100^{1/5} = 2,512$

Então:  $F_1 / F_2 = 100^{\Delta m/5}$

Por exemplo (vou deixar para vocês demonstrarem que):

Se uma fonte tem

magnitude 1 = fluxo 100, então

magnitude 2 = fluxo 39,8      [energia/(tempo×área<sup>2</sup>)];

magnitude 3 = fluxo 15,8;

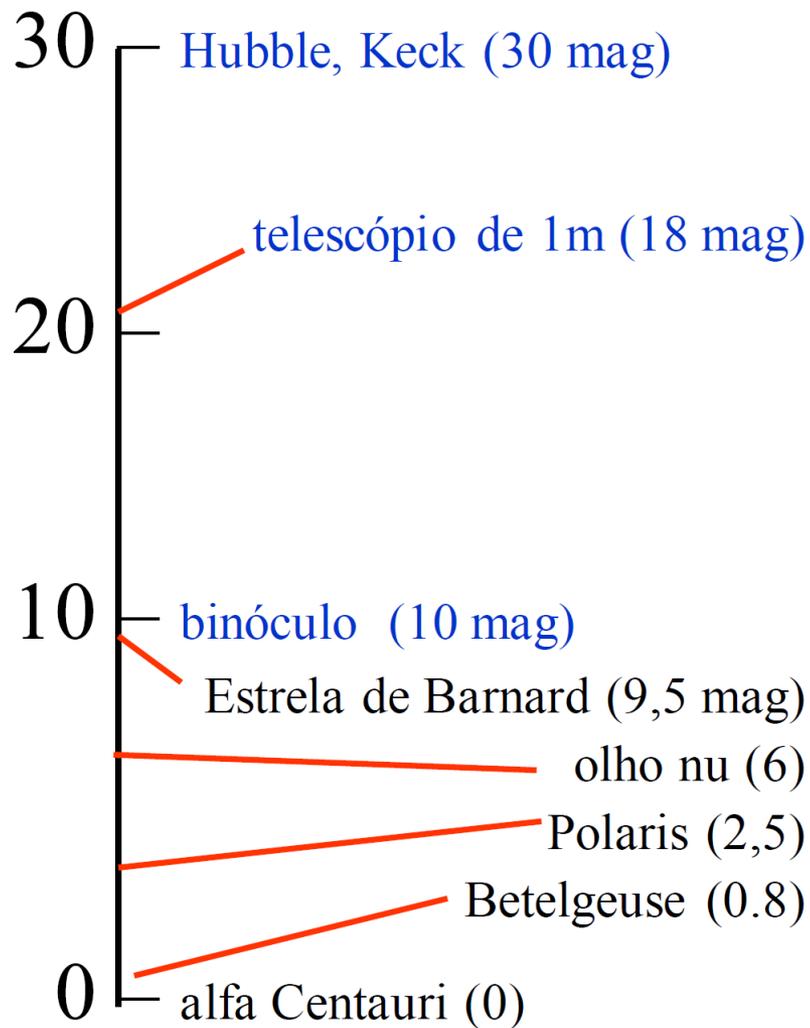
magnitude 4 = fluxo 6,31;

magnitude 5 = fluxo 2,51;

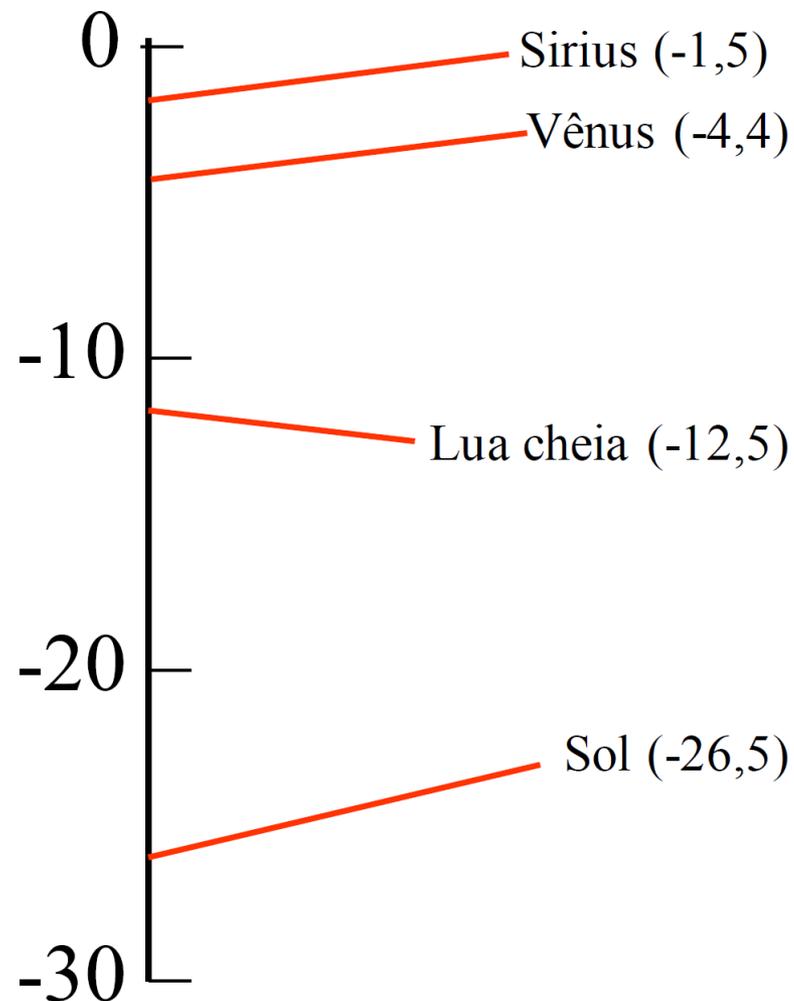
magnitude 6 = fluxo 1.

# Magnitude aparente: escala extendida

## Objetos mais fracos

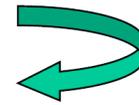


## Objetos mais brilhantes



# Magnitude aparente: expressão genérica

**Expressão genérica**  $\Rightarrow$  magnitude zero  
fluxo de calibração



Originalmente  
definido como  
a magnitude da  
estrela Vega

Assumindo que:

$$m_1 = 0 \Rightarrow F_1 = F_0 = \text{constante.}$$

Para estabelecermos a magnitude  $m$  de uma estrela,  
vamos supor que seu fluxo seja  $F$ :

$$m_2 - m_1 = 2,5 \log \frac{F_1}{F_2} \quad \longrightarrow \quad m - 0 = 2,5 \log \frac{F_0}{F}$$

$$m = 2,5 \log F_0 - 2,5 \log F$$

$C = \text{cte.}$

$$m = C - 2,5 \log F$$

# Magnitude aparente e distância

Lembrando que o fluxo observado depende da distância:

$$F(d) = \frac{L}{4\pi d^2} \quad \longrightarrow \quad m = C - 2,5 \log F$$

$$m = C - 2,5 \log L + 2,5 \log(4\pi d^2)$$

$$m = C' - 2,5 \log L + 5 \log d$$

onde  $C' = C + (2,5 \log 4\pi)$  e

$m$  é a magnitude aparente da estrela.

# Magnitude aparente: exercício

Duas estrelas A e B têm luminosidades  $6,4$  e  $0,4 L_{\odot}$ , respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Qual é a estrela mais distante?

$$m = C - 2,5 \log F$$

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$L_A = 6,4 L_{\odot} \text{ e } L_B = 0,4 L_{\odot} ; m_A = m_B$$

# Magnitude aparente: exercício

Duas estrelas A e B têm luminosidades  $6,4$  e  $0,4 L_{\odot}$ , respectivamente. Ambas são observadas com o mesmo brilho (magnitude) aparente. Qual é a estrela mais distante?

$$m = C - 2,5 \log F$$

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

$$L_A = 6,4 L_{\odot} \text{ e } L_B = 0,4 L_{\odot} ; m_A = m_B$$

$$m_A = C - 2,5 \log \frac{L_A}{4\pi d_A^2}$$

$$m_B = C - 2,5 \log \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

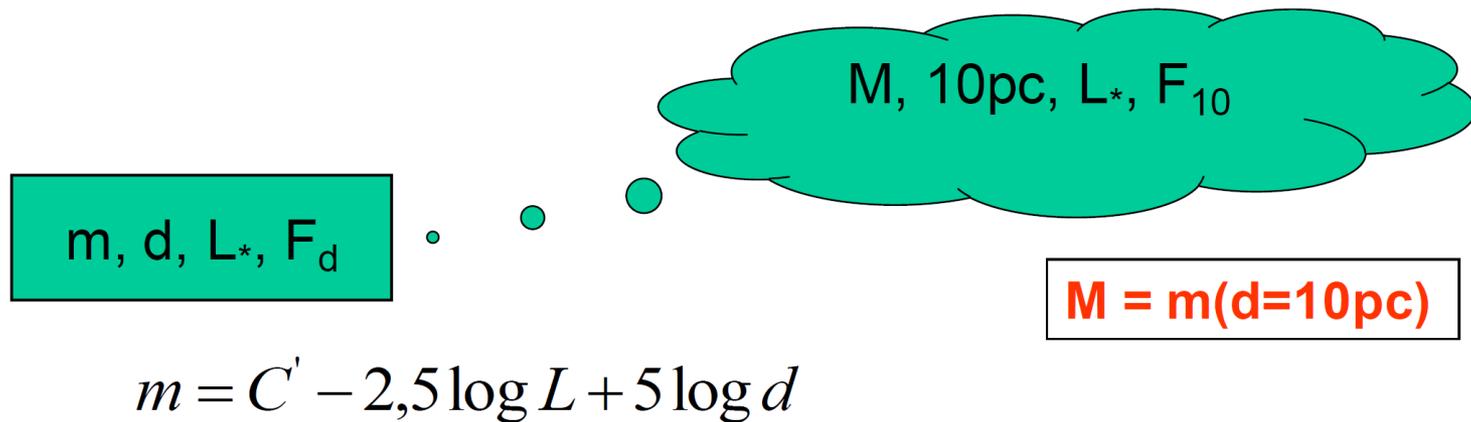
$$\frac{L_A}{4\pi d_A^2} = \frac{L_B}{4\pi d_B^2}$$

$$\frac{6,4}{0,4} = \left( \frac{d_A}{d_B} \right)^2 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{16}$$

$$d_A = 4d_B$$

# Magnitude absoluta

- Para comparação entre diversas estrelas supoe-se uma mesma distância para todas:



$$M = C' - 2,5 \log L + 5$$

# Módulo de distância (m-M)

- Comparação entre magnitudes aparente (observada) e absoluta (determinada conhecendo-se a luminosidade da estrela).

$m - M$



$$m - M = (C' - 2,5 \log L + 5 \log d) - (C' - 2,5 \log L + 5)$$

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad \rightarrow \quad m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

ATENÇÃO: distância em pc.

(\*) Supondo ausência de extinção interestelar.

# Magnitude solar

- O Sol tem magnitude aparente  $m_{\text{Sol}} = -26.74$ , e sua distância é de 1 UA =  $4.848 \times 10^{-6}$  pc . Portanto sua magnitude absoluta é:

$$M_{\text{Sol}} = m_{\text{Sol}} - 5 \log_{10}(d) + 5 = +4.83$$

Módulo de distância   $m_{\text{Sol}} - M_{\text{Sol}} = -31.57$

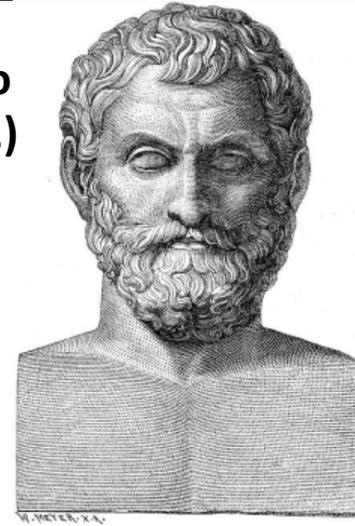
A comparação entre uma estrela de magnitude absoluta  $M$  e luminosidade  $L$ , e o Sol :

$$M = M_{\text{Sol}} - 2.5 \log_{10} \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right)$$

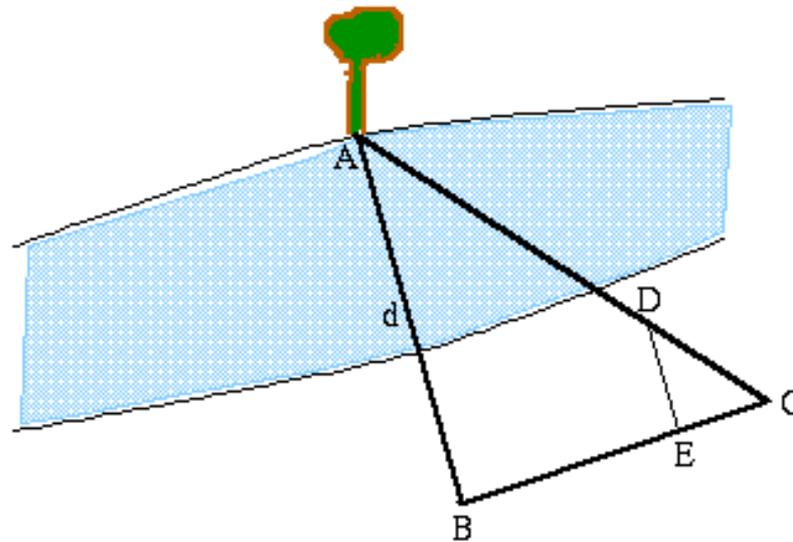
# Medição de distâncias

Triangulação:

Tales de Mileto  
(c.624-546 a.C.)



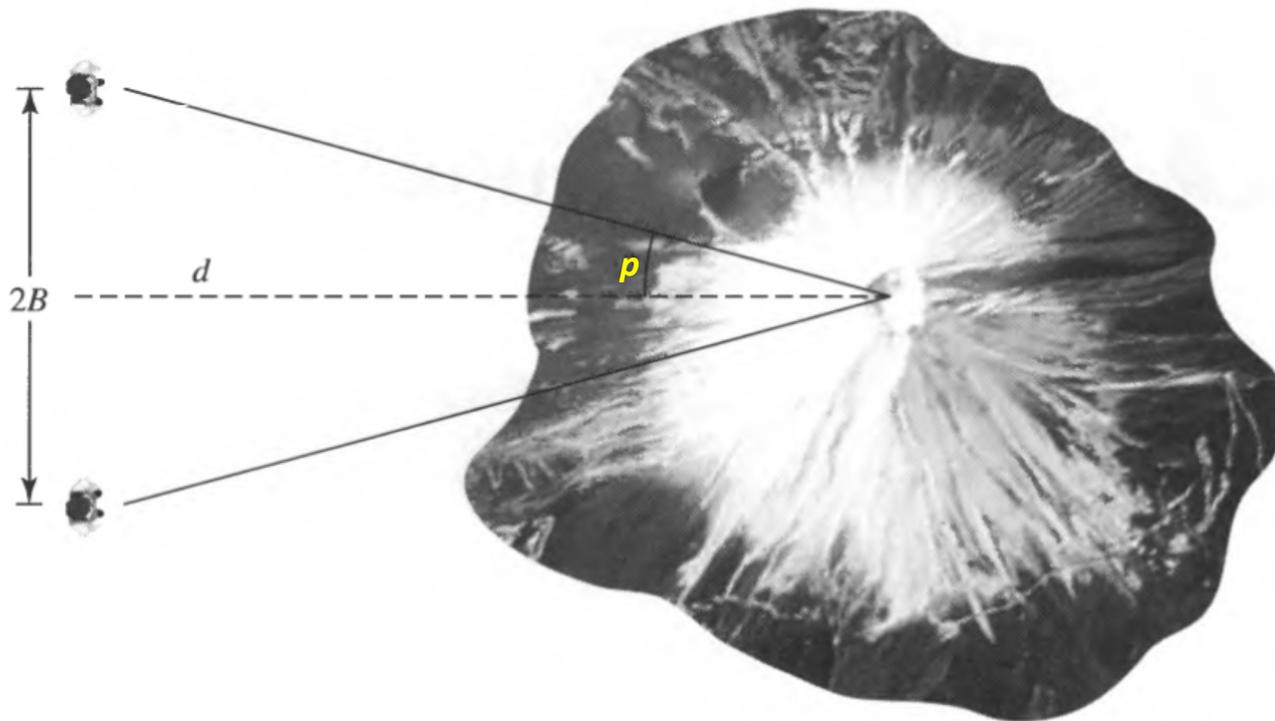
*Como medir a distância de uma árvore do outro lado do rio sem atravessá-lo?*



$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EC}$$

# Medição de distâncias

Paralaxe trigonométrica:

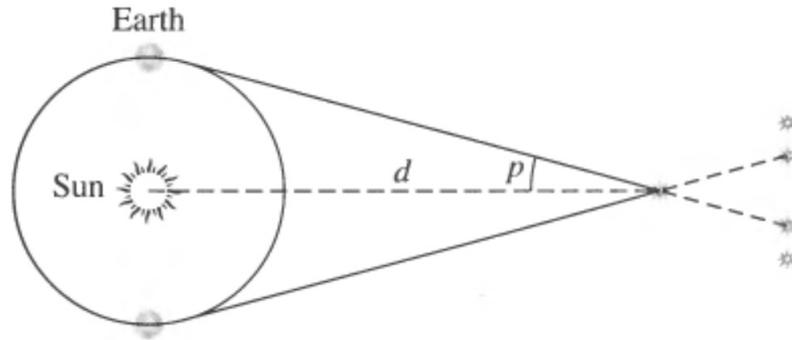


$$d = \frac{B}{\tan p}$$

# Medição de distâncias

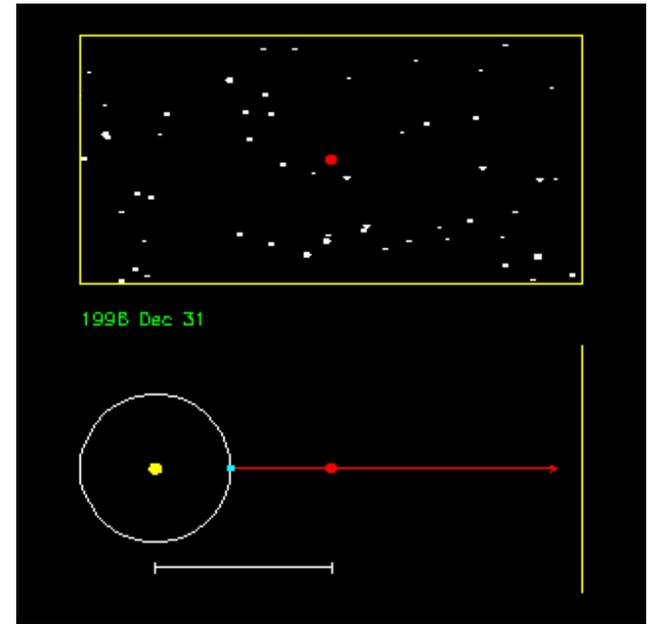
## Paralaxe estelar (heliocêntrica):

$p$  = ângulo de paralaxe



para  $p \ll 1$  rad

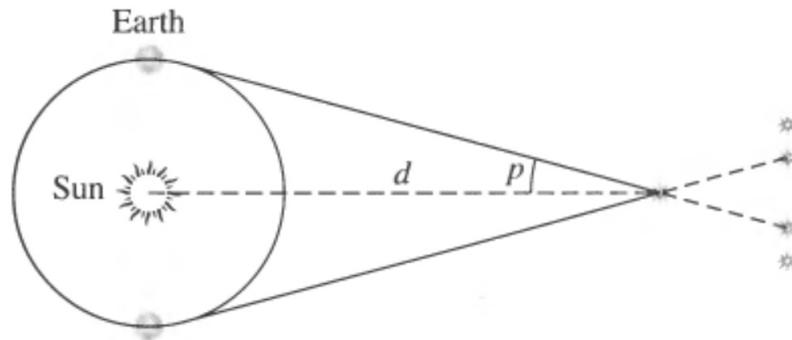
$$d = \frac{1\text{UA}}{\tan p} \approx \frac{1\text{UA}}{p} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1\text{UA} = 1.496 \times 10^8 \text{ km} \end{array} \right.$$



# Medição de distâncias

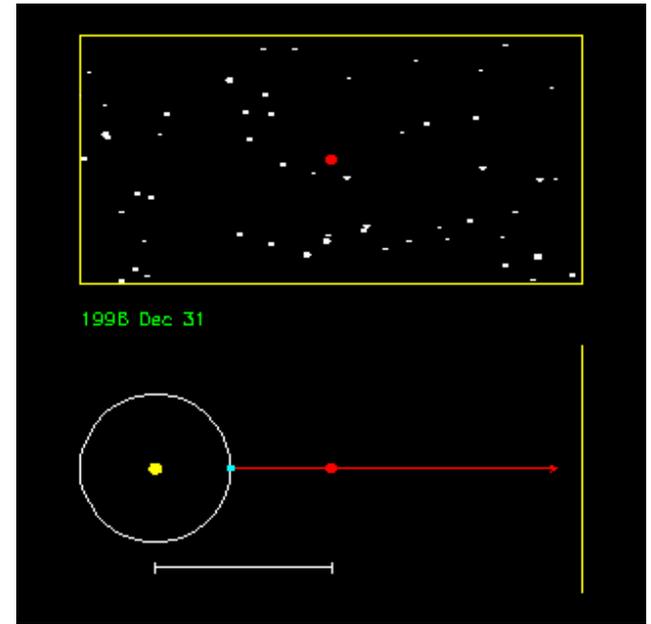
## Paralaxe estelar (heliocêntrica):

$p$  = ângulo de paralaxe



para  $p \ll 1$  rad

$$d = \frac{1\text{UA}}{\tan p} \simeq \frac{1\text{UA}}{p} \quad \left\{ \begin{array}{l} 1\text{UA} = 1.496 \times 10^8 \text{ km} \end{array} \right.$$



**Parsec (pc):** é a distância de um objeto que apresenta paralaxe heliocêntrica de  $1''$

Como:  $1 \text{ radian} = 57.2957795^\circ = 206264.806''$

Portanto:

$$d \simeq \frac{206265}{p''} \text{UA} \quad \longrightarrow \quad 1 \text{ pc} = 2.06264806 \times 10^5 \text{ UA} = 3.0856776 \times 10^{16} \text{ m} \quad \longrightarrow \quad \boxed{d = \frac{1}{p''} \text{ pc}}$$

# Medição de distâncias

**Exemplo: Em 1838, depois de 4 anos observando 61 Cygni, Bessel anunciou a medida de um ângulo de paralaxe de  $0.316''$  para essa estrela. Qual a distância da estrela medida por Bessel em anos luz? (1 ano = 365.25 dias,  $c = 299792458$  m/s)**

# Medição de distâncias

**Exemplo: Em 1838, depois de 4 anos observando 61 Cygni, Bessel anunciou a medida de um ângulo de paralaxe de 0.316" para essa estrela. Qual a distância da estrela medida por Bessel em anos luz? (1 ano = 365.25 dias, c = 299792458 m/s)**

Distância em parsec:

$$d = \frac{1}{p''} \text{ pc} = \frac{1}{0.316} = 3.16 \text{ pc}$$

**Ano-luz (a.l.):** distância percorrida pela luz no vácuo em um ano Juliano  
Ano Juliano (a) = 365.25 dias = 365.25\*24\*60\*60 segundos = 31557600 s  
Velocidade da luz = c = 299792458 m/s

$$\Rightarrow 1 \text{ a.l.} = c \cdot y = 9.460730472 \times 10^{15} \text{ m}$$

➡ 1 pc = 3.2615638 a. l.

➡ 3.16 pc = 10.3 a. l.

**Valor atual: 3.48 pc => 61 Cygni é uma das estrelas mais próximas do Sol. Outros exemplos:**

Estrela	Paralaxe	Distância	
Próxima Centauri	0,772"	1,295 pc	4,223 a.l.
Sírius	0,379"	2,638 pc	8,606 a.l.
Procyon	0,286"	3,496 pc	11,404 a.l.

# Luminosidade de 61 Cygni

**Exercício: 61 Cygni é observada na Terra com uma magnitude aparente  $m=+6.0$  . Sabendo a distância de 61 Cygni a partir da sua paralaxe, calcule sua luminosidade em função da luminosidade solar.**

# Luminosidade de 61 Cygni

**Exercício:** 61 Cygni é observada na Terra com uma magnitude aparente  $m=+6.0$  . Sabendo a distância de 61 Cygni a partir da sua paralaxe, calcule sua luminosidade em função da luminosidade solar.

**A magnitude absoluta de 61 Cygni é dada por:**

$$M = 6.0 - 5 \log_{10} \left( \frac{3.48}{10} \right) = +8.29$$

**Comparando com a magnitude absoluta do Sol:**

$$M = M_{\text{Sol}} - 2.5 \log_{10} \left( \frac{L}{L_{\odot}} \right) \quad \rightarrow \quad L = 10^{\left( \frac{4.83 - 8.29}{2.5} \right)} L_{\odot} = 0.041 L_{\odot}$$

# Teoria da radiação: corpo negro

Idealização Matemática:

o **corpo negro** → definido por Kirchhoff

Objeto que absorve toda luz que incide sobre ele, sem refletir e nem emitir nada da radiação → **objeto é negro.**

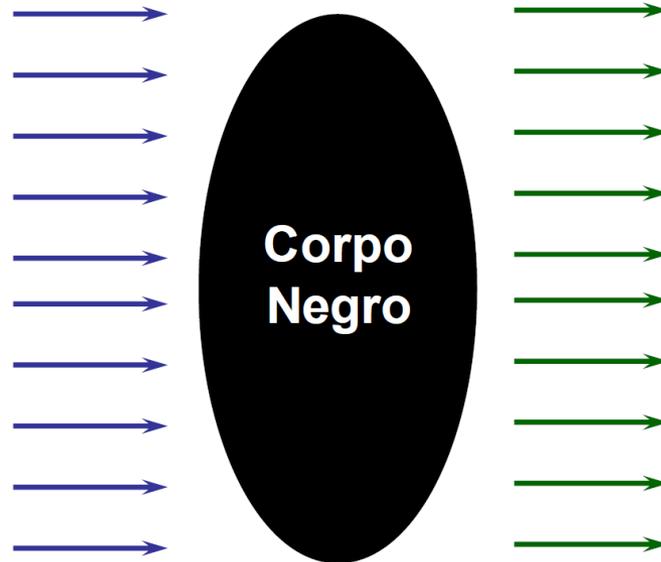
**Corpo negro: em estado termico estacionario: objeto re-emite a mesma quantidade absorvida**

Tal corpo é um *absorvedor perfeito* e também um *emissor perfeito* → **EQUILIBRIO TERMODINAMICO**

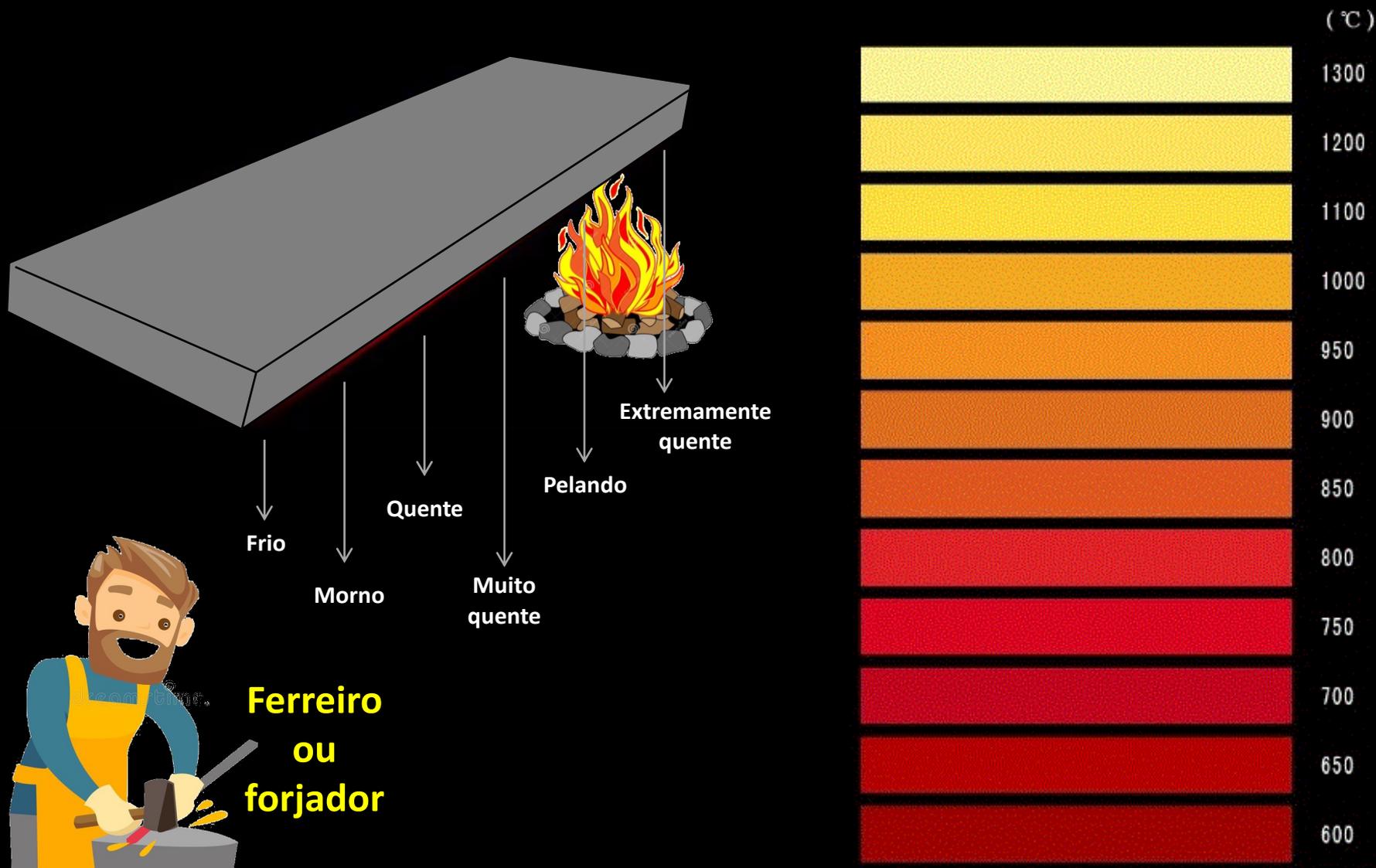
→ **Corpo negro: emite radiação** e a distribuição desta radiação caracterizada por uma unica **TEMPERATURA**

# Estrela como corpo negro

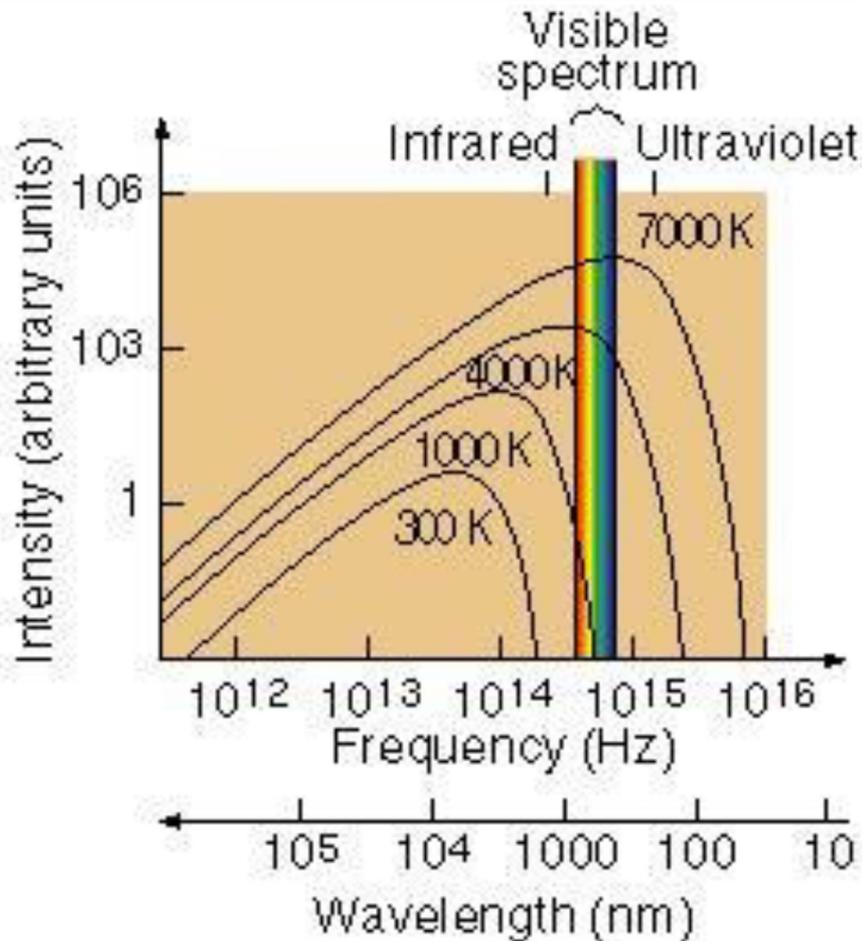
**Absorve toda  
a energia que  
possa incidir  
sobre ele**



# Reconhecendo a temperatura do ferro pela sua cor



# Radiação de corpo negro



Para direita:

**>  $\nu$  pico > I máxima**

**Objetos quentes:** luz visível (estrelas, torradeiras)

**Objetos frios:** radiação invisível, perceptível pelo calor (aquecedores caseiros, rochas)

**Se T do objeto cresce:** desloca-se para o lado azul do espectro (direito)

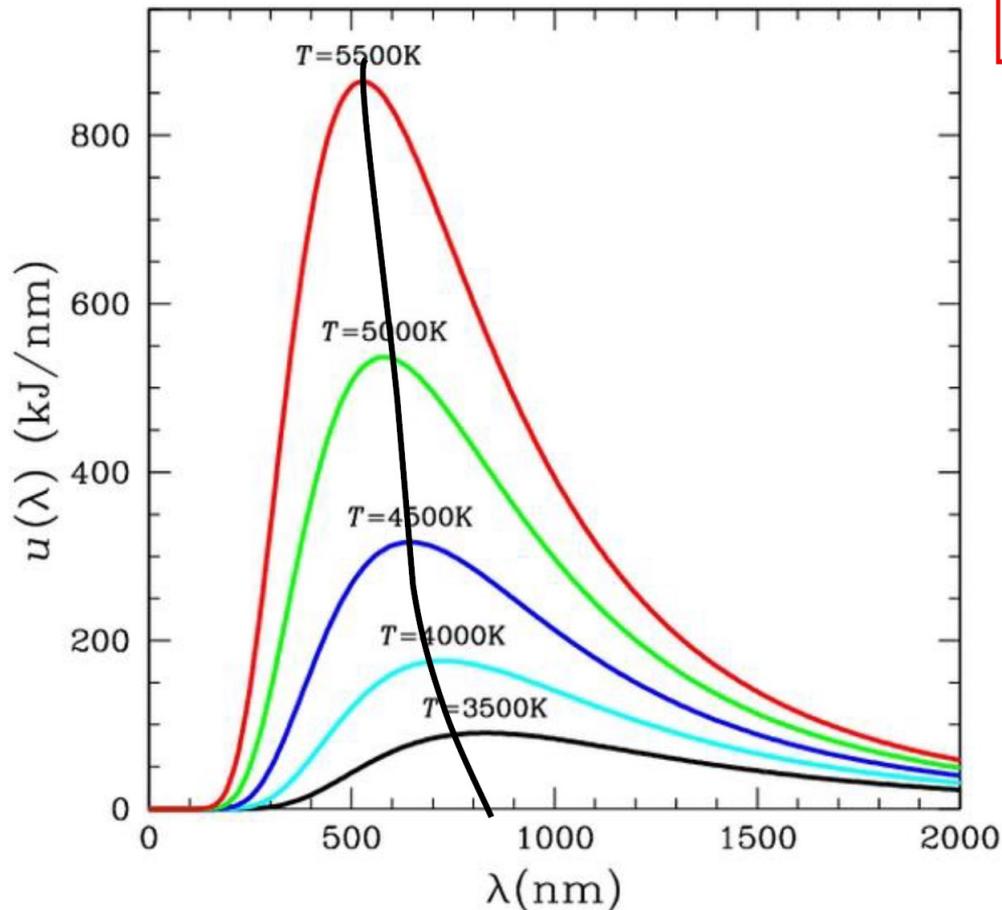
Ex.: **aqueçamos um pedaço de metal:**

1. torna-se quente sem mudar de aparência;
2. com T crescente: torna-se **vermelho – laranja – amarelo – branco** → deslocou pico para:

**$\nu$  > à medida que T cresce  
(T passou de 300 K a 4000 K)**

# Lei de Wien

- Lei de Wien (descoberta em 1893): relação entre o comprimento de onda onde a emissão é máxima e a temperatura do corpo negro.

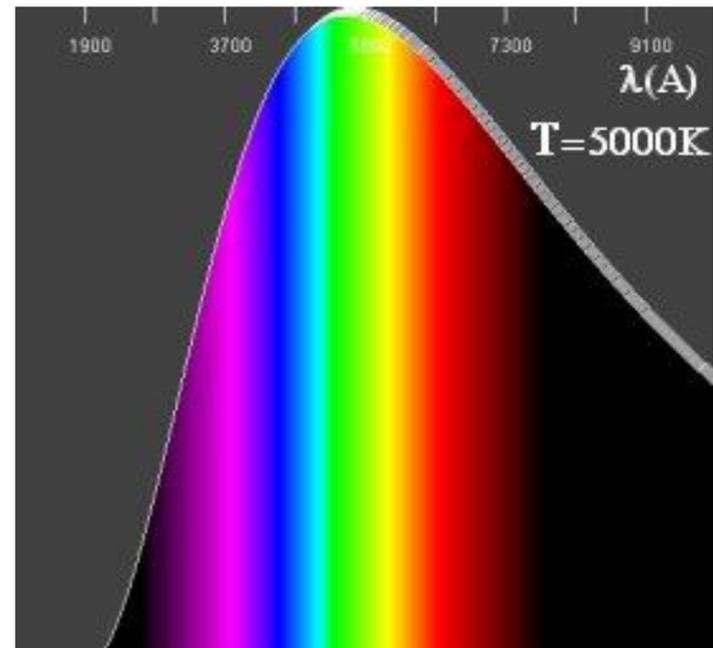
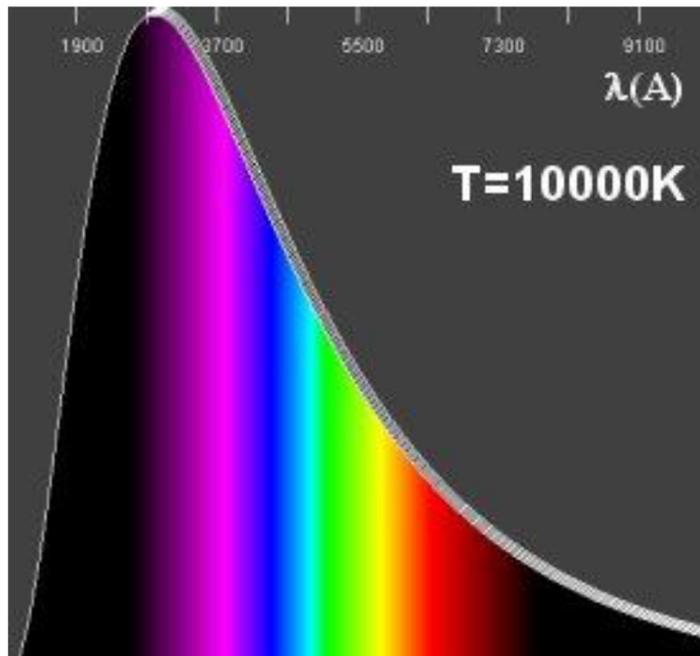


$$T \times \lambda_{\max} = 2,898 \times 10^6 \text{ K} \times \text{nm}$$

- Por exemplo:
  - $T = 50000 \text{ K}$   
 $\lambda_{\max} = 580 \text{ \AA}$
  - $T = 5000 \text{ K}$   
 $\lambda_{\max} = 5800 \text{ \AA}$
  - $T = 310 \text{ K (37}^\circ\text{C)}$   
 $\lambda_{\max} = 9,3 \text{ }\mu$
  - $T = 2,7 \text{ K}$   
 $\lambda_{\max} = 1,1 \text{ mm}$

# Lei de Wien

Estudando o espectro da estrela, podemos descobrir qual cor é mais fortemente irradiada



⇒ calculamos a temperatura pela Lei de Wien

$$\lambda_{\text{m\acute{a}x}} \times T = 0,290 \text{ cm.K}$$

# Classificação espectral

Quente

60.000 K - **Mintaka**

30.000 K - **Rigel**

9.500 K - **Sírius**

7.200 K - **Canopus**

6.000 K

**Sol**

5.250 K - **Aldebarã**

3.850 K - **Betelgeuse**

Fria



O



B



A



F



G



K



M



- Subdivisões por algarismos arábicos (0-9), onde 0 denota as estrelas mais quentes de uma determinada classe.

- Por exemplo, A0 denota as estrelas mais quentes da classe A e A9 denota as mais frias.

- Números fracionários são permitidos; por exemplo, a estrela Mu Normae é classificada como O9.7.

- O Sol é classificado como G2.[10]

# Lei de Stefan-Boltzmann

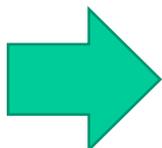
A luminosidade  $L$  de um corpo negro de área  $A$  e temperatura  $T$ :

$$L = A\sigma T^4$$

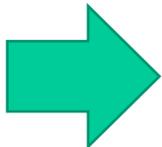
onde  $\sigma = 5.670400 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  é a constante de Stefan-Boltzmann

Para uma estrela de raio  $R$  e área  $A=4\pi R^2$  a equação de Stefan-Boltzmann é igual à:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4.$$

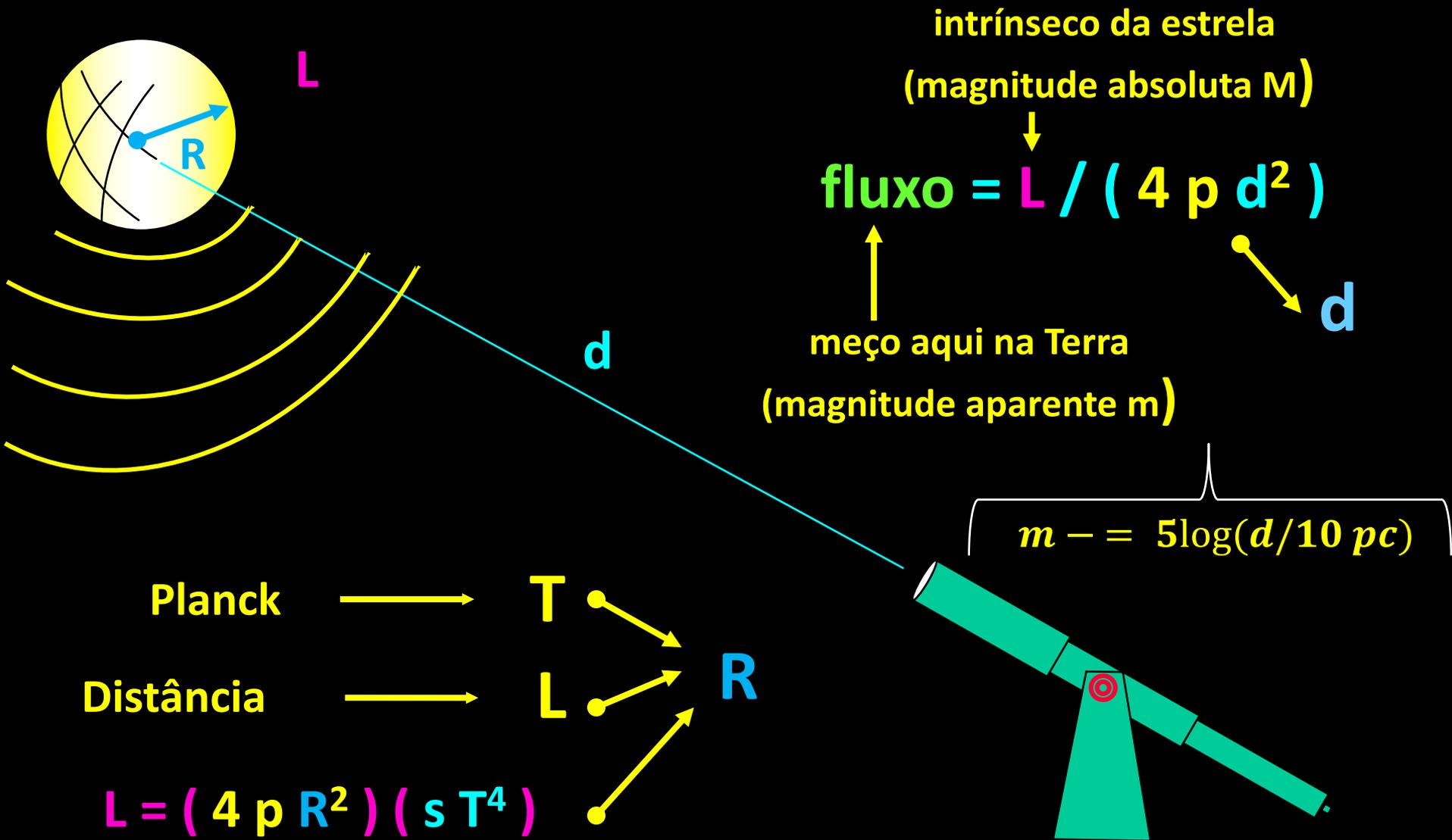


**Como uma estrela não é um corpo negro perfeito,  $T_e$  é definida como a temperatura efetiva na superfície da estrela.**

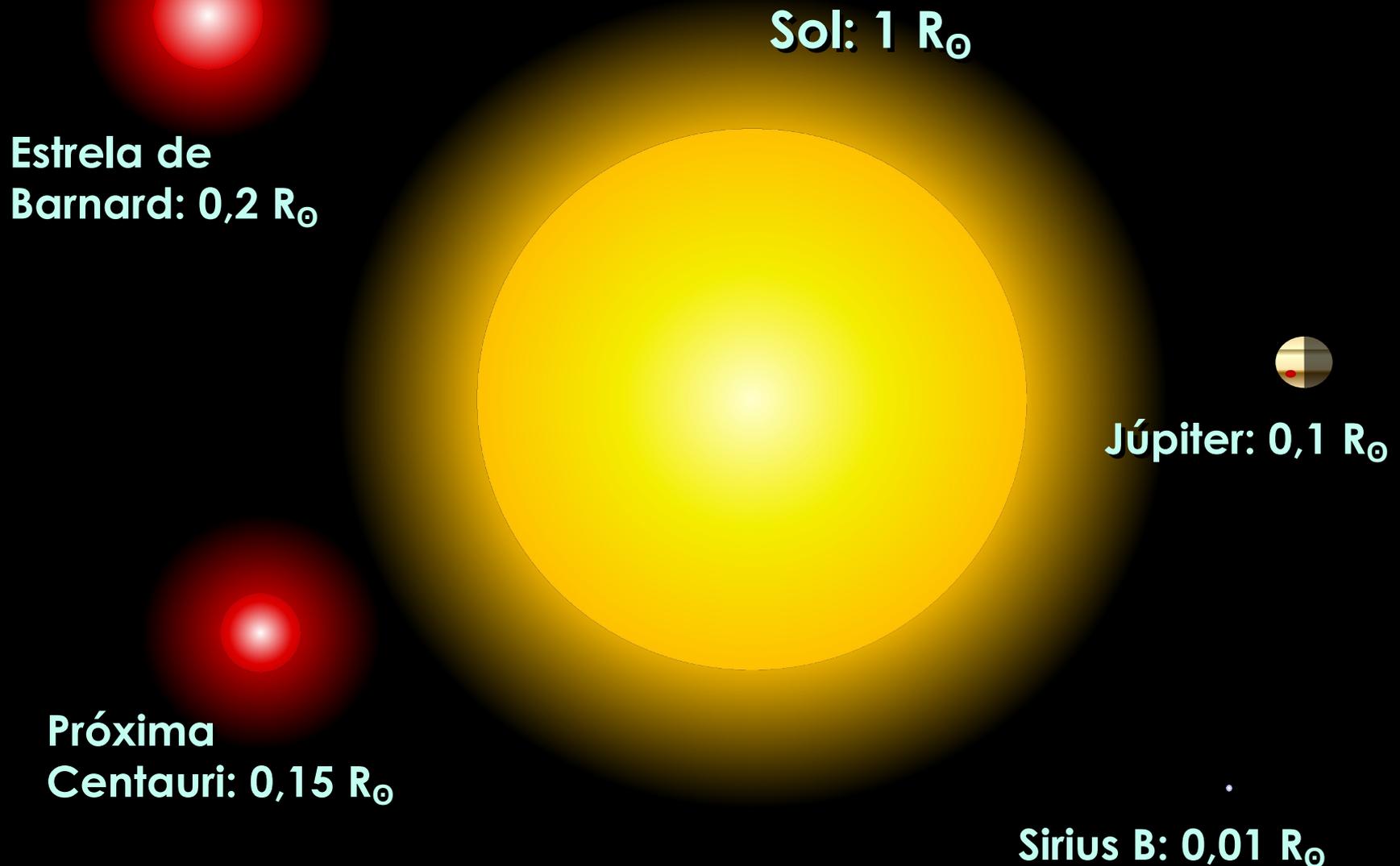


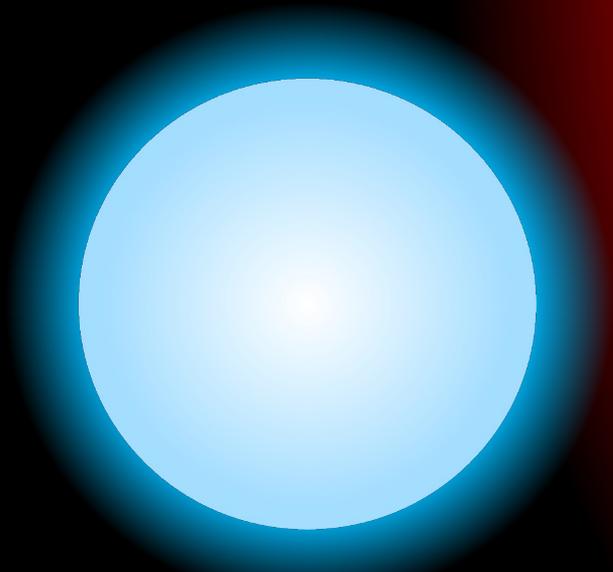
**O raio de uma estrela pode ser encontrado conhecendo a sua luminosidade e temperatura.**

# Resumo: Distância e raio de uma estrela

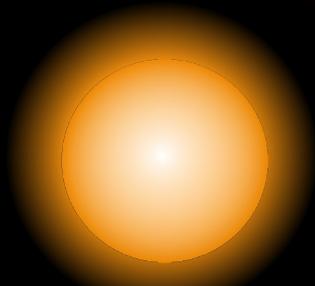


# Raios estelares





**Deneb: 100  $R_{\odot}$**



**Aldebaran: 40  $R_{\odot}$**



**Spica A: 7  $R_{\odot}$**

**Antares: 500  $R_{\odot}$   
(= 2,3 UA)**

**Sol:**



# Massa estelar

O único caminho que conhecemos para se obter massas estelares diretamente é através de **Sistemas Estelares Binários**, onde aplicando-se a 3ª Lei de movimento de Kepler:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cte}$$

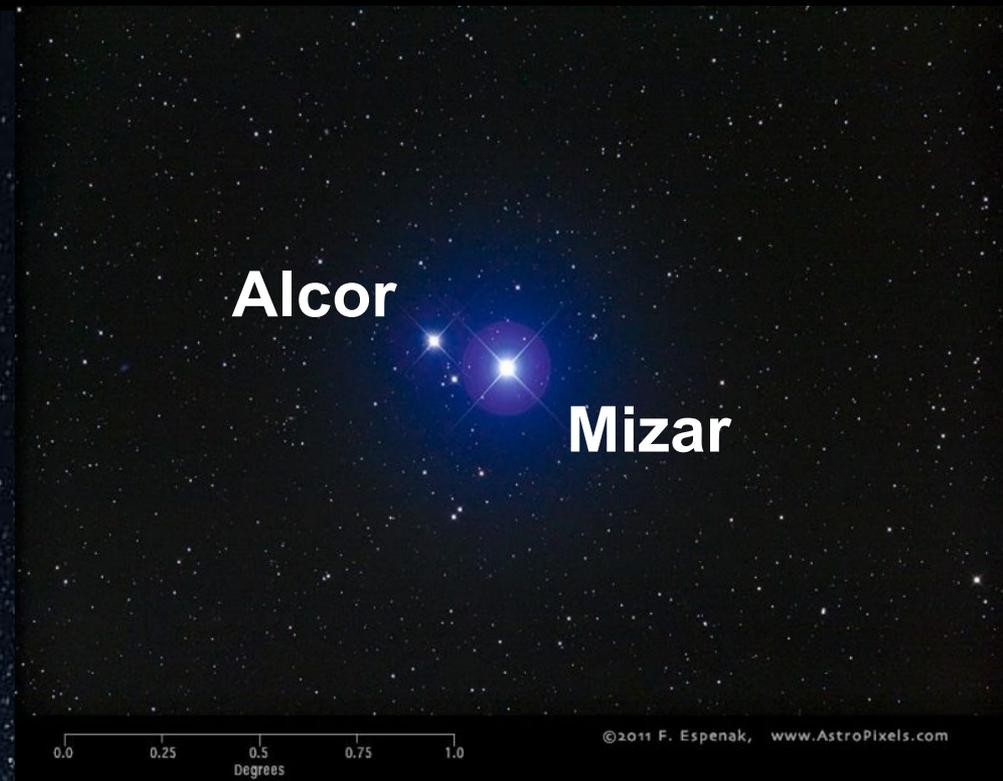
T: período de translação em torno do Sol  
a: semi eixo maior (raio, se for órbita circular)

$$\frac{T^2}{a^3} = 1 \quad \text{Se T em anos e a em U.A.}$$

# Sistemas binários

Maioria das estrelas encontra-se em sistemas duplos ou múltiplos

=> fisicamente associadas => sob ação gravitacional mútua.



**Sistemas binários** → **massa, raio, período.**

# Sistemas binários

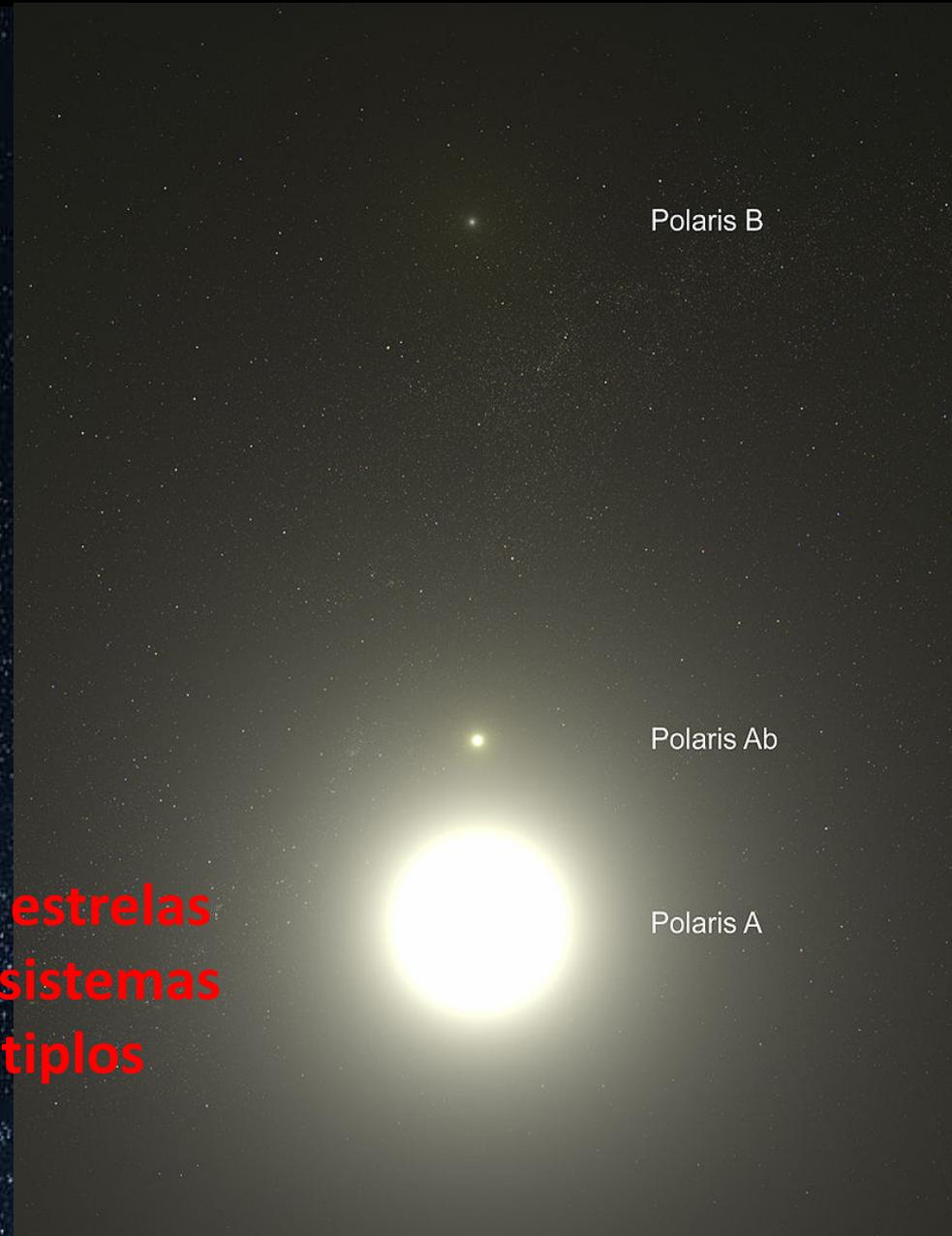
Exemplo de sistemas próximos  
(até 3,8 pc):

- Alfa Centauro: 3 estrelas
- Sirius: 2 estrelas
- EZ Aquário: 3 estrelas
- Procyon: 2 estrelas
- 61 Cygni: 2 estrelas
- Epsilon Indi: 3 estrelas

Dentro de 10 pc (em 09/2006):

175 estrelas solitárias  
55 binárias  
14 sistemas triplos  
4 quádrupos  
1 quáintuplo

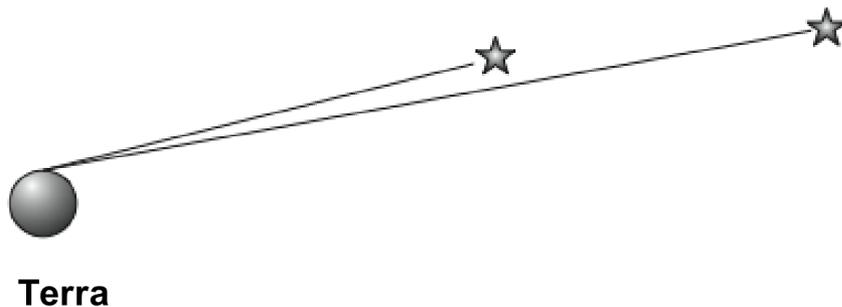
**173 estrelas  
em sistemas  
múltiplos**



# Sistemas binários: reais e aparentes

## Binárias aparentes

Alguns sistemas são apenas alinhamentos "aparentes" na linha de visada. São estrelas aparentemente binárias, mas não possuem órbitas mútuas nem estão ligadas **gravitacionalmente**



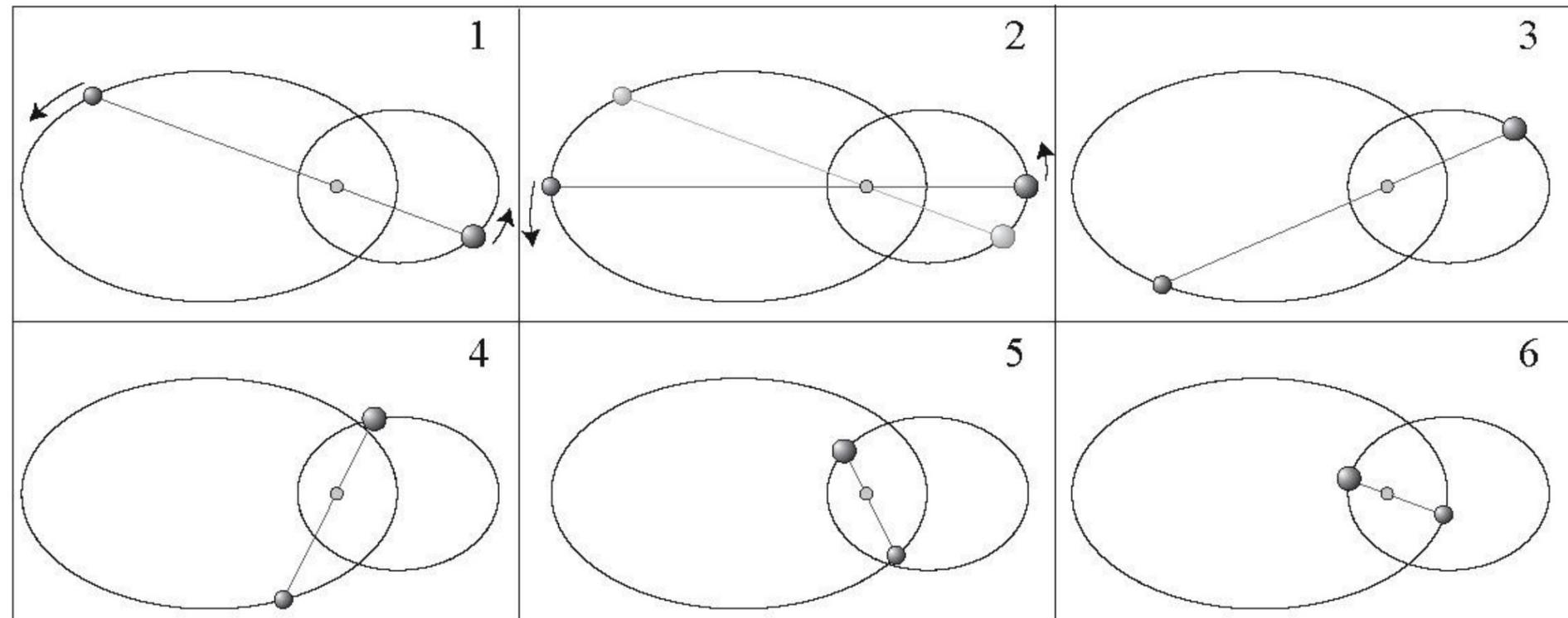
como visto  
no céu



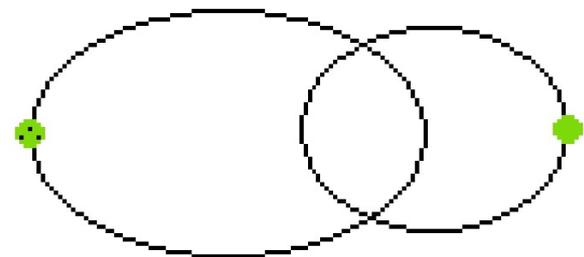
## Binárias reais

Sistemas ligados pela gravitação, onde orbitam em torno de um centro de massa comum

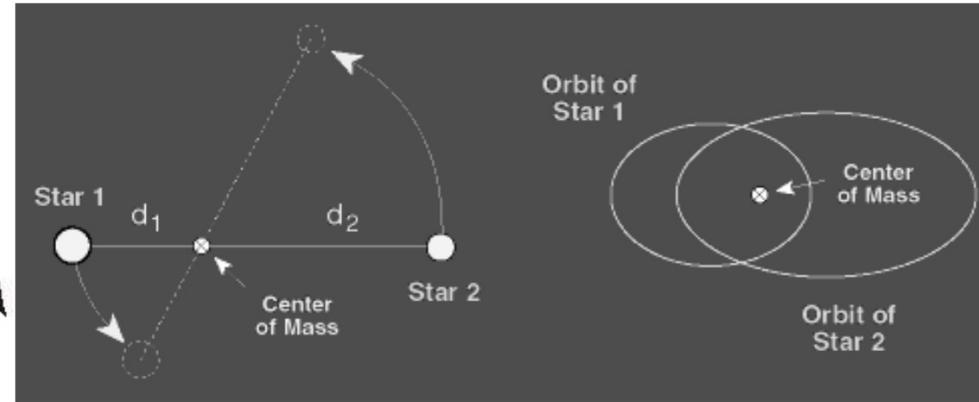
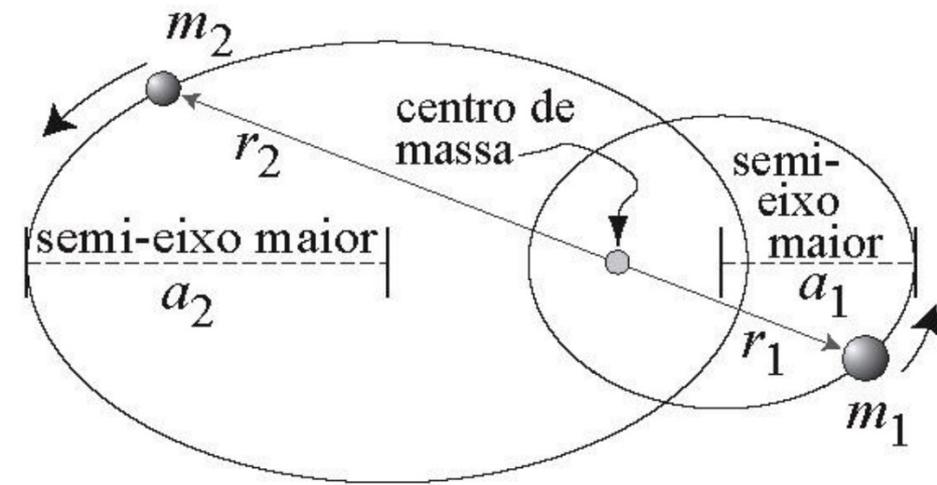
# Órbitas em sistemas binários



- As estrelas orbitam em torno do centro de massa (em repouso)
- Assim como no Sistema Solar, valem as Leis de Kepler



# Órbitas em sistemas binários



- A massa total é determinada pela 3a Lei de Kepler:

$$P^2 = \left[ \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \right] a^3$$

$$\text{massa total} = m_1 + m_2 = \frac{4\pi^2 (a_1 + a_2)^3}{G \text{ período}^2}$$

- A razão das massas é dada pela razão dos semi-eixos maiores:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

# Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

## ➤ 1a etapa: aplicação da 3a Lei de Kepler (soma das massas)

Medidas da trajetória do sistema Sírius nos informa que:

Período = 49,9 anos

Semi-eixo de Sirius A,  $a_A = 2,309''$

Semi-eixo de Sirius B,  $a_B = 5,311'''$

Pela 3ª lei de Kepler:

$$M_A + M_B (\text{em } M_{\text{Sol}}) = \frac{(d(\text{pc}) a(\text{arcsec}))^3}{P^2 (\text{em anos})}$$

mas,  $a_A + a_B = r_1 + r_2 = a = 7,62''$  e a distância (d) de Sirius é 2,67 pc. Então, temos:

$$M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} (M_{\text{Sol}}) = \frac{(2,67(\text{pc}) 7,5(\text{arcsec}))^3}{49,9^2 (\text{em anos})} = 3,38(M_{\text{sol}})$$

Portanto,  $M_{\text{SiriusA}} + M_{\text{SiriusB}} = 3,38(M_{\text{sol}})$

# Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

## ➤ 2a etapa : cálculo da razão de massas

Medidas da trajetória do sistema Sírius nos informa que:

Período = 49,9 anos

Semi-eixo de Sirius A,  $a_A = 2,309''$

Semi-eixo de Sirius B,  $a_B = 5,311''$

- Pela equação da razão de massas, temos:  $\text{Massa}_A / \text{Massa}_B = a_B / a_A$

Então:  $\text{Massa}_A / \text{Massa}_B = 5,311'' / 2,309''$

$\text{Massa}_A / \text{Massa}_B = 2,3$  ou  $M_{\text{SiriusA}} = 2,3 M_{\text{SiriusB}}$

# Exemplo do Sistema Binário: Sírius A e Sírius B

Portanto,  
como sabemos que

$$M_{\text{SíriusA}} + M_{\text{SíriusB}} = 3,38 M_{\text{sol}} \quad \text{e} \quad M_{\text{SíriusA}} = 2,3 M_{\text{SíriusB}}$$

→  $M_{\text{SíriusB}} = 1,02 M_{\text{sol}}$

E então

→  $M_{\text{SíriusA}} = 2,35 M_{\text{sol}}$

Sírius B, a luminosidade muito fraca, mas com a massa do Sol!

Uma das Anãs Brancas mais massivas conhecidas

# Diagrama H-R

$$L_* = F_* (4 \pi R_*^2)$$

$$F_* = \sigma T_*^4$$

$$R_* = \frac{1}{T_{ef}^2} \sqrt{\frac{L_*}{4\pi\sigma}}$$

Lei de Stefan-Boltzmann

$$\underbrace{\log L_*}_{y} = 4 \underbrace{\log T_{ef}}_{x} + \underbrace{\log(4\pi\sigma R_*^2)}_{b}$$
$$y = a \cdot x + b$$

# Diagrama H-R

- Em 1905: Ejnar Hertzsprung
  - explora a relação entre luminosidade e temperatura
  - nota a presença de estrelas esquisitas: anãs e gigantes
  
- Em 1913, Norris Russel usa uma base de dados mais completa pra estudar a mesma relação.



# Diagrama H-R

**Hertzsprung**, 1911, **Russel**, 1913

as propriedades de uma estrela  
estão correlacionadas

Existe relação entre **L** e **T**

obtidas da magnitude aparente  
e da distância

obtidas do espectro de cores

Essa relação depende  
da idade da estrela

Tipo Espectral O

B

A

F

G

K

M

-10

1.000.000

-5

10.000

0

100

+5

$L_{\text{Sol}} \equiv 1$

+10

1/100

+15

1/10.000

+20

1/1.000.000

Tipo espectral

Magnitude visual absoluta  $M_v$

Magnitude absoluta

Brilho

# Variáveis no diagrama de Hertzsprung-Russell Diagrama H-R

Luminosidade

Luminosidade /  $L_{\text{Sol}}$

Temperatura

80.000 K

60.000

40.000

30.000

20.000

15.000

10.000

7.500

5.000

Temperatura  
superficial

2.500

Tipo Espectral

O

B

A

F

G

K

M

Supergigantes azuis

Supergigantes vermelhas

Gigantes vermelhas

Sequência Principal

Anãs Brancas

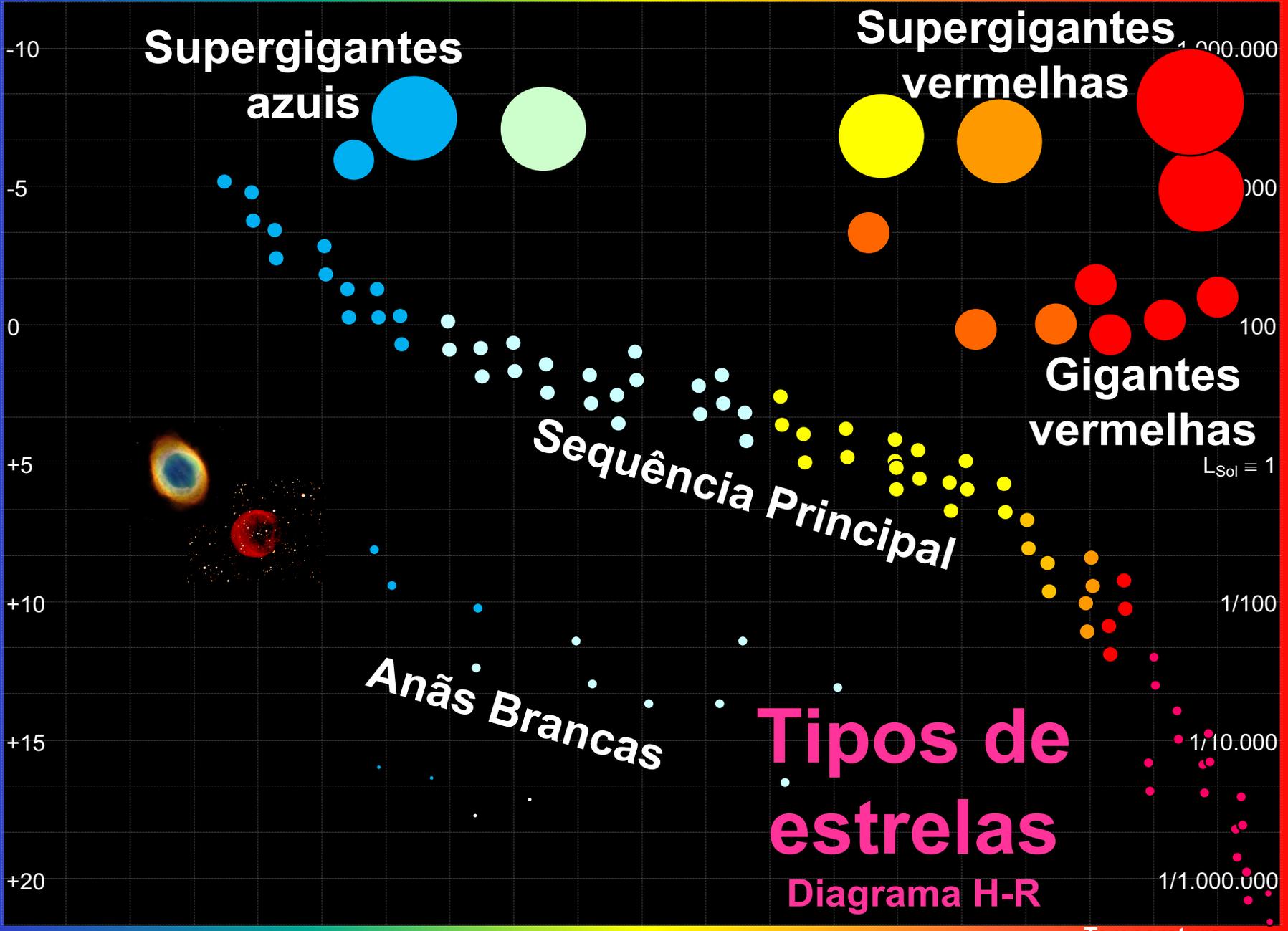
Tipos de estrelas  
Diagrama H-R

Magnitude visual absoluta  $M_v$

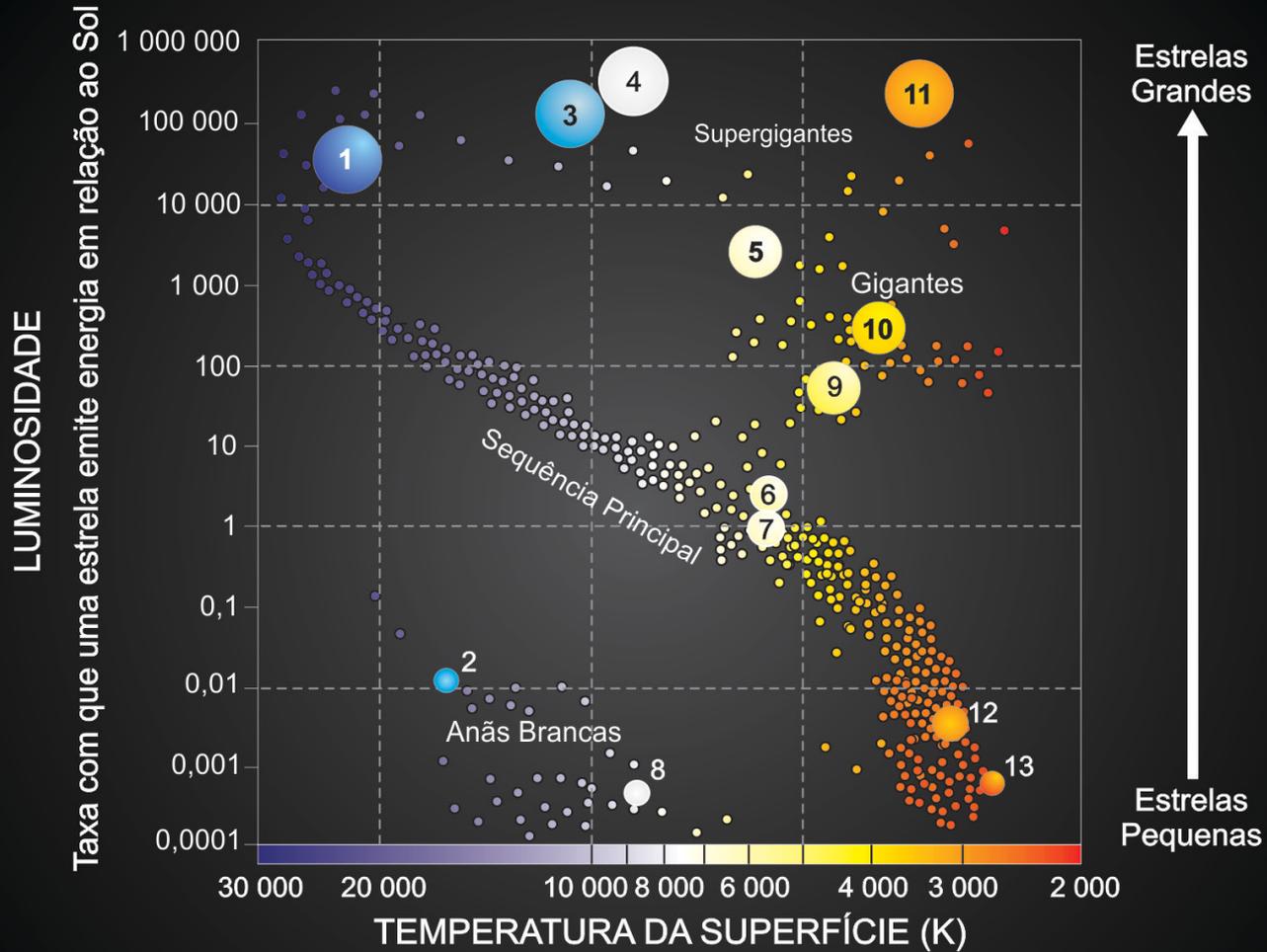
Luminosidade /  $L_{\text{Sol}}$

Temperatura superficial

80.000 K 60.000 40.000 30.000 20.000 15.000 10.000 7.500 5.000 2.500

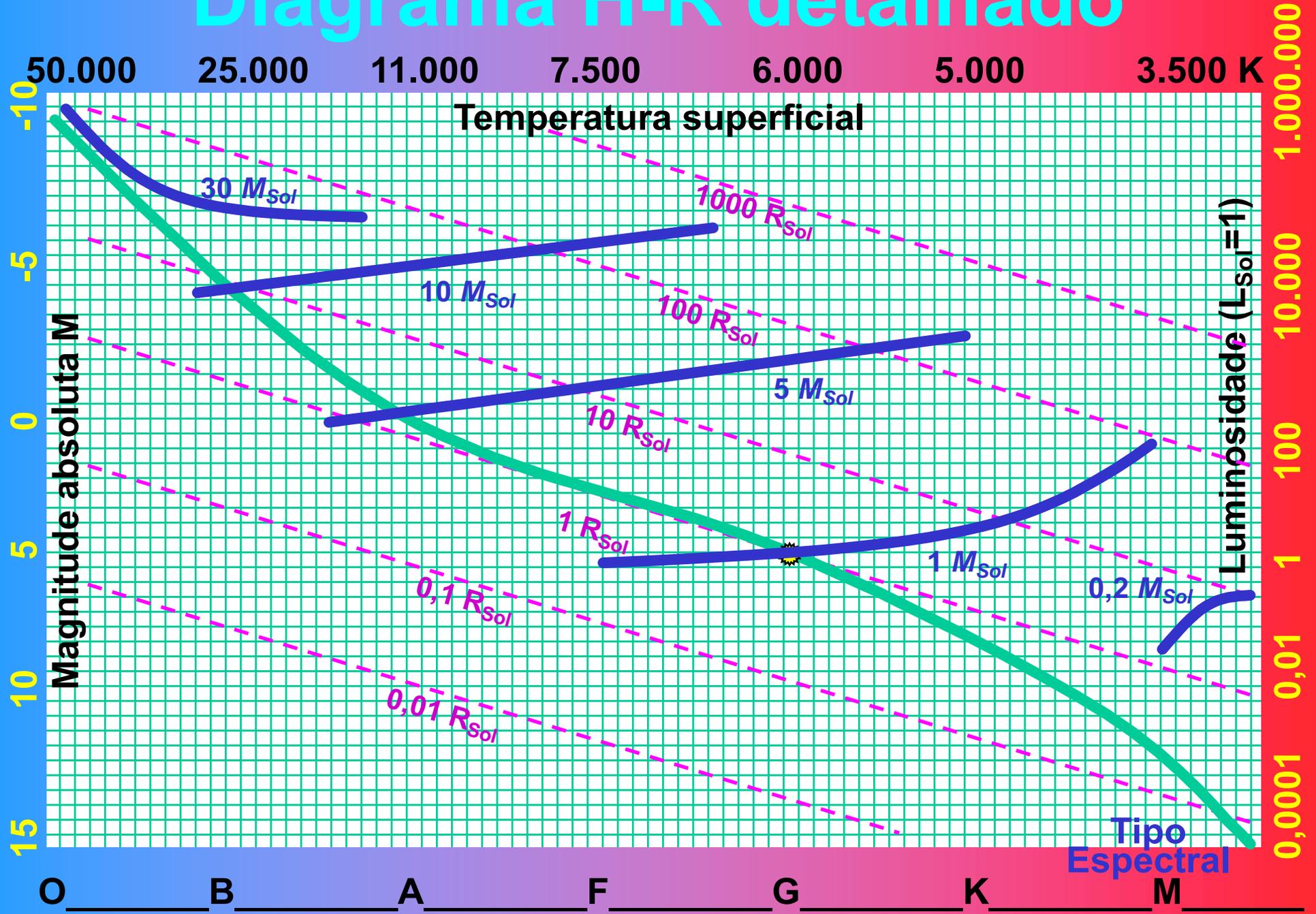


# Características das estrelas

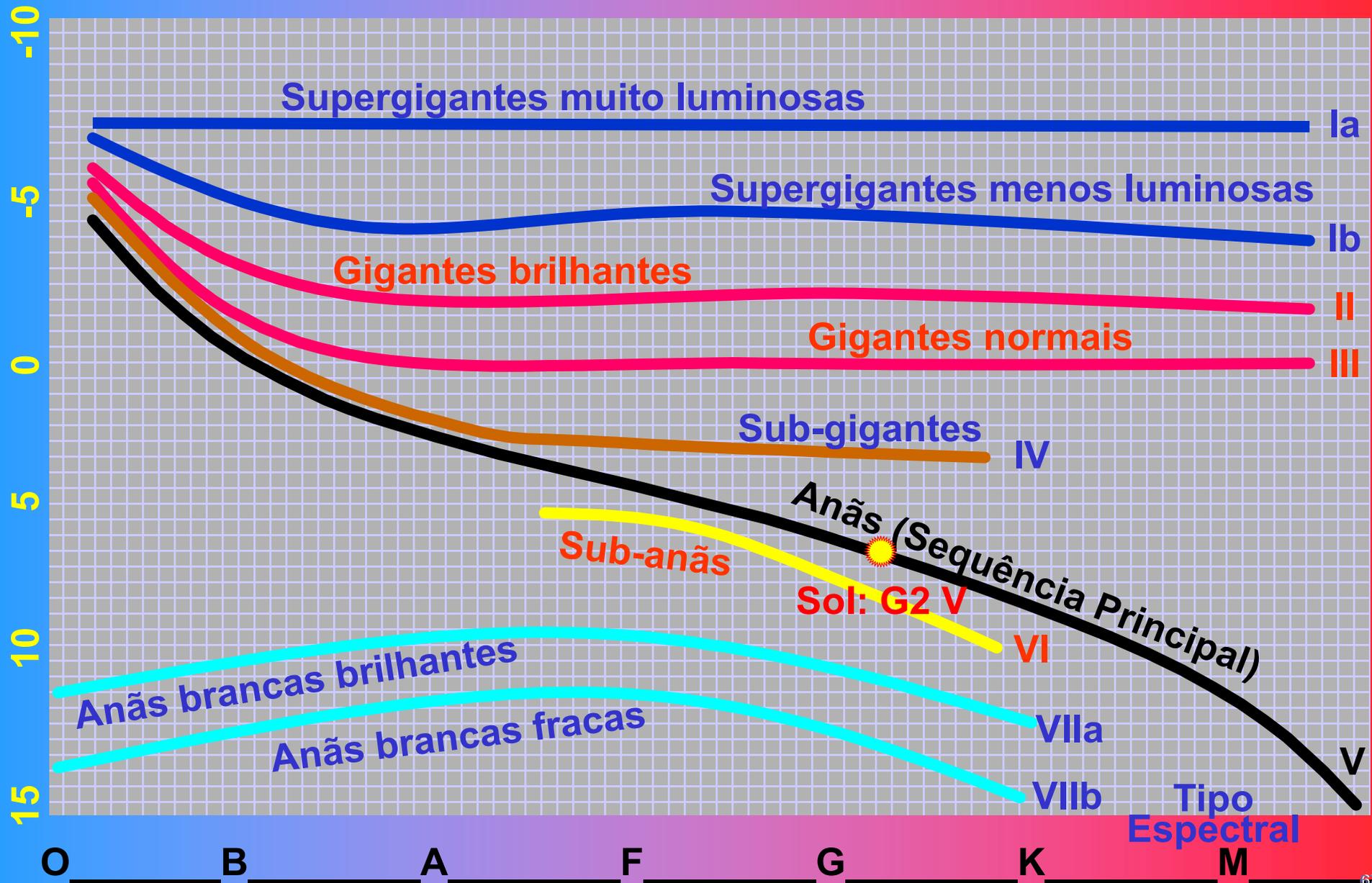


- |               |                    |                         |
|---------------|--------------------|-------------------------|
| 1 - Spica     | 6 - Alpha Centauri | 11 - Betelgeuse         |
| 2 - Eridani B | 7 - Sol            | 12 - Estrela de Barnard |
| 3 - Rigel     | 8 - Procyon B      | 13 - Próxima Centauri   |
| 4 - Deneb     | 9 - Pollux         |                         |
| 5 - Polaris   | 10 - Aldebaran     |                         |

# Diagrama H-R detalhado



# Classes de Luminosidade



Um diagrama Hertzsprung - Russell observacional com 22.000 estrelas plotadas do Catálogo Hipparcos e 1.000 do Catálogo Gliese de estrelas próximas.

