

Exemplo Demanda de TV a Cabo

Gilberto A. Paula

Departamento de Estatística
IME-USP, Brasil
giapaula@ime.usp.br

2^o Semestre 2023

- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões
- 7 Referências

Descrição dos Dados

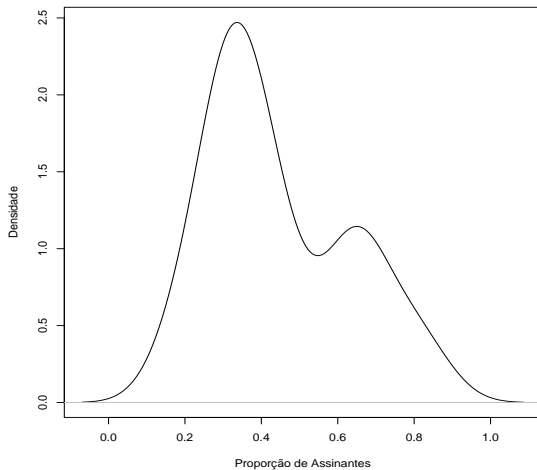
Vamos considerar um conjunto de dados sobre a demanda de TV a cabo em 40 áreas metropolitanas dos EUA (Ramanathan, 1993). O objetivo do estudo é explicar o número (ou proporção) de assinantes de TV a cabo dadas algumas variáveis explicativas observadas em cada área.

Descrição das Variáveis

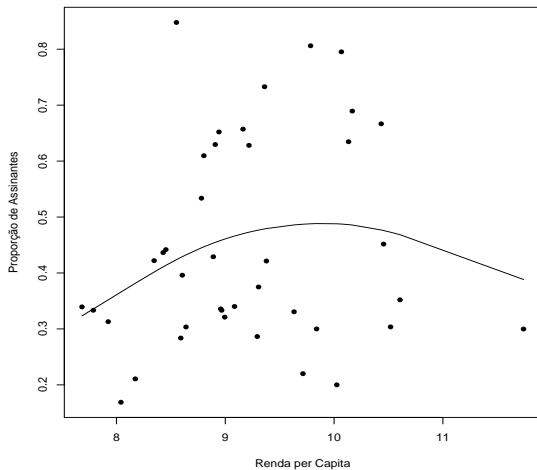
- **Nass**: número de assinantes de TV a cabo (em milhares),
- **Domic**: número de domicílios (em milhares),
- **Percap**: renda per capita domiciliar (em mil USD),
- **Taxa**: taxa de instalação (em USD),
- **Custo**: custo médio mensal de manutenção (em USD),
- **Ncabo**: número de canais a cabo disponíveis na área,
- **Ntv**: número de canais públicos de boa qualidade disponíveis na área,
- **Prop = Nass/Domic**: proporção de assinantes de TV a cabo na área.

- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar**
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões
- 7 Referências

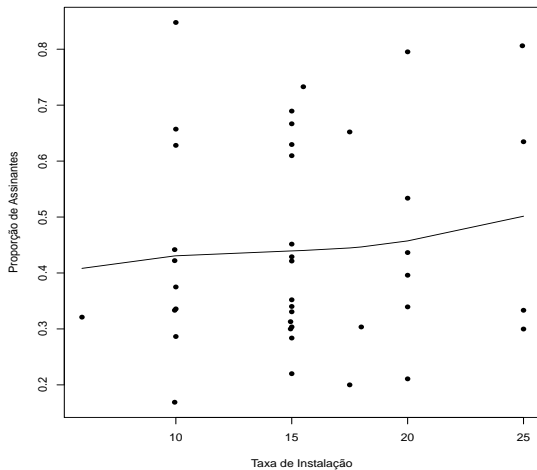
Densidade Proporção de Assinantes



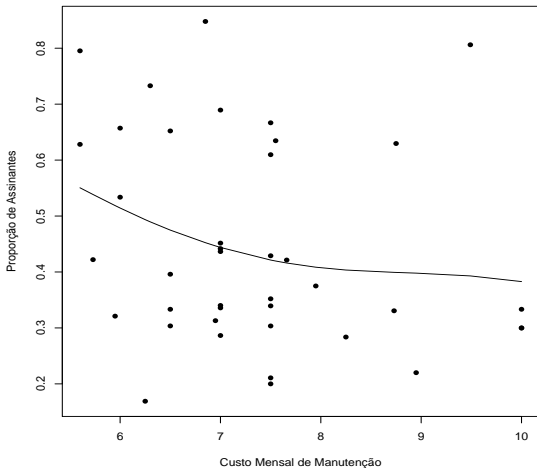
Proporção de Assinantes versus Renda per Capita



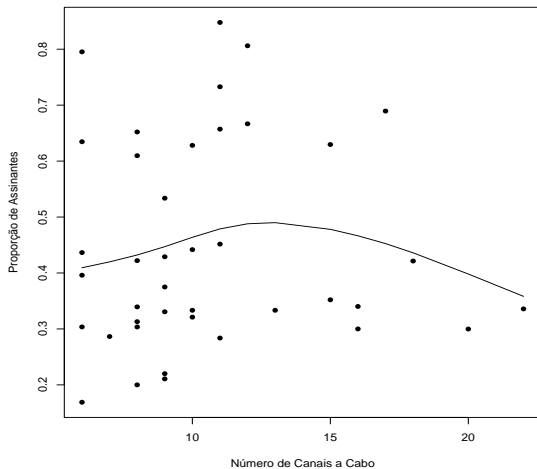
Proporção de Assinantes versus Taxa de Instalação



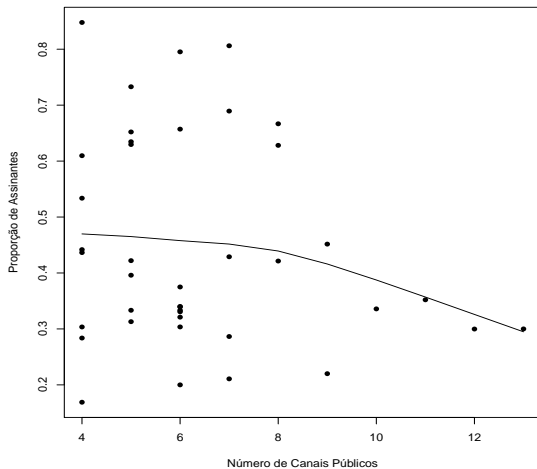
Proporção de Assinantes versus Custo Mensal de Manutenção



Proporção de Assinantes versus Número de Canais a Cabo



Proporção de Assinantes versus Número de Canais Públicos



Interpretação dos Resultados

- Nota-se que a distribuição da proporção de TVs a cabo, ignorando-se as variáveis explicativas, é assimétrica e bimodal.
- Nota-se indícios de tendência quadrática para a proporção de domicílios com TV a cabo à medida que aumentam a renda per capita domiciliar e o número de canais a cabo disponíveis na área.
- Nota-se também indícios de aumento na proporção de domicílios com TV a cabo à medida que aumenta a taxa de instalação e diminuem o custo mensal de manutenção e o número de canais públicos na área.

- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1**
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões
- 7 Referências

Modelo de QV1

Seja y_i a proporção de assinantes de TV a cabo na i -ésima área metropolitana, para $i = 1, \dots, 40$. Vamos supor inicialmente o seguinte modelo:

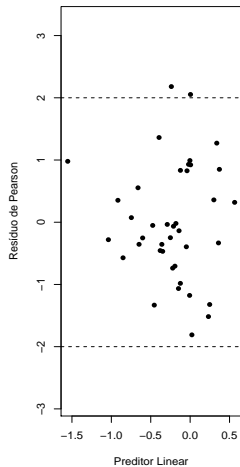
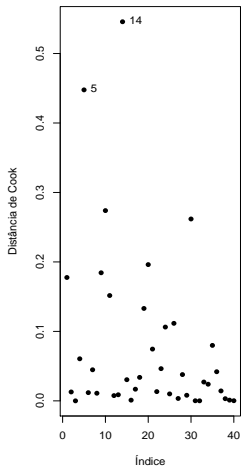
- $Y_i | \mathbf{x}_i \stackrel{\text{ind}}{\sim} Q(y_i; \pi)$, $E(Y_i) = \pi_i$ e $\text{Var}(Y_i) = \sigma^2 \pi_i(1 - \pi_i)$,
- $\log\{\pi_i/(1 - \pi_i)\} = \alpha + \beta_1 \text{Percap}_i + \beta_2 \text{Taxa}_i + \beta_3 \text{Custo}_i + \beta_4 \text{Ncabo}_i + \beta_5 \text{Ntv}_i$,

em que $0 \leq y_i \leq 1$, $0 < \pi_i < 1$ e $\sigma^2 > 0$.

Estimativas

Efeito	Estimativa	E.Padrão	Valor-p
Constante	-2,408	-1,724	0,094
Percap	0,425	2,505	0,017
Taxa	0,023	0,930	0,359
Custo	-0,203	-1,792	0,082
Ncabo	0,073	1,943	0,060
Ntv	-0,216	-2,612	0,013
σ^2	0,114		

Diagnóstico Modelo de QV1



- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2**
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões
- 7 Referências

Modelo de QV2

Seja y_i a proporção de assinantes de TV a cabo na i -ésima área metropolitana, para $i = 1, \dots, 40$. Vamos supor, alternativamente, o seguinte modelo:

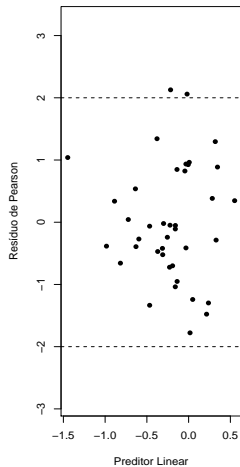
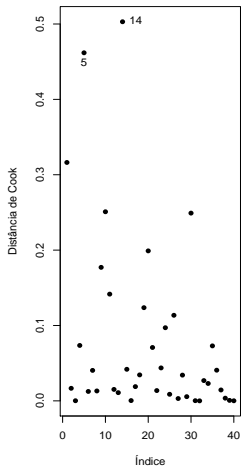
- $Y_i | \mathbf{x}_i \stackrel{\text{ind}}{\sim} Q(y_i; \pi)$, $E(Y_i) = \pi_i$ e $\text{Var}(Y_i) = \sigma^2 \pi_i^2 (1 - \pi_i)^2$,
- $\log\{\pi_i / (1 - \pi_i)\} = \alpha + \beta_1 \text{Percap}_i + \beta_2 \text{Taxa}_i + \beta_3 \text{Custo}_i + \beta_4 \text{Ncabo}_i + \beta_5 \text{Ntv}_i$,

em que $0 \leq y_i \leq 1$, $0 < \pi_i < 1$ e $\sigma^2 > 0$.

Estimativas

Efeito	Estimativa	E.Padrão	Valor-p
Constante	-2,400	-1,743	0,091
Percap	0,411	2,505	0,017
Taxa	0,023	0,937	0,355
Custo	-0,194	-1,765	0,087
Ncabo	0,071	1,935	0,061
Ntv	-0,202	-2,600	0,014
σ^2	0,469		

Diagnóstico Modelo de QV2



- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta**
- 6 Conclusões
- 7 Referências

Distribuição Beta

A distribuição beta tem função densidade de probabilidade na sua forma original expressa por

$$f(y; \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} y^{(\alpha-1)} (1-y)^{(\beta-1)},$$

em que $0 < y < 1$, $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. No GAMLSS a distribuição beta é reparametrizada em função de $\pi = \alpha/(\alpha + \beta)$ e $\sigma = 1/\sqrt{\alpha + \beta + 1}$, tal que

$$E(Y) = \pi \text{ e } \text{Var}(Y) = \sigma^2 \pi(1 - \pi),$$

em que $0 < \pi < 1$ e $0 < \sigma < 1$.

Modelo Beta

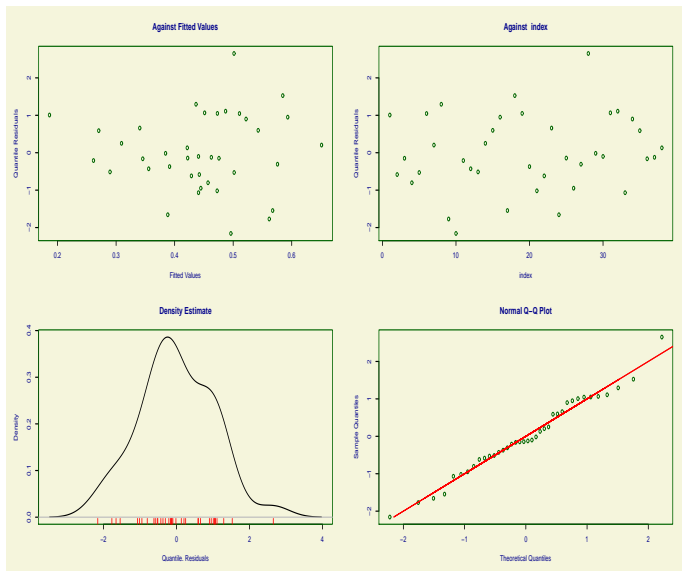
Seja y_i a proporção de assinantes de TV a cabo na i -ésima área metropolitana, para $i = 1, \dots, 40$. Alternativamente, vamos supor o seguinte modelo:

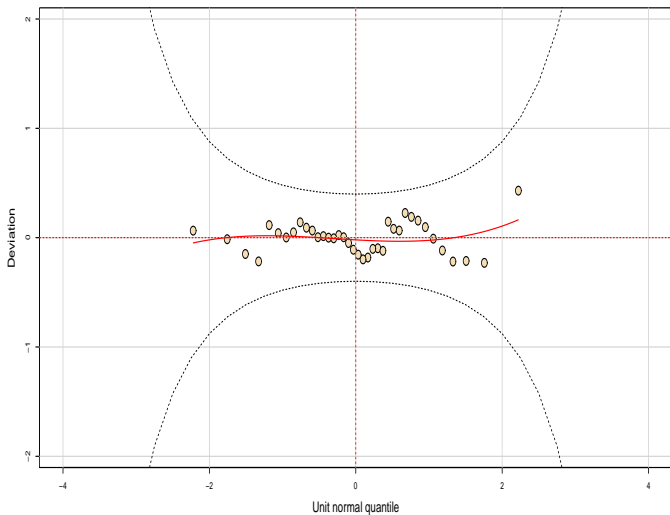
- $Y_i | \mathbf{x}_i \stackrel{\text{ind}}{\sim} \text{Beta}(\pi_i, \sigma)$,
- $\log\{\pi_i / (1 - \pi_i)\} = \alpha + \beta_1 \text{Perca}p_i + \beta_2 \text{Taxa}_i + \beta_3 \text{Custo}_i + \beta_4 \text{Ncabo}_i + \beta_5 \text{Ntv}_i$,

em que $E(Y_i) = \pi_i$ e $\text{Var}(Y_i) = \sigma^2 \pi_i (1 - \pi_i)$ com $0 < y_i, \pi_i, \sigma < 1$, $i = 1, \dots, 40$.

Estimativas

Efeito	Estimativa	E/E.Padrão	Valor-p
Constante	-2,274	-1,756	0,108
Percap	0,433	2,898	0,007
Taxa	0,015	0,657	0,516
Custo	-0,240	-2,359	0,025
Ncabo	0,076	2,362	0,025
Ntv	-0,193	-2,689	0,011
σ^2	0,082		





Modelo Beta Duplo

Seja y_i a proporção de assinantes de TV a cabo na i -ésima área metropolitana, para $i = 1, \dots, 40$. Após várias análises obtém-se o seguinte modelo:

- $Y_i | \mathbf{x}_i \stackrel{\text{ind}}{\sim} \text{Beta}(\pi_i, \sigma_i)$,
- $\log\{\pi_i / (1 - \pi_i)\} = \beta_0 + \beta_1 \text{Percap}_i + \beta_2 \text{Ntv}_i$,
- $\log\{\sigma_i / (1 - \sigma_i)\} = \gamma_0 + \gamma_1 \text{Percap}_i + \gamma_2 \text{Ntv}_i$,

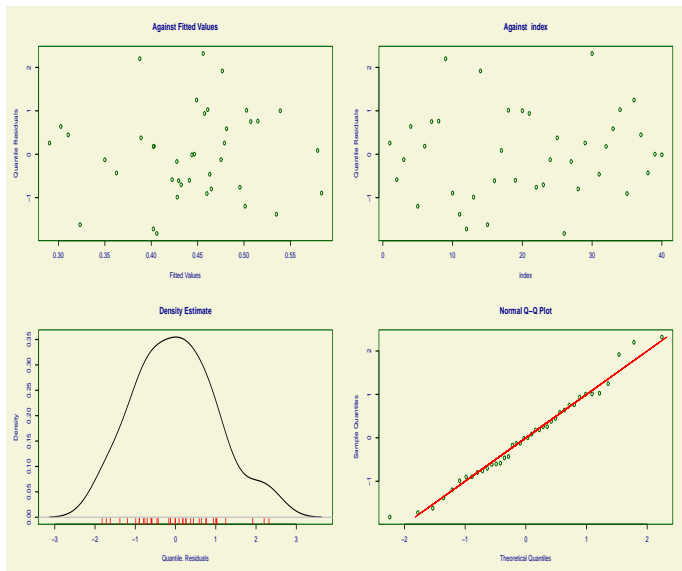
em que $E(Y_i) = \pi_i$ e $\text{Var}(Y_i) = \sigma_i^2 \pi_i (1 - \pi_i)$ com $0 < y_i, \pi_i, \sigma_i < 1$, $i = 1, \dots, 40$.

Estimativas para a Proporção

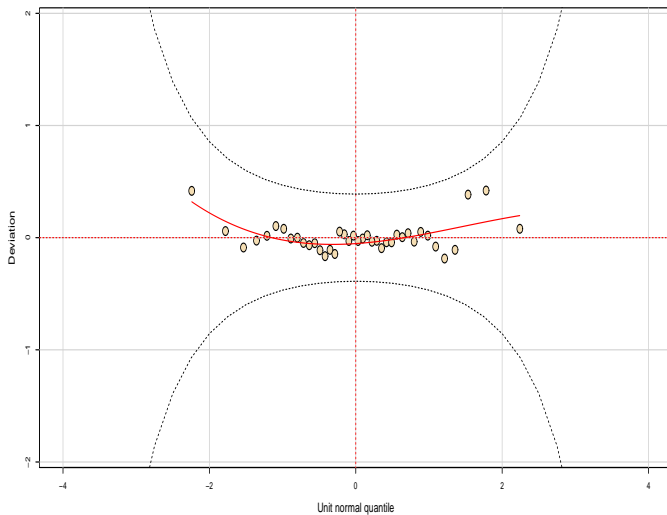
Efeito	Estimativa	E/E.Padrão	Valor-p
Constante	-3,052	1,128	0,011
Percap	0,400	0,142	0,008
Ntv	-0,137	0,038	0,001

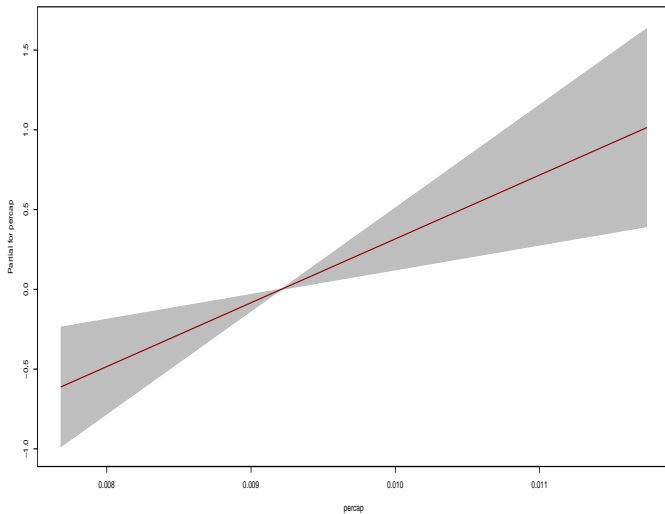
Estimativas para a Dispersão

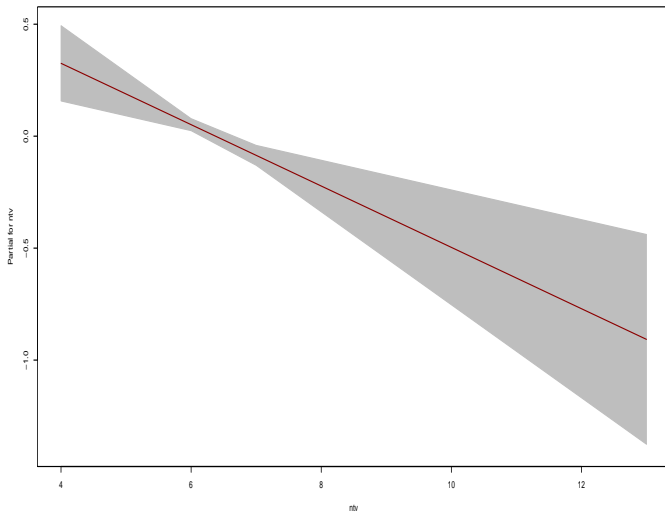
Efeito	Estimativa	E/E.Padrão	Valor-p
Constante	-5,166	1,970	0,013
Percap	0,668	0,250	0,011
Ntv	-0,285	0,098	0,007



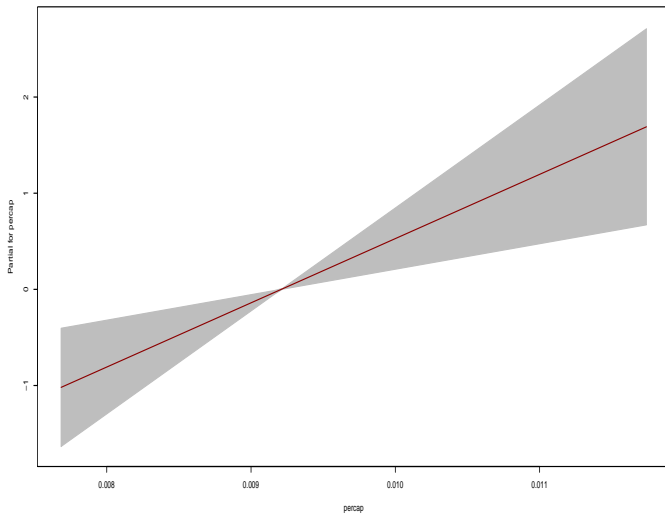
Worm Plot Gamlss



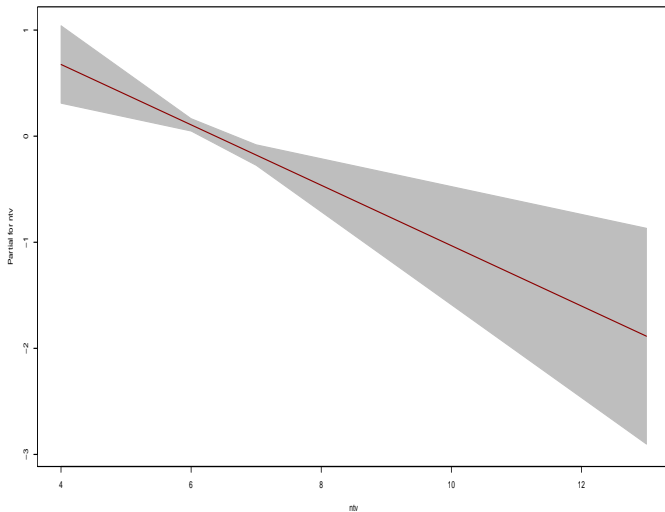




Term Plot Dispersão Gamlss



Term Plot Dispersão Gamlss



- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões**
- 7 Referências

Conclusões Finais

- Nota-se resultados inferenciais similares sob os modelos de quase-verossimilhança QV1 e QV2.
- Nota-se pelos gráficos de diagnóstico dos modelos de QV uma ligeira superioridade do modelo QV2.
- Os resultados inferencias confirmam as tendências marginais observadas nos diagramas de dispersão.
- As duas áreas detectadas pela distância de Cook (#5 e #14) sob modelos de QV, quando eliminadas individualmente, causam sensibilidade em algumas estimativas. Há também mudança na inferência de custo.

Conclusões Finais

- O modelo beta ajustando apenas a proporção de assinantes de tv a cabo apresenta sensibilidade quando as duas áreas #5 e #14 são eliminadas individualmente. Há também pela análise de resíduos indícios de dispersão não constante.
- Ajustando conjuntamente a proporção e dispersão obtém-se um modelo em que apenas a renda percapita e número de canais públicos de boa qualidade ficam marginalmente significativas.
- Os gráficos de resíduos indicam adequação do ajuste.
- A eliminação de cada uma das áreas discrepantes não causa mudanças inferencias nas estimativas.

Conclusões Finais

- Aumentando-se em 1000 USD a renda percap de uma área, a chance de obter novos assinantes de tv a cabo aumenta $\exp(0,668) = 1,95$ (95%).
- Similarmente, um aumento de 1 canal público de boa qualidade numa área, reduz a chance de obter novos assinantes em $\exp(0,137) = 1,15$ (15%).
- Aumentando-se a renda percap numa área aumenta-se a variabilidade da proporção de assinantes de tv a cabo.
- Por outro lado, se o número de canais públicos de boa qualidade aumenta na área, diminui a variabilidade da proporção de assinantes de tv a cabo.

- 1 Demanda de TV a Cabo
- 2 Análise de Dados Preliminar
- 3 Modelo Proposto 1
- 4 Modelo Proposto 2
- 5 Distribuição Beta
- 6 Conclusões
- 7 Referências**

Referências

- Ramanathan, R. (1993). *Statistical Methods in Econometrics*. Wiley, New York.
- Stasinopoulos, M. D., Rigby, R. A., Gillian, Z. A., Voudouris, V. e de Bastiani, F. (2017). *Flexible Regression and Smoothing Using GAMLSS in R*. Chapman and Hall/CRC.