Resolução Lista 4

Valores utilizados:

- $h = 6.6 \times 10^{-34}$ m^{2}kg/s
- 1 eV $= 1.6 \times 10^{-19}$ J
- $c = 3 \times 10^8$ m/s
- $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C
- $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}$ F m^{-1}
- $R_H = 1.1 \times 10^7$ m^{-1}
- 1 ano $= 3.2 \times 10^7$ s

1) A distância de maior aproximação é descrita por $r_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{zZe^2}{K}$, no qual $z = 2$ e $K = 5.3 \times 10^6$ eV $= 8.5 \times 10^{-13}$ J para as partículas-α em questão.

Para o espalhamento com o núcleo de ouro ($Z = 79$), $r_0 = 4.3 \times 10^{-14}$ m.

Para o espalhamento com o núcleo de alumínio ($Z = 13$), $r_0 = 7.0 \times 10^{-15}$ m.

Desvios da teoria de Rutherford, como vistos em núcleos mais leves, nos informam sobre o tamanho do núcleo pois as partículas-α são capazes de quebrar a repulsão pela Força de Coulomb, indicada por r_0, ao ponto de sofrerem influência de efeitos nucleares de curto alcance, como a Força Forte.

2) A quantização de momento angular do elétron de Bohr implica na quantização da energia dos orbitais do elétron no átomo, similar à quantização de energia de Planck. As hipóteses diferem no esperado nível fundamental de energia: a quantização de Planck implica em qualquer múltiplo de h incluindo energia nula, enquanto a de Bohr resulta em níveis de energia proporcionais à $1/n^2$ (n inteiro não-nulo), logo a energia do estado fundamental é não-nula.

3) A energia de um elétron infinitamente distante (livre) do núcleo é definida como nula. Como retirar ($r \to \infty$) o elétron da ação do núcleo requer trabalho positivo, pois a força de interação é atrativa, trazer o elétron para um nível mais fundamental ($\infty \to r$) implica em retirar energia. Logo $E_\infty \doteq 0$ e $E_r < E_\infty \Rightarrow$ a energia é descrita como negativa. Quanto mais próximo do núcleo (como $n = 1$), mais trabalho deve ser feito, assim a energia do nível é mais negativa.

4) A radiação com menor comprimento de onda será emitida na transição de maior diferença energética entre os estados, que é trazer um elétron fora da influência nuclear ($n \to \infty$) até o estado n_0 de cada série. Dado $\frac{1}{\lambda} = \lim_{n\to\infty} R_H \left[\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2}\right] \Rightarrow \lambda = \frac{n^2}{R_H}$.

- Lyman ($n_0 = 1$): $\lambda = 91$ nm, ultravioleta.
- Balmer ($n_0 = 2$): $\lambda = 363$ nm, ultravioleta (< 400 nm).
- Paschen ($n_0 = 3$): $\lambda = 818$ nm, infravermelho (> 700 nm).
- Pfund ($n_0 = 5$): $\lambda = 2273$ nm, infravermelho.

5)

. Como o momento angular de um objeto em órbita é $L = mvr = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow n = \frac{2\pi mvr}{h}$ e $v = \frac{2\pi r}{\Delta t}$, no qual $\Delta t = 1$ ano $= 3.2 \times 10^7$ s, temos

$$n = \frac{4\pi^2 r^2 m}{\Delta t h} = 2.6 \times 10^{74}.$$

Uma pequena variação, como a diferença entre n e $n \pm 1$ é relativamente muito pequena para ser detectada.

6)

. A energia dos elétrons em um estado n de um átomo com número atômico Z é descrita por

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{8\pi\epsilon_0 \hbar^2}\frac{1}{n^2} = E_H \frac{Z^2}{n^2},$$

com a energia fundamental do hidrogênio $E_H = -13.6$ eV;

a) Já que $Z_W = 74$, o estado fundamental $(n = 1)$ do tungstênio é $E_1 = E_H \frac{Z_W^2}{1^2} \approx -74$ keV.

b)
$$E_2 = E_H \frac{Z_W^2}{2^2} \approx -18 \text{ keV},$$
já que $E_1 \approx = -74$ keV $\Rightarrow E_2 - E_1 = 56$ keV. Assim, $\lambda = \frac{hc}{E_2 - E_1} = 22$ pm, logo o fóton emitido na transição se encontra no espectro do raio-x.

7)

. Os primeiros níveis de energia do hidrogênio são $E_1 = -13.6$ eV, $E_2 = E_1/4 = -3.4$ eV e $E_3 = E_1/9 = -1.5$ eV.

a) Tais emissões são causadas pela interação elétrons no estado fundamental com os elétrons usados no bombardeio. Quando certos potenciais são alcançados, os elétros do hidrogênio são capazes de interagir e absorver energia do bombardeio, subindo para orbitais excitados e, ao retornarem à estados mais fundamentais, emitem fótons associados à essas diferenças de energia quantificadas.
A primeira linha se refere à transição $n = 2 \rightarrow 1$: $E_2 - E_1 = 10.2$ eV, obtida quando os elétrons de bombardeiam atingem um potencial de $10.2V$.
A segunda linha se refere à transição $n = 3 \rightarrow 1$: $E_3 - E_1 = 12.1$ eV, obtida quando os elétrons de bombardeiam atingem um potencial de $12.1V$.
A terceira linha se refere à transição $n = 3 \rightarrow 2$: $E_3 - E_2 = 1.9$ eV, obtida quando os elétrons de bombardeiam atingem um potencial de $12.1V$.

b) $\nu = \frac{E}{h}$, logo:

- $\nu_{2\to 1} = 2.5 \times 10^{15}$ Hz,
- $\nu_{3\to 1} = 2.9 \times 10^{15}$ Hz,
- $\nu_{3\to 2} = 4.6 \times 10^{14}$ Hz.