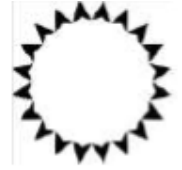




EP-USP

PEF2602
Estruturas na Arquitetura II - Sistemas Reticulados



FAU-USP

Estruturas Estaiadas e Hiperestáticas

Parte I

Introdução: Pontes estaiadas

Parte II

Introdução: Rodas de bicicleta e coberturas estaiadas

Parte III

Deformações e esforços em uma treliça hiperestática simples

Parte IV

Resolução de estruturas estaiadas simples

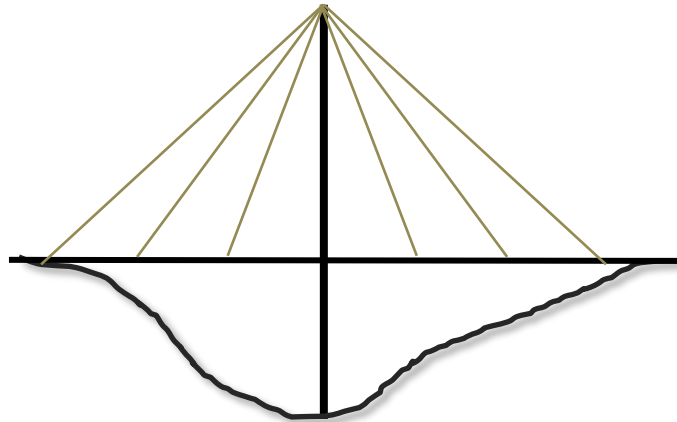
Ruy Marcelo Pauletti, Leila Meneghetti Valverdes, Luís A.G. Bitencourt Jr.



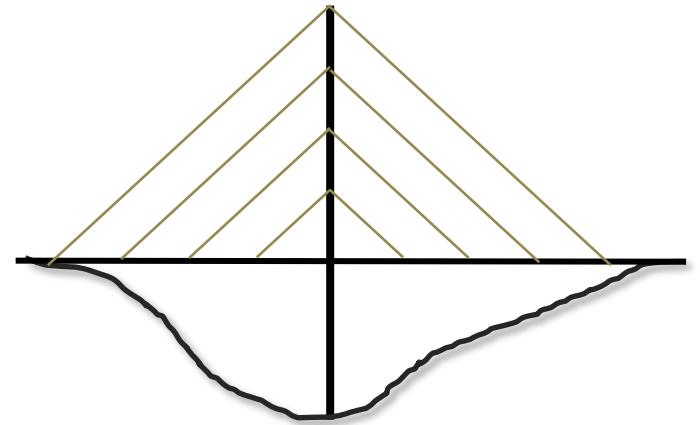
ESTRUTURAS ESTAIADAS

Estruturas compostas de elementos rígidos, resistentes à flexo-compressão, como vigas, lajes e colunas, combinados com elementos flexíveis (cabos ou estais), solicitados axialmente.

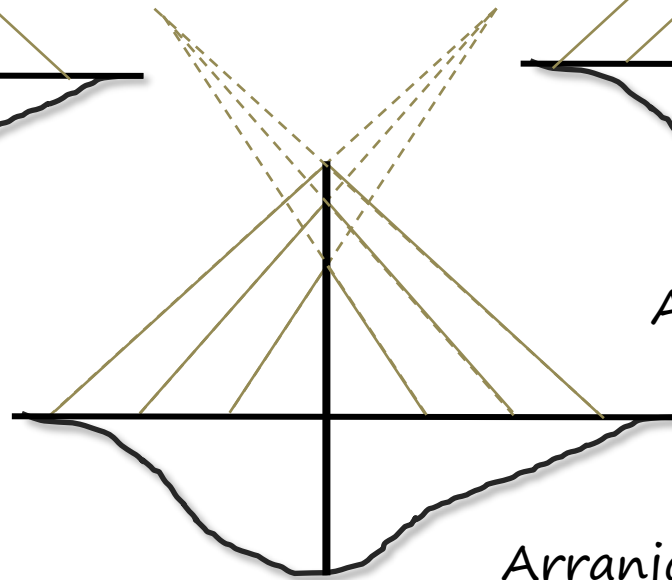
Uso clássico: pontes estaiadas



Arranjo radial



Arranjo em harpa



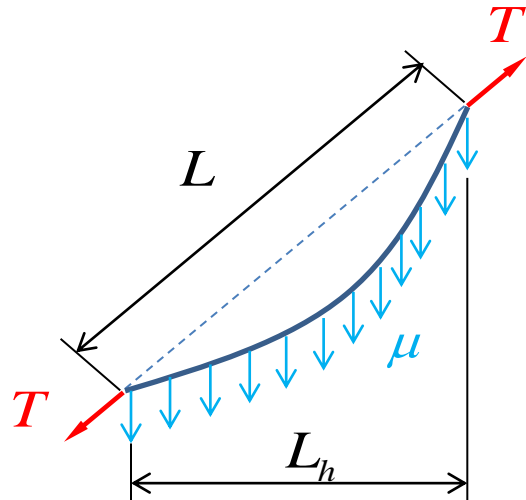
Arranjo misto



Fórmula de Dishinger

(Leonhard, 1974) / (Livesley, 1975)

Define uma rigidez axial equivalente para os estais, compensando a perda de rigidez devido à forma catenária:



$$(EA)_{eq} = \frac{EA}{1 + \left(\frac{\mu L_h}{T}\right)^2} L \frac{EA}{12T}$$

μ peso por unidade de comprimento

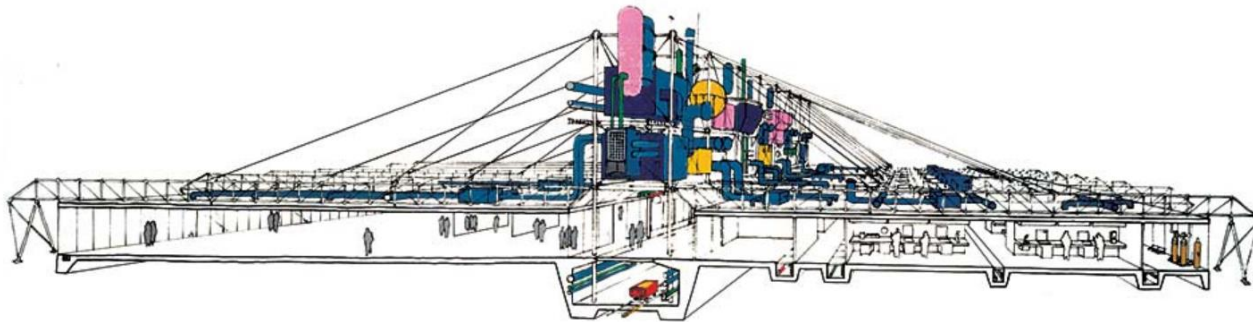
$$\Delta L = \frac{(EA)_{eq} T}{L}$$



Albert Bridge (1873, vão livre 122m)



Outros exemplos de uso: *sustentação de painéis de vidro, hangares, coberturas em balanço, grandes vãos, pontes.*

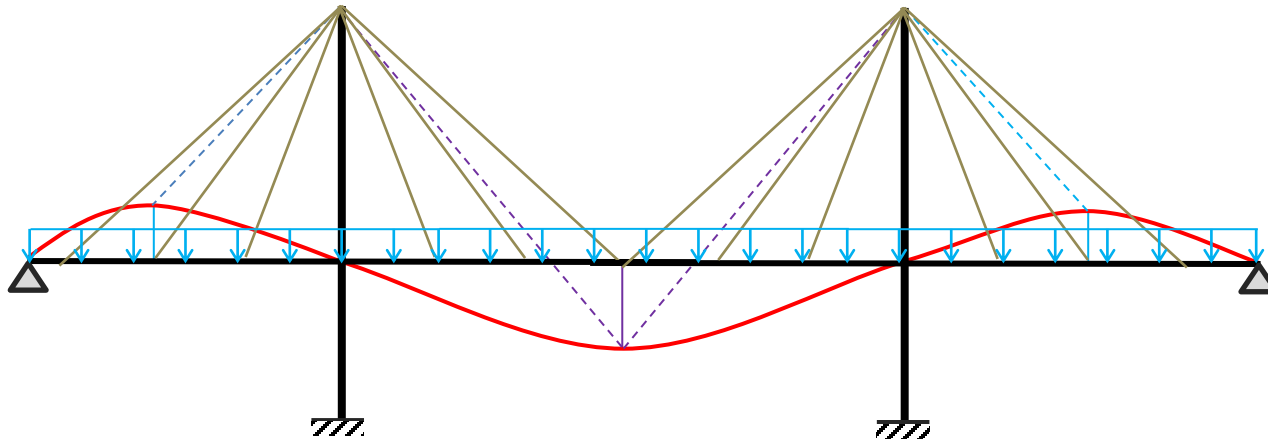


Inmos Factory, UK (Richard Rogers, 1980/1982)

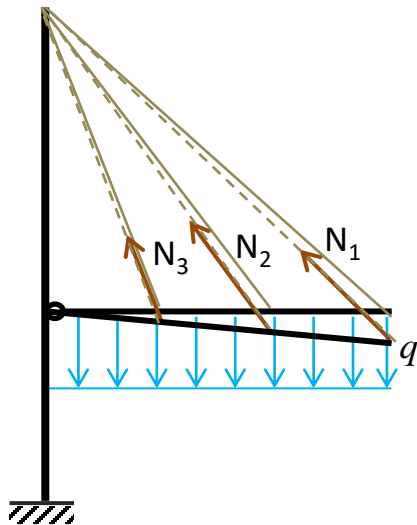
Os sistemas estaiados usualmente constituem **estruturas hiperestáticas**. Ou seja, exigem a consideração das deformações (*equações de compatibilidade*) para a determinação das reações e/ou esforços solicitantes.



Em geral, as deformações do tabuleiro dependem da rigidez à flexão, o que *complica* a resolução do problema.



Simplificação: *tabuleiro rígido*.



Nota 1: resulta um problema de aplicação prática restrita, mas que permite a introdução de estruturas hiperestáticas, de forma simples!

Nota 2: O assunto voltará a ser abordado em PEF2603, ao estudarmos as deformações na flexão!



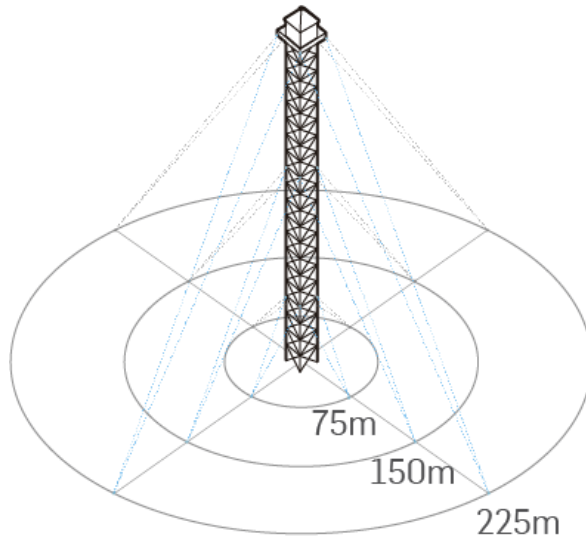
*Portal estaiado Condomínio Club La Défense (Ponta Grossa, 2009)
Eng. João Amilton Mendes*





Torre ATTO – Consórcio Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia (Brasil), Instituto Max Planck da Alemanha e Universidade do Estado do Amazonas (2015)

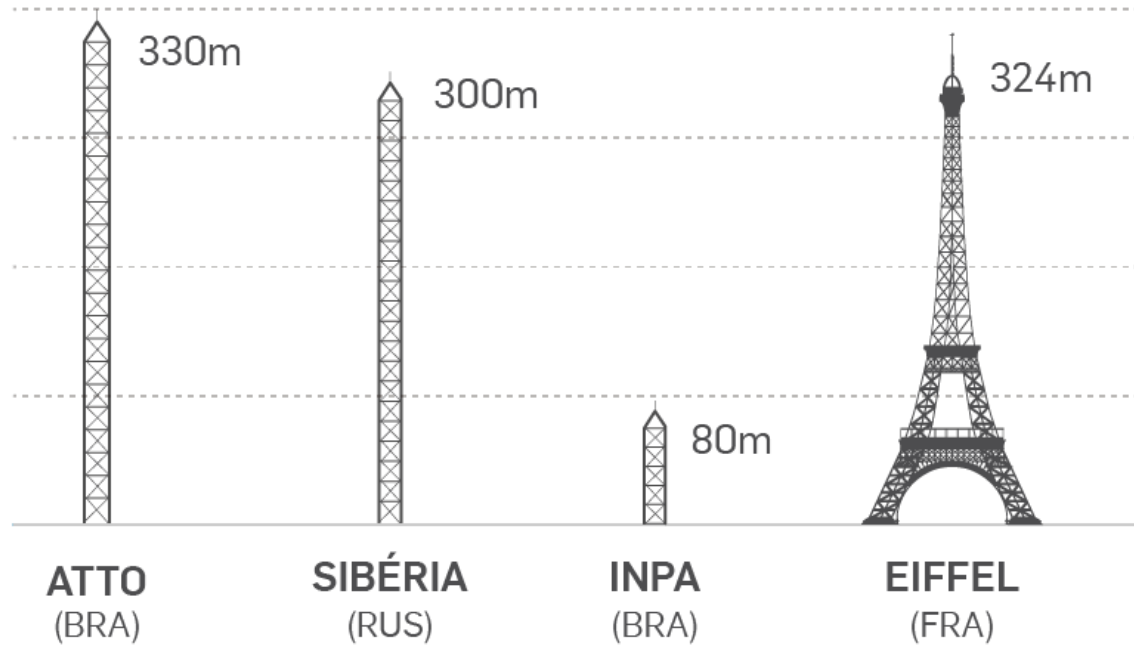




SUSTENTAÇÃO

Cabos tensionados prendem diversos pontos da torre a fundações de concreto

COMPARATIVO



Exemplo: Estação de Saint Denis, França



Dimensionar os cabos (1), (2) e (3) e determinar os deslocamentos dos pontos de fixação dos cabos ao tabuleiro AB.

São dados:

$$P = 180 \text{ kN} ; E = 210 \text{ GPa} ; s = 2 ; \sigma_r = 800 \text{ MPa}$$

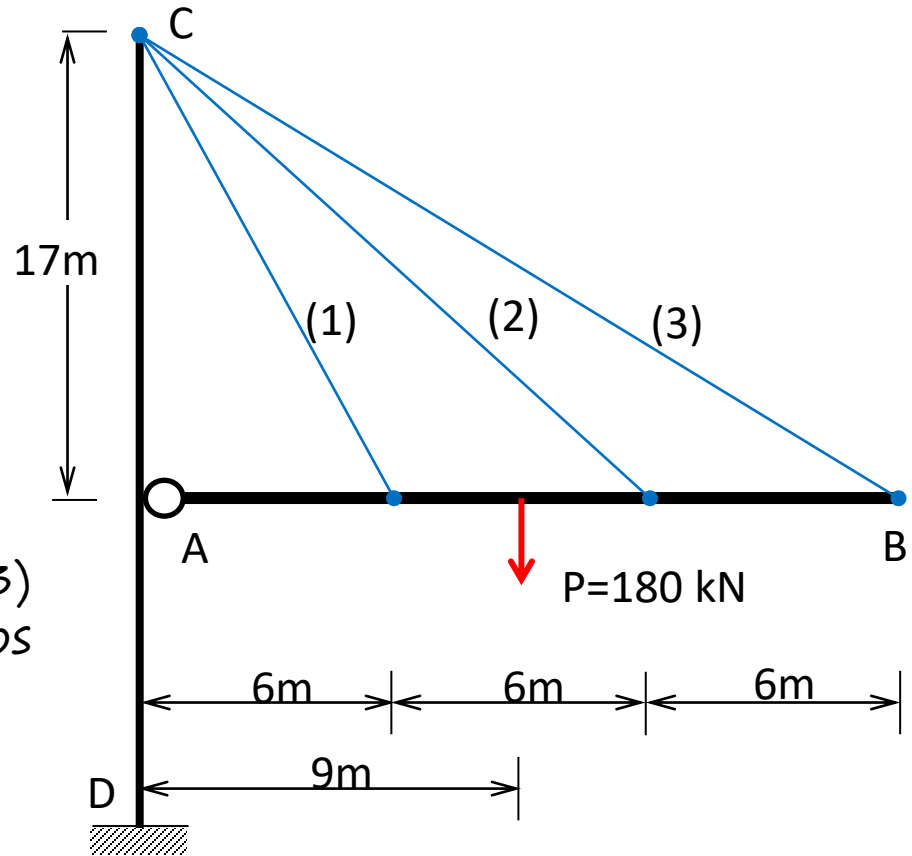
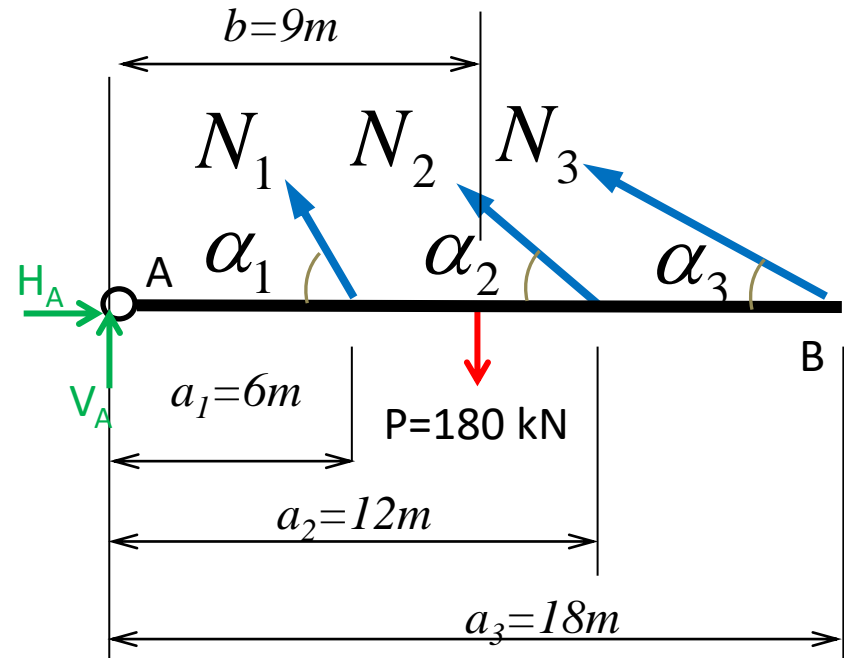


Diagrama de corpo livre do tabuleiro AB



(1) Equilíbrio de forças horizontais:

$$\sum F_X = H_A - N_1 \cos \alpha_1 - N_2 \cos \alpha_2 - N_3 \cos \alpha_3 = 0 \quad (1)$$

(2) Equilíbrio de forças verticais:

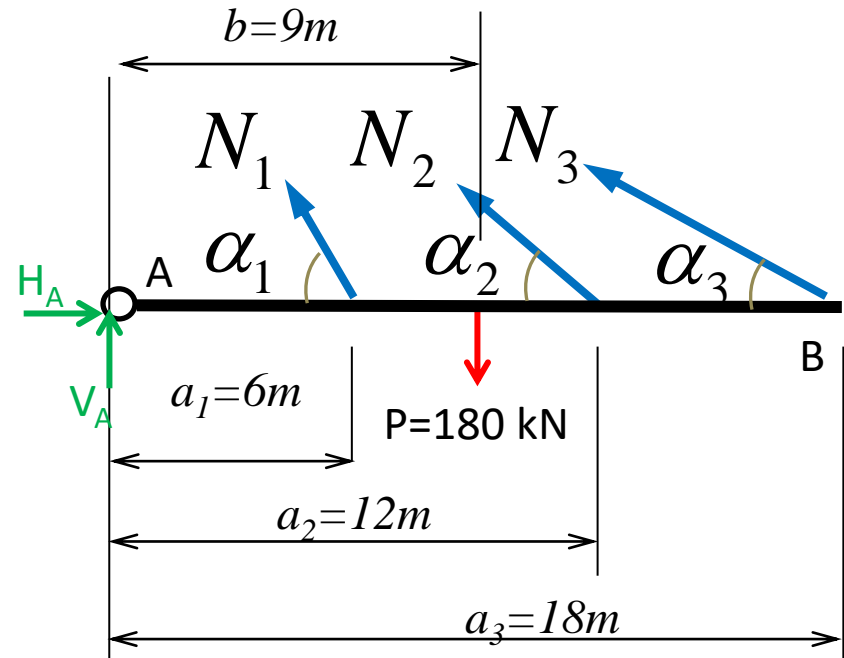
$$\sum F_Y = V_A + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + N_3 \sin \alpha_3 - P = 0 \quad (2)$$



Diagrama de corpo livre do tabuleiro AB

(3) Equilíbrio de momentos:

$$\sum M_{(A)} = \sum_{i=1}^3 N_i \sin \alpha_i a_i - Pb = 0$$



$$N_1 \sin \alpha_1 a_1 + N_2 \sin \alpha_2 a_2 + N_3 \sin \alpha_3 a_3 - Pb = 0$$

$$N_1 \sin \alpha_1 a_1 + N_2 \sin \alpha_2 (2a_1) + N_3 \sin \alpha_3 (3a_1) - P \left(\frac{3}{2} a_1 \right) = 0$$

$$N_1 \sin \alpha_1 + 2N_2 \sin \alpha_2 + 3N_3 \sin \alpha_3 = \frac{3P}{2} \quad (3)$$

3 equações x 5 incógnitas

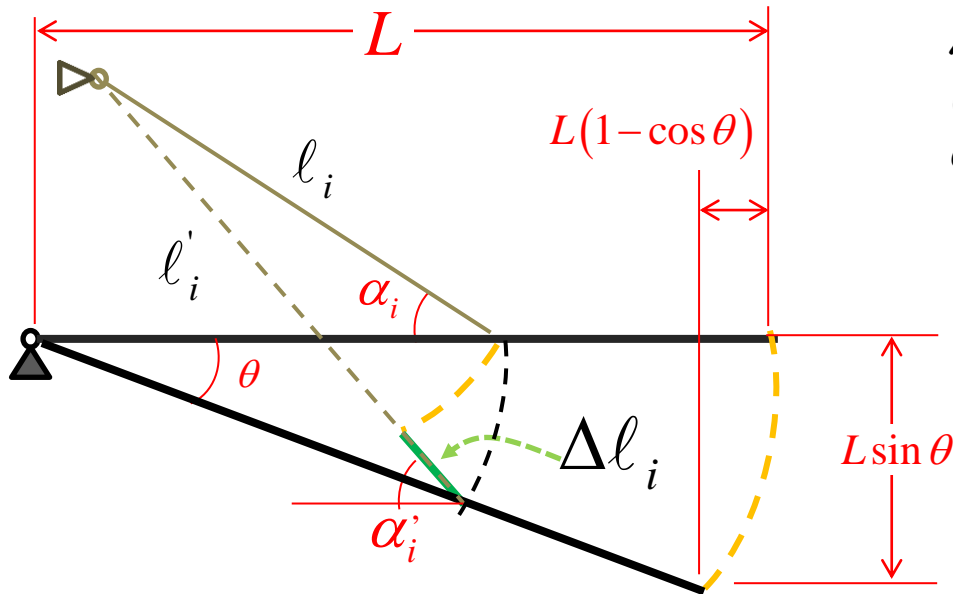


Problema 2 vezes
hiperestático!



Deslocamento de um estai genérico

DIAGRAMA DE WILLIOT



A rotação θ do tabuleiro provoca mudança no ângulo α_i e no comprimento l_i do estai

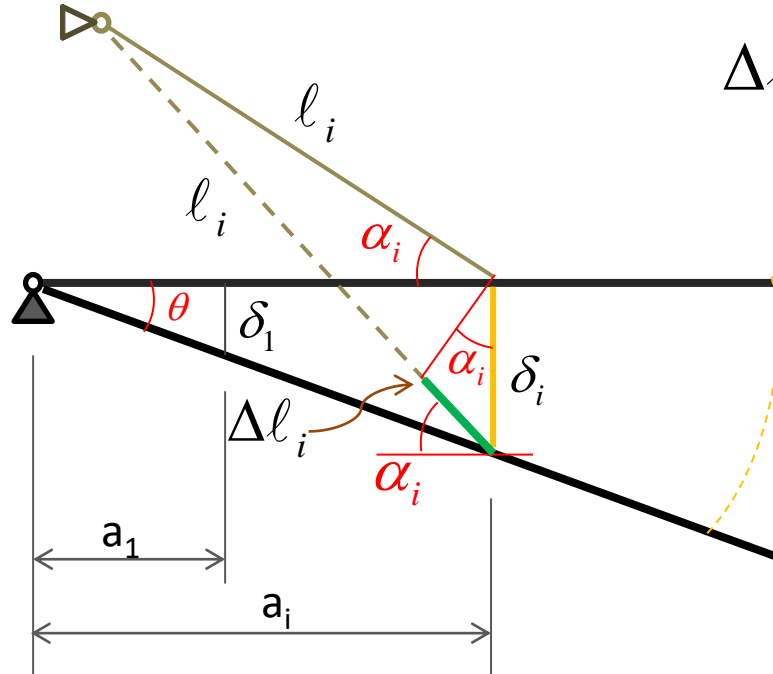
Hipótese: $\theta \ll 1$

$$\sin \theta \approx \theta \quad \cos \theta \approx 1$$

- ❖ As componentes horizontais dos deslocamentos do tabuleiro são desprezadas;
- ❖ A geometria do problema praticamente não muda. $\Rightarrow \alpha'_i \cong \alpha_i$



Logo, para pequenas rotações do tabuleiro ($\theta \ll 1$) :



$$\Delta l_i \approx \delta_i \sin \alpha_i$$

$$\delta_i = \frac{\Delta l_i}{\sin \alpha_i} \quad (C1)$$

Hipótese: Tabuleiro rígido

$$\operatorname{tg} \theta \approx \frac{\delta_i}{a_i} = \text{cte} \quad (C2)$$



Lei de Hooke:

$$\Delta l_i \approx \frac{N_i \ell_i}{E_i A_i} \quad (C3)$$

$$(C3) \rightarrow (C1): \quad \delta_i = \frac{N_i \ell_i}{E_i A_i \sin \alpha_i} \quad (C4)$$

$$(C4) \rightarrow (C2): \quad \tan \theta = \frac{N_i \ell_i}{E_i A_i a_i \sin \alpha_i} = cte$$

Para 3 estais, resultam duas equações de compatibilidade:

Para n estais tem-se (n-1) equações de compatibilidade!

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1 a_1 \sin \alpha_1} = \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2 a_2 \sin \alpha_2} \\ \frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1 a_1 \sin \alpha_1} = \frac{N_3 \ell_3}{E_3 A_3 a_3 \sin \alpha_3} \end{array} \right. \quad (4), (5)$$

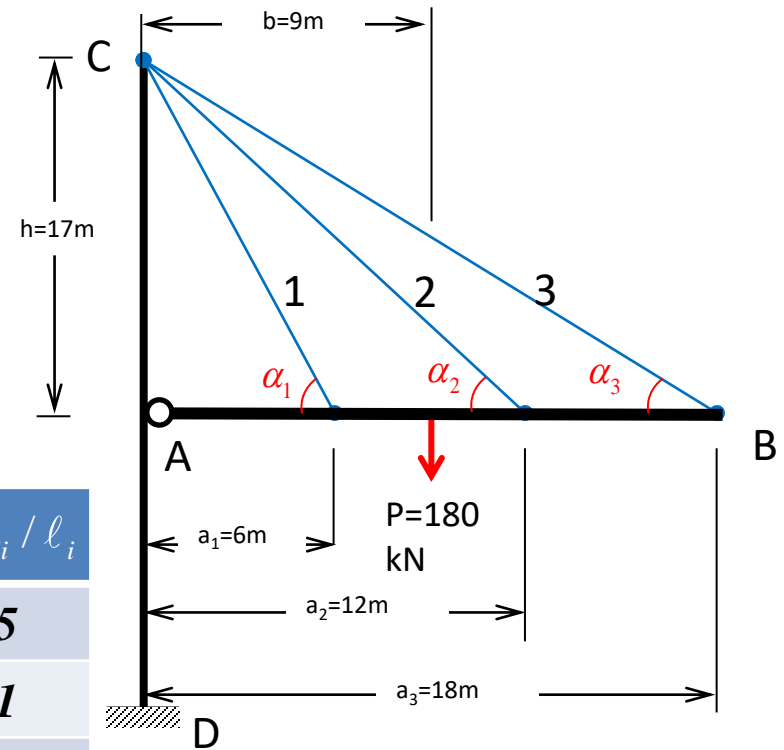


Para EA constante:

$$\begin{cases} N_2 = \frac{a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \sin \alpha_1} \frac{\ell_1}{\ell_2} N_1 \\ N_3 = \frac{a_3 \sin \alpha_3}{a_1 \sin \alpha_1} \frac{\ell_1}{\ell_3} N_1 \end{cases}$$

Para a geometria em questão:

i	a_i	$\ell_i = \sqrt{a_i^2 + h^2}$	$\sin \alpha_i = h / \ell_i$	$\cos \alpha = a_i / \ell_i$
1	6,0	18,028	0,94298	0,33285
2	12,0	20,809	0,81695	0,57671
3	18,0	24,759	0,68662	0,72702



Substituindo valores:

$$\begin{cases} N_2 = \frac{12 \times 0,8169 \times 18,03}{6 \times 0,9429 \times 20,81} N_1 = 1,5011 N_1 & (4') \\ N_3 = \frac{18 \times 0,6866 \times 18,03}{6 \times 0,9429 \times 24,76} N_1 = 1,5906 N_1 & (5') \end{cases}$$



Recordando o diagrama de corpo livre do tabuleiro AB, e a equação de equilíbrio de momentos:

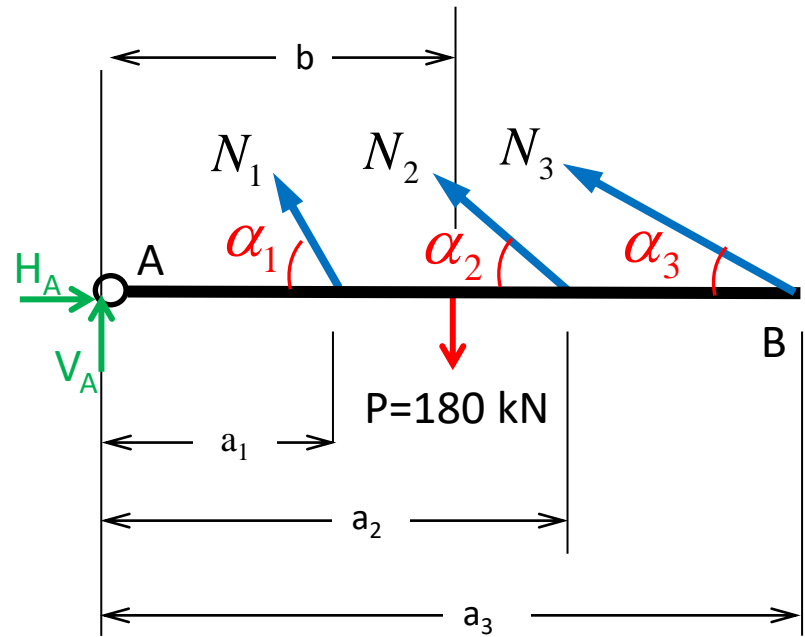
$$N_1 \sin \alpha_1 + 2N_2 \sin \alpha_2 + 3N_3 \sin \alpha_3 = \frac{3P}{2} \quad (3)$$

(4), (5) \rightarrow (3):

$$N_1 \times 0,94298 + 2 \times 1,5011N_1 \times 0,81695 + 3 \times 1,5906N_1 \times 0,68662 = \frac{3}{2} \times 180$$

Resultam as forças normais nos estais:

$$\begin{cases} N_1 = 40,457 \text{ kN} \\ N_2 = 60,745 \text{ kN} \\ N_3 = 64,365 \text{ kN} \end{cases}$$



As reações V_A e H_A saem das demais equações de equilíbrio da barra AB:

(1) Equilíbrio de forças horizontais:

$$\sum F_X = H_A - N_1 \cos \alpha_1 - N_2 \cos \alpha_2 - N_3 \cos \alpha_3 = 0 \quad (1)$$

$$\therefore H_A = N_1 \cos \alpha_1 + N_2 \cos \alpha_2 + N_3 \cos \alpha_3$$

$$H_A = 40,457 \times 0,33285 + 60,745 \times 0,57671 + 64,365 \times 0,72702$$

$$H_A = 95,3 \text{ kN}$$

(2) Equilíbrio de forças verticais:

$$\sum F_Y = V_A + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 \sin \alpha_2 + N_3 \sin \alpha_3 - P = 0 \quad (2)$$

$$\therefore V_A = P - N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 - N_3 \sin \alpha_3$$

$$V_A = 180 - 40,457 \times 0,94298 - 60,745 \times 0,81695 = 64,365 \times 0,68662$$

$$V_A = 48,0 \text{ kN}$$



Dimensionamento dos cabos

Adotamos $EA=cte$ (mesmo tipo de cabo para os três estais).

Critério de dimensionamento:
$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{N_{\max}}{\left(\frac{\pi\phi^2}{4}\right)} \leq \frac{\sigma_r}{s}$$

$$\phi \geq \sqrt{\frac{4sN_{\max}}{\pi\sigma_r}} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 64,365 \times 10^3}{\pi \times 800 \times 10^6}} = 1,4314 \times 10^{-2} m = 1,4314 cm$$

$$A = \frac{\pi\phi^2}{4} = \frac{\pi}{4} 1,4314^2 = 1,6092 cm^2$$



Deslocamentos dos pontos de fixação

$$\delta_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EA \sin \alpha_1} = \frac{40,457 \times 10^3 \times 18,028}{210 \times 10^9 \times 1,6092 \times 10^{-4} \times 0,94298} = 2,29 \times 10^{-2} m = 2,29 cm$$

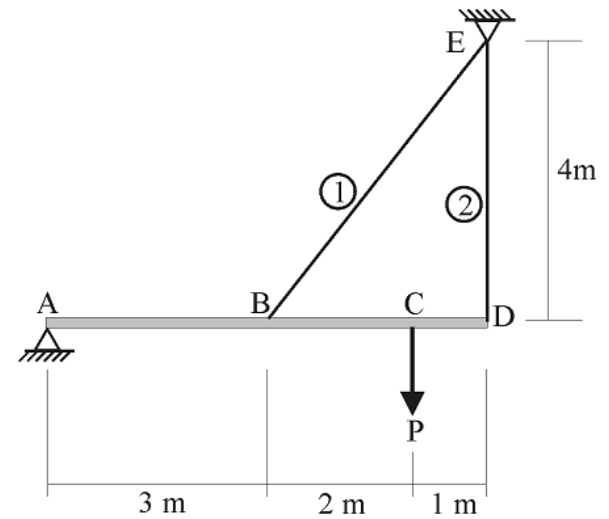
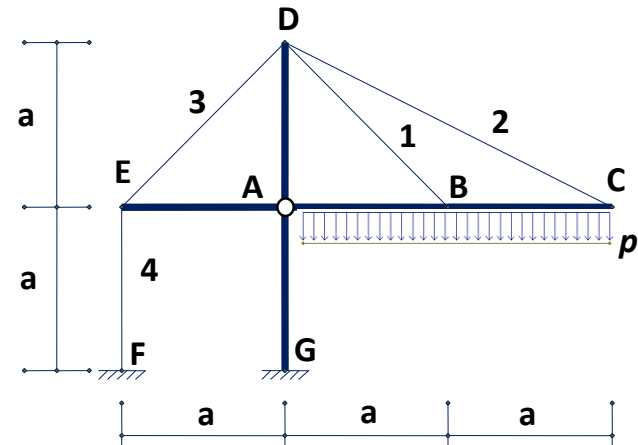
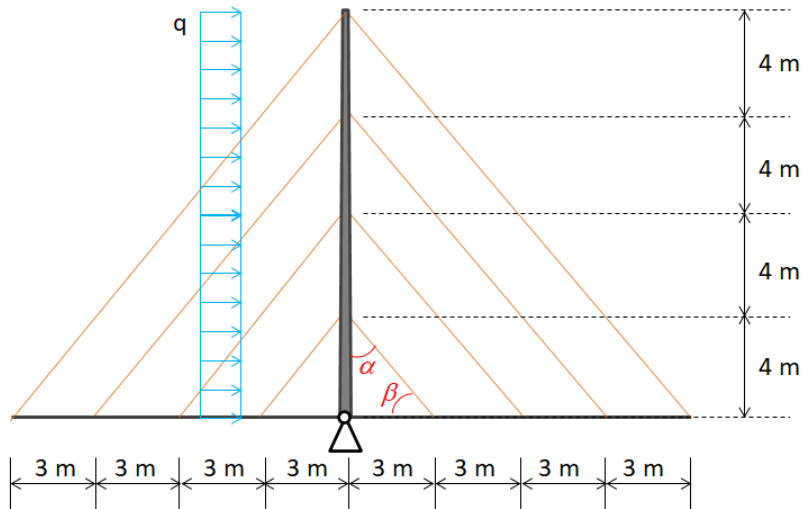
$$\delta_2 = 2\delta_1 = 4,58 cm$$

$$\delta_3 = 3\delta_1 = 6,87 cm$$

Nota: os esforços nos estais foram determinados considerando um módulo de rigidez axial EA constante, resultando nas Eqs. (4') e (5'). Se fossem adotados diâmetros diferentes para os cabos, resultariam também módulos EA diferentes, e o problema deveria ser refeito, iterando as soluções até se obter convergência de valores.

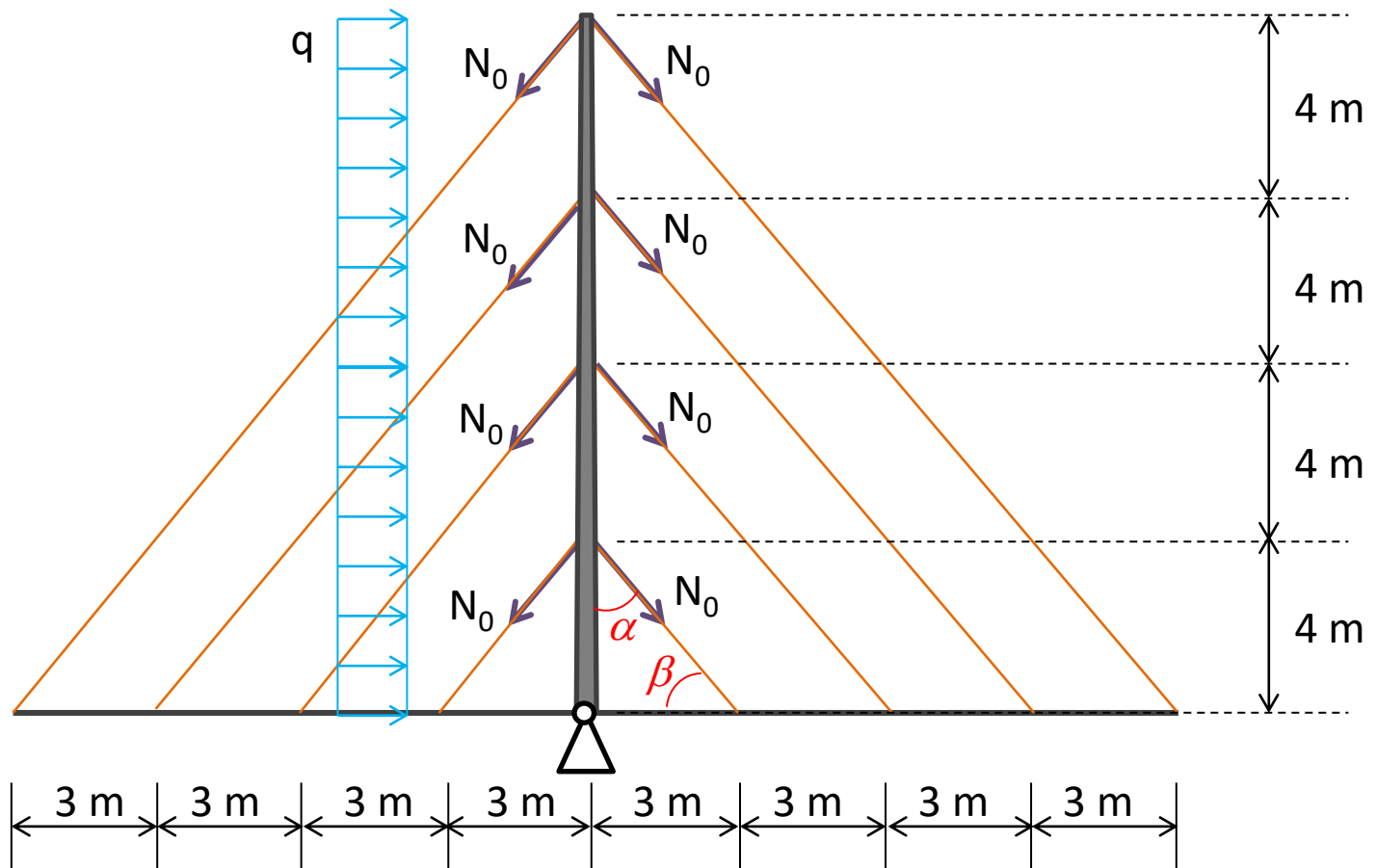


Exercícios resolvidos:



Exercício: torre estaiada em harpa

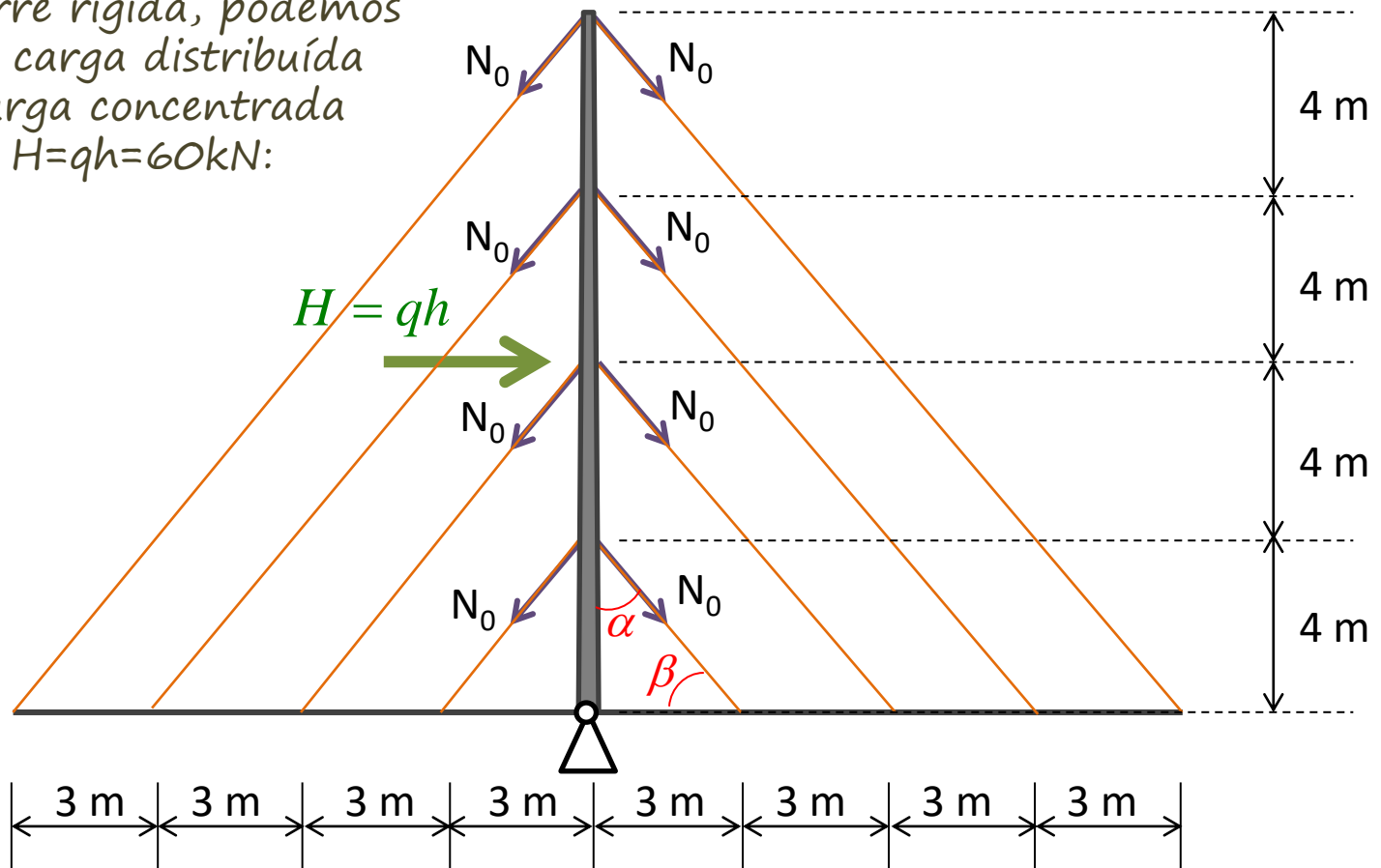
Encontrar o menor valor de protensão N_0 para o qual os cabos não afrouxem, sendo $q=3,75$ kN/m. Assumir $E_i A_i = cte$



Exercício: torre estaiada em harpa

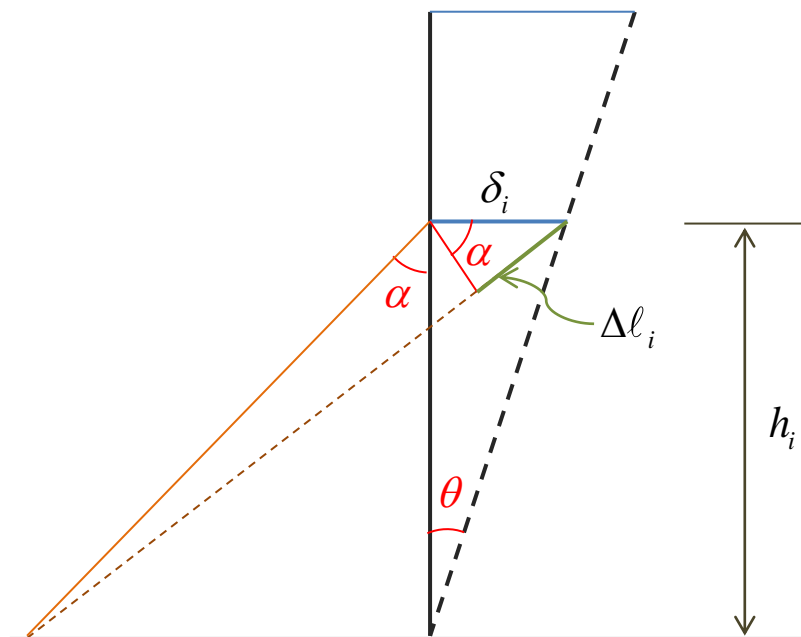
Encontrar o menor valor de protensão N_0 para o qual os cabos não afrouxem, sendo $q=3,75$ kN/m. Assumir $E_i A_i = cte$

Sendo a torre rígida, podemos substituir a carga distribuída por uma carga concentrada equivalente $H=qh=60$ kN:



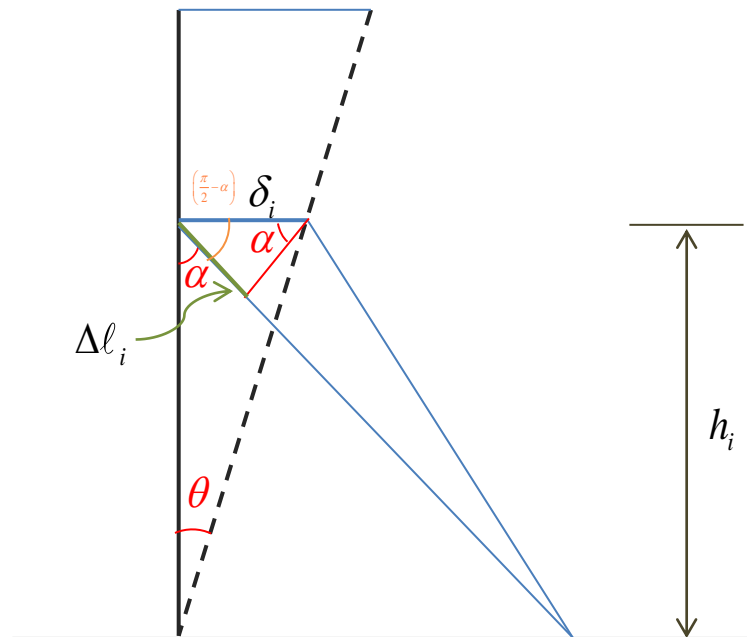
Compatibilidade das deformações

Estais à esquerda do mastro



$$\Delta l_i = \delta_i \sin \alpha_i$$

Estais à direita do mastro



$$\Delta l_i = -\delta_i \sin \alpha_i$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\delta_i}{h_i} = \frac{\Delta l_i}{\sin \alpha_i h_i} \quad (\text{em módulo!})$$



Lei de Hooke

$$\Delta l_i \simeq \frac{\Delta N_i l_i}{E_i A_i}$$

$$E_i A_i = EA = cte$$

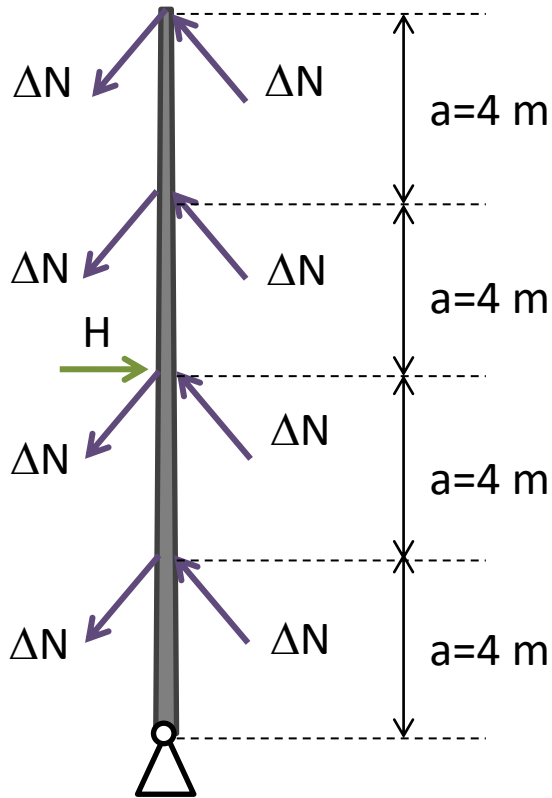
Para todos os estais, desconsiderando o sinal negativo das forças nos estais à direita, temos:

$$tg\theta = \frac{\Delta N_i}{EA \sin \alpha_i} \frac{l_i}{h_i} \quad \text{Sendo que} \quad \frac{h_i}{l_i} = \sin \beta = cte \quad ; \quad \sin \alpha_i = cte$$

$$tg\theta = \frac{\Delta N_i}{EA \sin \alpha_i} \frac{l_i}{h_i} = cte$$

$$\Delta N_i = \Delta N = cte \quad \left\{ \begin{array}{l} + \text{ à esquerda} \\ - \text{ à direita} \end{array} \right.$$





Equilíbrio

$$\sum M_A = 0$$

$$2 \times \Delta N \times \sin \alpha \times a (1 + 2 + 3 + 4) - H \times 2a = 0$$

$$\Delta N \times \frac{3}{5} \times 10 = H$$

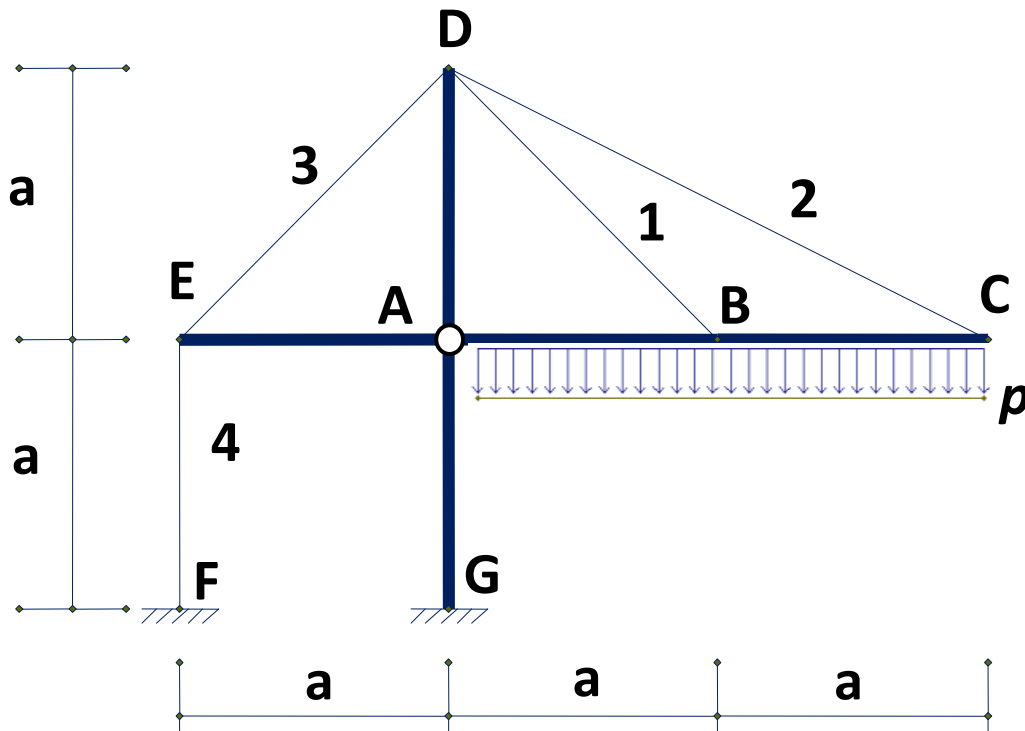
$$\Delta N = \frac{H}{6} = \frac{60}{6}$$

$$\Delta N = 10 \text{ kN}$$

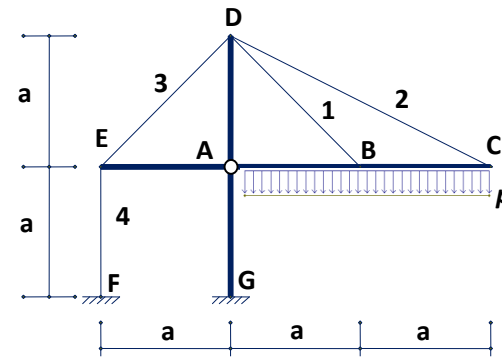
Logo, $N_0 > 10 \text{ kN}$ para que os cabos não afrouxem!



P2-2012: As barras rígidas ABC, AG, AD e AE da cobertura estaiada mostrada na figura são todas articuladas no ponto A. Determine os esforços solicitantes nos cabos numerados de 1 a 4, sendo $a=3\text{m}$ e $p = \left(20 + \frac{n}{2}\right) \text{kN/m}$, onde n é o último algarismo não-nulo do seu número USP. Considere que todos os cabos têm o mesmo diâmetro e são constituídos do mesmo material.



Resolução:



Como a articulação em A não transmite um eventual momento reativo em G, o equilíbrio de momentos em relação ao ponto A fornece:

$$N_4 a - 2pa^2 = 0 \quad \therefore \quad N_4 = 2pa$$

O equilíbrio de momentos da barra EA em relação ao ponto A fornece:

$$N_3 = \sqrt{2}N_4 = 2\sqrt{2}pa$$

O equilíbrio de momentos da barra ABC em relação ao ponto A fornece:

$$aN_1 \sin \alpha_1 + 2aN_2 \sin \alpha_2 - 2pa^2 = 0 \quad \therefore \quad N_1 \sin \alpha_1 + 2N_2 \sin \alpha_2 = 2pa$$

(1)



Sendo a barra ABC rígida, a compatibilidade de deformações exige que:

$$\frac{N_1 \ell_1}{a \sin \alpha_1} = \frac{N_2 \ell_2}{2a \sin \alpha_2}$$

Mas: $\ell_1 = \sqrt{2}a$; $\ell_2 = \sqrt{5}a$ e logo $\sin \alpha_1 = \frac{a}{\ell_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\sin \alpha_2 = \frac{a}{\ell_2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Resulta: $N_1 = \frac{5}{4} N_2$ (2)

Substituindo (2) em (1):

$$\frac{5N_2}{4} \frac{1}{\sqrt{2}} + 2N_2 \frac{1}{\sqrt{5}} = 2pa$$

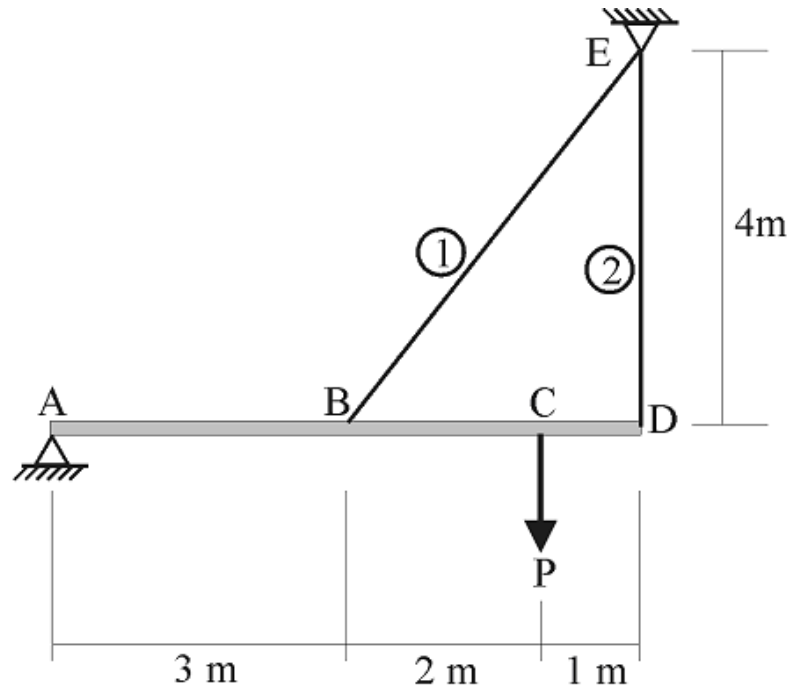
$$N_2 = 1,1247pa$$

$$N_1 = 1.4059pa$$

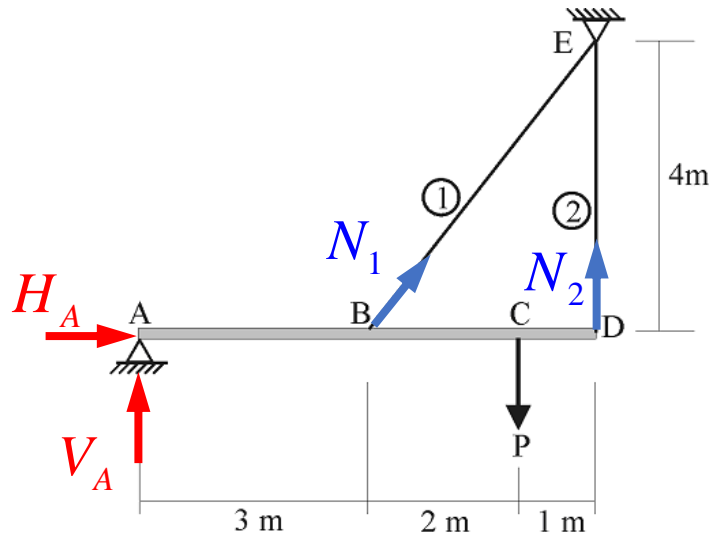


P2 – 2013 – Questão 1 (5,0): A estrutura estaiada da figura abaixo encontra-se sujeita à ação da carga $P=100\text{kN}$ aplicada no ponto C . Os cabos 1 e 2 são constituídos do mesmo material e possuem áreas de seção transversal $A_1 = 2A_2$. Admitindo que a viga $ABCD$ seja infinitamente rígida, determine:

- as forças normais em cada cabo (N_1 e N_2);
- as reações de apoio no ponto A ;
- os diâmetros mínimos dos cabos 1 e 2, considerando um coeficiente de segurança $s=2$ e $\sigma_{\text{lim}} = (500 + 20n)$, em MPa, sendo n o último algarismo de seu número USP.



Resolução:



Do estudo da compatibilidade de deformações, resulta:

$$\frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1 a_1 \sin \alpha_1} = \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2 a_2 \sin \alpha_2}$$

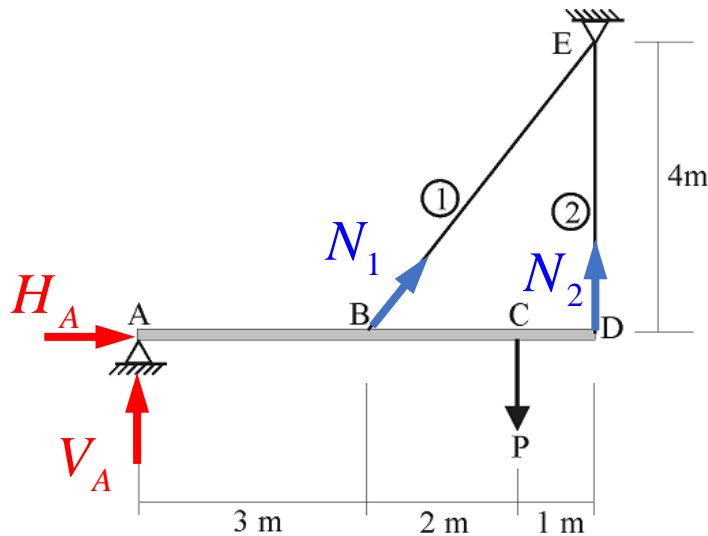
Para os dados do problema:

$$\frac{N_1 \ell_1}{2 a_1 \sin \alpha_1} = \frac{N_2 \ell_2}{a_2 \sin \alpha_1}$$

$$\frac{N_1 \times 5}{2 \times 3 \times \left(\frac{4}{5}\right)} = \frac{N_2 \times 4}{6} \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{16}{25} N_2 = 0,64 N_2$$

Ou inversamente: $N_2 = \frac{25}{16} N_1 = 1,5625 N_1$





Equilíbrio de momentos em torno do ponto A:

$$\sum M_{(A)} = N_1 a_1 \sin \alpha_1 + N_2 a_2 \sin \alpha_2 - P a_3 = 0$$

$$\sum M_{(A)} = N_1 \times 3 \times \frac{4}{5} + \frac{25}{16} N_1 \times 6 \times 1 - 100 \times 5 = 0$$

$$N_1 = 42,463 \text{ kN} \quad N_2 = 66,348 \text{ kN}$$

Equilíbrio da barra ABCD:

$$\sum F_X = H_A + N_1 \cos \alpha_1 = 0 \quad H_A = -N_1 \cos \alpha_1 = -42,463 \times \frac{3}{5} = -25,478 \text{ kN} = H_A$$

$$\sum F_Y = V_A + N_1 \sin \alpha_1 + N_2 - P = V_A - 42,463 \times \frac{4}{5} + \frac{25}{16} 42,463 - 100 = 0$$

$$V_A = -0,318 \text{ kN}$$



Dimensionamento:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{lim}}}{s} = \frac{500 + 20n}{s} \quad \text{Para } n=0 \quad \bar{\sigma} = 250\text{MPa}$$

$$\sigma_i = \frac{N_i}{\left(\frac{\pi d_i^2}{4}\right)} \leq \bar{\sigma} \Rightarrow \begin{cases} d_1 \geq \sqrt{\frac{4N_1}{\pi\bar{\sigma}}} = \sqrt{\frac{4 \times 42,463 \times 10^3}{\pi \times 250 \times 10^6}} = 0,0147\text{m} = 1,47\text{cm} \\ d_2 \geq \sqrt{\frac{4N_2}{\pi\bar{\sigma}}} = \sqrt{\frac{4 \times 66,348 \times 10^3}{\pi \times 250 \times 10^6}} = 0,0184\text{m} = 1,84\text{cm} \end{cases}$$

Porém, para respeitar os dados do problema:

$$A_1 = 2A_2 \Rightarrow \frac{\pi d_1^2}{4} = 2 \frac{\pi d_2^2}{4} \Rightarrow d_1 = \sqrt{2}d_2$$

$$\text{Logo: } d_2 = 1,84\text{cm} \quad ; \quad d_1 = \sqrt{2} \times 1,84 = 2,60\text{cm}$$



Roda Gigante do Parque Villa-Lobos, São Paulo, Diâmetro $D=91\text{m}$



A Figura 1 mostra a roda-gigante em construção no Parque Villa-Lobos, na cidade de São Paulo, ainda na fase de ajuste das trações aplicadas aos raios (Out 2022), após a qual foram instaladas as cabines de observação. Com um diâmetro $D=91\text{m}$, é atualmente (Out 2023) a maior roda-gigante em operação na América Latina.

Numa primeira aproximação, a roda pode ser entendida como um sistema estaiado, com o aro infinitamente rígido em relação aos raios-estais, de modo que se possa admitir que o aro experimente apenas deslocamentos de corpo rígido em relação ao seu centro (que se supõe fixo), com os estais alongando ou encurtando, de modo compatível com o deslocamento de corpo rígido do aro.

A rotação da roda em torno de seu eixo é impedida pelo seu mecanismo-trator, que pode ser assimilado a um simples apoio na direção horizontal, aplicado ao ponto mais baixo da roda, mostrado na Figura 2a (livremente inspirada na roda-gigante do parque Villa-Lobos, mas com um número reduzido de estais).



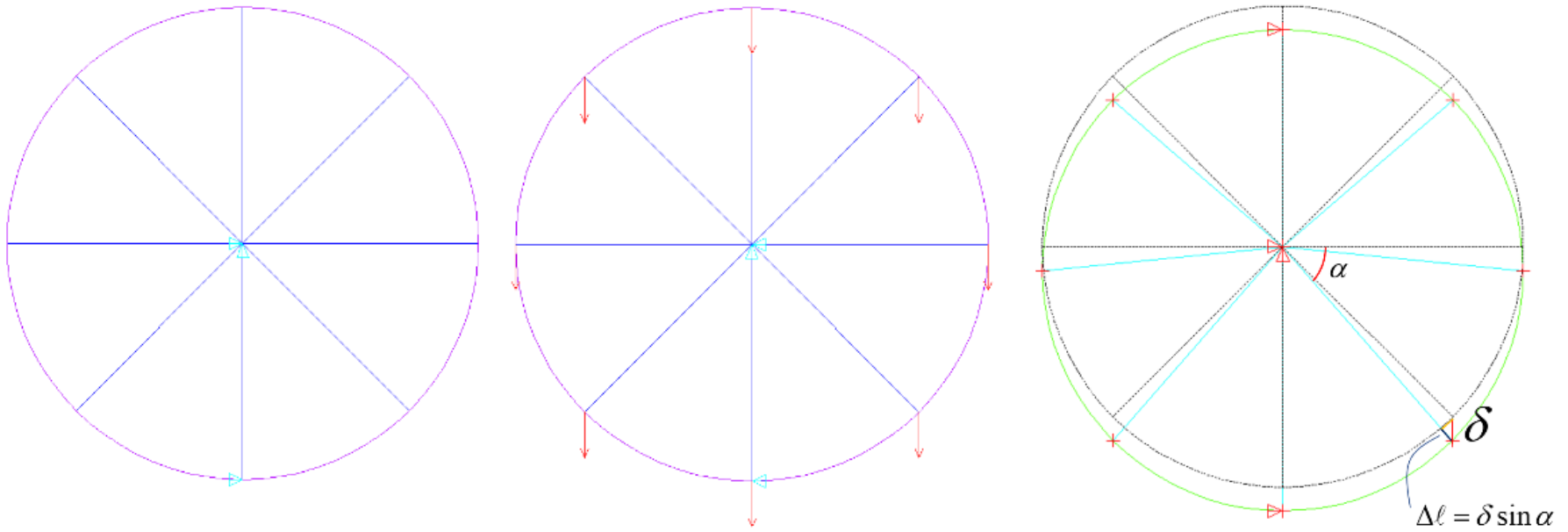


Figura 2. (a) Roda estaiada com 8 estais;
 (b) carregamentos de peso próprio concentrados nos pontos de encontro entre a roda e os estais;
 (c) deslocamento vertical da roda e correspondentes (pequenas) deformações dos estais



Admitindo cargas verticais de peso próprio $P_i, i = 1, \dots, 8$, de mesmo valor, aplicadas aos pontos de conexão dos raios com a roda, conforme esquematizado na Figura 2b, a roda sofre um deslocamento vertical δ descendente, conforme esquematizado na Figura 2c. Admitindo que δ seja pequeno, as variações de comprimento dos estais podem ser calculadas por meio da aproximação conhecida como diagrama 'Diagrama de Williot', com também é sugerido na Figura 2c, para um estai fazendo um ângulo α com a direção horizontal. Decorre uma variação do comprimento dada por $\Delta \ell = \delta \sin \alpha$.

Sendo: $D = 91m$ $E = 210GPa$ $A = 10^{-3} m^2$ $P_i = P = 10kN, i = 1, \dots, 8$

Determine:

- (a) O valor do deslocamento vertical δ , sob ação do conjunto de cargas ;
- (b) As forças normais N_i nos estais, sob ação do conjunto de cargas ;
- (c) O mínimo valor da protensão N_0 a ser aplicada aos estais, para que estes não afrouxem;
- (d) A máxima tração nos estais, para a ação combinada $N_0 + \{P_i\}$

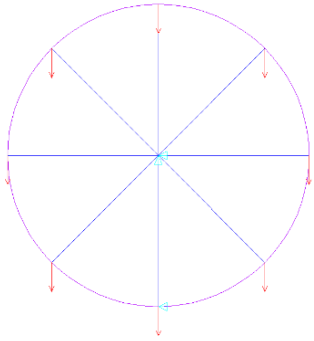
Dica: inicie a resolução expressando o equilíbrio do sistema na direção vertical.

Nota: o mesmo procedimento pode ser empregado considerando outros casos de carregamento, porém a cinemática da roda se torna um pouco mais complicada!



Resolução:

(a) valor do deslocamento δ :



- Equilíbrio de forças na direção vertical:

$$\sum F_V = -nP - \sum_{i=1}^n N_i \sin \alpha_i = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n N_i \sin \alpha_i = -nP \quad (2)$$

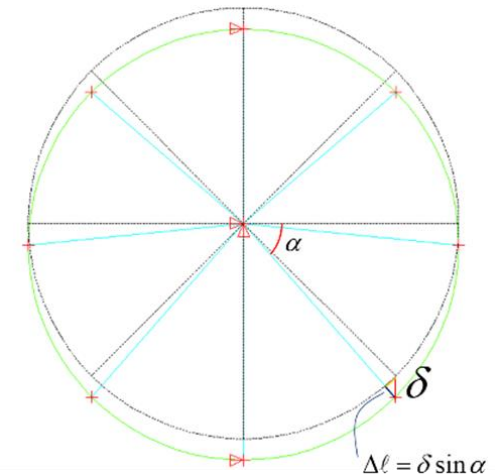
- Lei de Hooke: $\sigma_N = E\varepsilon = E \frac{\Delta \ell}{\ell} \rightarrow N_i = \sigma_i A = EA \frac{\Delta \ell_i}{\ell_i} \quad (3)$

- Compatibilidade de Deformações: $\Delta \ell_i = \delta \sin \alpha_i \quad (4)$

- (4) \rightarrow (3); $\ell_i = R$: $N_i = \frac{EA}{R} \delta \sin \alpha_i \quad (5)$

- (5) \rightarrow (2) : $\frac{EA}{R} \delta \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i = -nP \quad (6)$

$$\delta = -\frac{PR}{EA} \frac{n}{\sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i} \quad (7)$$



$\alpha > 0$ anti-horário!

$\delta > 0$ para cima!



Resolução:

- Para $n=8$, $\alpha > 0$ no sentido senti-horário, $\alpha = 0$ para o estai 1 (horizontal, à direita)

(i)	α_i	$\sin \alpha_i$	$(\sin \alpha_i)^2$
1	0°	0	0
2	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
3	90°	1	1
4	135°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
5	180°	0	0
6	225°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
7	270°	0	1
8	315°	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
		$\sum \sin^2 \alpha_i$	4,0

(a) deslocamento δ :

$$\delta = -\frac{PR}{EA} \frac{n}{\sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i} = -\frac{10 \times 10^3 \times \frac{91}{2}}{210 \times 10^9 \times 10^{-3}} \frac{8}{4} = -4,333 \times 10^{-3} \text{ (metros)}$$

$$\delta = -4,33 \text{ (milímetros, para baixo)}$$



(b) Forças normais nos estais :

$$N_i = \frac{EA}{R} \delta \sin \alpha_i = \frac{210 \times 10^9 \times 10^{-3}}{91/2} \times (-4,333 \times 10^{-3}) \times \sin \alpha_i = N_i = -20 \times 10^3 \times \sin \alpha_i$$

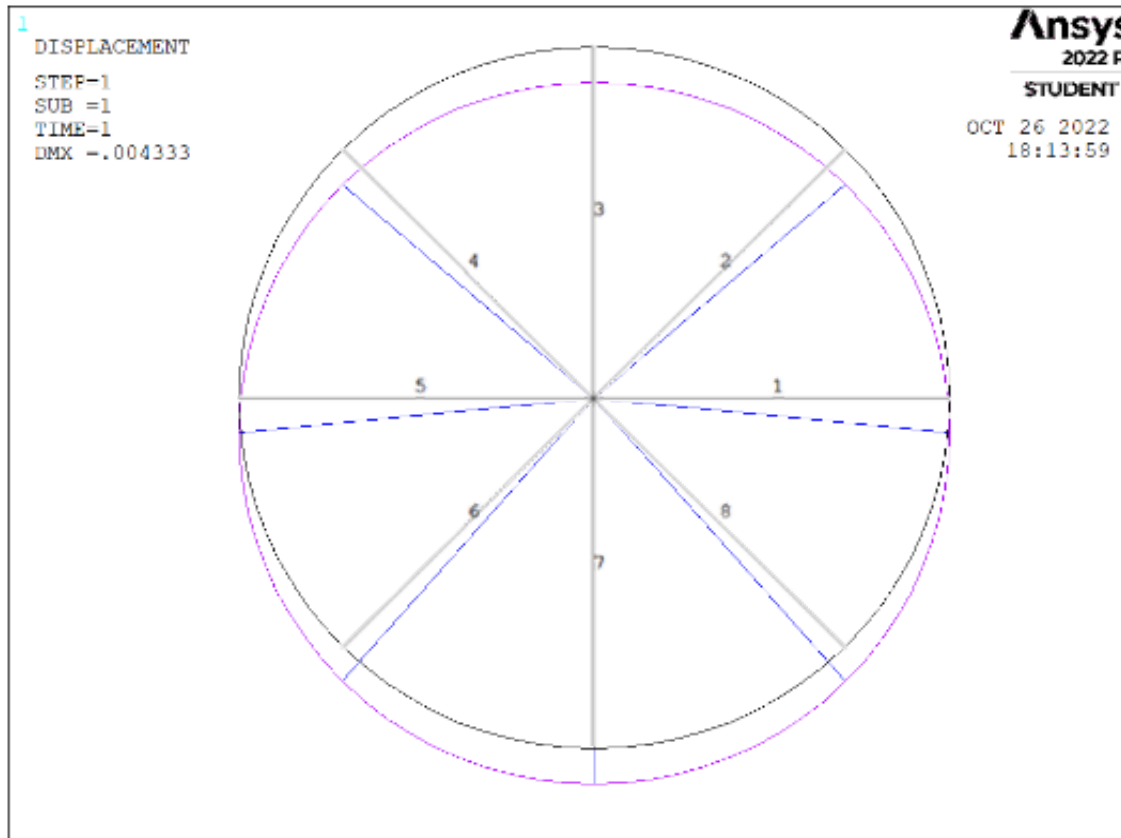
(i)	α_i	$\sin \alpha_i$	N_i
1	0^0	0	0
2	45^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-14,142 \times 10^3$
3	90^0	1	-20×10^3
4	135^0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-14,142 \times 10^3$
5	180^0	0	0
6	225^0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+14,142 \times 10^3$
7	270^0	0	$+20 \times 10^3$
8	315^0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+14,142 \times 10^3$

(c) Mínima protensão para que os estais não afrouxem : $N_0 \geq |\min(N_i(P_i))| \rightarrow N_0 \geq 20kN$

(d) Máxima cargas sob ($N_0 + \{P_i\}$): $N_{\max} = N_0 + \max(N_i \{P_i\}) = 20 + 20 = 40kN$



Modelo numérico resolvido no Ansys:



PRINT ELEMENT TABLE ITEMS PER ELEMENT

***** POST1 ELEMENT TABLE LISTING *****

STAT ELEM	CURRENT N
1	-0.15196E-006
2	-14142.
3	-20000.
4	-14142.
5	-0.13171E-006
6	14142.
7	20000.
8	14142.

MINIMUM VALUES
ELEM 3
VALUE -20000.

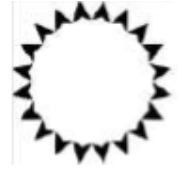
MAXIMUM VALUES
ELEM 7
VALUE 20000.





EP-USP

PEF2602
Estruturas na Arquitetura II - Sistemas Reticulados



FAU-USP

Estruturas Estaiadas e Hiperestáticas

Parte I

Introdução: Pontes estaiadas

Parte II

Introdução: Rodas de bicicleta e coberturas estaiadas

Parte III

Deformações e esforços em uma treliça hiperestática simples

Parte IV

Resolução de estruturas estaiadas simples

Ruy Marcelo Pauletti, Leila Meneghetti Valverdes, Luís A.G. Bitencourt Jr.

