Física 1 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda

AULA 21 – 23/11/2023

crmiranda@usp.br

TRABALHO E ENERGIA MECÂNICA
CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Teorema Trabalho-Energia Cinética

Quando forças realizam trabalho sobre uma partícula:
resultado = variação da energia cinética da partícula.

$$F_{res_x} = ma_x$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a_x\Delta x \Rightarrow a_x = \frac{1}{2\Delta x}(v_f^2 - v_i^2)$$

$$F_{res_x} = m\frac{1}{2\Delta x}(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow F_{res_x}\Delta x = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$\boxed{W_{total} = \Delta T}$$

$$\boxed{T = \frac{1}{2}mv^2}$$

Energia Potencial

Trabalho: associado a transferência de energia devido a uma força.

Trabalho realizado sobre uma partícula $\Rightarrow$ transfere energia cinética.

Para um sistema de corpos, parte da energia transferida pode ser armazenada na forma de **energia potencial**.

Função Energia Potencial

Trabalho realizado por uma força conservativa: não depende do caminho (depende apenas dos pontos extremos).

Quando uma pessoa desce do topo de um edifício: trabalho realizado pela gravidade diminui a energia potencial do sistema.

Função Energia Potencial U: o trabalho realizado pela força conservativa é igual à redução da Função Energia Potencial.

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -\Delta U$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Para um deslocamento infinitesimal:

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Energia Potencial Gravitacional

Força gravitacional: $\boxed{\vec{F} = -mg\hat{j}}$

Deslocamento infinitesimal:

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$dU = -(-mg\hat{j}) \cdot (dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}) = mgdy$$

$$\int_{U_1}^{U_2} dU = \int_{y_1}^{y_2} mgdy \Rightarrow U_2 - U_1 = mgy_2 - mgy_1$$

$$y_2 = y$$

$$y_1 = y_0$$

$$U_2 = mgy$$

$$U_1 = U_0$$

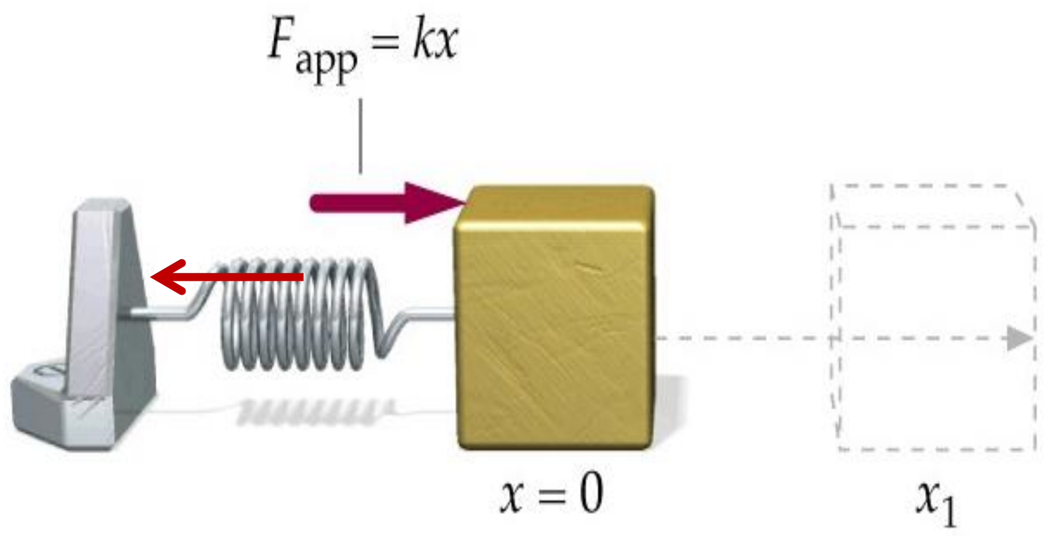
$$\boxed{U = mgy}$$

Energia Potencial Gravitacional próximo da superfície da Terra.

Energia Potencial Elástica

Força aplicada sobre o bloco:

- desloca de x=0 até x_1,
- trabalho realizado pela mola é negativo



Força mola F=-kx

$$W = \int_{Pi}^{P_f} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{xi}^{x_f} (-kx\vec{i}) \cdot dx\vec{i} = -k \int_{xi}^{x_f} x \cdot dx$$

$$W_{mola} = -k(\tfrac{1}{2}x^2)\Big|_{xi}^{xf} = -k(\tfrac{1}{2}x_f^2 - \tfrac{1}{2}x_i^2)$$

Se o bloco volta a posição inicial: trabalho da força da mola é positivo.

O trabalho total realizado pelas forças na mola é nulo.

Energia Potencial Elástica:

$$\boxed{dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}} \qquad \boxed{\vec{F} = -kx\vec{i}}$$

$$\boxed{dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l}} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = -kx\vec{i}}$$

$$dU = -(-kx\hat{i}) \cdot (dx\hat{i}) = kxdx$$

$x_0 = 0$

$U_0 = 0$

$x_1 = x$

$$\int_{U_0}^{U_1} dU = \int_{x_0}^{x_1} kxdx \Rightarrow U_1 - U_0 = \frac{1}{2}kx_1^{\ 2} - \frac{1}{2}kx_0^{\ 2}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}kx^2}$$

U_0 é uma constante arbitrária, a ser definida convenientemente.

Podemos escolher $U_0 = 0$ (para elongação nula da mola).

Força e Energia Potencial

❑ Conhecendo **F** podemos obter **U:**

$$\Delta U = -W = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

*Podemos determinar **F** conhecendo **U**?*

❑ Vamos considerar P_1 e P_2 muito próximos = caminho infinitesimal

$$\theta = 0$$

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l} \Rightarrow \boxed{F = -\frac{dU}{dl}}$$

dl** aponta na direção e sentido de **F

❑ Em geral não conhecemos a direção de **F**

$$dU = -\vec{F} \cdot d\vec{l} = -(F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

- Escolhendo P_1 e P_2 de forma que dy=dz=0 e dx $\neq$ 0:

$$dU = -F_x dx \Rightarrow F_x = -\frac{dU}{dx}$$

- De maneira análoga:

$$\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k} = -\left[\frac{\partial U}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right]$$

- Definição: Gradiente $\boxed{\text{grad } U \equiv \nabla U}$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k} \Rightarrow \boxed{\mathbf{F} = -\nabla U}$$

Exercício

Suponha **U=5x-x²y**. Qual é a força correspondente?

$$\boxed{\mathbf{F} = -\nabla U}$$

$$\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k} = -\left[\frac{\partial U}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right]$$

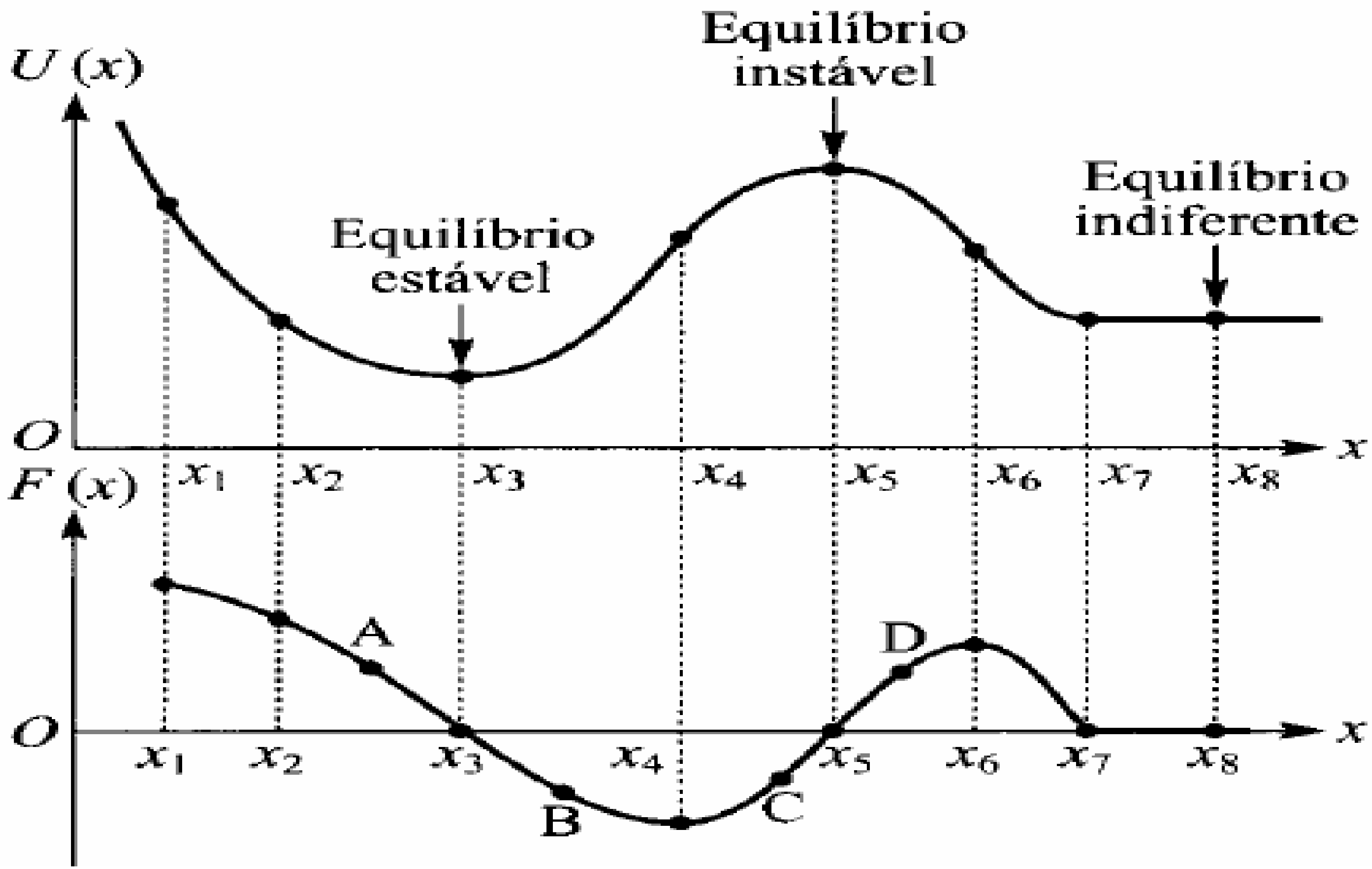
$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} &= 5 - 2xy \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= -x^2 \\ \frac{\partial U}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right.$$

$$\boxed{\vec{F} = -[(5 - 2xy)\hat{\imath} + (-x^2)\hat{\jmath}]}$$

Será que está correto?

*Podemos testar obtendo **ΔU** através de **F** e ver se dá o resultado inicial!*

Energia Potencial X Força



$$F = -\frac{dU}{dl}$$

Interação total intermolecular

Interações entre moléculas

pressões baixas → gás ideal

presões médias → + compressível

pressões altas → - compressível

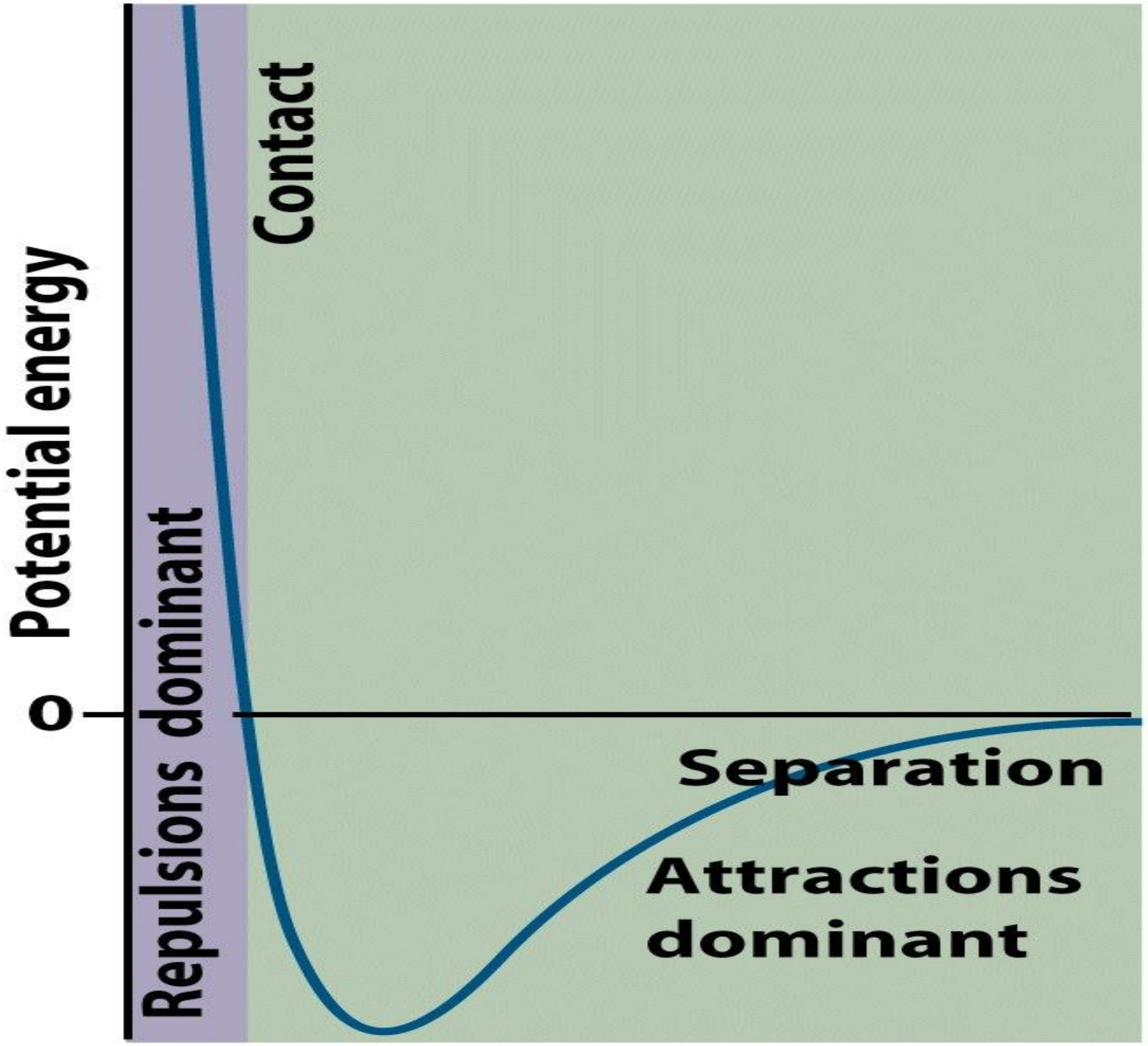
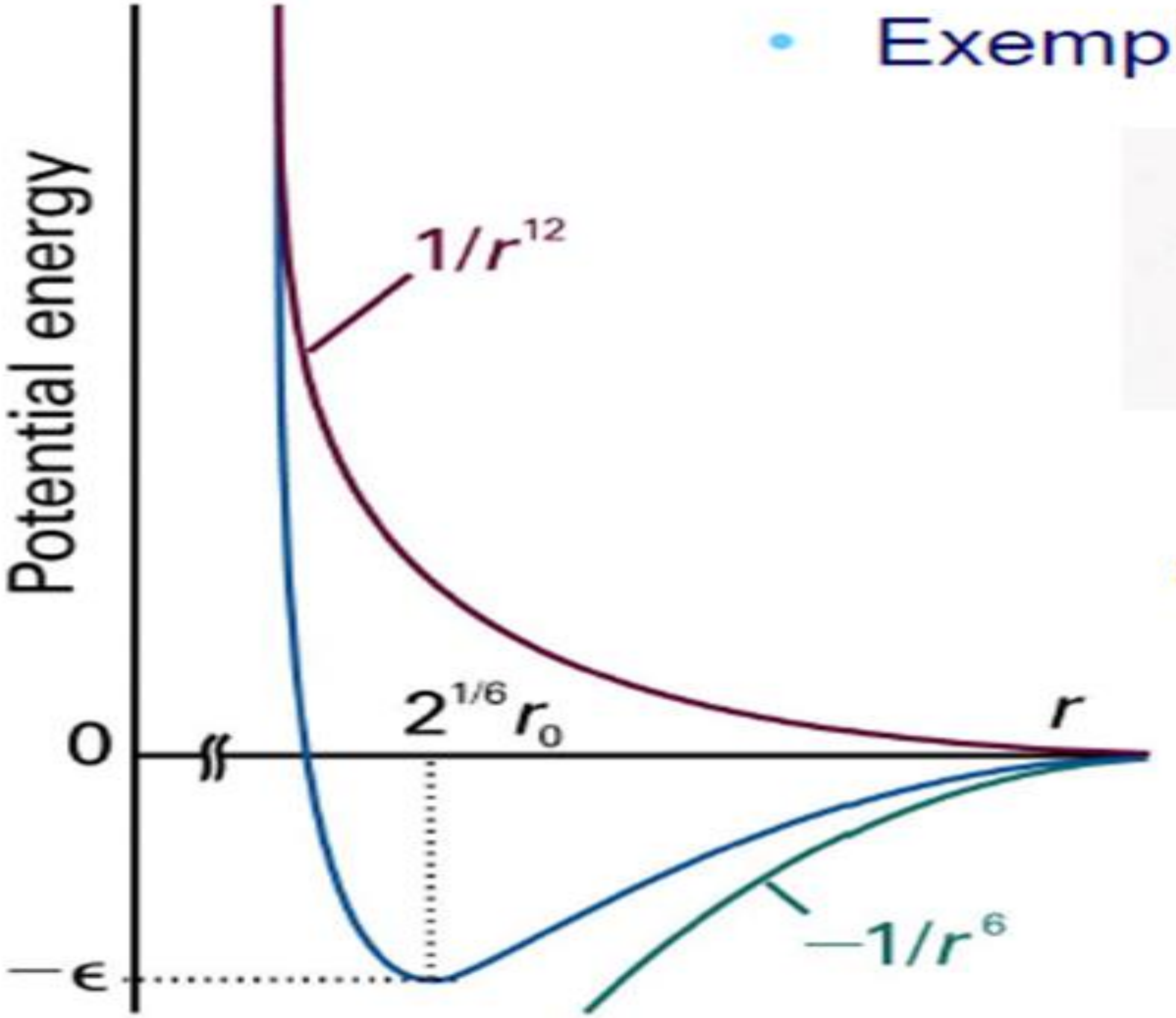


Figure 1-13
Atkins Physical Chemistry, Eighth Edition

Modelando a interação total



- Exemplo: potencial de Lennard Jones:

$$V = 4\varepsilon\left\{\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}\right\}$$

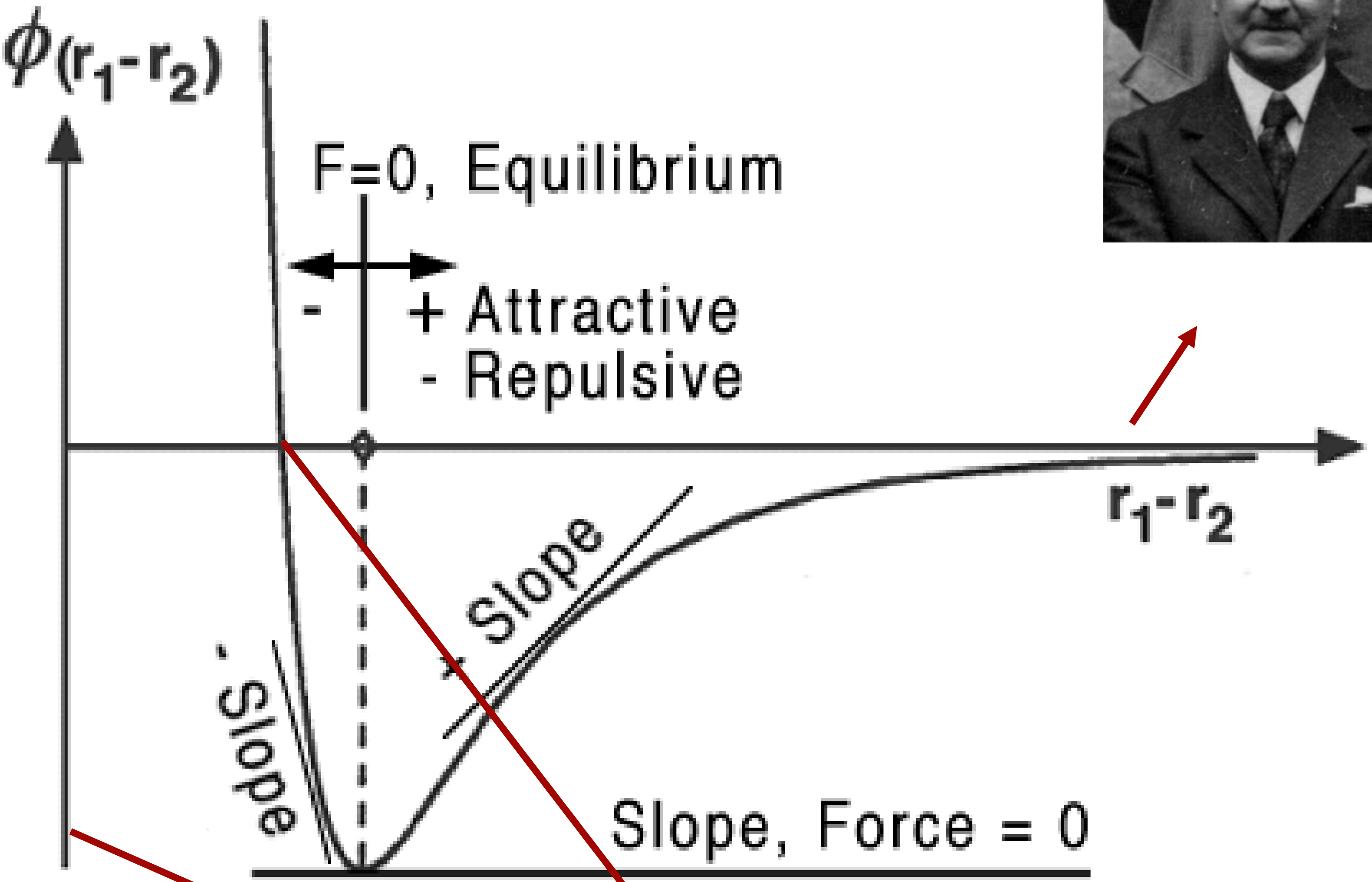
repulsões atrações

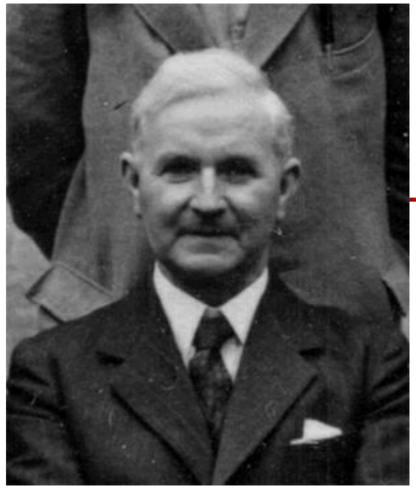
ε - profundidade do poço de potencial

Synoptic table 18.4* Lennard-Jones (12,6) parameters

	(ϵ/k)/K	r_0/pm
Ar	111.84	362.3
CCl_4	376.86	624.1
N_2	91.85	391.9
Xe	213.96	426.0

Potencial Lennard-Jones

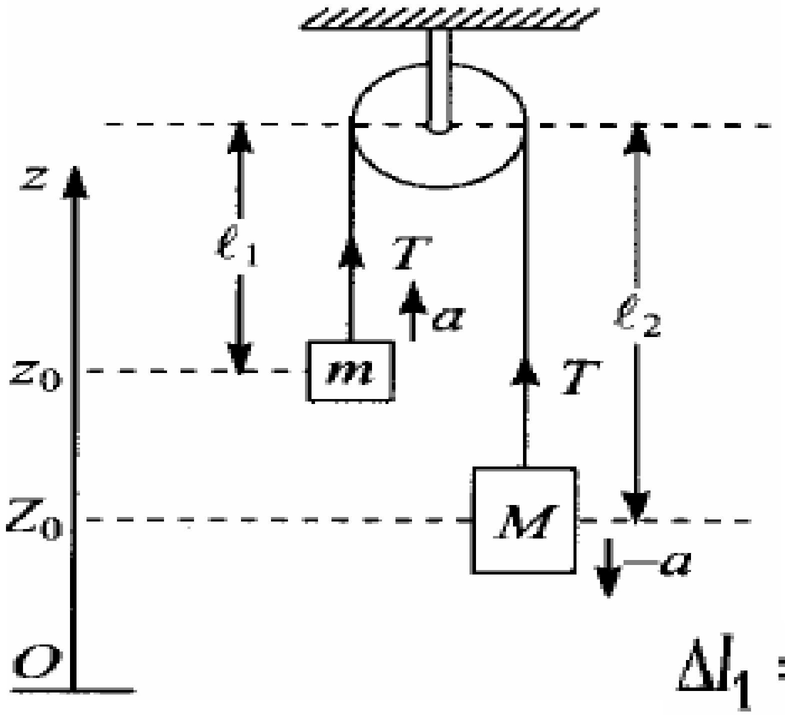




$$u(r) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{6}\right]$$

Conservação da Energia Mecânica

- A velocidade adquirida por um corpo após cair de uma certa altura é capaz de fazê-lo subir até essa mesma altura
    - desprezando a resistência do ar!
        - Sistema de duas massas (m e M) ligadas por um fio de massa desprezível



- Eq. Mov. da m: $T - mg = ma$
- Eq. Mov. da M: $T - Mg = -Ma$

$$a = \frac{(M-m)}{M+m} g$$

$$\Delta l_1 = -\Delta l_2$$

- Aplicando Toricelli no movimento de cada uma:

$$\begin{cases} v_1^2 = v_0^2 + 2a(z_1 - z_0) \\ V_1^2 = V_0^2 + 2(-a)(Z_1 - Z_0) \end{cases}$$

❑ Substituindo a aceleração: $a = \dfrac{(M-m)}{M+m} g$ ⇨ $\begin{cases} v_1^2 = v_0^2 + 2a(z_1 - z_0) \\ V_1^2 = V_0^2 + 2(-a)(Z_1 - Z_0) \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}v_1^2 - \dfrac{1}{2}v_0^2 = g\left(\dfrac{m-M}{m+M}\right)(z_0 - z_1) = g(z_0 - z_1) - \dfrac{2M}{m+M}g(z_0 - z_1) \\ \dfrac{1}{2}V_1^2 - \dfrac{1}{2}V_0^2 = g\left(\dfrac{M-m}{M+m}\right)(Z_0 - Z_1) = g(Z_0 - Z_1) - \dfrac{2m}{m+M}g(Z_0 - Z_1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}v_1^2 + gz_1 = \dfrac{1}{2}v_0^2 + gz_0 - \dfrac{2Mg}{m+M}(z_0 - z_1) \quad \times\, m \\ \dfrac{1}{2}V_1^2 = gZ_1 = \dfrac{1}{2}V_0^2 = gZ_0 - \dfrac{2mg}{m+M}(Z_0 - Z_1) \quad \times\, M \end{cases}$$

$$\boxed{(z_0 - z_1) + (Z_0 - Z_1) = 0}$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgz_1\right) + \left(\frac{1}{2}MV_1^2 + MgZ_1\right) = \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mgz_0\right) + \left(\frac{1}{2}MV_0^2 + MgZ_0\right)$$

$$\boxed{E = \sum\left(\frac{1}{2}mv^2 + mgz\right)}$$

Energia Mecânica do sistema se conserva!

Conservação da Energia Mecânica

Energia mecânica: $$E_{mec} = T + U$$

A energia mecânica de um sistema de partículas é conservada (E_{mec} = cte) se o trabalho total realizado por todas as forças externas e por todas as forças internas não-conservativas for nulo.

$$W_{ext} = \Delta E_{mec} - W_{nc}$$

para $\begin{cases} W_{ext} = 0 \\ W_{nc} = 0 \end{cases} \Rightarrow$

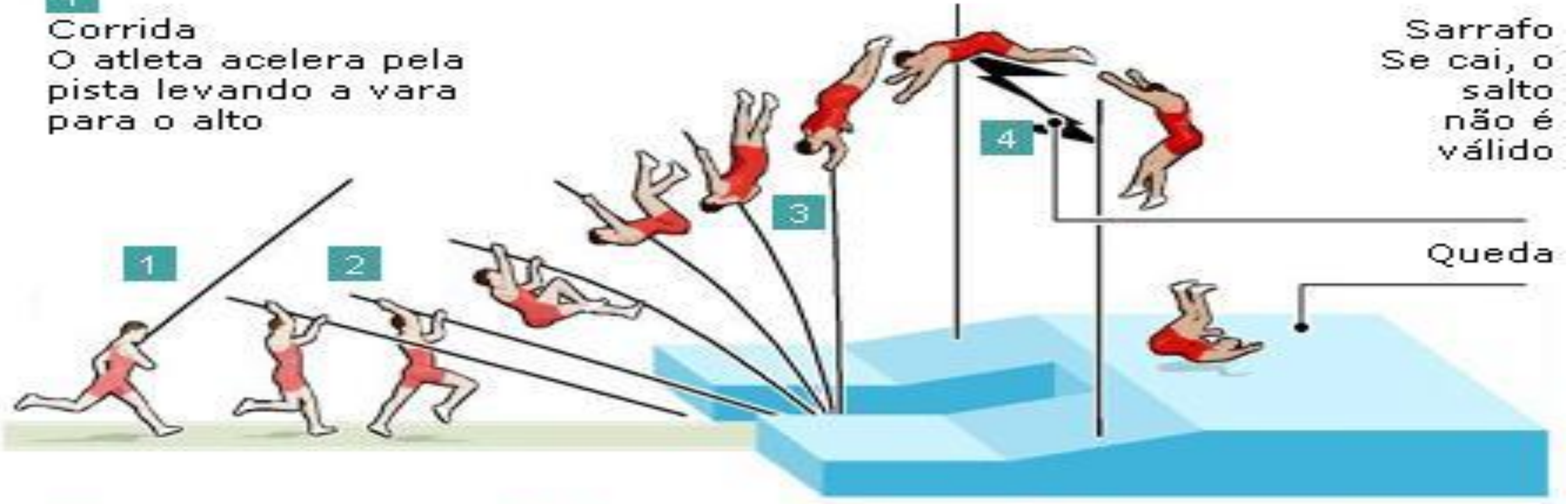
$$\Delta E_{mec} = 0$$

$$\Delta T + \Delta U = 0$$

Olimpíadas: Salto com varas

Homens (desde 1896 - Atenas) / Mulheres (desde 2000 - Sydney)

1
Corrida
O atleta acelera pela pista levando a vara para o alto

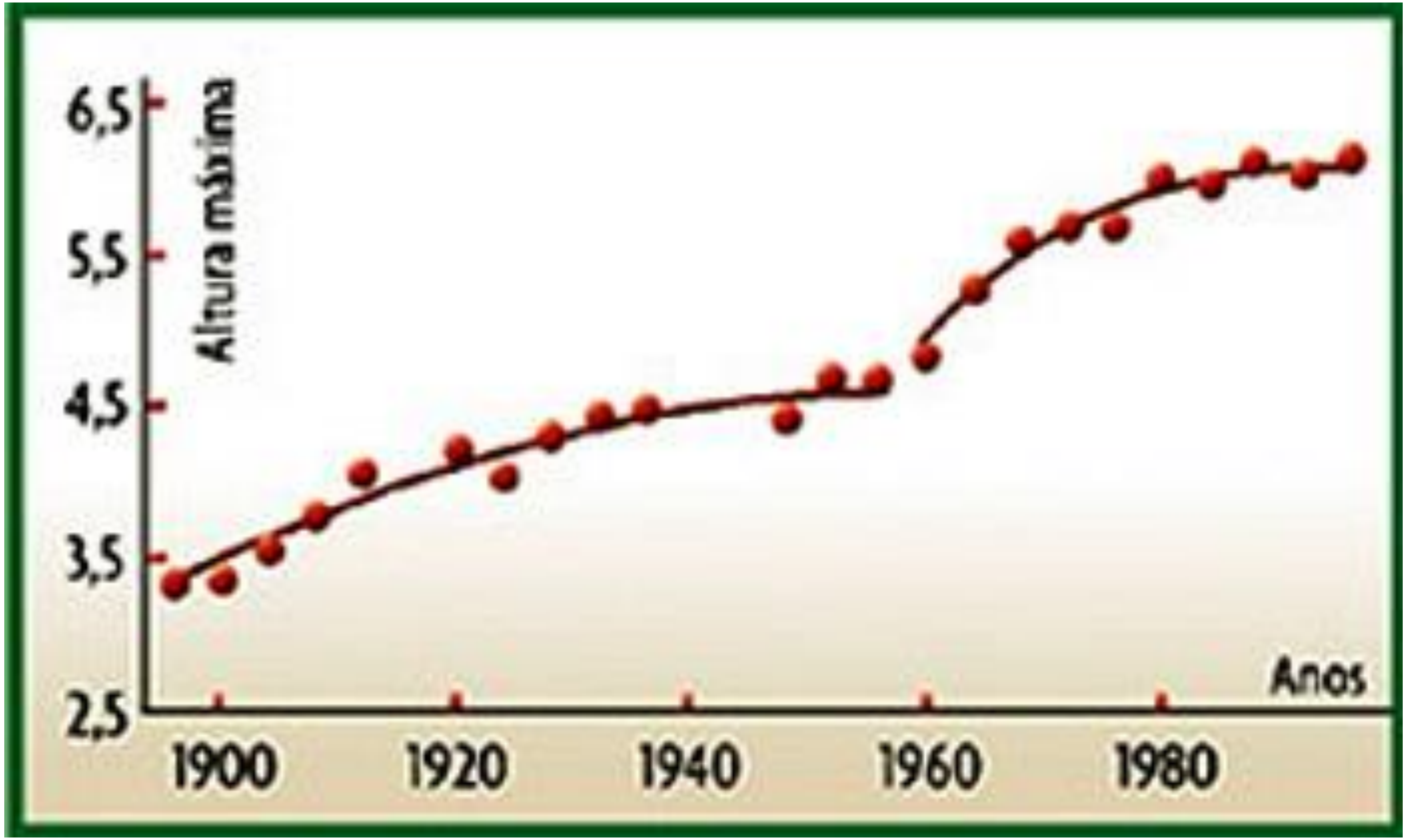


2
Impulsão
A velocidade diminui ao baixar a vara para fincá-la na caixa de apoio.

3
Vôo
O impulso para a frente e a flexibilidade da vara lançam o atleta para cima.

4
Queda
Superando o sarrafo,
o atleta estica as pernas, gira o corpo, e amortece a queda.

Momento Olímpico – Salto com vara
“Correr mais rápido para saltar mais alto”



Salto com varas

Salto com varas

A maior parte da energia potencial gravitacional de um ou uma atleta ao atingir o ponto mais alto tem origem na energia cinética acumulada na corrida.

Após correr cerca de 15 m, o atleta atinge uma velocidade de ~10m/s.

Igualando a energia cinética no final da corrida com a energia potencial, temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

O centro de massa do(a) atleta sobe de:

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Lembrando que o centro de massa está ~1m acima do chão

Salto com varas (homens versus mulheres)

Como a energia cinética é proporcional ao quadrado da velocidade e a energia potencial gravitacional é proporcional à altura, um aumento de velocidade de 1% implica em um aumento da altura do salto da ordem de 2%.

Isso explica porque homens saltam mais alto que mulheres:

Atletas de elite homens atingem, antes do salto, velocidades da ordem de 9,0 m/s ou um pouco mais do que isso, e mulheres, pouco mais de 8 m/s.

A razão entre suas energias cinéticas (supondo que seus pesos sejam iguais) é da ordem de 9/8 ao quadrado, o que dá um fator 1,27.

Ou seja, homens sobem 1,27 vezes mais do que mulheres.

Salto com varas (homens versus mulheres)

O recorde masculino, que pertence a Renaud Lavillenie, é de 6,16 m. O recorde feminino, obtido por Yelena Isinbayeva, é de 5,06 m.

Mas como o centro de massa do ou da atleta está a cerca de um metro do chão antes do salto, Renaud Lavillenie subiu cerca de 5,14 m e Yelena Isinbayeva, 4,05 m.

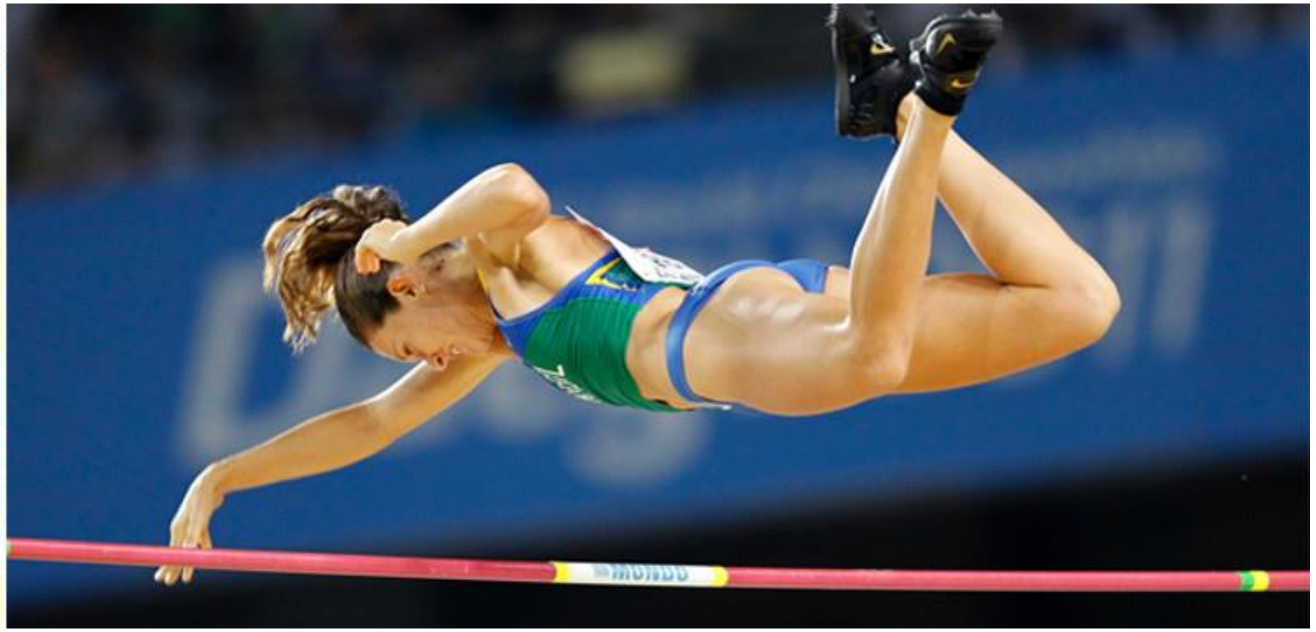
Portanto, o aumento das energia potenciais desses dois atletas está na razão 5,14/4,05, que é igual a 1,27, a mesma que a razão de suas energias cinéticas antes do salto.

(O fato das duas razões darem exatamente iguais, 1,27, foi um acaso.)

Conclusão (tendo o mesmo peso):

Homens saltam mais alto que mulheres porque correm mais rápido.

Quanto mais rápido a Fabiana Murer precisa correr para atingir o recorde mundial?

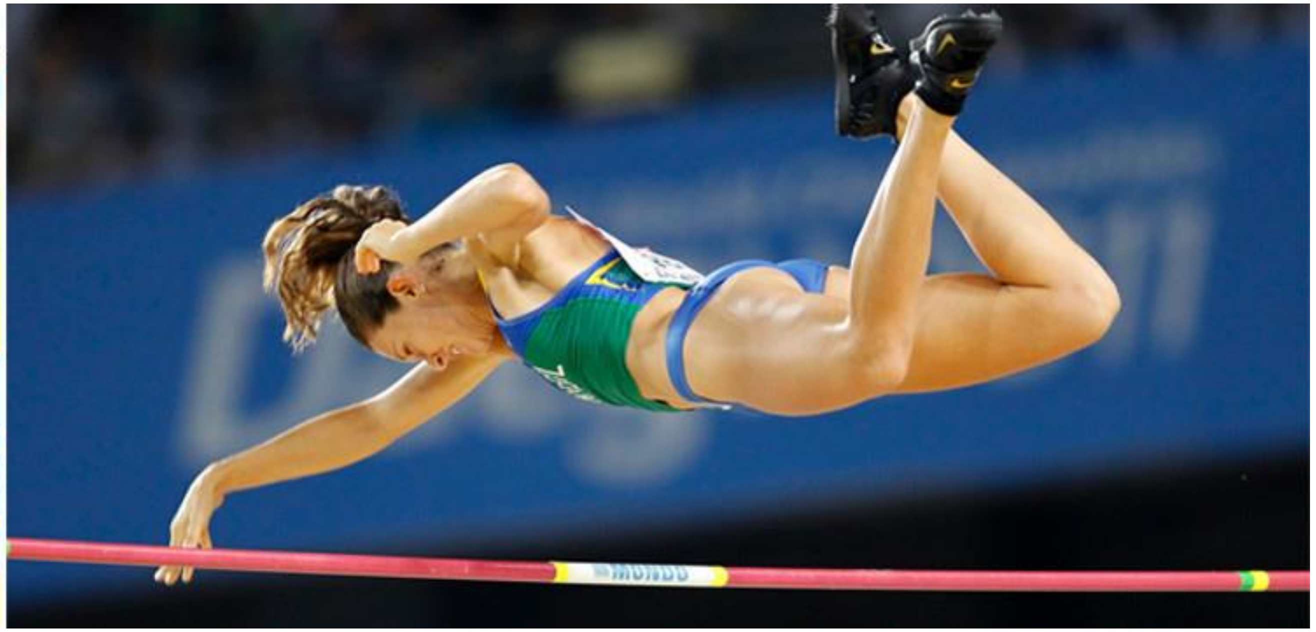



O melhor salto da grande atleta Fabiana Murer é de 4,85 m e, portanto, seu centro de massa subiu aproximadamente 3,85 m.

Para atingir o recorde mundial, de 6,14 m, seu centro de massa precisaria subir cerca de 5,14 m.

Ou seja, a energia potencial ganha deveria crescer na razão 5,14/4,85=1,06.

Quanto mais rápido a Fabiana Murer precisa correr para atingir o recorde mundial?

Aumentar a energia cinética acumulada na corrida por um fator 1,06
Aumentar a velocidade por uma fator 1,03.

Por exemplo, se corre a 8,0 m/s (28,8 km/h), bastaria correr um pouquinho mais rápido, a 8,2 m/s (29,5 km/h).

Mesmo essa diferença, não é nada fácil aumentar apenas um “pouquinho” a velocidade quando se está próximo do limite que as melhores atletas conseguem.

A Física do “The Flash”

Para pessoa de peso médio conseguisse se sustentar acima da água ela precisaria “caminhar” a uma velocidade de 108 km/h ou 30 m/s !!– quase a velocidade de um guepardo.

O homem mais rápido do mundo, Usain Bolt, famoso velocista jamaicano, consegue correr até 37,8 km/h.

Quanta energia o “Flash” precisaria ?

A energia ganha pelo Flash por comer não é devido à energia cinética dos átomos que agitam nos seus alimentos, mas a partir da energia potencial armazenada nas ligações químicas em sua comida.

Estando 1% da velocidade da luz (próximo a velocidade máxima do Flash), sua velocidade seria v: 3 milhões m/s.

- A energia cinética dele seria de

$$\boxed{T = \frac{1}{2} m v^2}$$

m = 70 Kg
v = 3 milhões m/s

T = 315 trillões de J
ou
T = 75 trilhões de calorias

1 cal alimentar = 1000 cal em Física

Arroz/feijão/arroz integral
Frango assado
Opção: Soja com legumes
Chuchu com salsa
Salada de alface
Banana
Minipão/refresco
Valor Calórico da Refeição: 1195 Kcal

139 milhões de BIGMACs

T = 75 bilhões Kcal

2BIGMACs =~ 1000 Kcal