

MAT 1514 - GEOMETRIA

- Geometria Plana e Espacial
- Conceitos Básicos
- Paralelismo, Congruência, Semelhança
- Áreas
- Volumes

Conceitos Básicos

- Pontos – letras maiúsculas – $A, B, C \dots$
- Retas – letras minúsculas – $r, s, t \dots$
- Planos – letras gregas – $\alpha, \pi, \beta \dots$
- Segmento: AB
- Medida de um segmento: \overline{AB} ou $|AB|$

Conceitos Básicos

- Uma reta é um conjunto de pontos.
- Um ponto $A \in r$.
- Intersecção de duas retas é um subconjunto delas. Pode ser um ponto, uma reta, ou o conjunto \emptyset .

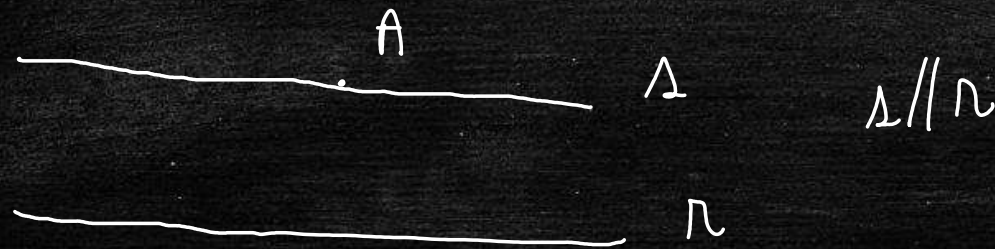
Paralelismo

- $r \cap s = A$ retas concorrentes
 - $r \cap s = r$ retas coincidentes (paralelas iguais)
 - $r \cap s = \emptyset$ retas paralelas (paralelas distintas)
-
- Notação para retas paralelas: $r \parallel s$

Paralelismo

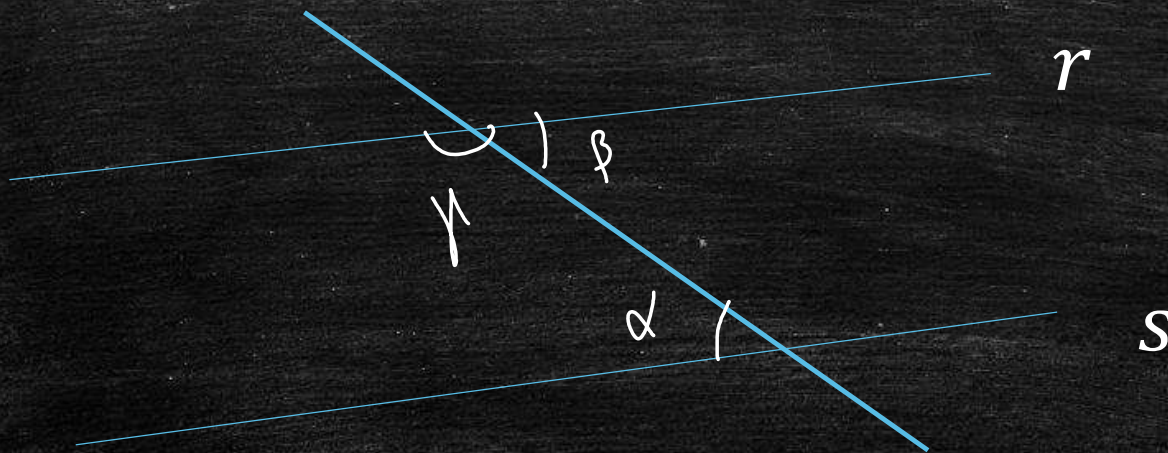
Quinto Postulado de Euclides

Dados uma reta r e um ponto $A \notin r$, existe uma única reta s , $s \parallel r$ e $A \in s$



Paralelismo

Teorema dos Ângulos Alternos Internos



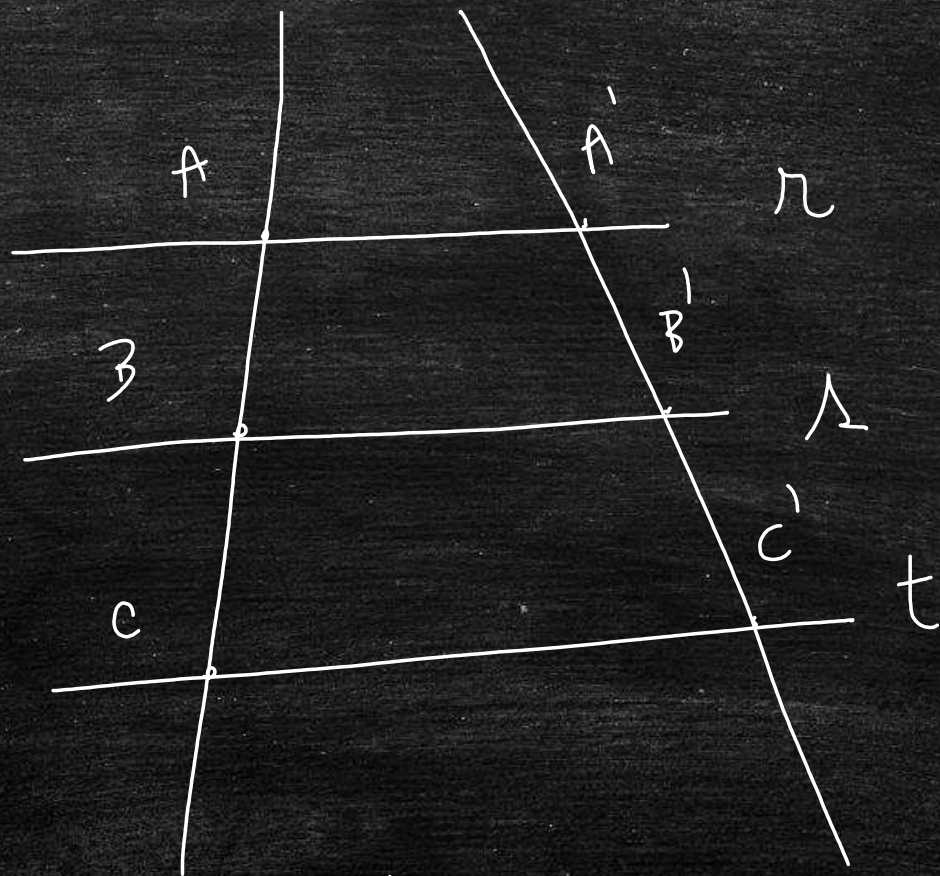
$$r \parallel s \Leftrightarrow \alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma = 180^\circ$$

Paralelismo

Teorema de Tales

Sejam r, s, t retas paralelas. Escolhemos pontos $A, A' \in r, B, B' \in s$ e $C, C' \in t$, de modo que A, B, C e A', B', C' sejam dois ternos de pontos colineares. Então

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}.$$

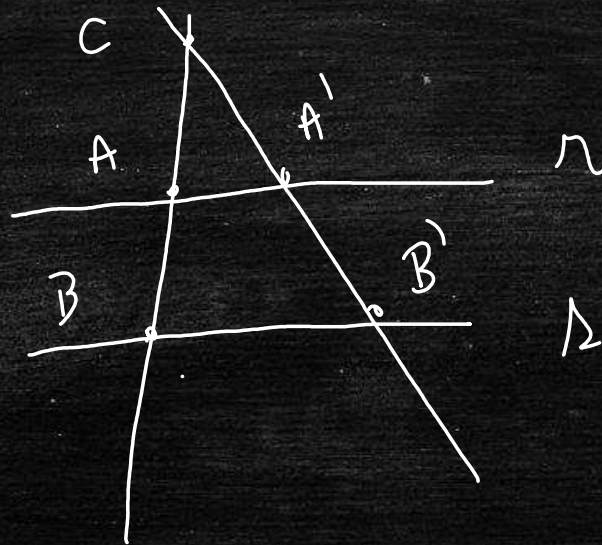


$$r \parallel s \parallel t \Rightarrow \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|}$$

Paralelismo

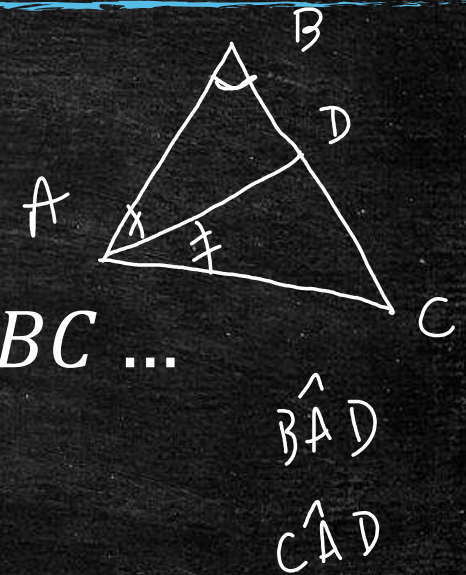
Recíproca Parcial do Teorema de Tales

Sejam retas r, s e pontos $A, A' \in r, B, B' \in s$ com $AB \cap A'B' = \{C\}$. Se $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C}}$ então $r \parallel s$.



Polígonos

- **Vértices:** pontos $A, B, C \dots$
- **Arestas:** lados ou segmentos $AB, BC \dots$
- **Ângulos Internos:** \hat{B} ou $A\hat{B}C$
- **Diagonais:** segmentos AC que não são lados.



Triângulos

- Diremos que três pontos A, B, C são **colineares** se todos pertencerem a uma mesma reta. Caso contrário, diremos que são **não-colineares**.
- Três pontos A, B, C não colineares determinam um triângulo.

Triângulos

▪ Classificação dos Triângulos

▪ Lados. Dizemos que um triângulo é:

Equilátero: se todos os seus lados possuem a mesma medida.

Isósceles: se dois dos seus lados possuem a mesma medida.

Escaleno: se ele não possui dois lados com a mesma medida.

Triângulos

▪ Classificação dos Triângulos

▪ Ângulos Dizemos que um triângulo é

Retângulo: quando um de seus ângulos medir 90°

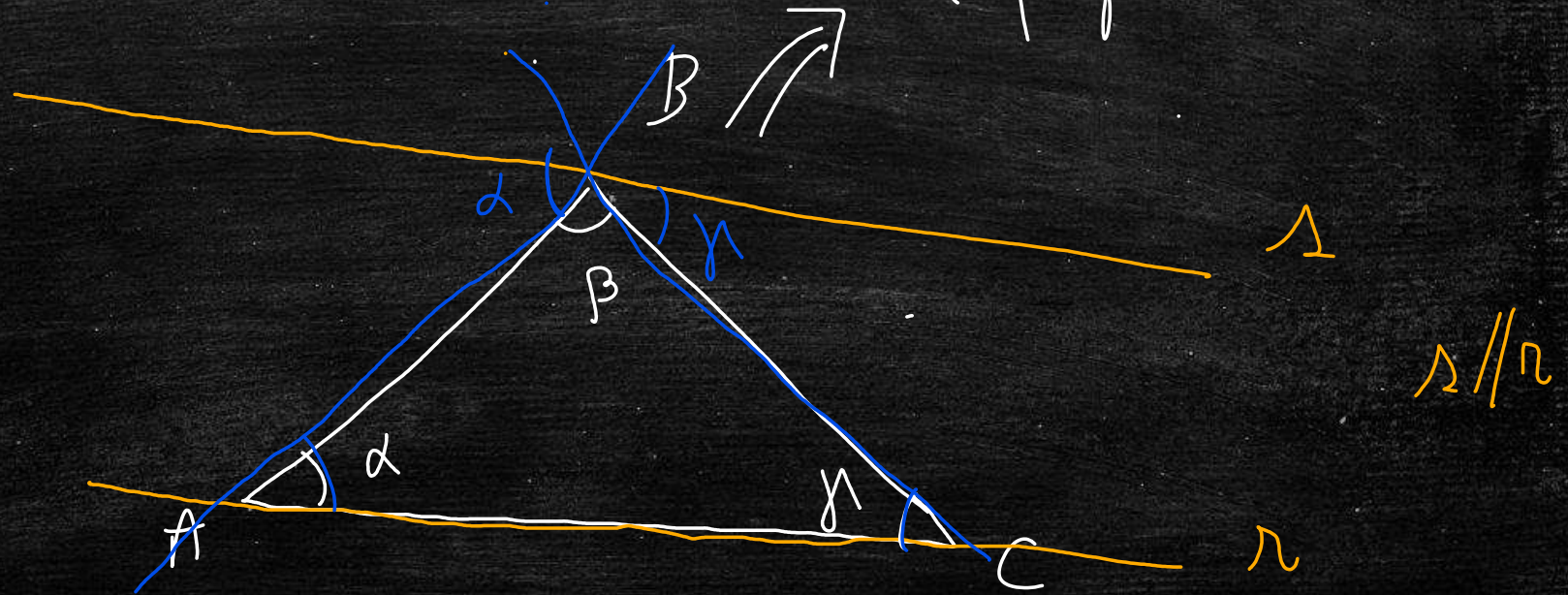
Acutângulo: quando todos os seus ângulos medem menor que 90° .

Obtusângulo: quando um de seus ângulos possuem medida menor do que 90° .

Triângulos

- A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° dos medidas.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



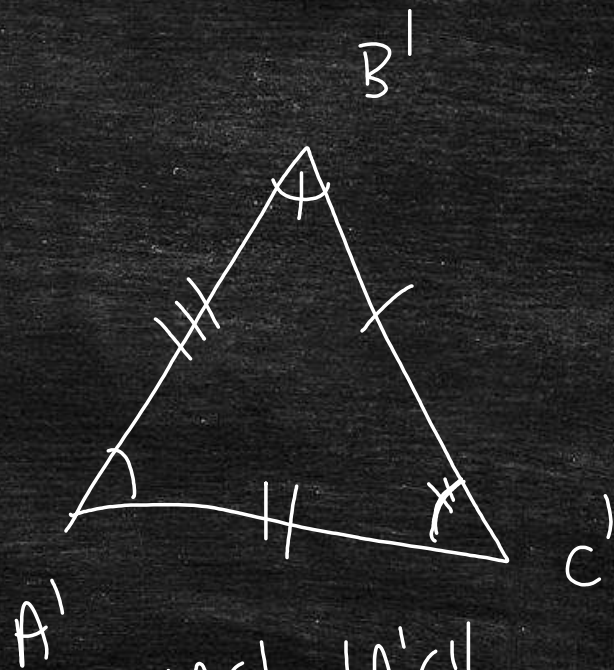
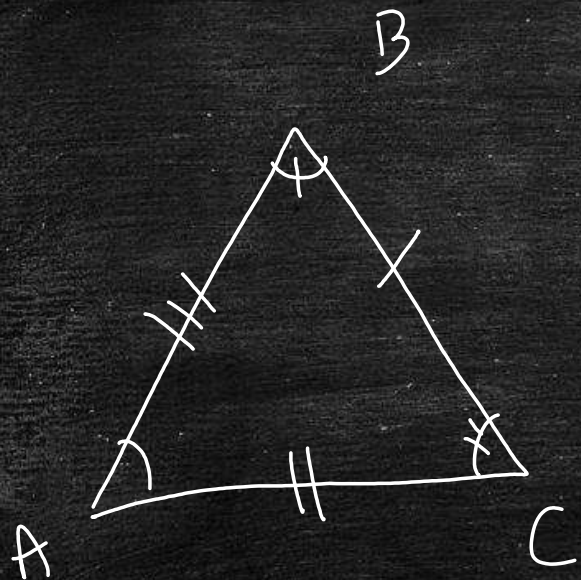
Congruência de Triângulos

Dizemos que dois triângulos ABC e $A'B'C'$ são **congruentes** quando existe uma correspondência biunívoca entre vértices

$$A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', \dots, C \leftrightarrow C'$$

de modo que as medidas dos ângulos em vértices correspondentes, e as medidas dos lados opostos aos vértices correspondentes, sejam todas iguais.

Escrevemos $ABC \equiv A'B'C'$.



$$\begin{aligned} A &\leftrightarrow A' \\ B &\leftrightarrow B' \\ C &\leftrightarrow C' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m(\hat{A}) &= m(\hat{A}') \\ m(\hat{B}) &= m(\hat{B}') \\ m(\hat{C}) &= m(\hat{C}') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |AC| &= |A'C'| \\ |AB| &= |B'C'| \\ |BC| &= |B'C'| \end{aligned}$$

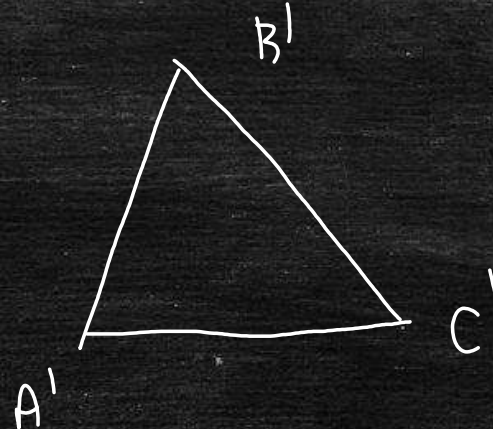
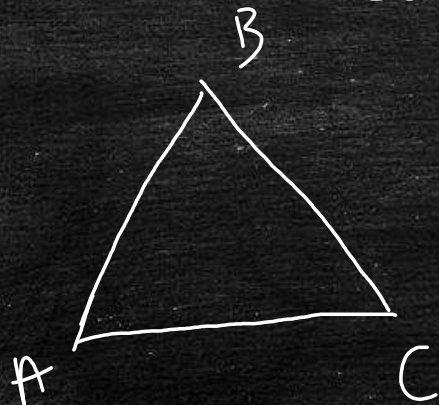
ABC e $A'B'C'$ são congruentes



Congruência de Triângulos

Casos de Congruência

1) LLL



$$|AB| = |A'B'|$$

$$|BC| = |B'C'|$$

$$|AC| = |A'C'|$$

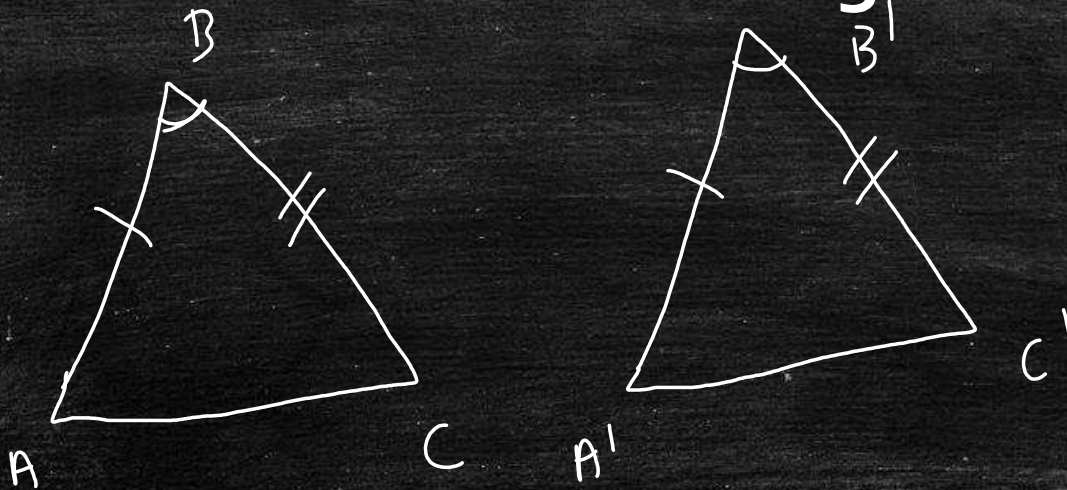


$$ABC \sim A'B'C'$$

Congruência de Triângulos

Casos de Congruência

2) LAL



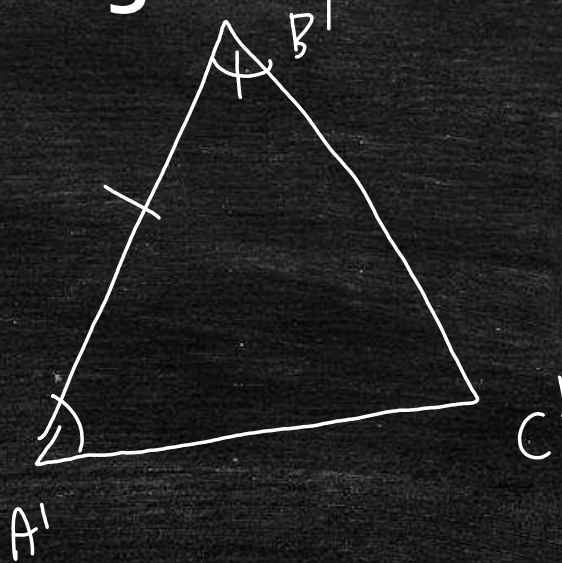
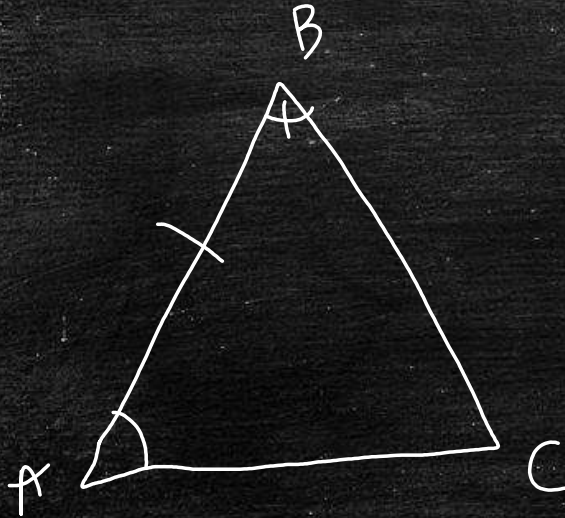
$$\begin{aligned} |AB| &= |A'B'| \\ |BC| &= |B'C'| \\ m(\hat{B}) &= m(\hat{B}') \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} |AB| = |A'B'| \\ |BC| = |B'C'| \\ m(\hat{B}) = m(\hat{B}') \end{array} \right\} \Rightarrow ABC \sim A'B'C'$$

Congruência de Triângulos

Casos de Congruência

3) ALA



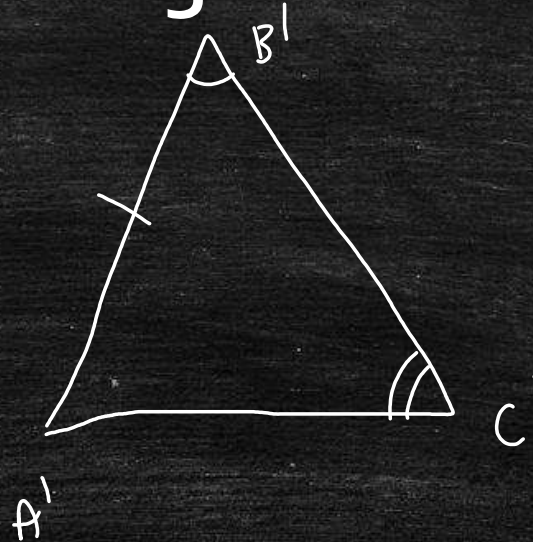
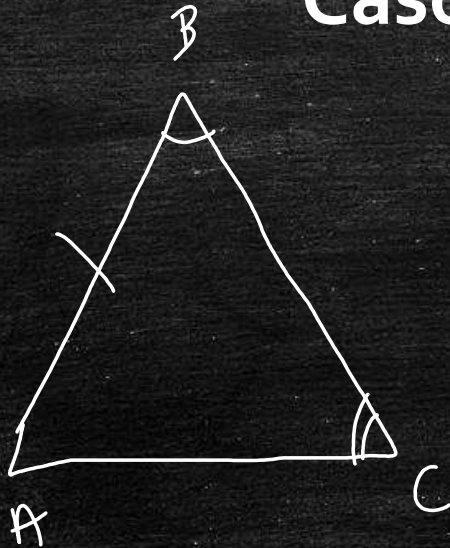
$$\left. \begin{array}{l} m(\hat{A}) = m(\hat{A}') \\ m(\hat{B}) = m(\hat{B}') \\ |AB| = |A'B'| \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$ABC \sim A'B'C'$$

Congruência de Triângulos

Casos de Congruência

4) LAA₀



$$\begin{aligned} |AB| &= |A'B'| \\ m(\hat{B}) &= m(\hat{B}') \\ m(\hat{C}) &= m(\hat{C}') \end{aligned}$$



$$ABC \sim A'B'C'$$