Computação III - 2º semestre de 2023

Provão - Data de entrega: 21/11/2023

1. A lei adiabática dos gases é dada por $PV^\gamma = c$, onde c e γ são constantes. Estime os valores destas constantes para a tabela

V	10	20	30	40
P	6.0	2.2	1.3	0.8

usando um método de mínimos quadrados.

2. Seja V um espaço vetorial real munido de um produto interno $\langle\ ,\ \rangle$ e sejam $v_1, \ldots, v_n$ vetores de V *linearmente independentes*. Defina a matriz A por

$$a_{ij} = \langle v_i, v_j \rangle, \quad 1 \leq i, j \leq n.$$

Prove que A é simétrica definida positiva.

3. Se $\{p_k\}_{k\geq 0}$ é a família dos polinômios de Legendre, mostre que $\{q_k\}_{k\geq 0}$ é uma família de polinômios ortogonais em relação ao produto interno

$$\langle u, v \rangle = \int_a^b u(t)v(t)\, dt$$

onde

$$q_k(t) = p_k(\varphi(t)) \text{ com } \varphi(t) = \frac{2t - (a+b)}{b-a}.$$

Apresente q_0, q_1, q_2 e q_3 quando $a = 0$ e $b = 1$.

4. Sejam x_0 e x_1 dois números reais distintos. Considere a seguinte tabela para uma função f derivável em um intervalo contendo estes números:

x	x_0	x_1
f	y_0	y_1
f'	y'_0	y'_1

Prove que existe um único polinômio $q_3(x)$ de grau menor ou igual a 3 tal que

$$q_3(x_i) = y_i, \quad q'_3(x_i) = y'_i, \quad i = 1, 2.$$