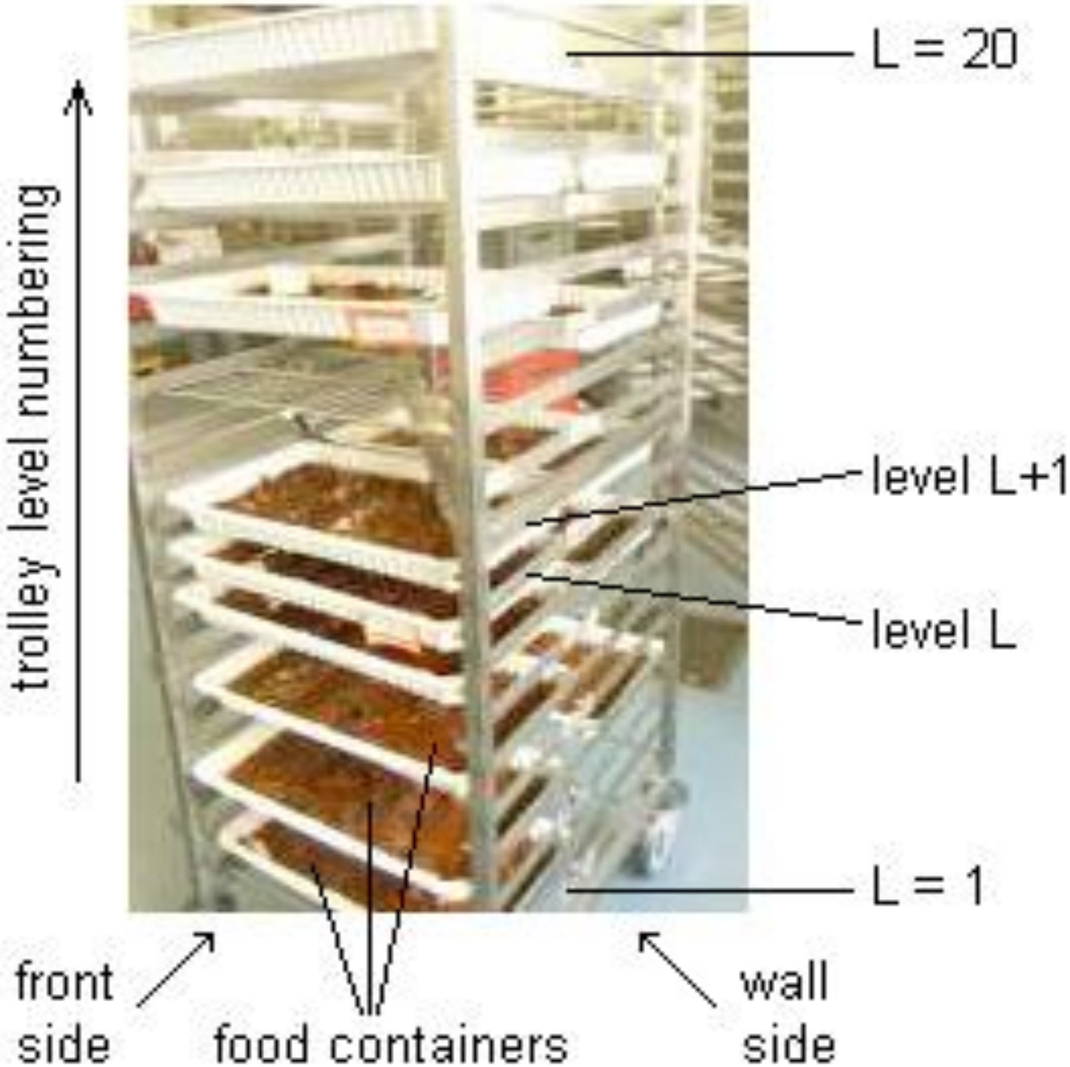
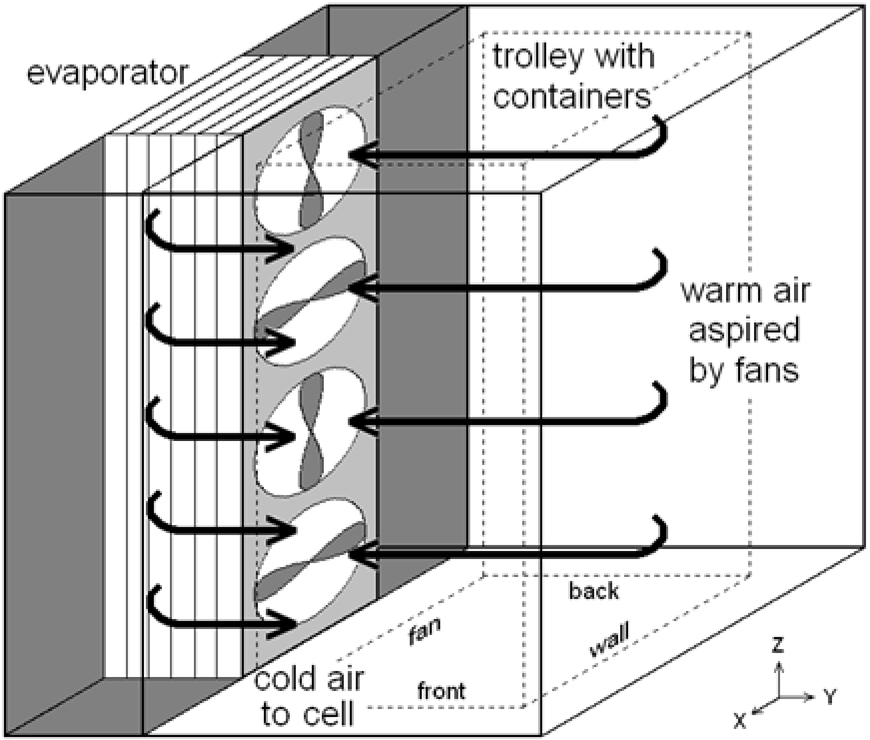
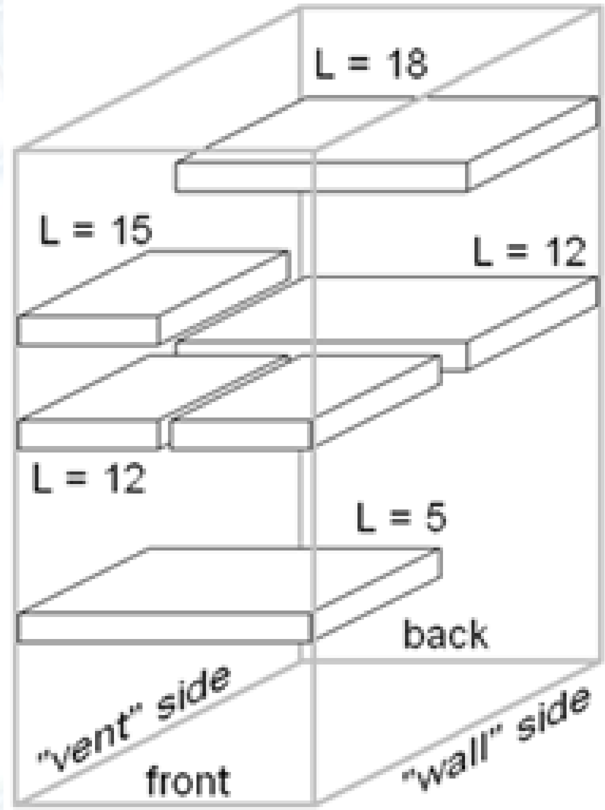
Resfriamento rápido de refeições

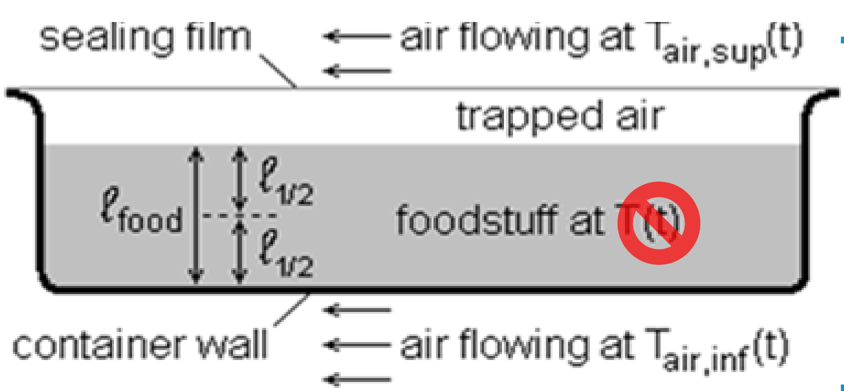


Resfriamento rápido de refeições





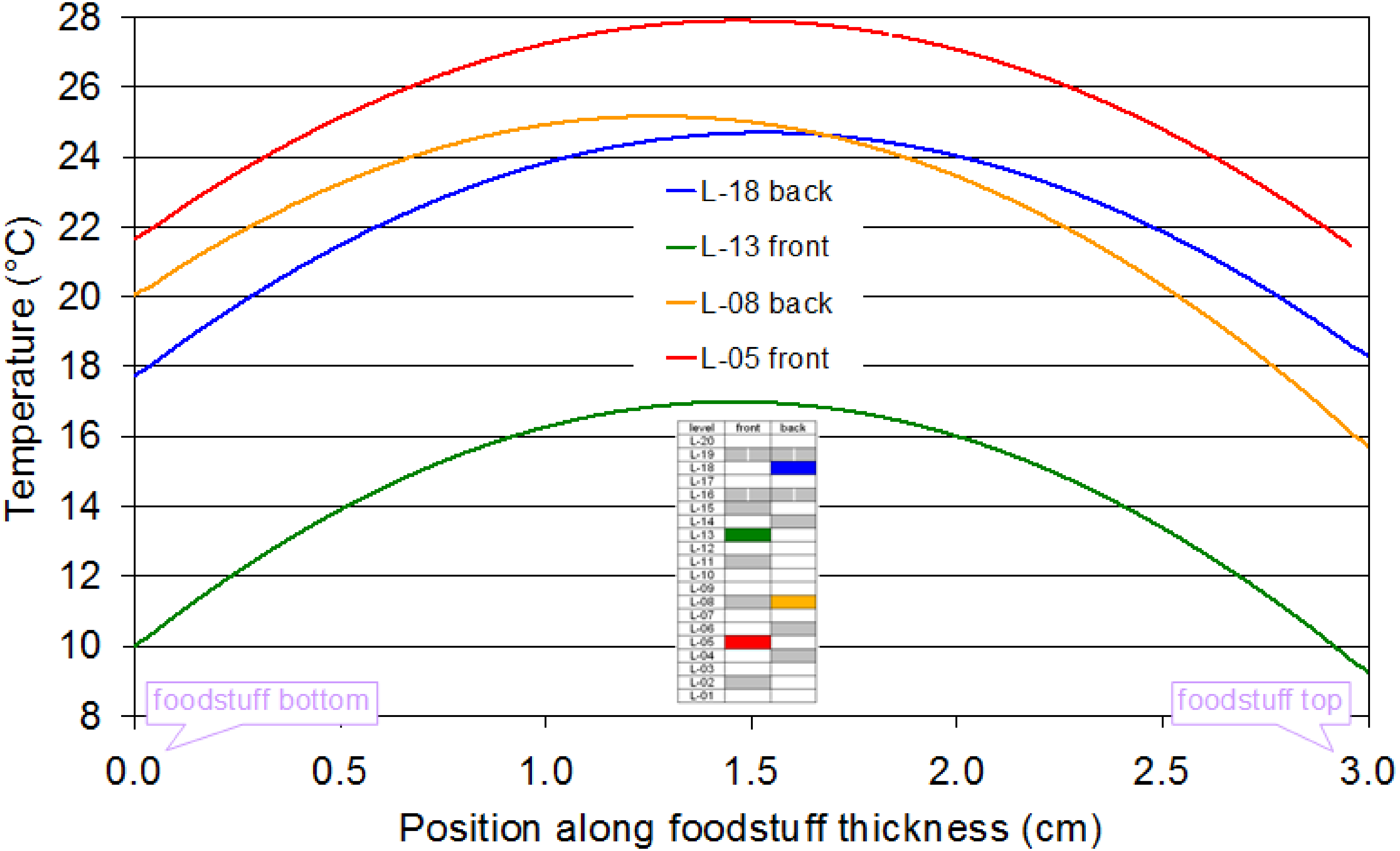
level	front	back
L-20		
L-19		
L-18		
L-17		
L-16		
L-15		
L-14		
L-13		
L-12		
L-11		
L-10		
L-9		
L-8		
L-7		
L-6		
L-5		
L-4		
L-3		
L-2		
L-1		



$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

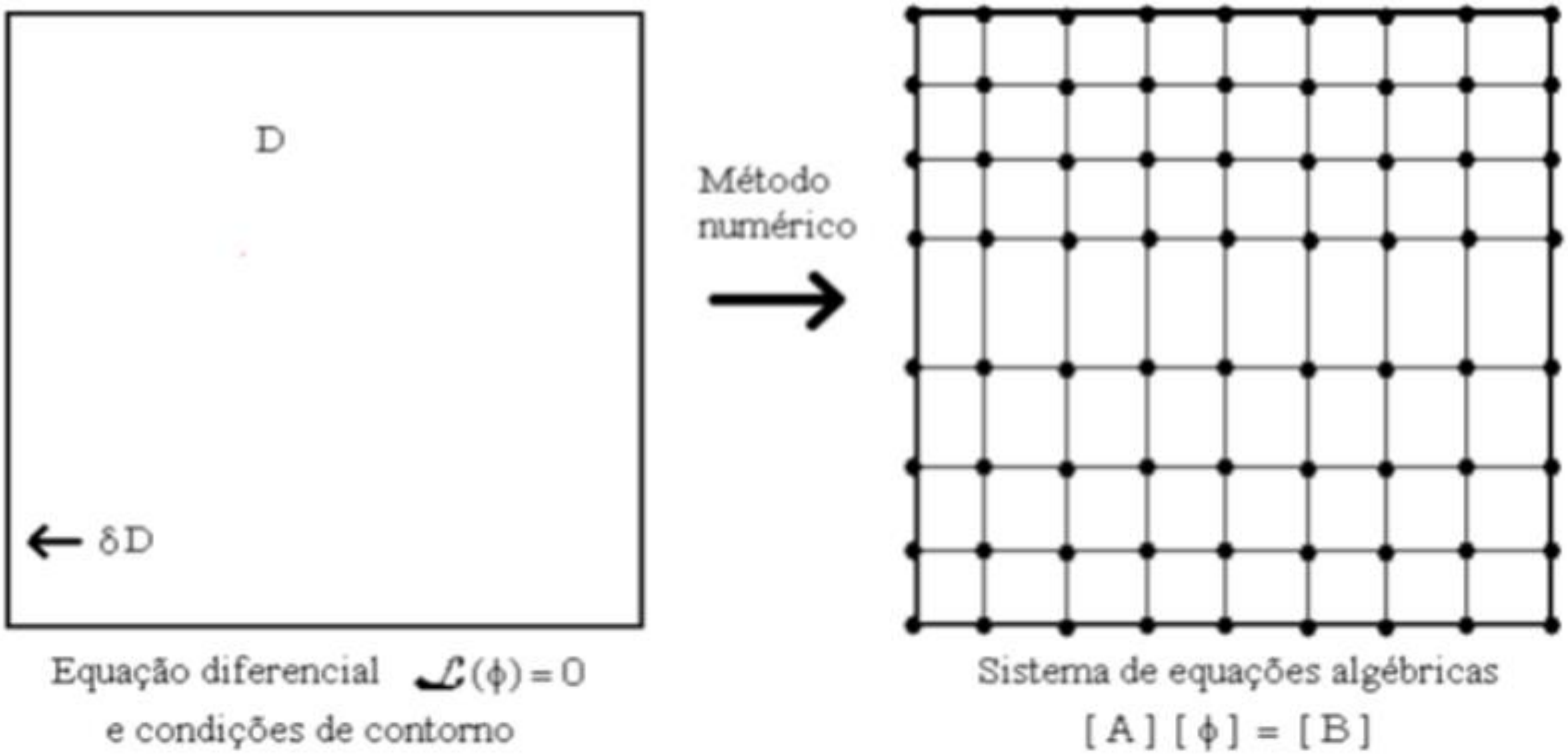
representação esquemática

Resfriamento rápido de refeições



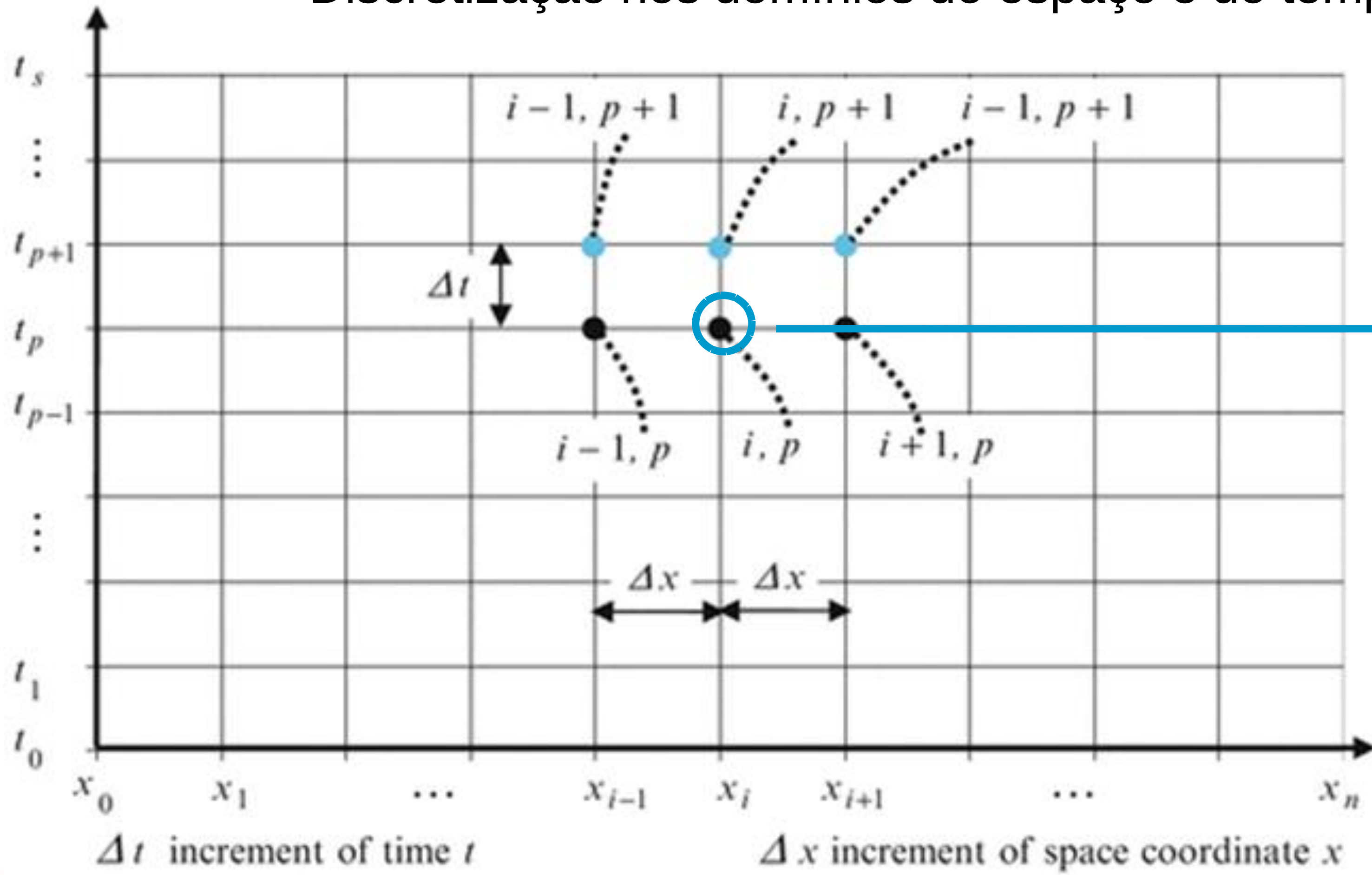
MDF: tarefa do método numérico

- Função incógnita: substituir derivadas (nas equações diferenciais governantes) por expressões algébricas
  - Solução em número finito de pontos ↔ malha computacional



Ex.: MDF condução 1-D transiente

- MDF: aproximação das derivadas da função incógnita
  - Discretização nos domínios do espaço e do tempo $\rightarrow$ $T = T(x,t)$



$$T(x,t) = T_{i,p}$$

em que:

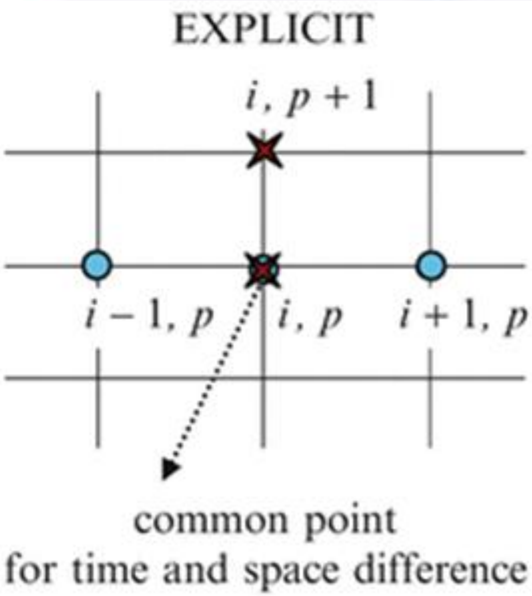
$$x = i \cdot \Delta x$$

$$t = p \cdot \Delta t$$

$$\Delta x = L/n$$

$$\Delta t = ???$$

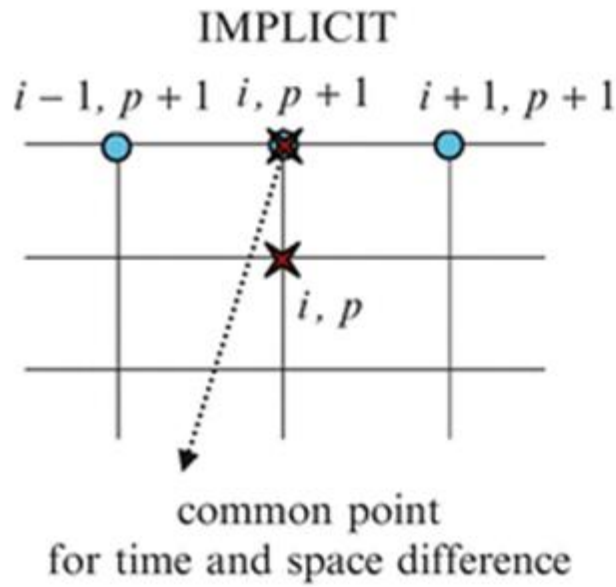
Formulação: explícita vs. implícita



✕ point involved in time difference

● point involved in space difference

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$



$$\left.\frac{\partial T}{\partial t}\right|_{i,p} \cong \frac{T_{i,p+1} - T_{i,p}}{\Delta t}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,p} = \frac{T_{i+1,p} - 2T_{i,p} + T_{i-1,p}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,p} = \frac{T_{i+1,p+1} - 2T_{i,p+1} + T_{i-1,p+1}}{(\Delta x)^2}$$

Formulação explícita: estabilidade

- MDF condução 1-D transiente: formulação explícita

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \xrightarrow{\text{explícita}} \frac{T_{i,p+1} - T_{i,p}}{\Delta t} = \alpha \frac{T_{i+1,p} - 2T_{i,p} + T_{i-1,p}}{(\Delta x)^2}$$

$$\downarrow$$

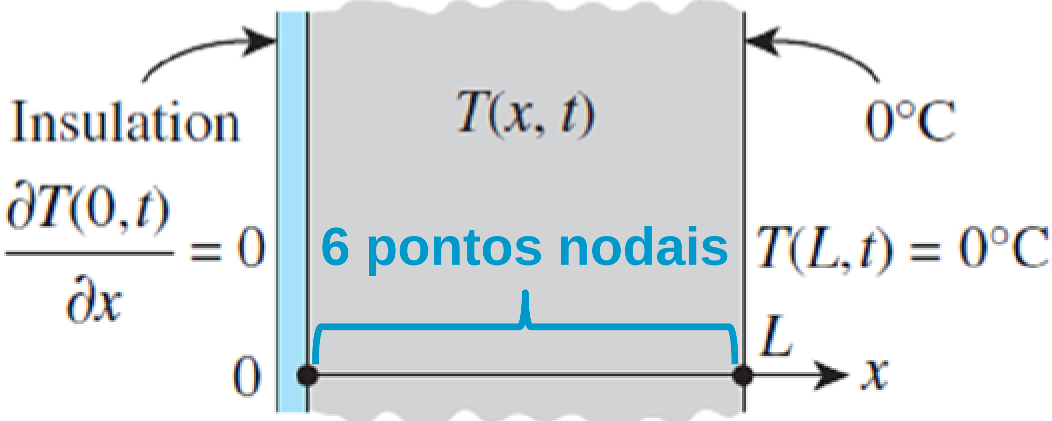
$$T_{i,p+1} = r(T_{i+1,p} + T_{i-1,p}) + (1-2r)T_{i,p} \quad , \quad r = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}$$

- Formulação explícita: critério de estabilidade numérica

$$0 < r \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{r = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta x)^2}} \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2\alpha}$$

Ex: resfriamento de placa (sem fonte)

Condução de calor - regime transiente sem geração interna: $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$



$$T(x,0) = 200^\circ \text{C} \qquad L = 0.020\,\text{m}$$

$$\alpha = 1\times 10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s} \qquad \Delta t = 8\,\text{s}$$

$$\Delta x = 0.004\,\text{m} \qquad \therefore \; r = 1/2$$

$$i = 0: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{T_{1,p+1} - T_{0,p+1}}{\Delta x} = 0 \;\Rightarrow\; T_{0,p+1} = T_{1,p+1}$$

$$1 \le i \le 4: \; T_{i,p+1} = r(T_{i-1,p} + T_{i+1,p}) + (1-2r)T_{i,p} \Rightarrow T_{i,p+1} = \frac{T_{i-1,p} + T_{i+1,p}}{2}$$

$$i = 5: \quad T_{5,p+1} = 0^\circ \text{C} \qquad 0 \le i \le 5: \quad T_{i,0} = 200^\circ \text{C}$$