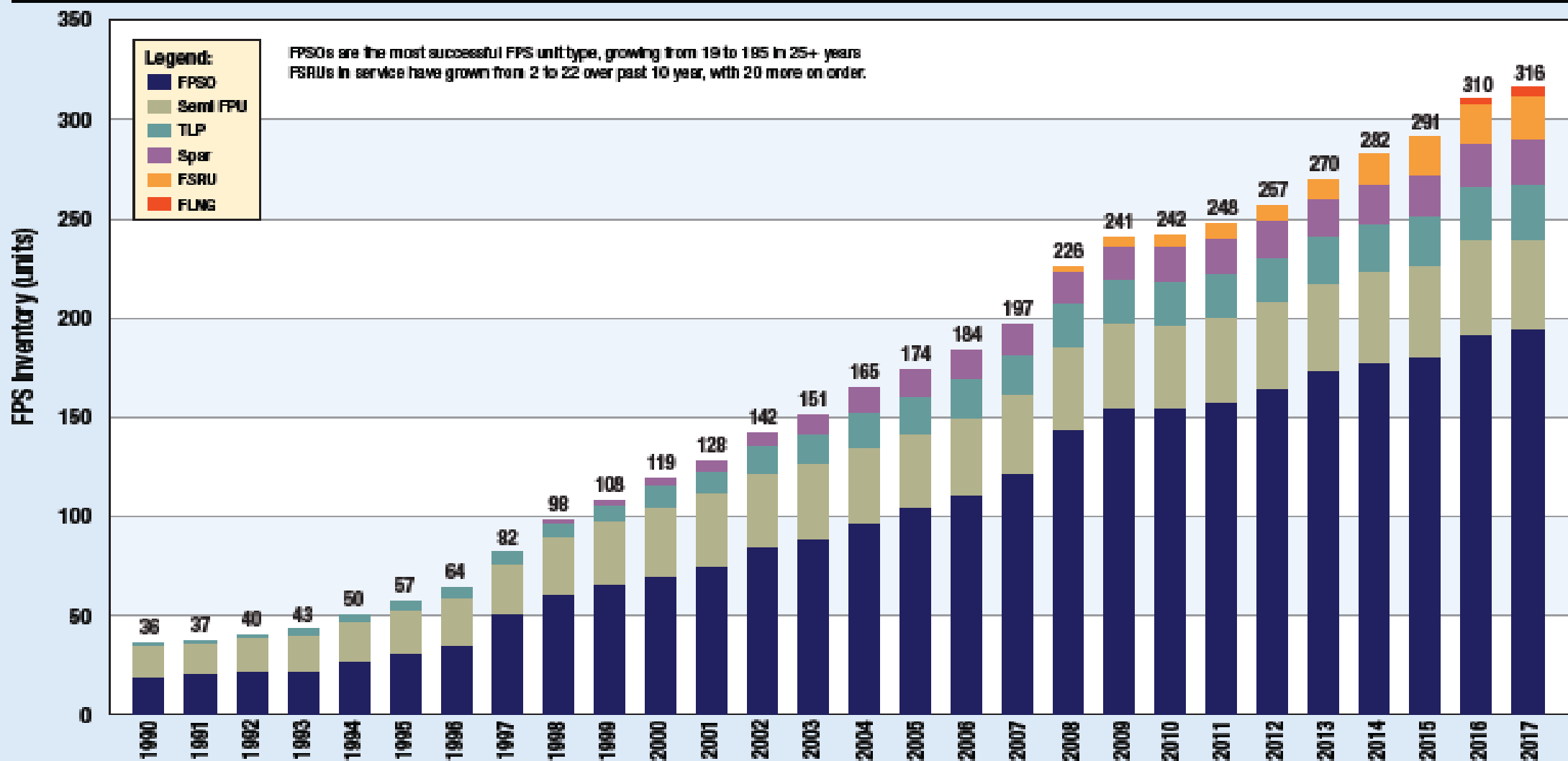


PLATFORMA SEMI SUBMERSÍVEL
ASPECTOS DO PROJETO

SEMI SUB

Segundo Principal Tipo de Plataforma Flutuante

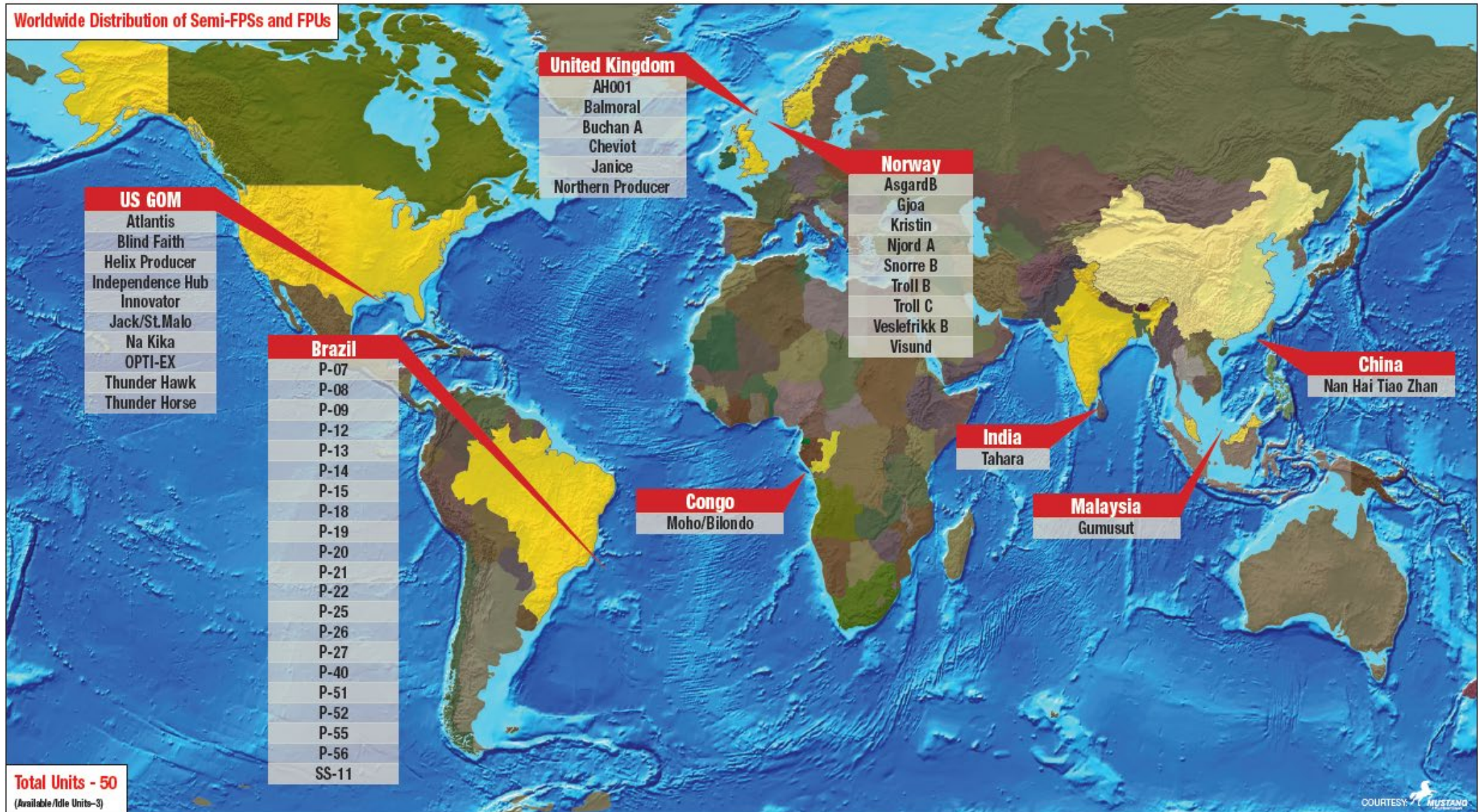
Floating Production Systems Growth (1990-2017) * (Excludes: MOPUs, FS0s, FS0S)



Source: Energy Maritime Associates; www.energy-maritimessocietes.com

SEMI SUB

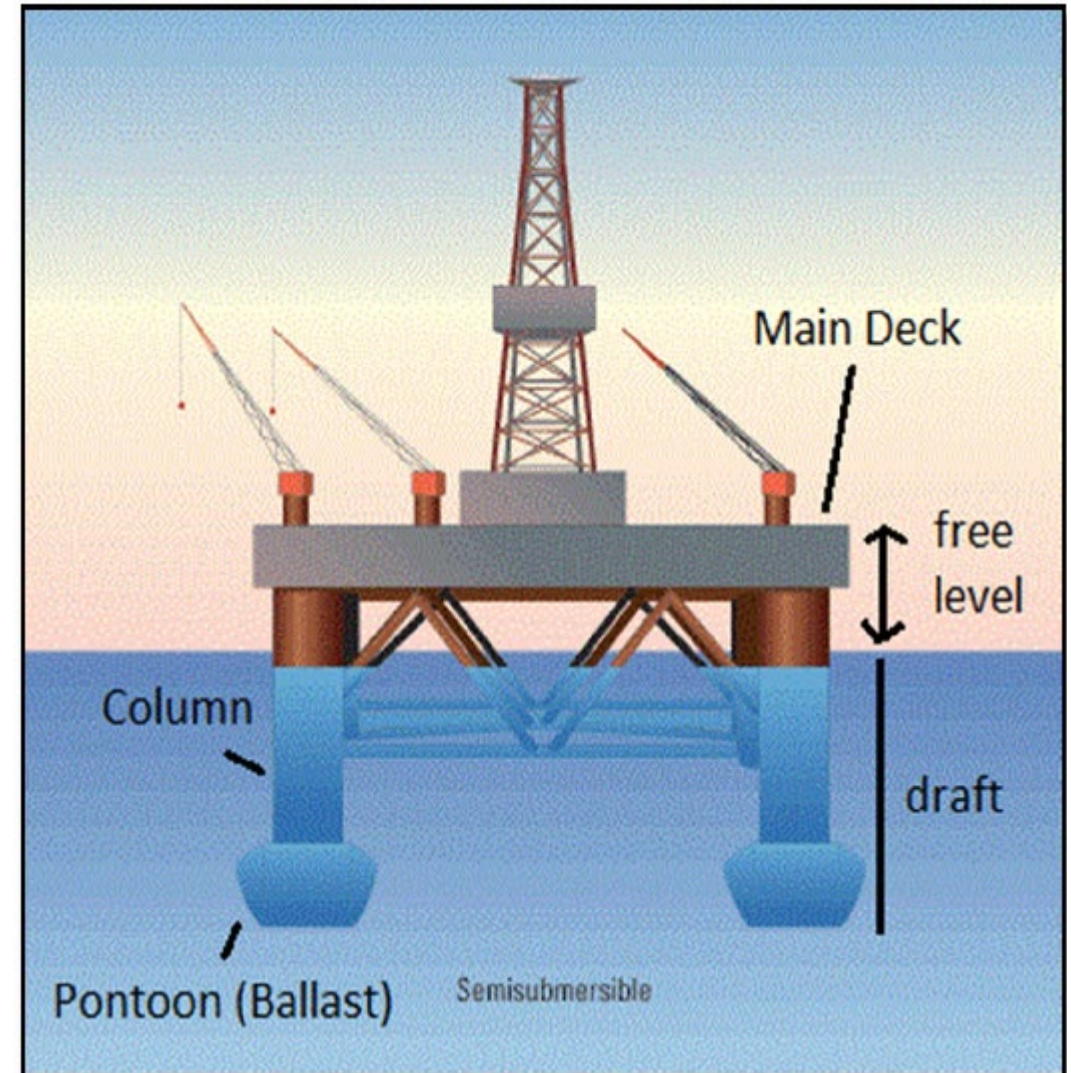
Brasil - Principal Locação de Semi Subs (2011)



SEMI SUB

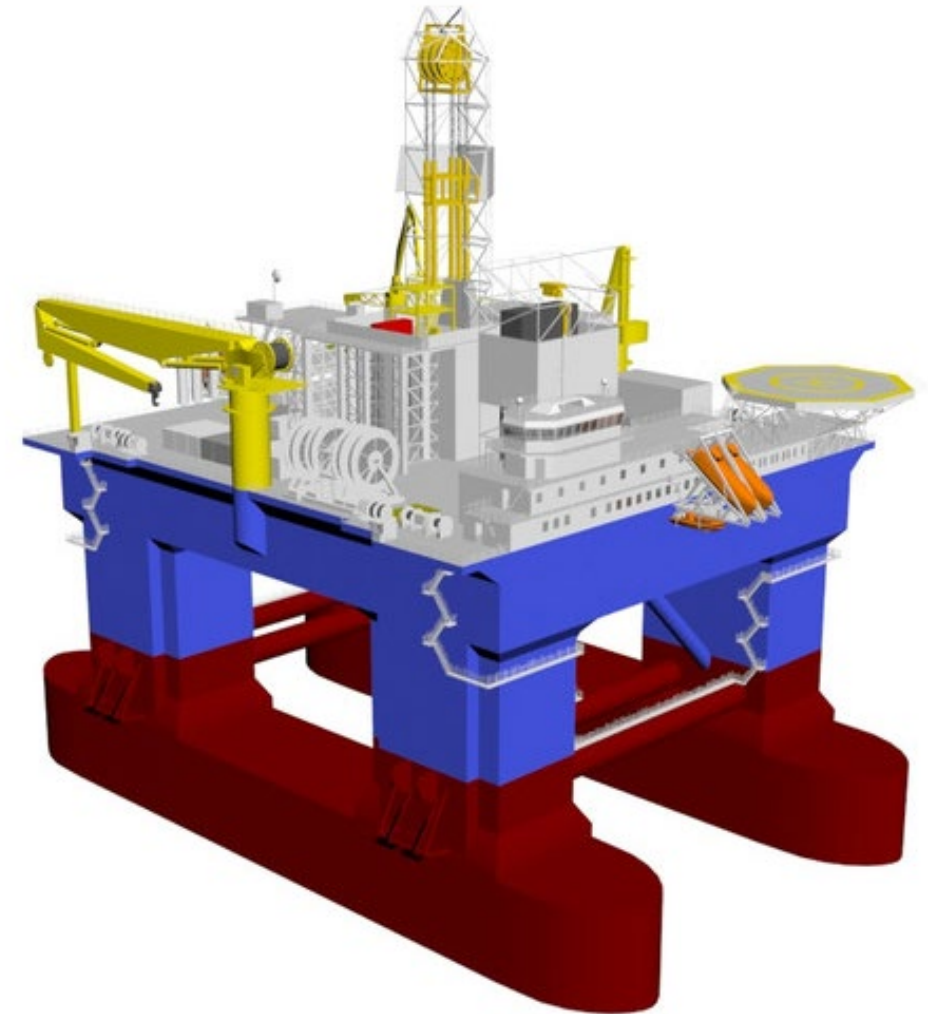
Elementos

- Pontoons
- Colunas
- Topside (Planta e Convés)



SEMI SUB

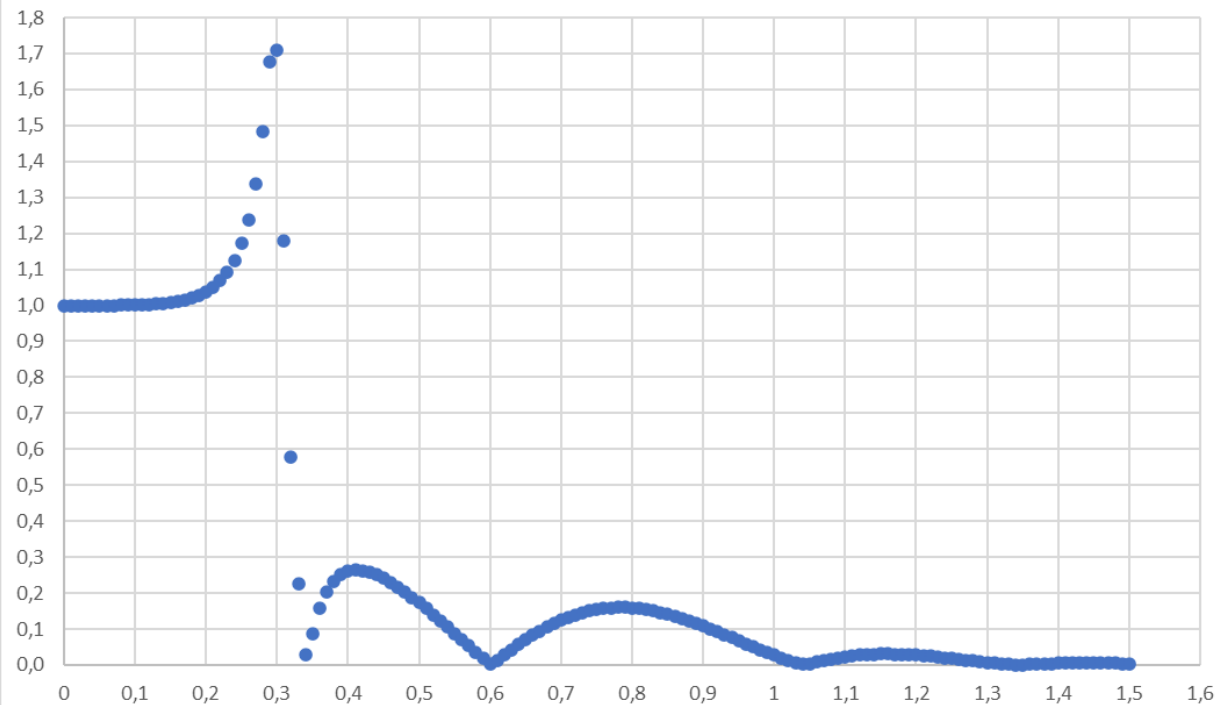
- **FUNÇÕES PRINCIPAIS**
- **Suportar a Planta de Produção**
- **Suportar os Risers**
- **Exportar o Óleo Produzido**
- **Exportar o Gás produzido**



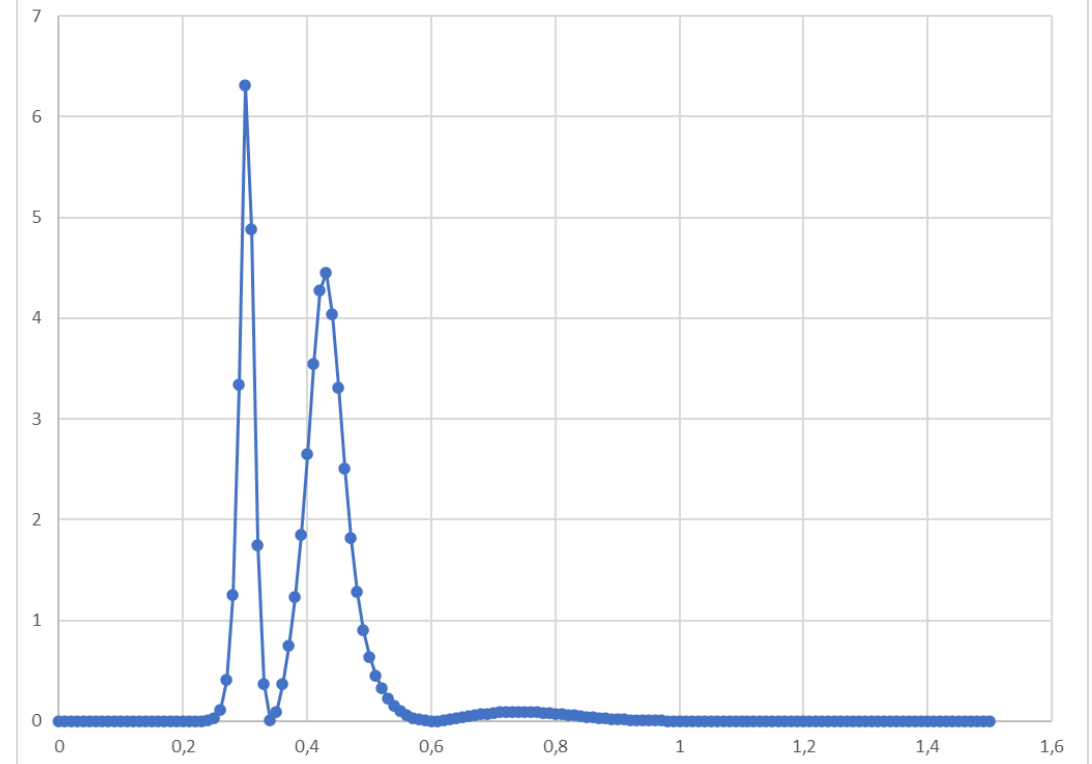
SEMI SUB

- PRINCIPAIS REQUISITOS DE DESEMPENHO
- Flutuabilidade: Peso = Empuxo
- Estabilidade Inicial: $GM > 0$
- Resistência Estrutural
- Comportamento no Mar (movimentos de 1ª ordem)

RAO Heave



Espectro de Heave



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR

- Comportamento no Mar (movimentos de 1ª ordem) – Heave, Roll, Pitch, Surge, Sway e Yaw
- Comportamento Dinâmico equivalente a um sistema massa/mola/amortecedor excitado pela força das ondas – sistema dinâmico de segunda ordem

$$(M + M_a) \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = F_H$$

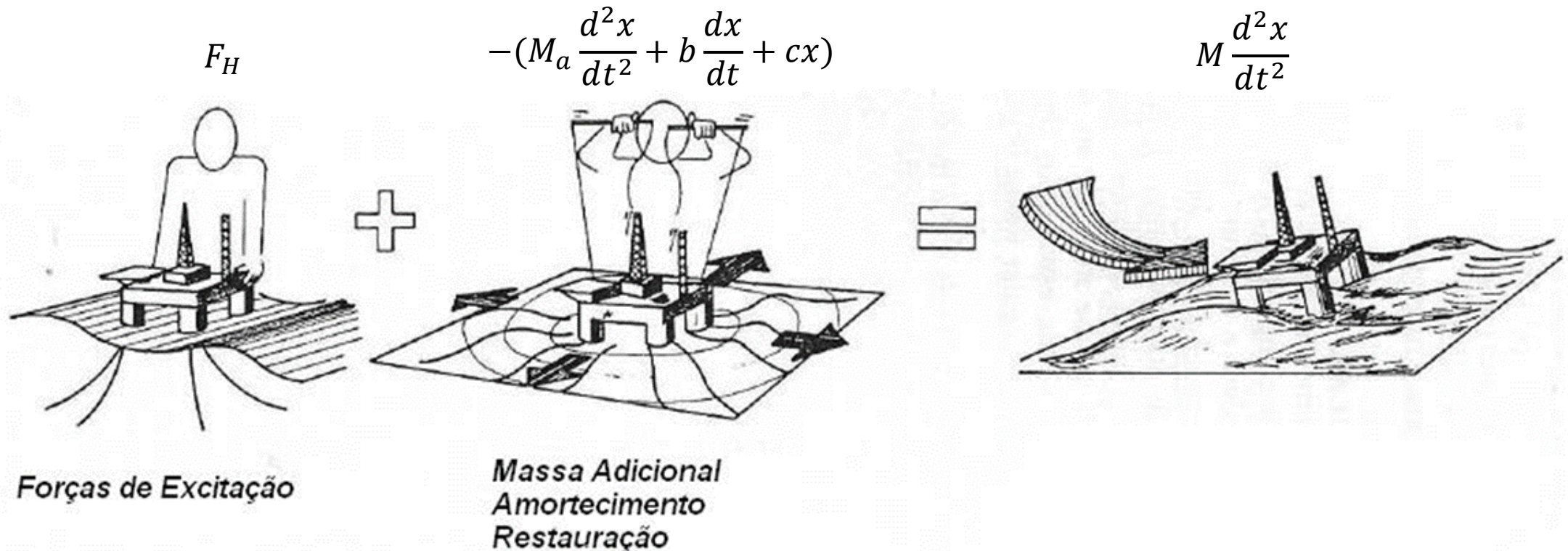
M = massa

M_a = massa adicional

b = coeficiente de amortecimento

c = coeficiente de restauração

F_H = força hidrodinâmica



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR

Comportamento no Mar (movimentos de 1ª ordem) – Heave, Roll, Pitch, Surge, Sway e Yaw

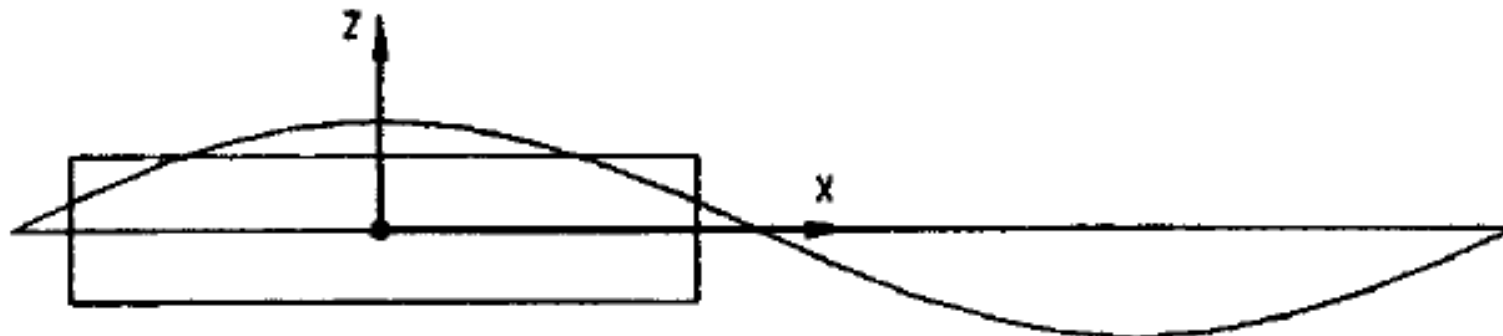
- ▶ Movimentos no plano vertical - resposta à ação das ondas
 - ▶ Os movimentos de **heave, roll e pitch, tanto isolados como combinados**, induzem movimentos verticais em qualquer posição da plataforma!
 - ▶ Esta é a maior preocupação em termos de comportamento no mar, pois podem produzir deslocamentos e acelerações excessivas no convés (planta de produção) e nas conexões com os Risers e Linhas de Ancoragem;
 - ▶ Esses movimentos têm **restauração hidrostática** e, portanto **frequências naturais naturalmente definidas**.
 - ▶ Os movimentos de Surge, Sway e Yaw produzem deslocamentos no plano horizontal, cujas frequências naturais dependem da rigidez do sistema de ancoragem.

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO - F_H

As Forças de Excitação das ondas são aquelas que resultam da ação das ondas sobre um corpo flutuante estacionário na superfície do mar.

Estas Forças Hidrodinâmicas das ondas podem ser divididas em duas componentes:

- Força da Onda Incidente = Força de Froude-Krylov = força devido ao campo de pressões produzido com a passagem das ondas
- Força de Difração = Força resultante da distorção no escoamento produzida pela presença do corpo no escoamento das ondas



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – Froude-Krylov

A Força de Froude-Krylov é resultante do campo de pressão produzido pela passagem das ondas

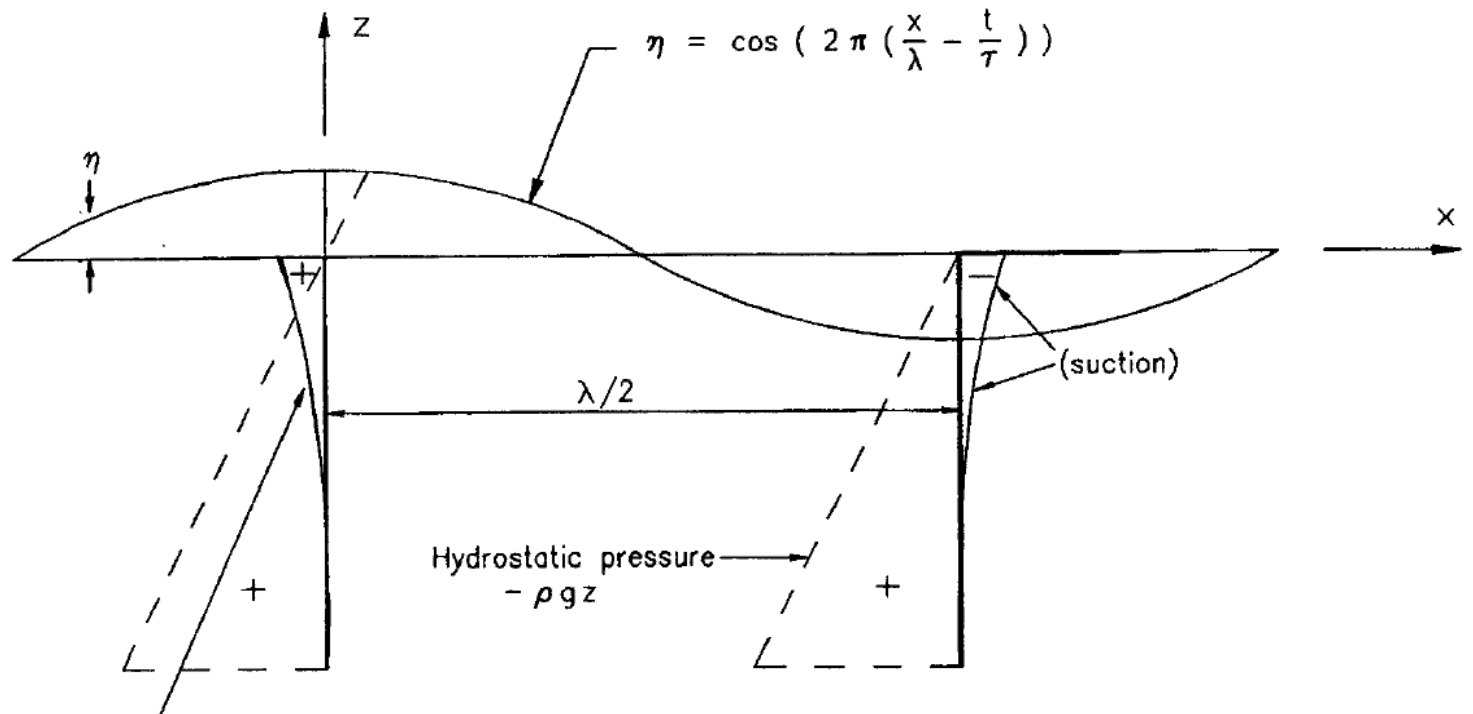
$$p_{FK} = \rho g \eta e^{kz}$$

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$H =$ altura da onda

$\lambda =$ comprimento da onda



$$p_{FK} = \rho g \eta \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(k+d)}$$

$$k = 2\pi/\lambda$$

$\tau =$ wave period

in deep water the pressure becomes:

$$p_{FK} = \rho g \eta e^{kz}$$

For simplicity, the deep water formula will be used in the following sections and, except when considering non-linear effects, the wave height will be assumed small so that integration to the water surface is equivalent to integration to $z = 0$.

Figure 5A.1 Froude-Krylov pressure generated by a passing wave (linear wave theory)

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – DIFRAÇÃO

Se um corpo sólido estiver imerso em um escoamento fluido ele vai distorcer o escoamento e alterar a distribuição de pressão. O efeito é complexo e pode ser calculado teoricamente pela Teoria de Difração.

Como primeira aproximação este efeito pode ser tratado como se uma massa adicional de fluido fosse retida pelo corpo, resultando numa força sobre o corpo igual a:

$$F_{MA} = M_A a_{fluido}$$

Onde:

F_{MA} = força da massa adicional

M_A = massa adicional

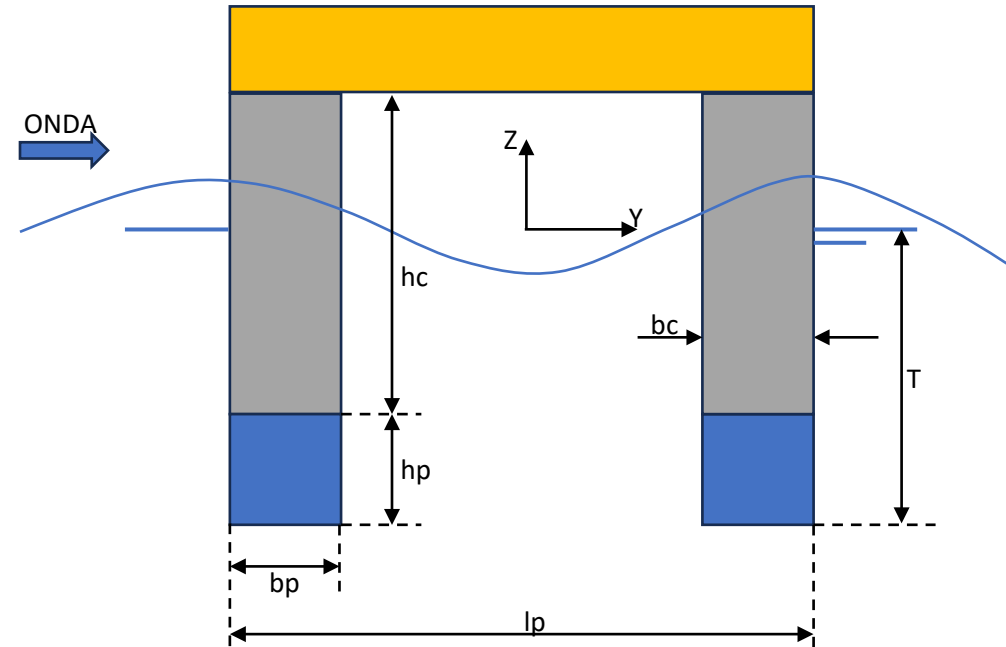
a_{fluido} = aceleração do fluido

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – ONDA

Considere uma onda de pequena amplitude se propagando na direção positiva de y . Da Teoria Linear de Ondas tem-se que:

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(ky - \omega t) = \text{perfil da onda}$$

$$\phi = \frac{gH\tau}{4\pi} e^{kz} \sin(ky - \omega t) = \text{potencial de velocidades; onde: } \tau = \textit{período da onda}$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – ONDA

$$\eta = \frac{H}{2} \cos(ky - \omega t) = \text{perfil da onda}$$

$$\phi = \frac{gH\tau}{4\pi} e^{kz} \sin(ky - \omega t) = \text{potencial de velocidades; onde: } \tau = \textit{período da onda}$$

$$\dot{y} = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\pi H}{\tau} e^{kz} \cos(ky - \omega t) = \text{velocidade na direção y}$$

$$\ddot{y} = \frac{2\pi^2 H}{\tau^2} e^{kz} \sin(ky - \omega t) = \text{aceleração na direção y}$$

$$\dot{z} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\pi H}{\tau} e^{kz} \sin(ky - \omega t) = \text{velocidade na direção z}$$

$$\ddot{z} = -\frac{2\pi^2 H}{\tau^2} e^{kz} \cos(ky - \omega t) = \text{aceleração na direção z}$$

$$p = \rho g \eta e^{kz} = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - \omega t) = \text{pressão}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega^2}{g} = \text{relação de dispersão; onde: } \omega = \text{frequência da onda} = \frac{2\pi}{\tau}$$

$\lambda = \textit{comprimento da onda}$

H = altura da onda

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – ONDA

Considere a Semi Sub da figura, representado por um casco com dois pontoons e quatro colunas, sofrendo a incidência de uma onda de través que se propaga na direção de y positivo (incidência a 90°).

As dimensões da Semi Sub são dadas por:

l_p = comprimento dos pontoons

l_d = comprimento dos pontoons descoberto de colunas

h_p = altura dos pontoons

b_p = boca dos pontoons

d_p = distância entre os centros dos pontoons

b_c = boca das colunas

l_c = largura das colunas

h_c = altura das colunas

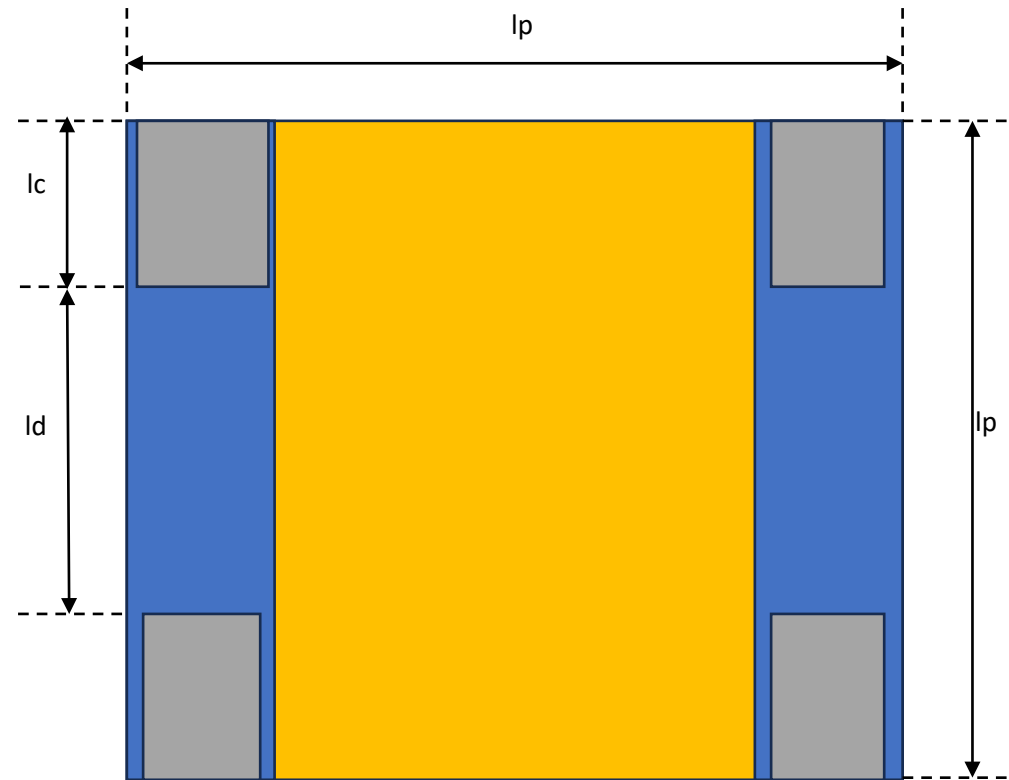
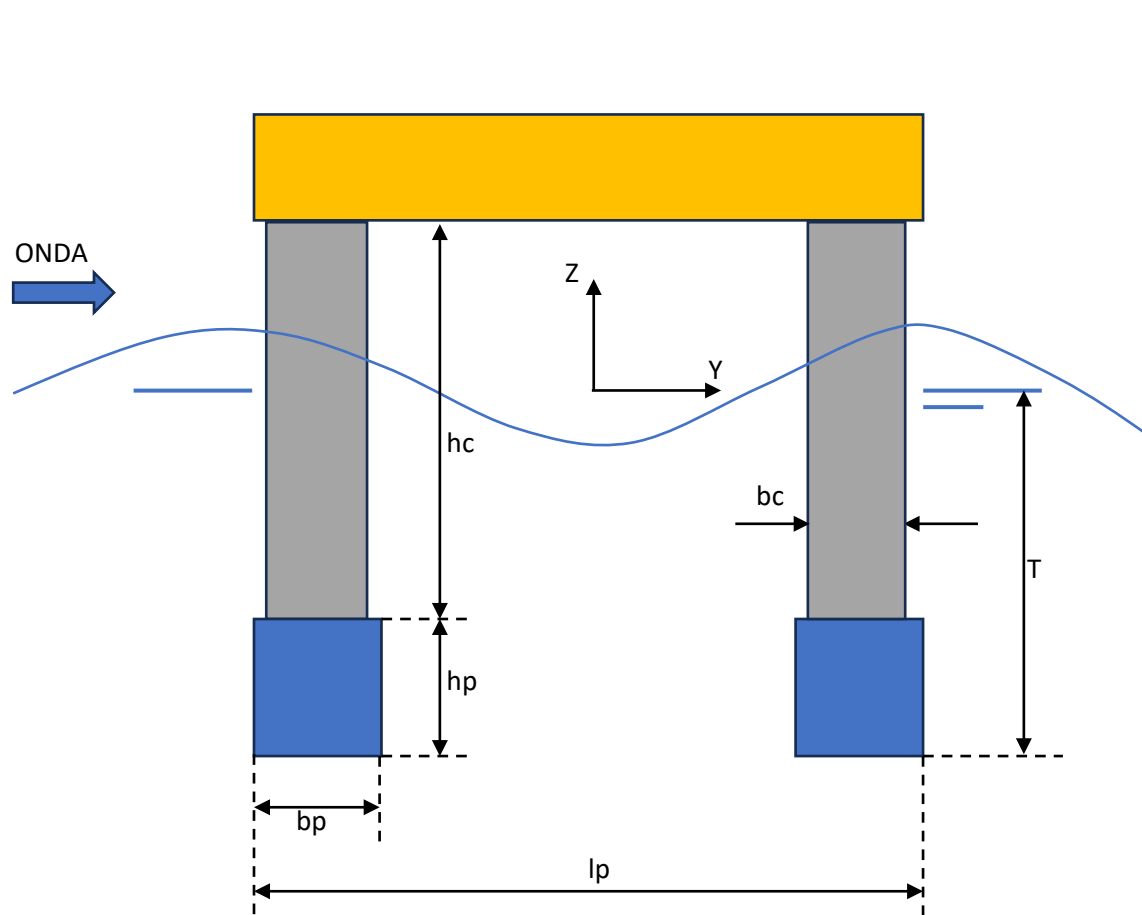
T = calado

ONDA



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS HIDRODINÂMICAS DE EXCITAÇÃO – ONDA

Considere que a Semi Sub seja quadrada e composta por colunas também quadradas ($l_c = b_c$)



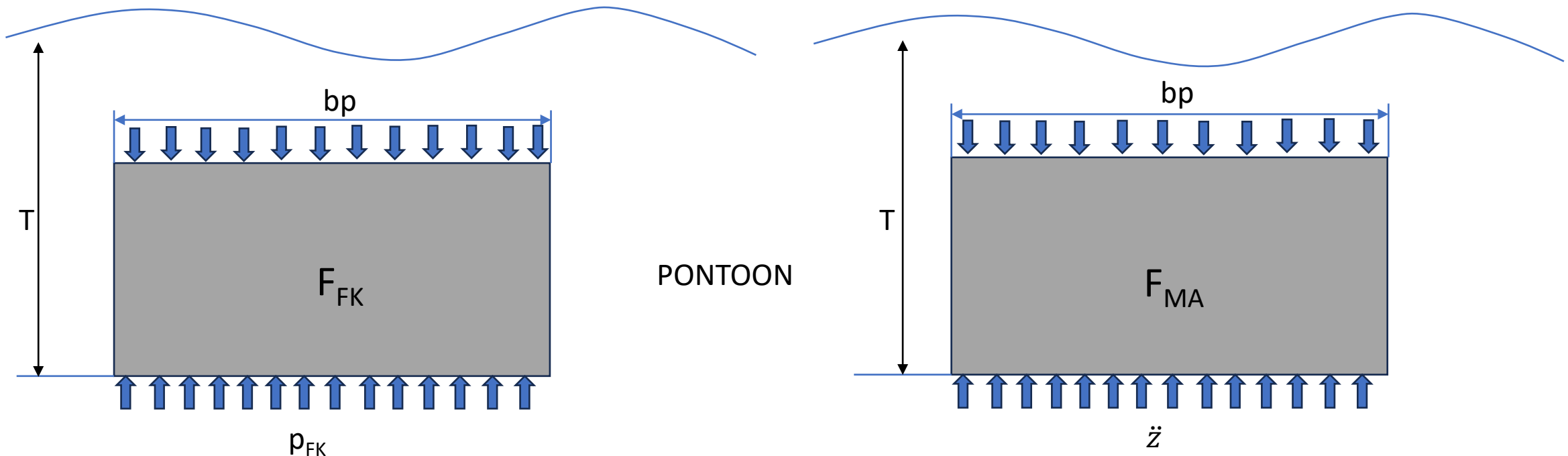
SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

HIPÓTESE: $l_p \gg b_p, h_p$ e b_c

As forças podem então ser calculadas para uma seção transversal bidimensional dos pontoons e depois integradas ao longo do comprimento

Forças de Froude-Krylov – devidas ao campo de pressão da onda incidente

Forças da Massa Adicional – devidas à aceleração do fluido em torno da seção



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

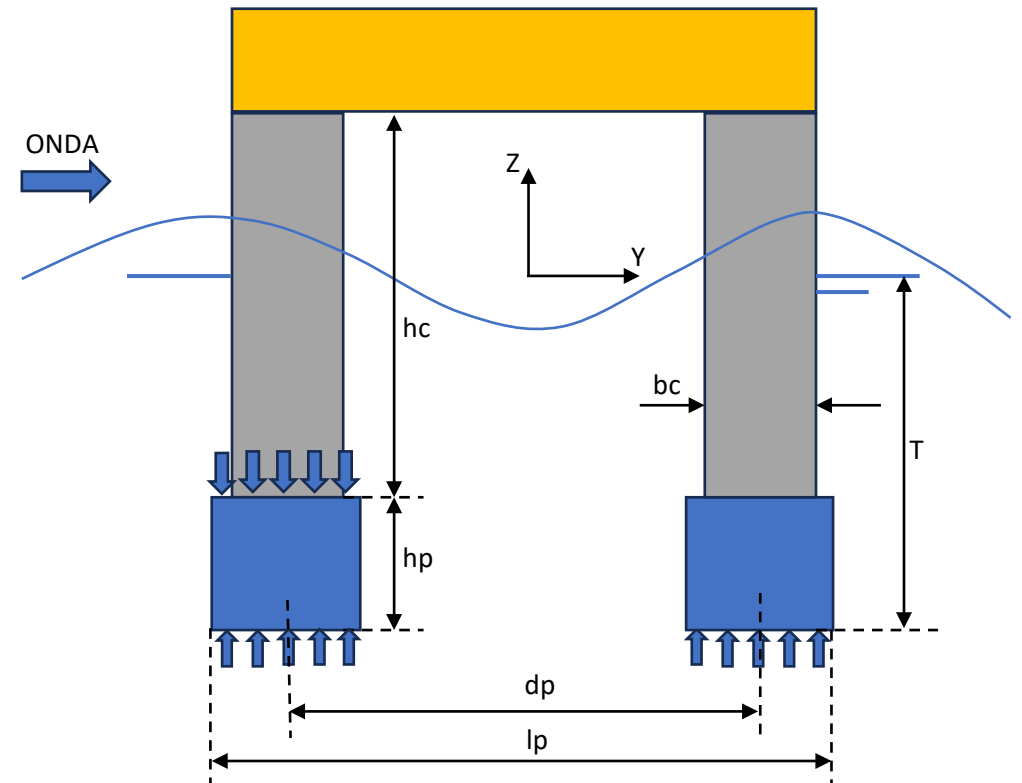
As forças nos Pontoons podem então ser separadas em Forças nas Seções Transversais Descobertas de Colunas e nas Forças nas Seções Transversais Cobertas por Colunas. Posteriormente estas Forças podem ser integradas ao longo dos Comprimentos dos Pontoons Cobertos por Colunas e Descobertos das Colunas.

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

- Integral das Pressões nas partes superiores e inferiores dos Pontoons.

- $p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - wt)$

- onde: $dp =$
distância entre os centros dos pontoons



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

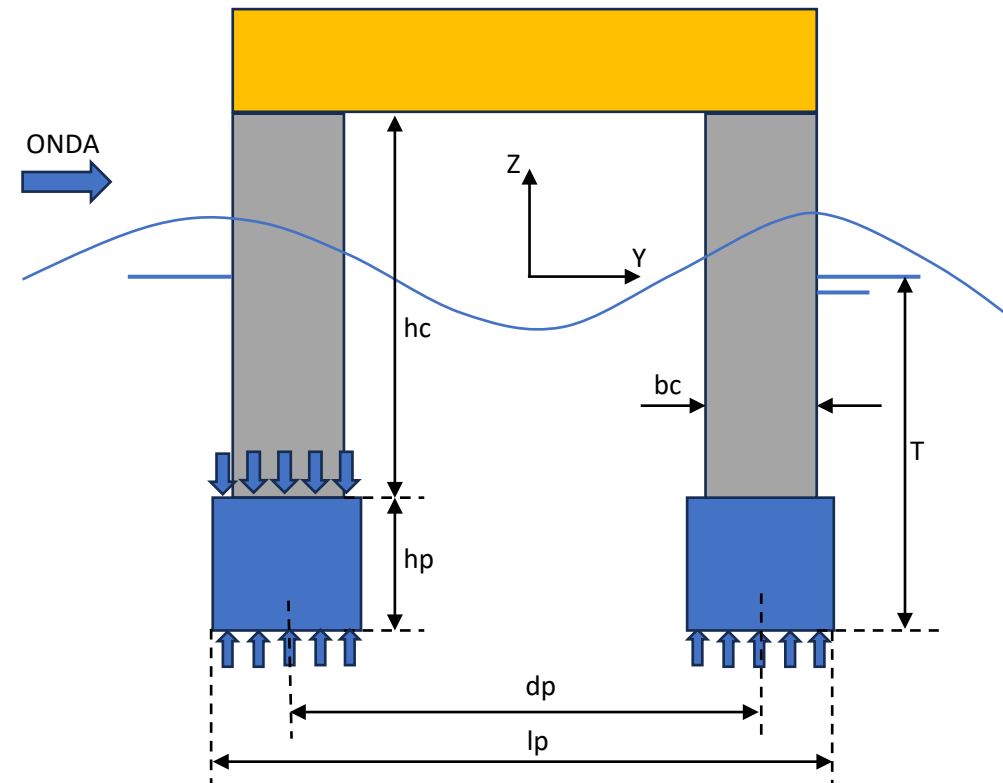
FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

- $$p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - wt)$$

$$F_{FKD2Dbe}^h = \int_{-\frac{1}{2}(dp+bp)}^{-\frac{1}{2}(dp-bp)} dx p_i(y) dy - \int_{-\frac{1}{2}(dp+bp)}^{-\frac{1}{2}(dp-bp)} dx p_s(y) dy$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

- $p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - \omega t)$
- Substituindo a expressão de p obtem-se:

$$\begin{aligned} & F_{FKD2Dbe}^h \\ &= dx \left\{ \rho g \frac{H}{2} e^{-kT} \int_{-\frac{1}{2}(dp+bp)}^{-\frac{1}{2}(dp-bp)} \cos(ky - \omega t) dy \right. \\ & \quad \left. - \rho g \frac{H}{2} e^{-k(T-hp)} \int_{-\frac{1}{2}(dp+bp)}^{-\frac{1}{2}(dp-bp)} \cos(ky - \omega t) dy \right\} \end{aligned}$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

- A integral na equação anterior vale:

$$\int_{-\frac{1}{2}(dp+bp)}^{-\frac{1}{2}(dp-bp)} \cos(ky - \omega t) dy = \frac{2 \cdot \text{sen}\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) - \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right]$$

Substituindo na expressão do slide anterior tem-se:

$$F_{FKD2Dbe}^h = 2\rho g A e^{-kT} \frac{\text{sen}\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \cdot (1 - e^{khp}) \cdot \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) - \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right] dx$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

- A força de Froude-Krylov no Pontoon de Boreste é obtida integrando-se a última equação ao longo do comprimento:

$$F_{FKD2Dbe}^h = 2 \cdot ld \cdot \rho \cdot g \cdot A \cdot e^{-kT} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \cdot (1 - e^{khp}) \cdot \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) - \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right]$$

onde: ld = comprimento do pontoon descoberto de colunas = $lp - 2 \cdot lc$
 lc = largura das colunas (se a coluna for quadrada $lc = bc$)

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

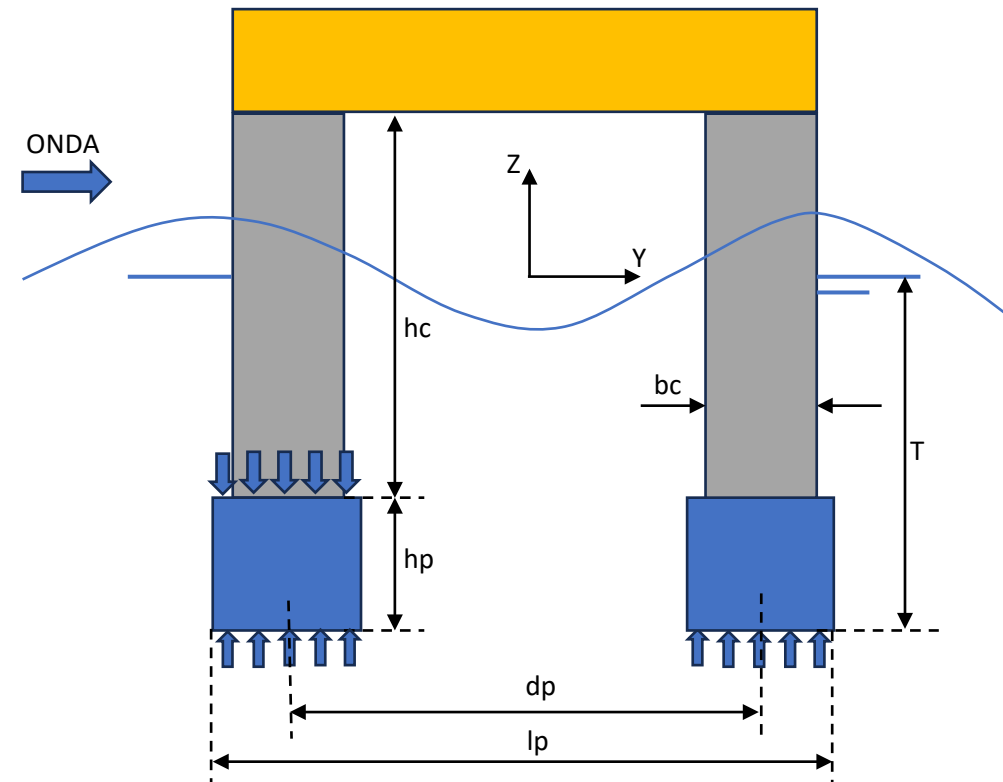
FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BOMOBORDO (DIREITO NA FIGURA)

- $$p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - wt)$$

$$F_{FKD2D}^h = \int_{\frac{1}{2}(dp-bp)}^{\frac{1}{2}(dp+bp)} dx p_i(y) dy - \int_{\frac{1}{2}(dp-bp)}^{\frac{1}{2}(dp+bp)} dx p_s(y) dy$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BOMOBORDO (DIREITO NA FIGURA)

- $p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - \omega t)$
- Substituindo a expressão de p obtem-se:

$$F_{FKD2D}^h = dx \left\{ \rho g \frac{H}{2} e^{-kT} \int_{\frac{1}{2}(dp-bp)}^{\frac{1}{2}(dp+bp)} \cos(ky - \omega t) dy - \rho g \frac{H}{2} e^{-k(T-hp)} \int_{\frac{1}{2}(dp-bp)}^{\frac{1}{2}(dp+bp)} \cos(ky - \omega t) dy \right\}$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BOMOBORDO (DIREITO NA FIGURA)

- A integral na equação anterior vale:

$$\int_{\frac{1}{2}(dp-bp)}^{\frac{1}{2}(dp+bp)} \cos(ky - \omega t) dy = \frac{2 \cdot \text{sen}\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) + \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right]$$

Substituindo na expressão do slide anterior tem-se:

$$F_{FKD2Dbb}^h = 2\rho g A e^{-kT} \frac{\text{sen}\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \cdot (1 - e^{khp}) \cdot \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) + \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right] dx$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

PONTOON DE BOMOBORDO (DIREITO NA FIGURA)

- A força de Froude-Krylov no Pontoon de Bombordo é obtida integrando-se a última equação ao longo do comprimento:

$$F_{FKD2Dbb}^h = 2 \cdot ld \cdot \rho \cdot g \cdot A \cdot e^{-kT} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \cdot (1 - e^{khp}) \cdot \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t) + \text{sen}\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \text{sen}(\omega t) \right]$$

onde: ld = comprimento do pontoon descoberto de colunas = $lp - 2 \cdot lc$
 lc = largura das colunas (se a coluna for quadrada $lc = bc$)

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Descoberta de Colunas

A FORÇA DE FROUDE-KRYLOV NA PARTE DESCOBERTA DOS DOIS PONTOONS SERÁ A SOMA DAS FORÇAS NAS PARTES DESCOBERTAS DOS PONTOONS DE BORESTE E BOMOBORDO:

$$F_{FKD}^h = 4 \cdot ld \cdot \rho \cdot g \cdot A \cdot e^{-kT} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kbp}{2}\right)}{k} \cdot (1 - e^{khp}) \cdot \cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t)$$

como: $k = \frac{\omega^2}{g}$

$$F_{FKD}^h = 4 \cdot ld \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bp}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \left(1 - e^{\frac{\omega^2 hp}{g}}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) \dots (1)$$

$p/\omega \rightarrow 0 \rightarrow F_{FKD}^h = 0$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

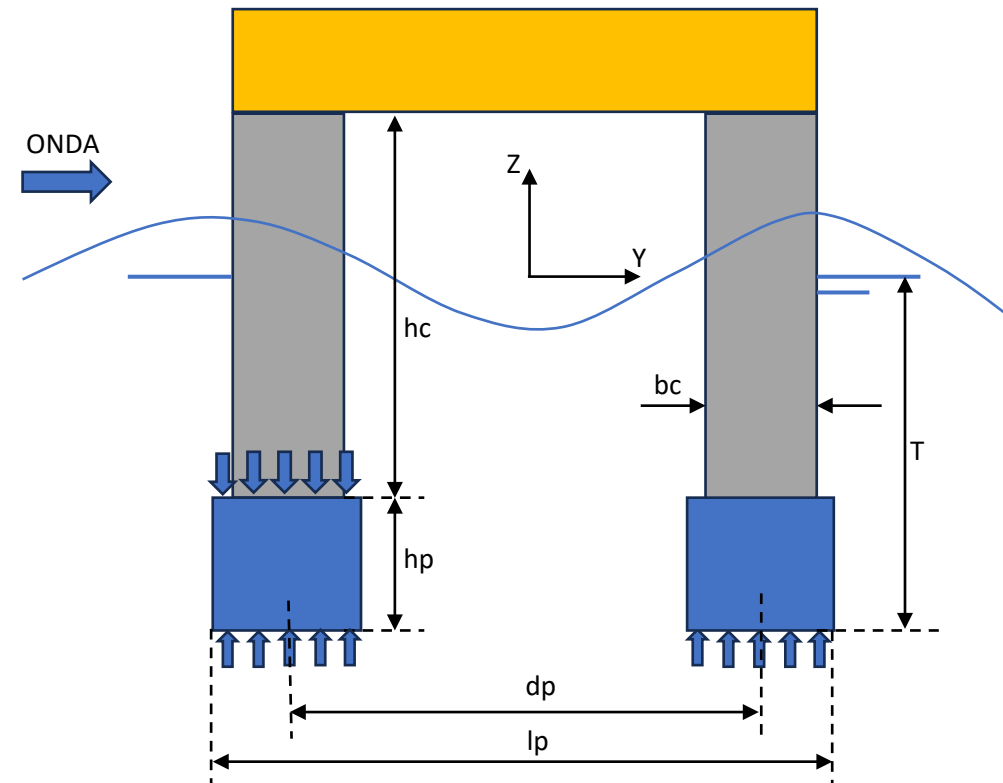
FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Coberta por Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

- $$p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - \omega t)$$

$$F_{FKC2Dbe}^h = \int_{-\frac{1}{2}(dp+bc)}^{-\frac{1}{2}(dp-bc)} dx p_i(y) dy$$
$$= 2\rho g A e^{-kT} \frac{\sin\left(\frac{kbc}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cos(\omega t) - \sin\left(\frac{kdp}{2}\right) \sin(\omega t) \right] dx$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Coberta por Colunas

PONTOON DE BORESTE (ESQUERDO NA FIGURA)

Integrando ao longo da largura da coluna l_c e considerando que há duas colunas sobre este pontoon, obtém-se:

$$F_{FKCbe}^h = 4l_c\rho g A e^{-kT} \frac{\sin\left(\frac{kbc}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cos(\omega t) - \sin\left(\frac{kdp}{2}\right) \sin(\omega t) \right]$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

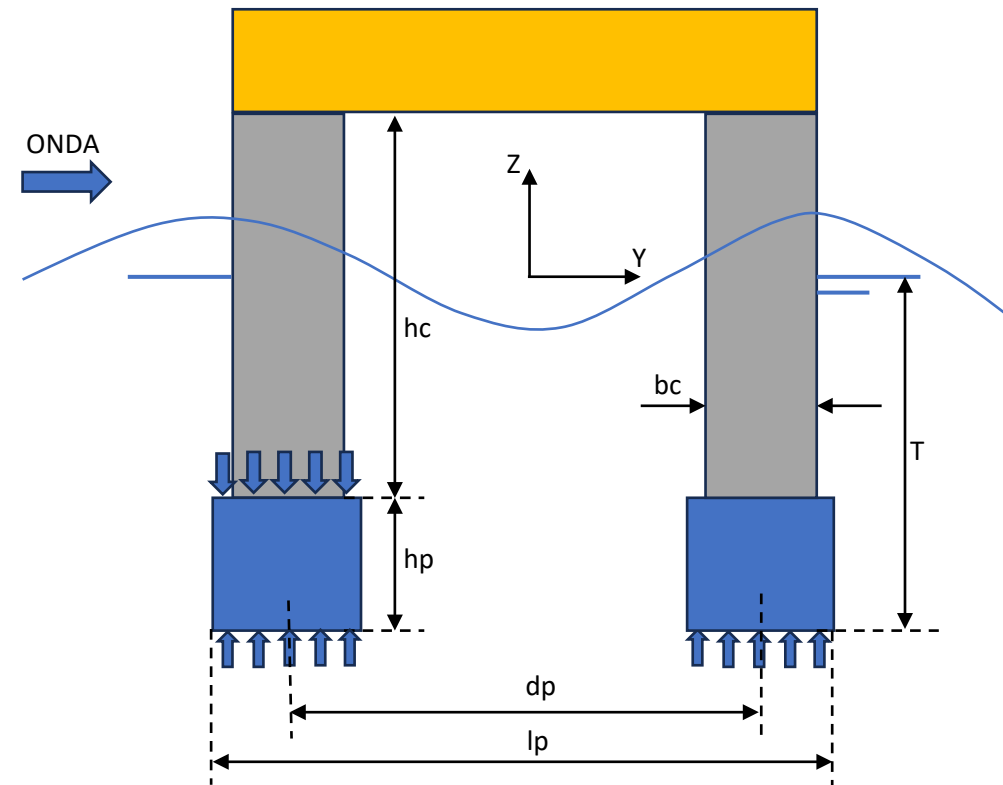
FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Coberta por Colunas

PONTOON DE BOMBORDO (DIREITO NA FIGURA)

- $$p = \rho g \frac{H}{2} e^{kz} \cos(ky - \omega t)$$

$$F_{FKC2Dbb}^h = \int_{\frac{1}{2}(dp-bc)}^{\frac{1}{2}(dp+bc)} dx p_i(y) dy$$
$$= 2\rho g A e^{-kT} \frac{\sin\left(\frac{kbc}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cos(\omega t) + \sin\left(\frac{kdp}{2}\right) \sin(\omega t) \right] dx$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Coberta por Colunas

PONTOON DE BOMBORDO (DIREITO NA FIGURA)

Integrando ao longo da largura da coluna l_c e considerando que há duas colunas sobre este pontoon, obtém-se:

$$F_{FKcb}^h = 4l_c \rho g A e^{-kT} \frac{\sin\left(\frac{kbc}{2}\right)}{k} \left[\cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cos(\omega t) + \sin\left(\frac{kdp}{2}\right) \sin(\omega t) \right]$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

Forças de Froude-Krylov na Seção Transversal Coberta por Colunas

A FORÇA DE FROUDE-KRYLOV NA PARTE COBERTA DOS DOIS PONTOONS SERÁ A SOMA DAS FORÇAS NAS PARTES COBERTAS DOS PONTOONS DE BORESTE E BOMOBORDO:

$$F_{FKC}^h = 8 \cdot lc \cdot \rho \cdot g \cdot A \cdot e^{-kT} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kbc}{2}\right)}{k} \cdot \cos\left(\frac{kdp}{2}\right) \cdot \cos(\omega t)$$

como: $k = \frac{\omega^2}{g}$

$$F_{FKC}^h = 8 \cdot lc \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bc}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) \dots (2)$$

$\rho / \omega \rightarrow 0 \rightarrow F_{FKD}^h = 4 \cdot lc \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot A$

Se a coluna for de seção quadrada $lc=bc$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV

A FORÇA TOTAL DE HEAVE DE FROUDE-KRYLOV SERÁ A SOMA DAS FORÇAS NAS PARTES DESCOBERTAS E COBERTAS DOS PONTOONS. ESTA FORÇA É A SOMA DAS EQUAÇÕES (1) E (2).

$$F_{FK}^h = 4 \cdot ld \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bp}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \left(1 - e^{\frac{\omega^2 hp}{g}}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) +$$
$$8 \cdot lc \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bc}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) \dots (3)$$

$$\rho / \omega \rightarrow 0 \rightarrow F_{FK}^h = 4 \cdot lc \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot A$$

Se a coluna for de seção quadrada $lc=bc$

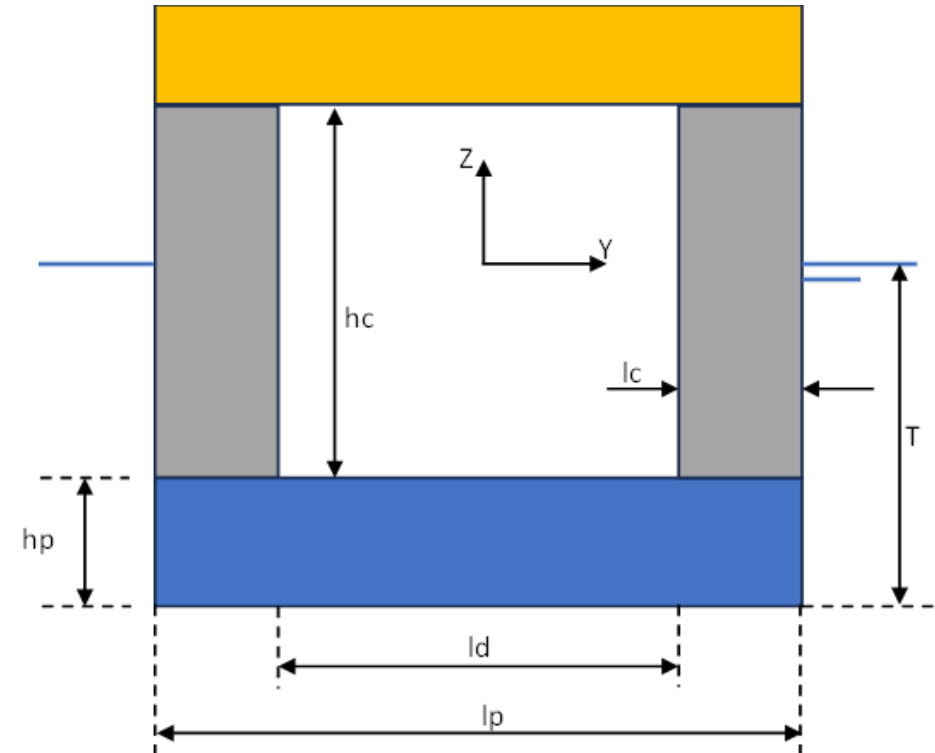
SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇA DA MASSA ADICIONAL

A força da Massa Adicional é o resultado do produto da massa adicional do corpo submerso pela aceleração vertical do fluido na posição do corpo. No caso da Semi Sub a massa adicional é devida principalmente à massa adicional da parte descoberta dos pontoonns, conforme a figura.

FORÇAS DA MASSA ADICIONAL

- Integral das forças nas seções transversais ao longo do comprimento descoberto dos pontoons. (hipótese: $l_d \gg b_p, h_p$)
- Aceleração:
- $\ddot{z} = -\frac{2\pi^2 H}{\tau^2} e^{kz} \cos(ky - \omega t)$
- onde: $l_d =$
comprimento da parte descoberta dos pontoons
- A aceleração vertical do fluido numa seção transversal do pontoon pode ser aproximada pela aceleração vertical no centro da seção transversal.



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇA DA MASSA ADICIONAL

Considere a aceleração vertical do fluido (avf) no centro da seção transversal do pontoon:

$$z = -(T - hp/2)$$

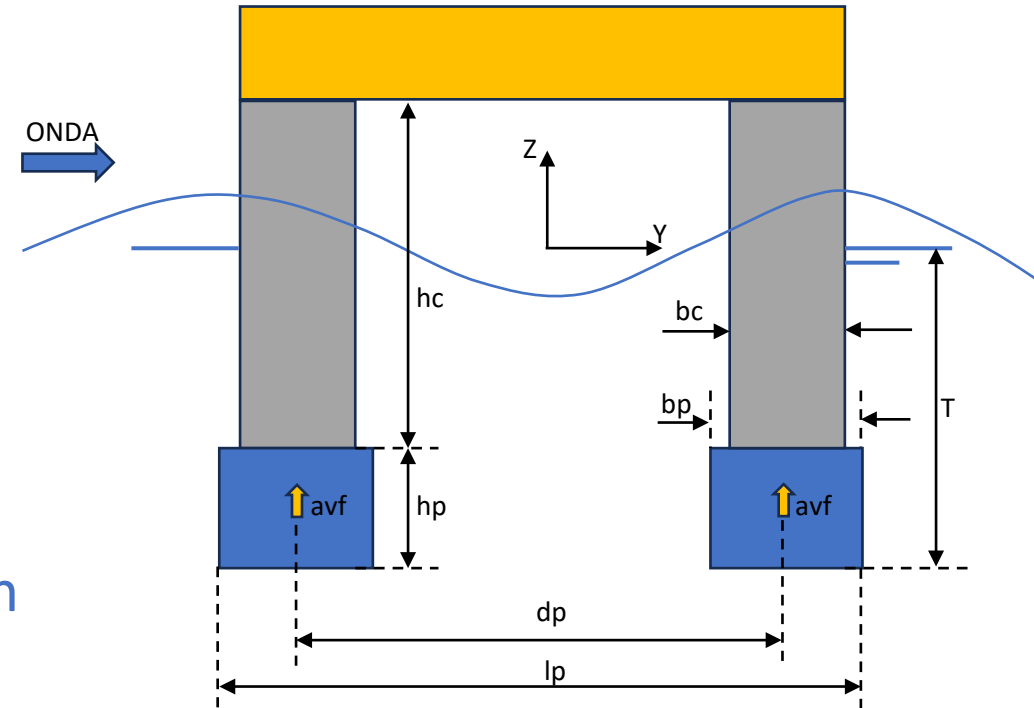
$$y = -\frac{dp}{2} \text{ ou } +\frac{dp}{2}, \text{ para os pontoons de boreste e bombordo}$$

$$\ddot{z}_c = -\frac{2\pi^2 H}{\tau^2} e^{-k(T-hp/2)} \cos(ky - \omega t) = avf$$

A força de heave da massa adicional em uma seção transversal de um pontoon será:

- $F_{MA2D}^h = M_{a2D} \cdot \ddot{z}_c \cdot dx$
- onde: $M_{a2D} =$
massa adicional da seção transversal
- A força de heave da massa adicional em um pontoon será então:

$$F_{MA}^h = \int_{-ld/2}^{ld/2} M_{a2D} \ddot{z}_c dx = M_{a2D} \ddot{z}_c ld$$



SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇA DA MASSA ADICIONAL

Substituindo \ddot{z}_c na equação anterior, e sabendo que

$\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ e $k = \frac{\omega^2}{g}$ e $A = \frac{H}{2}$, obtem-se a força de heave da massa adicional para um pontoon:

$$F_{MA}^h = -M_{a2D} \cdot A \cdot ld \cdot \omega^2 \cdot e^{\frac{-\omega^2(T-hp/2)}{g}} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 y}{g} - \omega t\right)$$

Para o pontoon de boreste $y = -\frac{dp}{2}$ e a força de heave da massa adicional será:

$$F_{MAbe}^h = -M_{a2D} \cdot A \cdot ld \cdot \omega^2 \cdot e^{\frac{-\omega^2(T-hp/2)}{g}} \cdot \left[\cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cos(\omega t) - \sin\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \sin(\omega t) \right]$$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇA DA MASSA ADICIONAL

Para o pontoon de bombordo $y = \frac{dp}{2}$ e a força de heave da massa adicional será:

$$F_{MAbb}^h = -M_{a2D} \cdot A \cdot ld \cdot \omega^2 \cdot e^{\frac{-\omega^2(T-hp/2)}{g}} \cdot \left[\cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cos(\omega t) + \sin\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \sin(\omega t) \right]$$

A FORÇA TOTAL DE HEAVE DA MASSA ADICIONAL SERÁ A SOMA DAS FORÇAS NOS PONTOONS DE BORESTE E BOMBORDO:

$$F_{MA}^h = -2 \cdot M_{a2D} \cdot A \cdot ld \cdot \omega^2 \cdot e^{\frac{-\omega^2(T-hp/2)}{g}} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cos(\omega t) \dots (4)$$

onde: $M_{a2D} = 1,51\rho\pi \left(\frac{bp}{2}\right)^2$ (DNV)

$p/\omega \rightarrow 0 \rightarrow F_{MA}^h = 0$

SEMI SUB – COMPORTAMENTO NO MAR – FORÇAS DE HEAVE

FORÇA TOTAL DE HEAVE

A FORÇA TOTAL DE HEAVE SERÁ A SOMA DAS FORÇAS DE FROUDE-KRYLOV E DA MASSA ADICIONAL, EQUAÇÕES (3) E (4)

$$F^h = F_{FK}^h(3) + F_{MA}^h(4) \dots (5)$$

$$F_{FK}^h = 4 \cdot ld \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bp}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\omega^2 hp}{g}}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) +$$
$$8 \cdot lc \cdot \rho \cdot g^2 \cdot A \cdot e^{-\frac{\omega^2 T}{g}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\omega^2 bc}{2g}\right)}{\omega^2} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cdot \cos(\omega t) \dots (3)$$

$$F_{MA}^h = -2 \cdot M_{a2D} \cdot A \cdot ld \cdot \omega^2 \cdot e^{-\frac{\omega^2(T-hp/2)}{g}} \cdot \cos\left(\frac{\omega^2 dp}{2g}\right) \cos(\omega t) \dots (4)$$

$$p/\omega \rightarrow 0 \rightarrow F^h = 4 \cdot lc \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot A$$

Se a coluna for de seção quadrada $lc=bc$

$$\text{onde: } M_{a2D} = 1,51\rho\pi \left(\frac{bp}{2}\right)^2 \quad (\text{DNV})$$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

$$(M + M_a) \frac{d^2z}{dt^2} + b \frac{dz}{dt} + cz = F_H = F^h \quad (6)$$

onde:

b = coeficiente de amortecimento em heave

c = coeficiente de restauração em heave

Define-se: $m = (M + M_a)$ e $\frac{c}{m} = \omega_n^2$, onde $\omega_n = \text{frequência natural em heave}$

Dividindo a equação (6) por m obtem-se:

$$\ddot{z} + \frac{b}{m} \dot{z} + \omega_n^2 z = \frac{F^h}{m}$$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

$$\ddot{z} + \frac{b}{m}\dot{z} + \omega_n^2 z = \frac{F^h}{m}$$

Definindo: $\xi = \frac{b}{2m\omega_n} = \text{fator de amortecimento}$ e $F^h = c \cdot f^h$, onde f é a amplitude de f^h obtem-se:

$$\ddot{z} + 2\xi\omega_n\dot{z} + \omega_n^2 z = \frac{c}{m}f^h = \omega_n^2 \cdot f \cos(\omega t) \quad (7)$$

A solução da equação (7) em regime permanente tem a seguinte forma:

$$z(t) = C_1 \text{sen}(\omega t) + C_2 \text{cos}(\omega t) \quad (8)$$

Substituindo a equação (8) na equação (7) obtem-se:

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

$$-\omega^2(C_1 \text{sen}(\omega t) + C_2 \text{cos}(\omega t)) + 2\xi\omega\omega_n(C_1 \text{cos}(\omega t) - C_2 \text{sen}(\omega t)) + \omega_n^2(C_1 \text{sen}(\omega t) + C_2 \text{cos}(\omega t)) = \omega_n^2 f \text{cos}(\omega t)$$

Igualando os coeficientes de $\text{cos}(\omega t)$ e $\text{sen}(\omega t)$ nos dois lados da equação, obtém-se duas expressões algébricas em C_1 e C_2 .

A solução para C_1 e C_2 é:

$$C_1 = \frac{2 \cdot \xi \cdot \omega / \omega_n}{\left[1 - \left(\omega / \omega_n\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \omega / \omega_n\right)^2} \cdot f$$
$$C_2 = \frac{1 - \left(\omega / \omega_n\right)^2}{\left[1 - \left(\omega / \omega_n\right)^2\right]^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \omega / \omega_n\right)^2} \cdot f$$
(9)

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

Introduzindo as equações (9) na equação (8) obtém-se:

$$z(t) = \frac{f}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + (2 \cdot \xi \cdot \omega / \omega_n)^2} \cdot \left\{ \frac{2\xi\omega}{\omega_n} \text{sen}(\omega t) + \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right] \text{cos}(\omega t) \right\} \quad (10)$$

Podemos transformar esta equação (10) na seguinte forma:

$$z(t) = Z(\omega) \text{cos}(\omega t - \emptyset) \quad (11)$$

Basta para isso expandir esta última equação e fazer a equivalência trigonométrica com a equação (10).

Fazendo estas operações algébricas obtém-se:

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

$$\text{sen}(\phi) = \frac{2\phi^{\omega/\omega_n}}{\left\{ \left[1 - (\omega/\omega_n)^2 \right]^2 + (2 \cdot \xi \cdot \omega/\omega_n)^2 \right\}^{1/2}} \quad (12)$$

$$\text{cos}(\phi) = \frac{1 - (\omega/\omega_n)^2}{\left\{ \left[1 - (\omega/\omega_n)^2 \right]^2 + (2 \cdot \xi \cdot \omega/\omega_n)^2 \right\}^{1/2}}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{2 \cdot \xi \cdot \omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2}\right) \quad (13)$$

$$Z(\omega) = \frac{f}{\left\{ \left[1 - (\omega/\omega_n)^2 \right]^2 + (2 \cdot \xi \cdot \omega/\omega_n)^2 \right\}^{1/2}} \quad (14)$$

$$z(t) = Z(\omega) \cos(\omega t - \phi) \quad (11)$$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

Lembrando que $f = amplitude\ de\ f^h$ e que c é o coeficiente de restauração hidrostática dado por:

$$c = \rho g A_{WL} = 4 \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot lc$$

obtem-se das equações de F^h e (14):

$$Z(\omega) = \frac{\frac{F^h}{4 \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot lc}}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (15)$$

F^h é dado pela equação (5)

onde:

$$M_{a2D} = 1,51 \rho \pi \left(\frac{bp}{2} \right)^2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4 \rho g b c l c}{(\rho \nabla + M_a)}} \quad e \quad M_a = 2 \cdot M_{a2D} \cdot ld \quad e \quad \nabla = volume\ deslocado\ pela\ Semi\ Sub$$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE

EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO DINÂMICO EM HEAVE

O RAO de Heave será dado por: $RAO_{heave} = \frac{|Z(\omega)|}{A}$

$$RAO_{heave} = \frac{|Z(\omega)|}{A} = \frac{\left| \frac{F^h}{A \cdot 4 \cdot \rho \cdot g \cdot bc \cdot lc} \right|}{\left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (16) \quad F^h \text{ é dado pela equação (5)}$$

onde:

$$M_{a2D} = 1,51 \rho \pi \left(\frac{bp}{2} \right)^2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4 \rho g b c l c}{(\rho \nabla + M_a)}} \text{ e } M_a = 2 \cdot M_{a2D} \cdot ld \text{ e } \nabla = \text{volume deslocado pela Semi Sub}$$

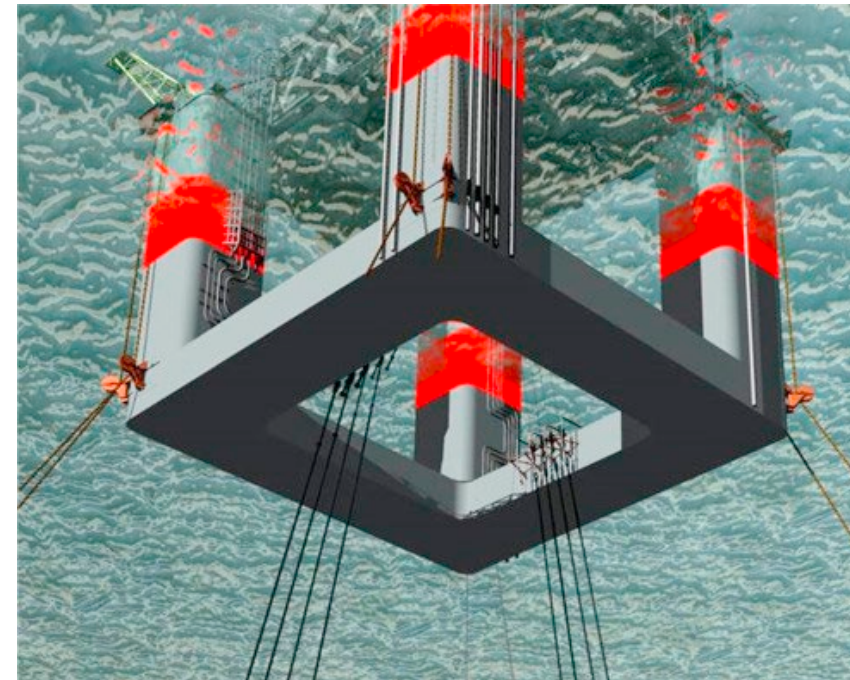
Para $\omega \rightarrow 0 \rightarrow RAO_{heave} = 1$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE - EXERCÍCIO

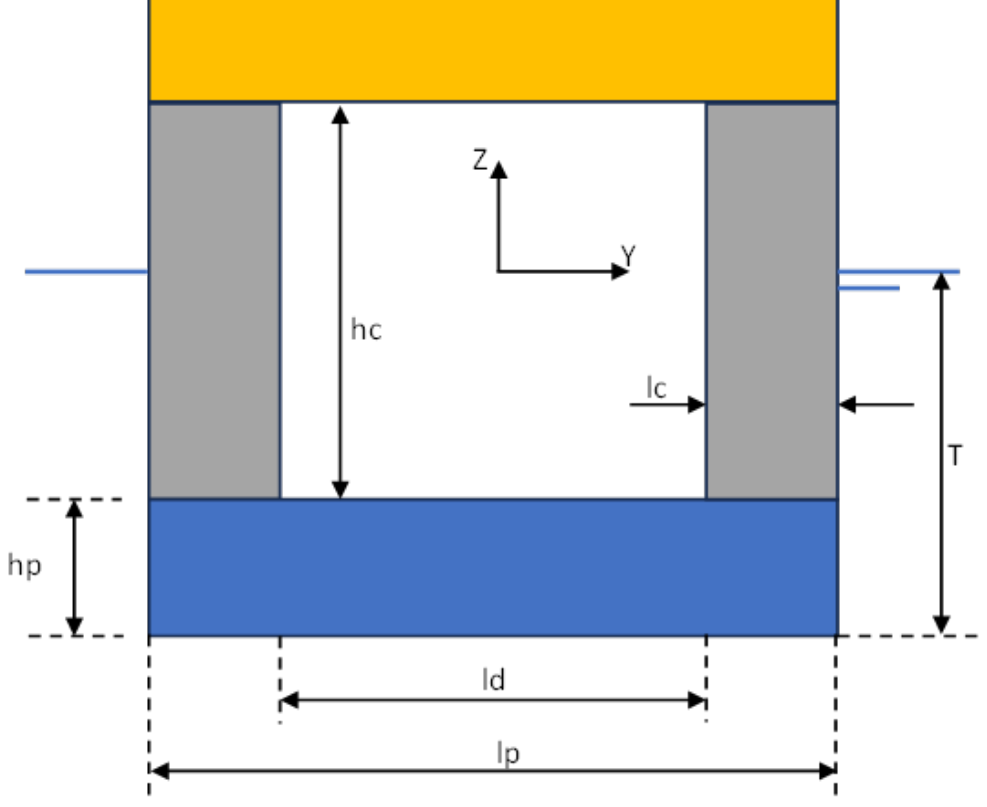
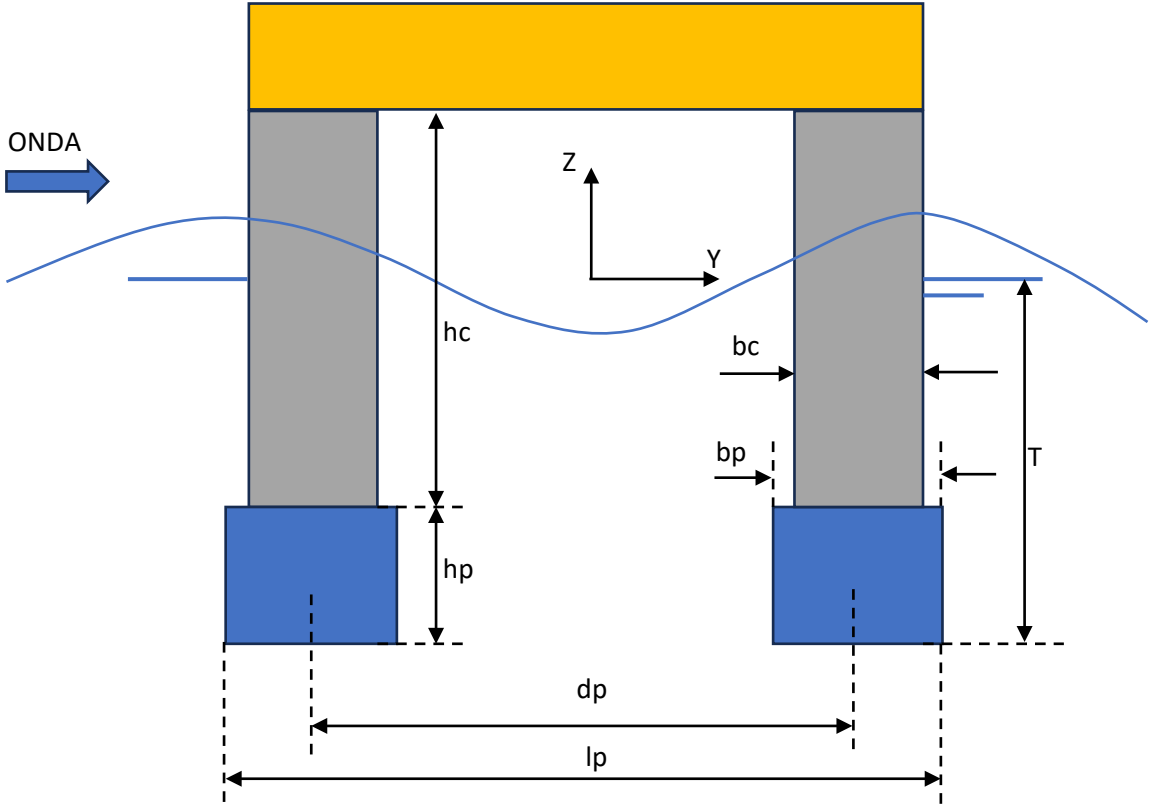
Considere uma plataforma semi-submersível com 2 pontoons de seção transversal retangular e 4 colunas de seção transversal quadrada, sofrendo a incidência de uma onda de través que se propaga na direção de y positivo (incidência a 90°). O Espectro do Mar é um Espectro de JONSWAP.

Construa um Modelo Paramétrico para o cálculo do RAO de Heave e da Altura Significativa de Heave da Semi Sub contendo as seguintes avaliações:

- 1) Força de Heave de Froude-Krylov na parte descoberta dos pontoons
- 2) Força de Heave de Froude-Krylov na parte coberta dos pontoons
- 3) Força de Heave da Massa Adicional
- 4) Força Total de Heave
- 5) A Massa Adicional da Plataforma
- 6) A Frequencia e o Período Natural de Heave da Plataforma
- 7) O RAO de Heave da Plataforma
- 8) O Espectro do Mar
- 9) A Amplitude Significativa e a Altura Significativa de Heave



SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE - EXERCÍCIO



SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE - EXERCÍCIO

Os dados de entrada do modelo devem ser os seguintes:

l_p = comprimento dos pontoons

l_d = comprimento dos pontoons descoberto de colunas

h_p = altura dos pontoons

b_p = boca dos pontoons

d_p = distância entre os centros dos pontoons

b_c = boca das colunas

l_c = largura das colunas

h_c = altura das colunas

T = calado

Aplice o modelo para uma plataforma com as seguintes dimensões e características:

$L_p = 100\text{m}$

$b_p = 15\text{m}$

$h_p = 15\text{m}$

$b_c = 15\text{m}$

$h_c = 45\text{m}$

$l_c = b_c$

$T = 30\text{ m}$

$\xi = 0,05$

SEMI SUB – RESPOSTA DINÂMICA EM HEAVE - EXERCÍCIO

O Espectro do Mar é o Espectro de JONSWAP dado por:

$$S_{\zeta}(\omega) = \alpha^* H_s^2 \frac{\omega^{-5}}{\omega_p^{-4}} \exp \left\{ -1,25 \left(\frac{\omega}{\omega_p} \right)^{-4} \right\} \exp \left\{ \frac{(\omega - \omega_p)^2}{2\tau^2 \omega_p^2} \right\}$$

$$\alpha^* = \frac{0,0624}{0,230 + 0,0336\gamma - 0,185(1,9 + \gamma)^{-1}}$$

$$\tau = 0.07; \quad \omega < \omega_p$$

$$\tau = 0.09; \quad \omega > \omega_p$$

Peakness factor
 $\gamma = 3.3$

Aplique o Espectro para a seguinte condição de mar com período de retorno de 100 anos:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = 14,6 \text{ seg (período de pico)}$$

$$H_s = 12,2 \text{ m (altura significativa)}$$