

## TEORIA DOS MODELOS: TRABALHO 2

**Instruções:** Entregar até o dia 9 de novembro, na aula, ou por e-mail (até as 23h59min). Identifique-se nas folhas de sua solução. Cada exercício vale 3,5 pontos, mas a nota será no máximo 10.

.....

**Exercício 1** (Chang-Keisler, Exercício 3.1.1, p. 145). Sejam  $\overline{M}_0 = (M_0, \dots)$  e  $\overline{M}_1 = (M_1, \dots)$  duas  $L$ -estruturas, tais que  $\overline{M}_0$  seja subestrutura de  $\overline{M}_1$  (ou seja,  $M_0 \subseteq M_1$ , e as interpretações dos símbolos de  $L$  em  $\overline{M}_0$  coincidem com as devidas restrições das interpretações em  $\overline{M}_1$ ). Suponha que para todo  $n \geq 0$ , todos  $a_1, \dots, a_n \in M_0$  e  $b \in M_1$ , existe automorfismo  $\Phi$  de  $\overline{M}_1$ , tal que  $\Phi(a_j) = a_j$ ,  $1 \leq j \leq n$  e  $\Phi(b) \in M_0$ . Mostre que  $\overline{M}_0 \preceq \overline{M}_1$ .

**Exercício 2** (Marker, Exercício 4.5.10, p. 164). Suponha que  $A \subseteq B$  (em algum modelo  $\overline{M} \models T$ ) e  $\phi(\bar{x}, \bar{a})$  um fórmula com parâmetros  $\bar{a}$  em  $A$  que isola o tipo  $tp(\bar{m}/B)$  (o tipo de uma  $n$ -upla  $\bar{m} \in M^n$ , com parâmetros em  $B$ , com  $n \geq 1$ ). Mostre que a fórmula  $\phi(\bar{x}, \bar{a})$  também isola o tipo  $tp(\bar{m}, \bar{a})$ .

**Exercício 3** (Chang-Keisler, Exercício 5.1.1, p.303). Sejam  $\kappa \geq \omega$  um cardinal regular e  $(\overline{M}_\alpha : \alpha \in \kappa)$  uma cadeia elementar de modelos  $\kappa$ -saturados. Mostre que a união dessa cadeia elementar também será um modelo  $\kappa$ -saturado.

.....