

# Física 1 – Ciências Moleculares

---

**Caetano R. Miranda**     **AULA 13 – 25/10/2023**

*crmiranda@usp.br*



*sampa*



# Sugestão a ser implementada

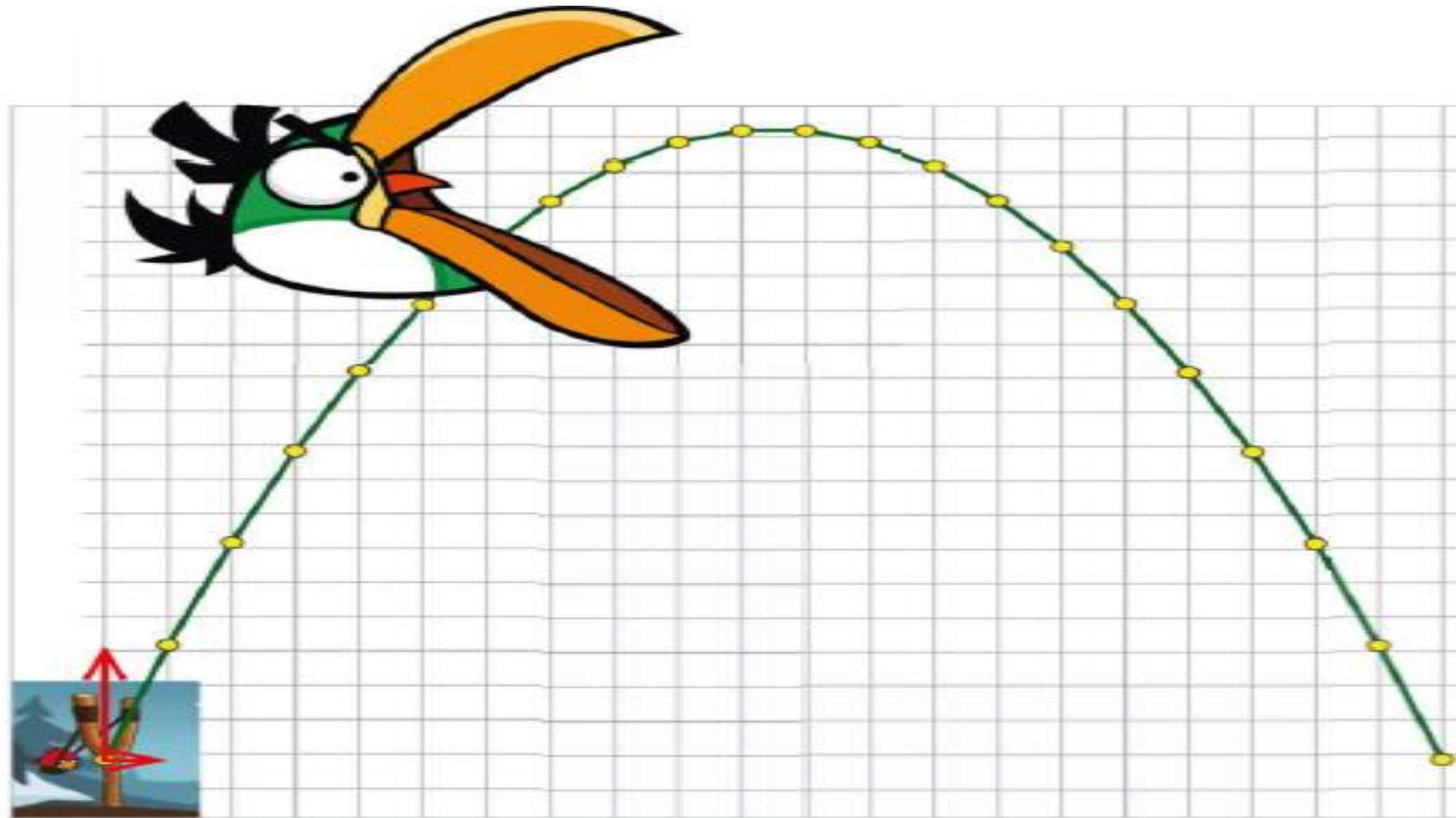
DATA	aula nº	Segundas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	DATA	aula nº	Quartas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	DATA	aula nº	Quintas (14:00h - 15:45h) - Sala Turma 33	
21/08	1	Apresentação do Curso	23/08	2	Experimentação 1 - Escalas	24/08	3	Escalas	
28/08	4	Experimentação 2 - Mov. em 1 D	30/08	5	Mov. em 1D	31/08	6	Mov. em 1D	
04/09			06/08			07/09		SEMANA TRABALHO	
11/09	7	Mov. em 1D	13/09	8	Mov. em 1D	14/09	9	Experimentação 3 - VR & Projéteis	ENTREGA 1
18/09	10	Mov. em 2D e 3D	20/09	11	Mov. em 2D e 3D	21/09		Paralisação	
25/09		Paralisação	27/09		Paralisação	28/09		Paralisação	
02/10		Paralisação	04/10		Paralisação	05/10		Paralisação	
09/10		Paralisação	11/10		Paralisação	12/10		FERIADO - N. S. Aparecida	
16/10		Paralisação	18/10		Paralisação	19/10		Paralisação	
23/10	12	Discussao - revisao	25/10	13	Mov. em 2D e 3D	26/10	14	Experimentação 4a - Dinâmica & Principia	
30/10	15	Principios da Dinâmica - Leis de Newton	01/11	16	Experimentação 5 - Energia e Trabalho	02/11		FERIADO - FINADOS	
06/11	17	PROVA I	08/11	18	Simetria e Conservação	09/11	19	Simetria e Conservação	ENTREGA 2
13/11	20	Experimentação 6 - Física dos Desenhos Animados	15/11		FERIADO - Republica	16/11	21	Experimentação 8 - VR / Sonificação	
20/11		FERIADO - Consciência Negra	22/11	22	Colisões	23/11	23	Experimentação 7 - Colisões	
27/11	24	Forças de Interação - Sala Invertida	29/11	25	Forças de Interação	30/11	26	PROVA II	ENTREGA 3
04/12	27	Experimentação 9 - Aprendizado de Máquina	06/12	28	Experimentação 9 - Aprendizado de Máquina	07/12	29	Física dos Esportes e Parques de Diversão	
11/12	30	Rotação e Momento Angular	13/12	31	Rotação e Momento Angular	14/12	32	Experimentação 10 - Dança e Robótica	
18/12	33	Forças Inerciais	20/12	34	Forças Inerciais	21/12		PROVA - SUB - VISTA	ENTREGA 4

---

# MOVIMENTO 2D & 3D

# A Física do Angry birds

---



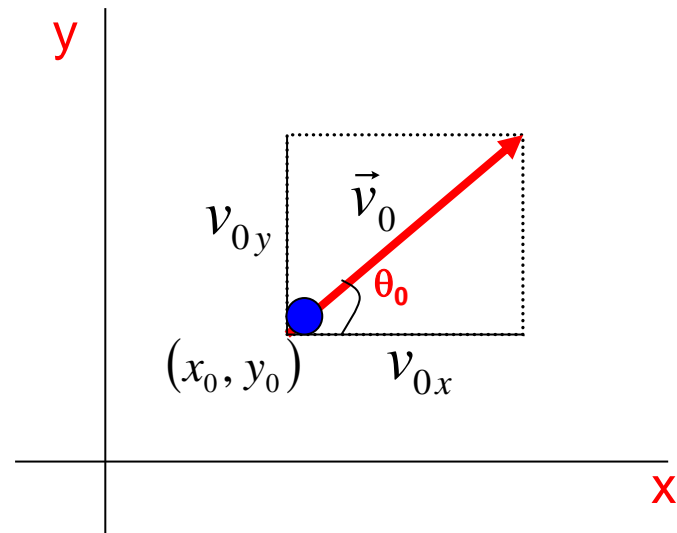
▲ Figure 1: Parabolic path traced by the red bird at a steep angle

---

# Lançamento Oblíquo

---

Projétil lançado em uma trajetória bidimensional, a partir da posição inicial ( $r_0$ ), com uma velocidade inicial ( $v_0$ ), com um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, fica submetido à uma aceleração vertical ( $-g$ ).

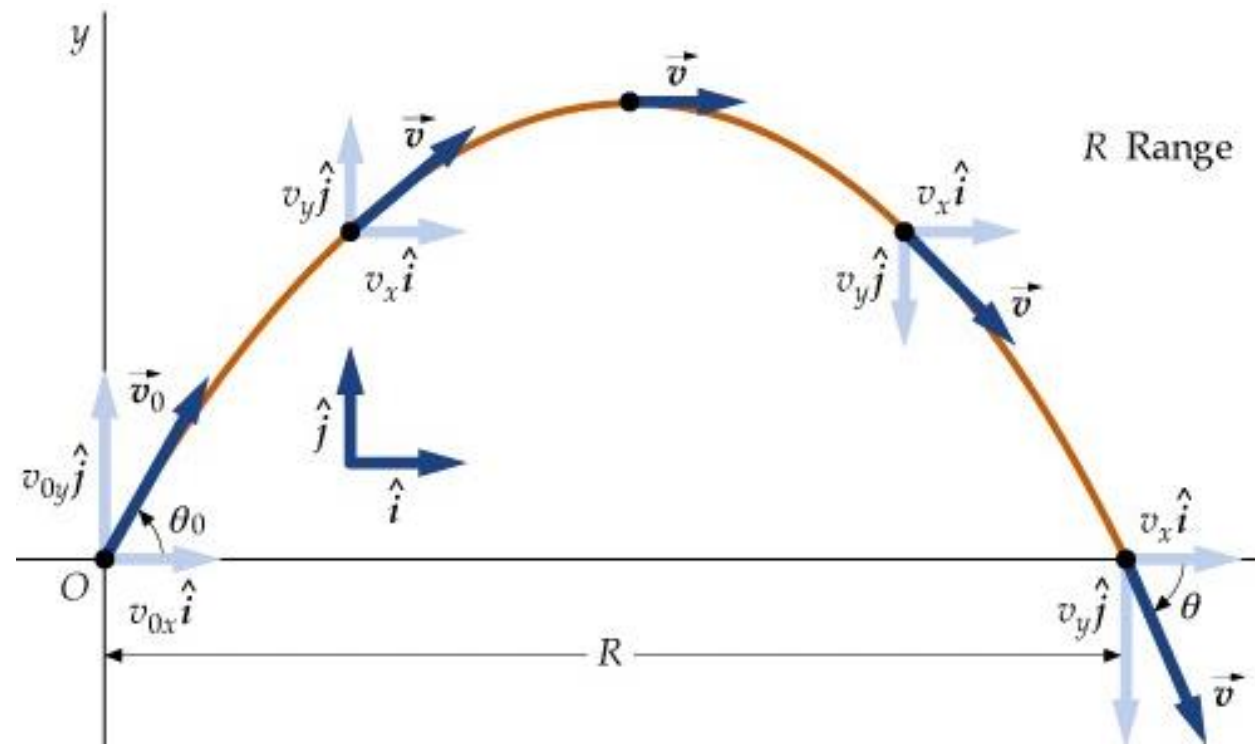


*$v_x$  não depende de  $v_y$  e vice-versa*

*as componentes horizontal e vertical do movimento de um projétil são independentes.*

---

# Decomposição do Movimento nas Duas Coordenadas



Equações do movimento

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a}{2}t^2$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a}{2}t^2$$

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$$

$$\vec{r}(t) = (x_0 + v_{0x}t)\hat{i} + (y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2)\hat{j}$$

# Decomposição do Movimento nas Duas Coordenadas

- Equações de Movimento para um Projétil:

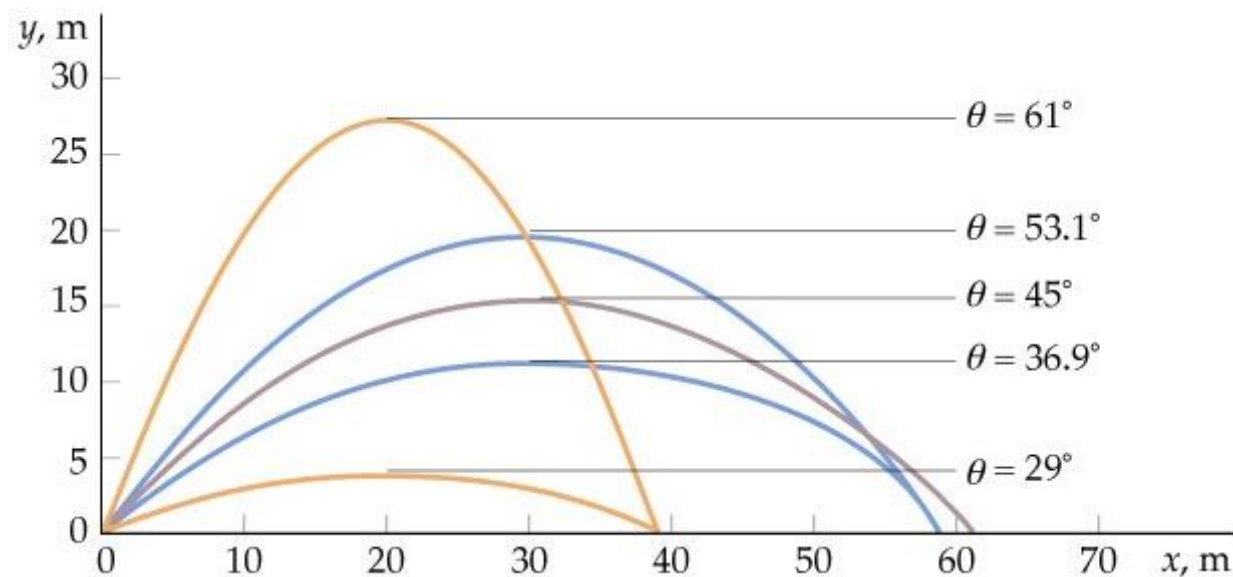
$$x(t) = x_0 + v_{0x}t \quad (1)$$

- Condições Iniciais do Movimento:  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 0$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (2)$$

- Equação da Trajetória: isola  $t$  na equação (1) e substitui na equação (2)

$$y(x) = v_{0y} \left( \frac{x}{v_{0x}} \right) - \frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_{0x}} \right)^2 = \left( \frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right)x - \left( \frac{g}{2v_{0x}^2} \right)x^2$$



$$y(x) = (\operatorname{tg}\theta_0)x - \left( \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} \right)x^2$$

trajetória é uma parábola

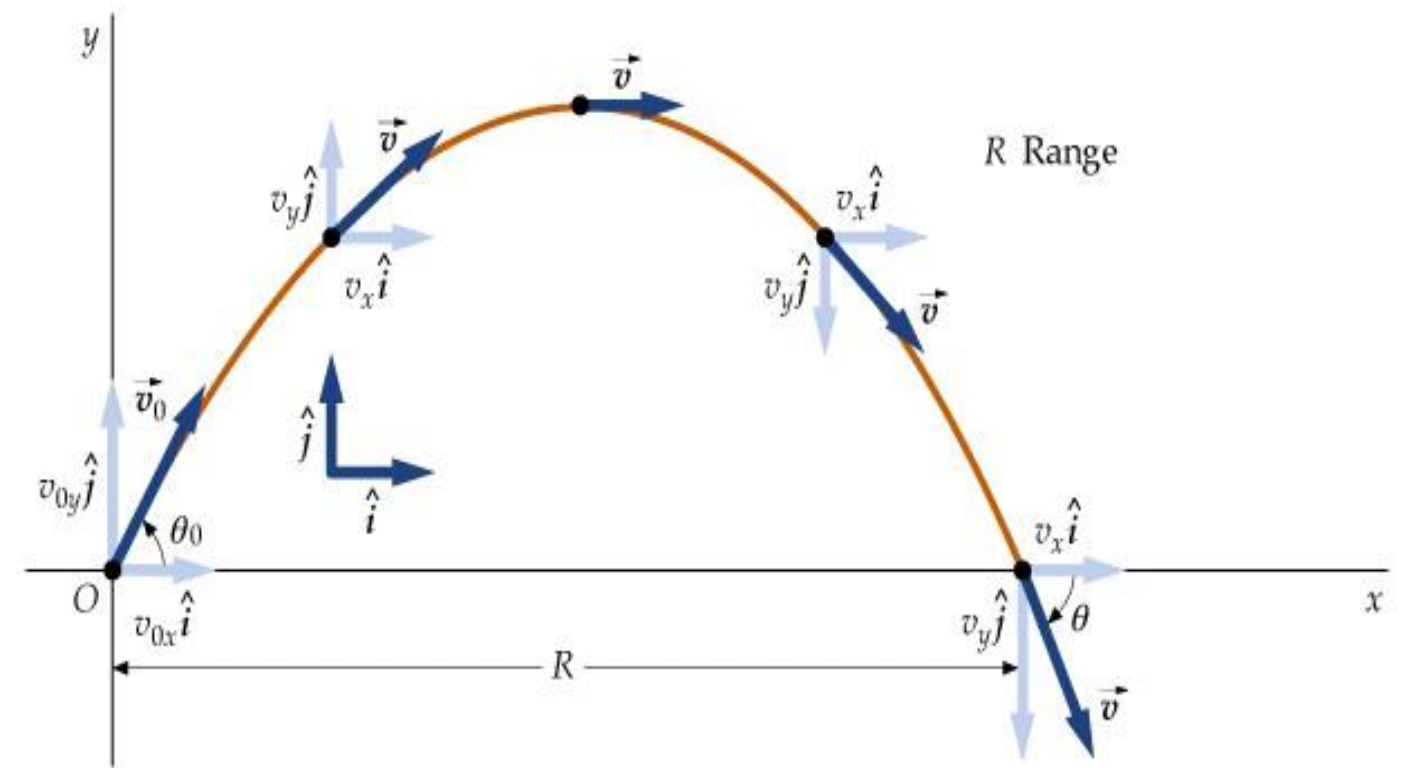
# Tempo Total de Vôo

$$x(t) = v_{0x}t$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$$

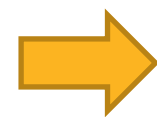
$$v_{0y} = v_0 \sin \theta_0$$



Para  $t=T$  (tempo total)  $\Rightarrow y=0$

$$0 = v_{0y}T - \frac{g}{2}T^2$$

$$0 = v_{0y} - \frac{g}{2}T$$



$$T = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0 \sin \theta_0}{g}$$



# Alcance Horizontal Máximo (R)

---

Alcance máximo ( $x=R$ )  $\Rightarrow$  tempo total ( $t=T$ )

$$x(t) = v_{0x}t$$

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2$$

$$T = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2v_0}{g} \sin \theta_0$$

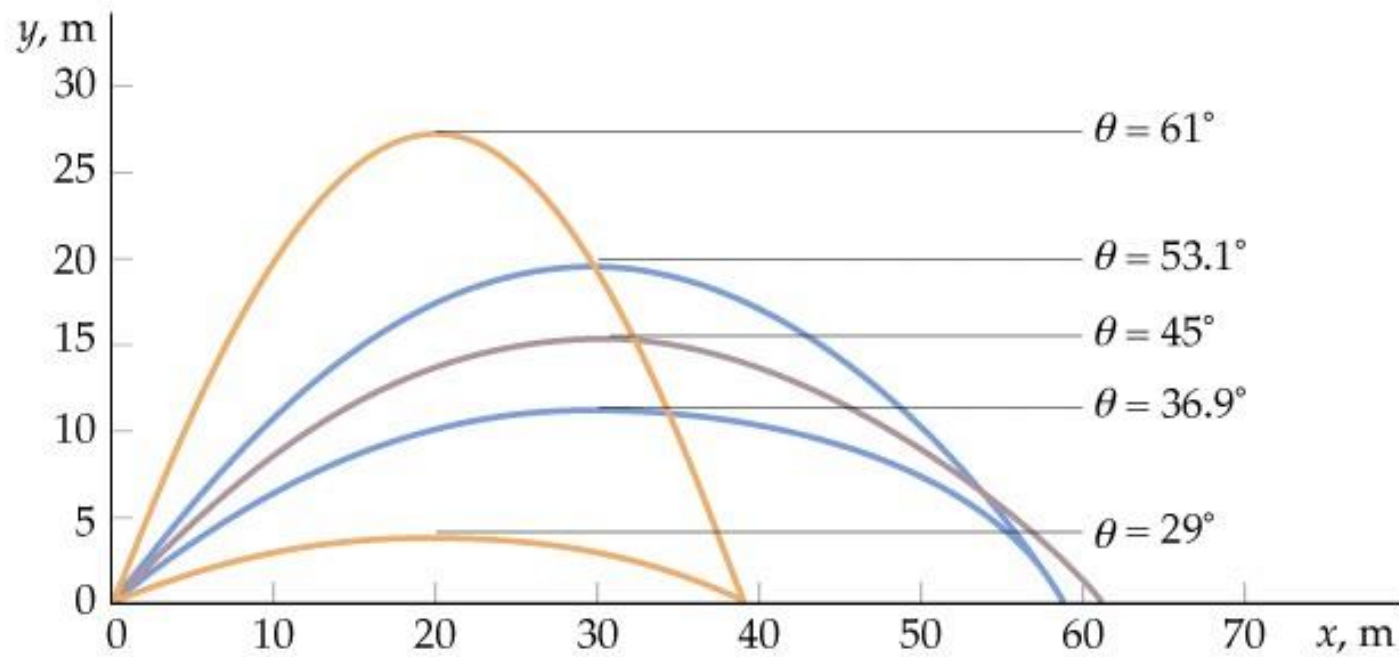
$$x(T) = R$$

$$R = v_{0x}T$$

$$R = v_0 \cos \theta_0 \left( \frac{2v_0}{g} \sin \theta_0 \right)$$

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$



**Para qual ângulo  $R$  é máximo ?**

---

# Altura Máxima

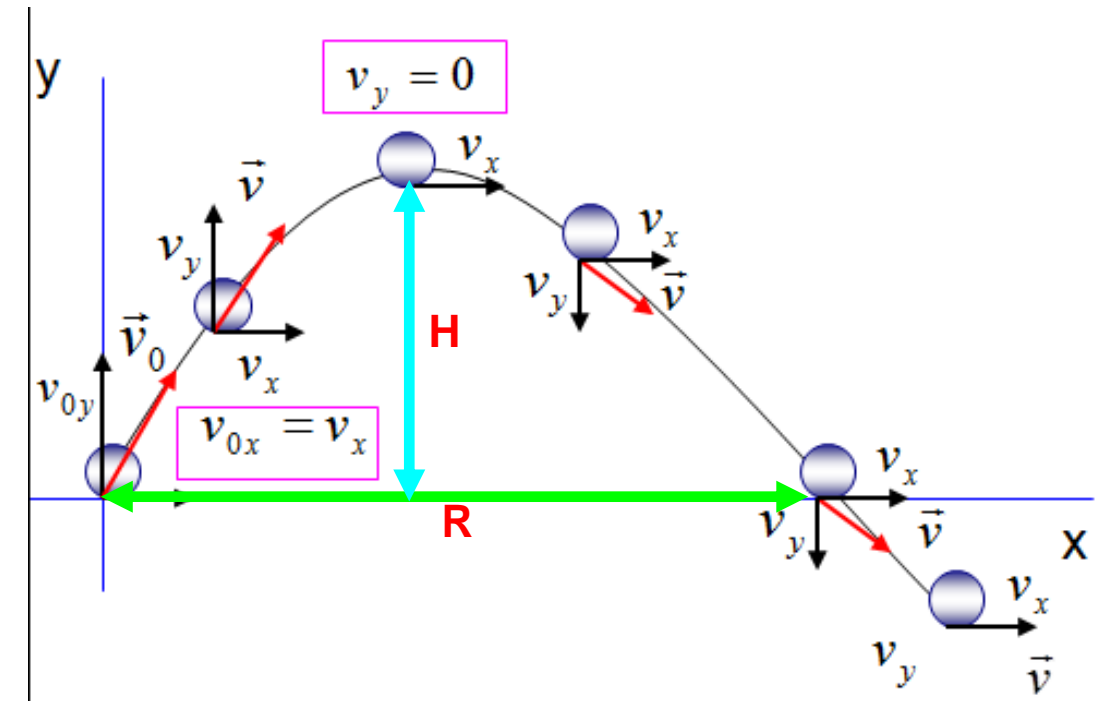
$$y = y_0 + v_0 \operatorname{sen} \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - g t \quad (2)$$

$$\text{Em (1): } y_0 = 0 \text{ e } y = H \Rightarrow H = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3)$$

$$\text{Em (2): } v_y = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} \quad (4)$$

$$(4) \text{ em (3): } H = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 \left( \frac{v_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} \right) - \frac{1}{2} g \left( \frac{v_0 \operatorname{sen} \theta_0}{g} \right)^2$$



$$H = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \theta_0$$

**Para qual ângulo, H é máximo ?**

# Curiosidades olímpicas

---

Objeto	peso (homem/mulher)	velocidade	alcance	âng de lançamento
Martelo	7,3 kg / 4,0 kg	100 km/h	80 m	36° a 44°
Peso	7,3 kg / 4,0 kg	55 km/h	23 m	34° a 41°
Disco	2,0 kg / 1,0 kg	100 km/h	75 m	30° a 40°
Dardo	800 g / 600 g	110 km/h	100 m	31° a 38°



# Sumário

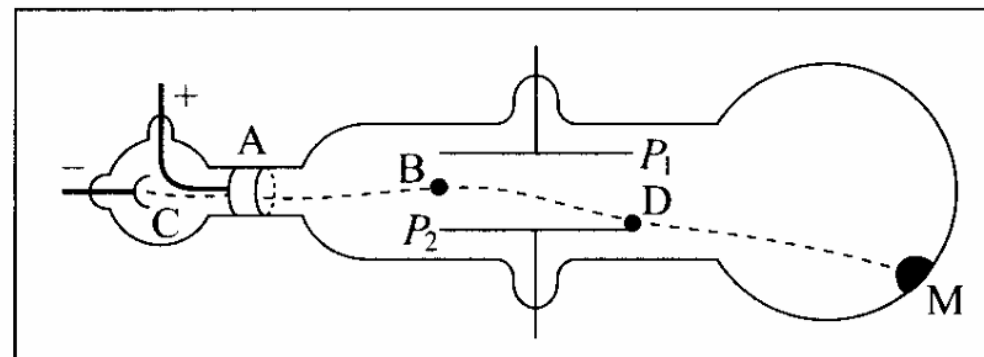
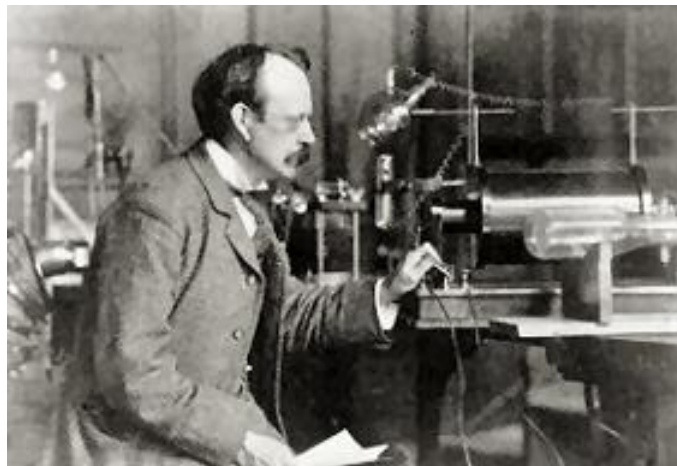
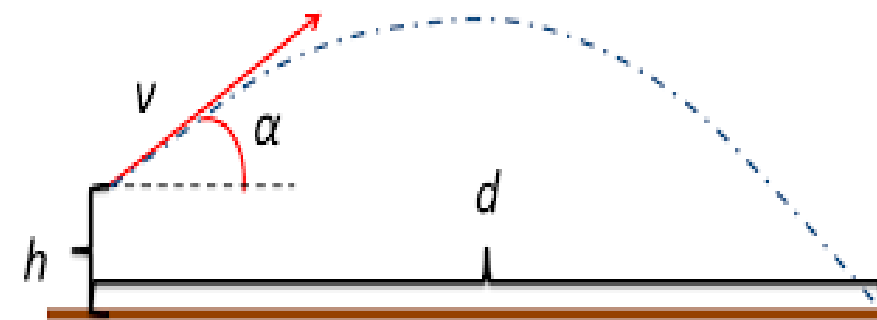


Figura 3.26 Tubo de raios catódicos.



Lançamento do chão

$$d = \frac{v^2 \text{sen}(2\alpha)}{g}$$

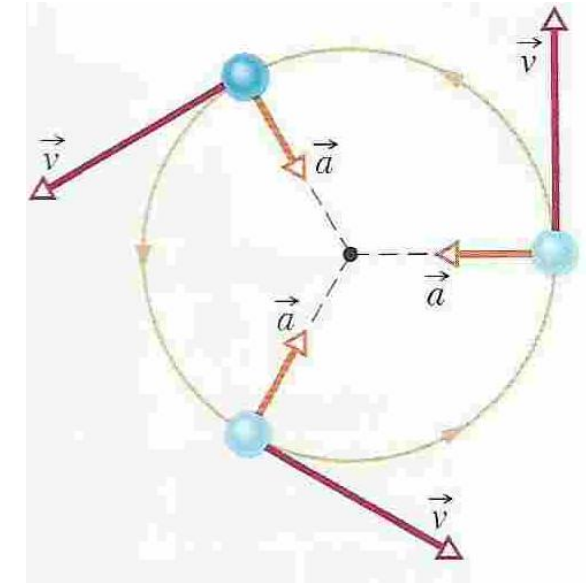
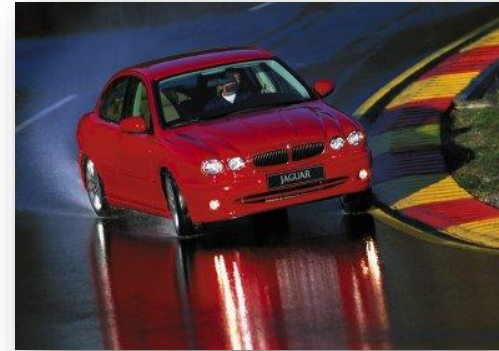
Lançamento de uma altura  $h$

$$d = \frac{v^2 \text{sen}(2\alpha)}{2g} \left[ 1 + \left( 1 + \frac{2gh}{v^2 \text{sen}^2(\alpha)} \right)^{1/2} \right]$$



# Movimento Circular Uniforme

- A trajetória da partícula é curva;
- Partícula se move  $\Rightarrow$  velocidade escalar cte
- A direção da velocidade da partícula varia;
  - $a_{cp}$



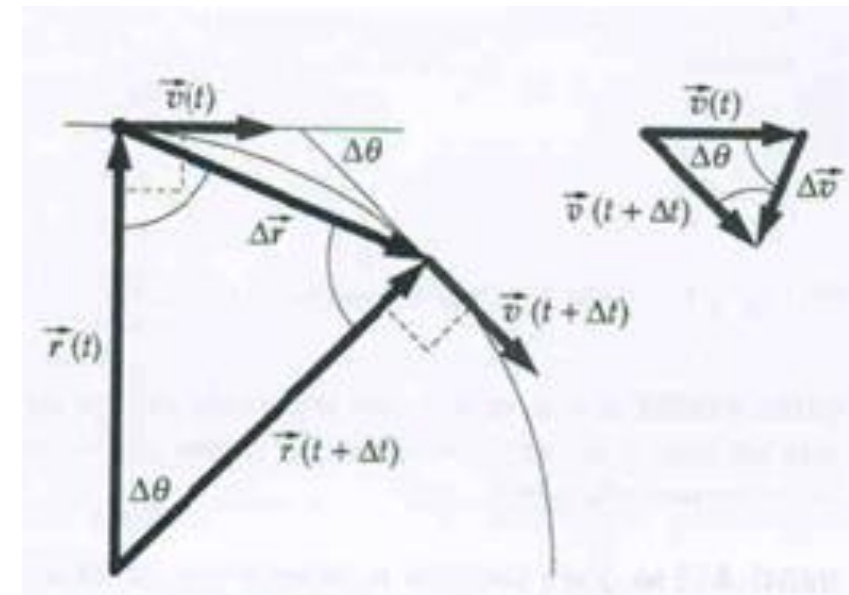
$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta \vec{r}|} = \frac{v}{r} \qquad a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{|\Delta t|}$$

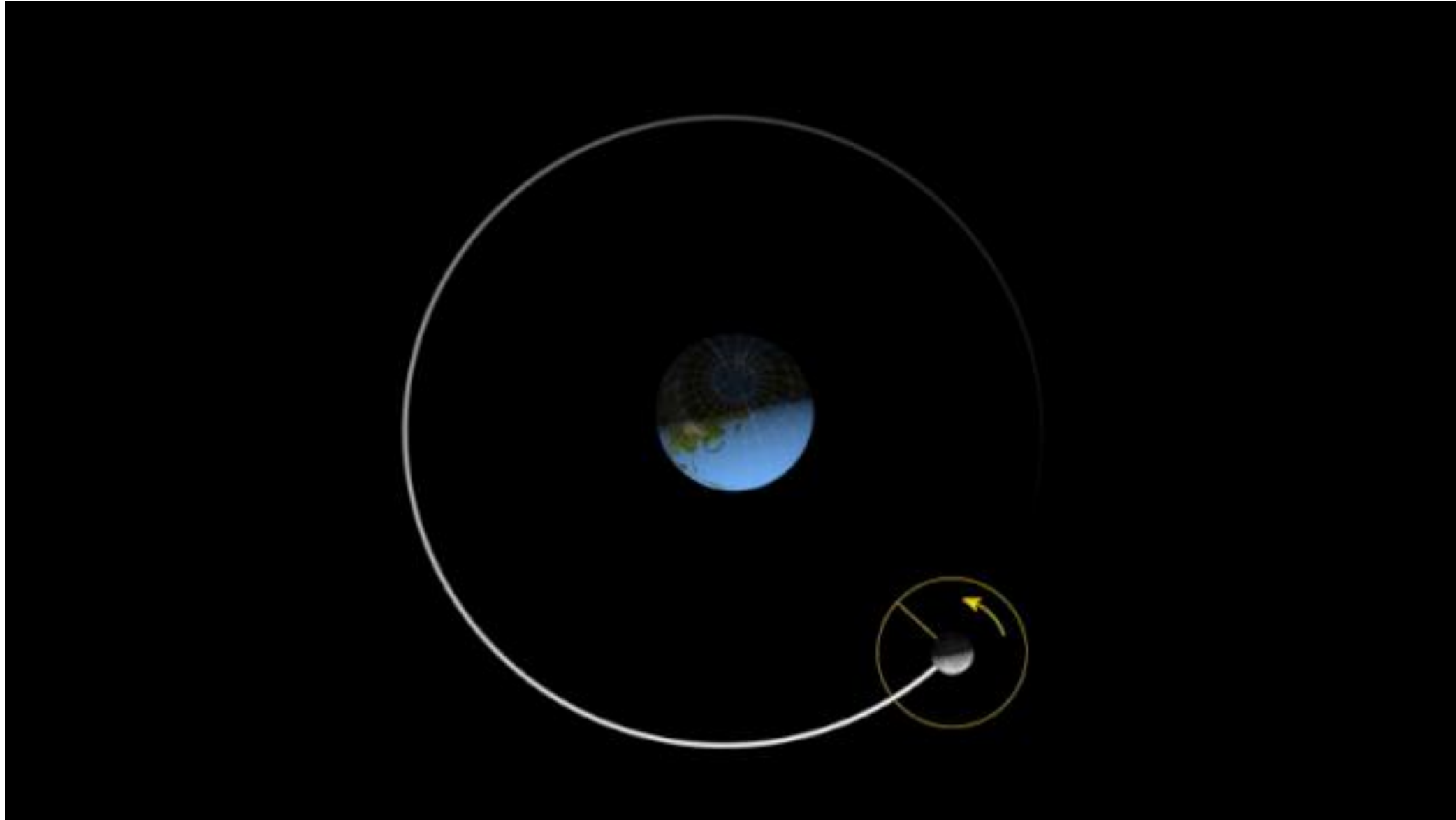
$$|\Delta \vec{v}| = \frac{v}{r} |\Delta \vec{r}|$$

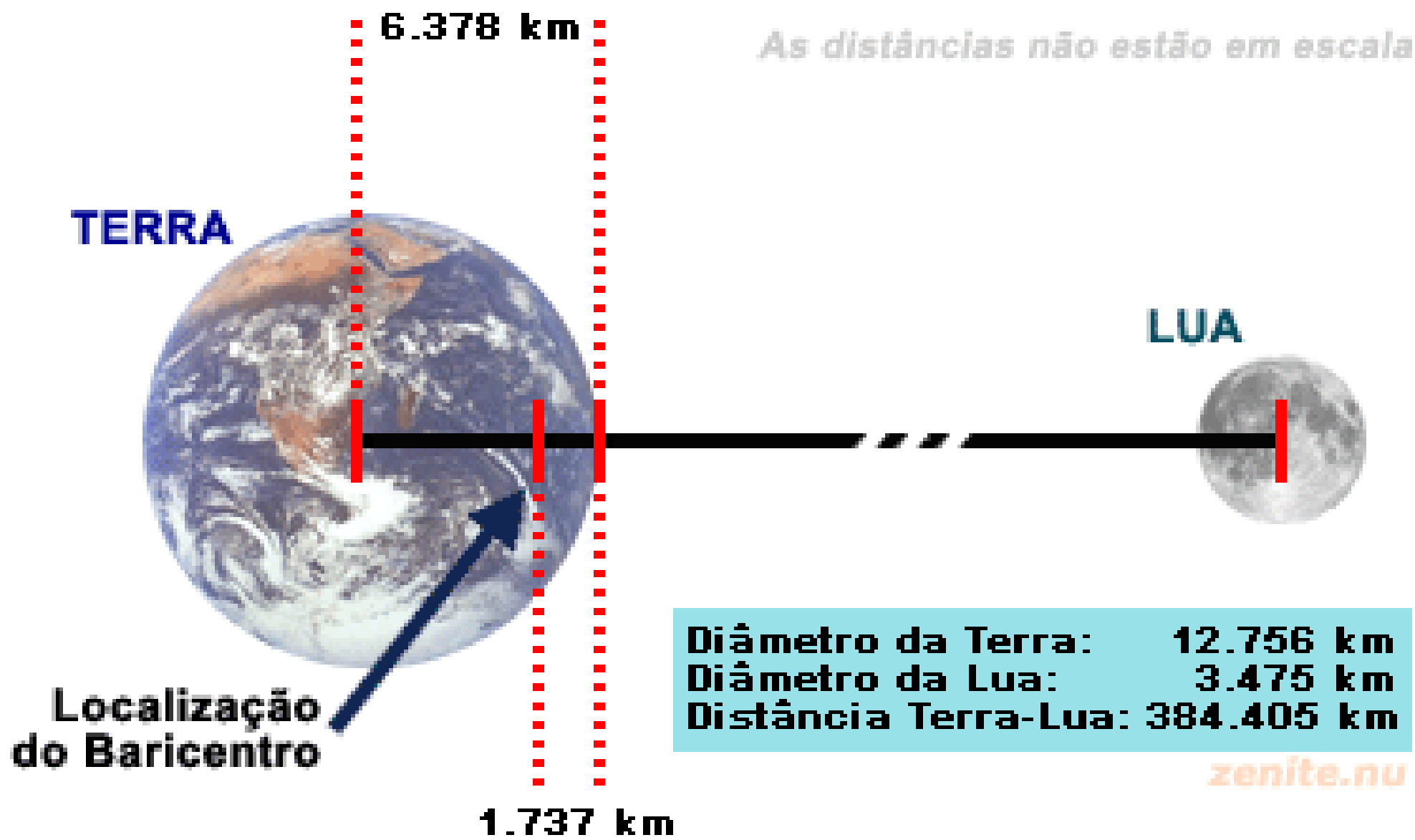
$$\frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta t|} = \frac{v}{r} \frac{|\Delta \vec{r}|}{|\Delta t|}$$

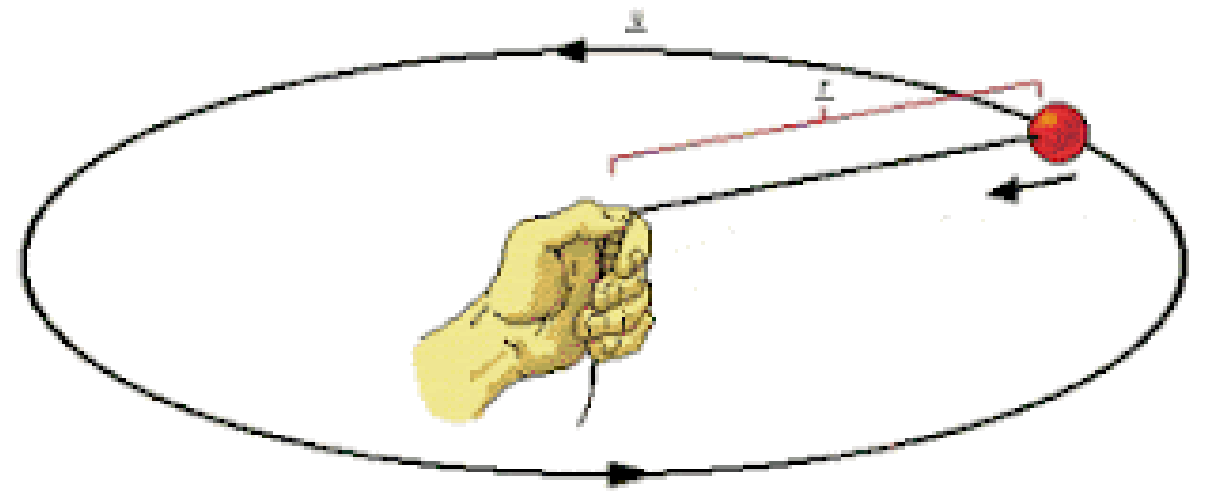
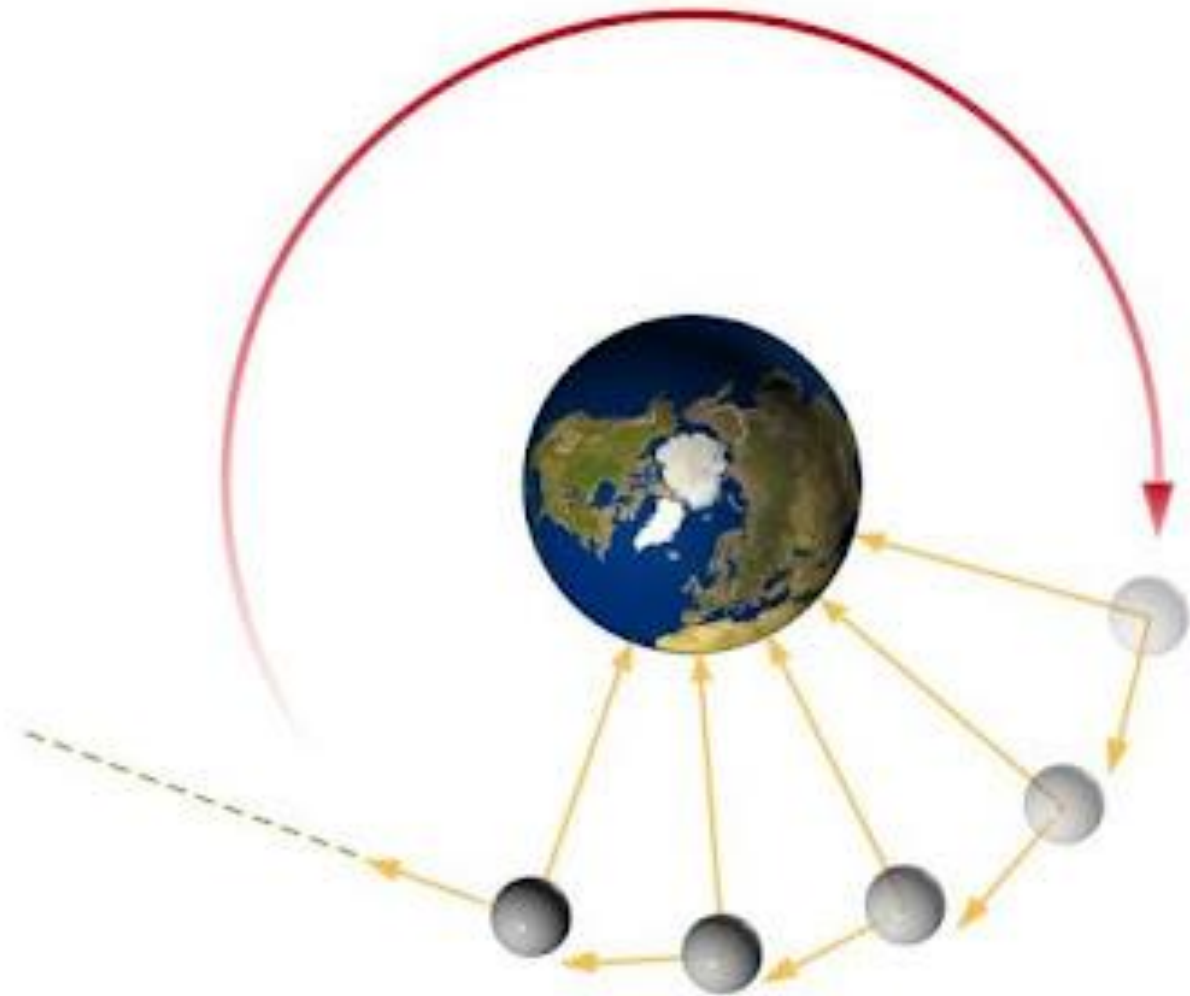
$$a = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r} = a_c$$

**Aceleração centrípeta**











# Demonstração

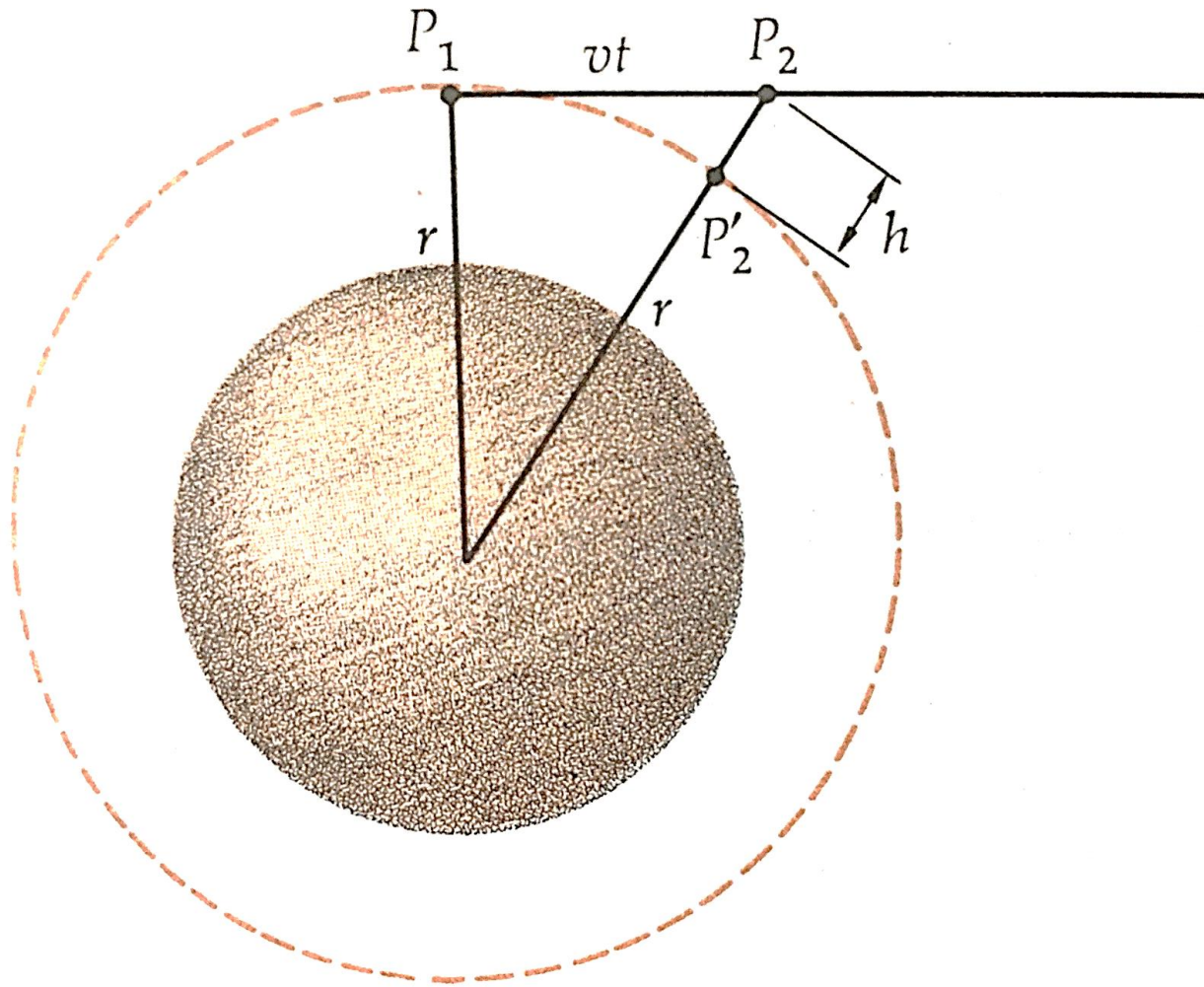


Fig:

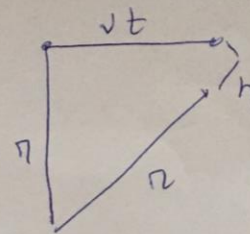
Vamos ver o que ocorre do sistema deslocar de  $P_1 \rightarrow P_2$  em um certo intervalo de tempo  $t$

Contudo, o objeto em órbita circular chega ao ponto  $P_2'$ , como se "caísse" de uma distância  $h$

Δ para + pequeno  $P_2$  e  $P_2'$  estão aproximadamente no mesmo raio

$$h \ll r \text{ (raio da órbita)}$$

pelos triângulos:



$$(r+h)^2 = (vt)^2 + r^2$$

$$r^2 + 2hr + h^2 = v^2 t^2 + r^2$$

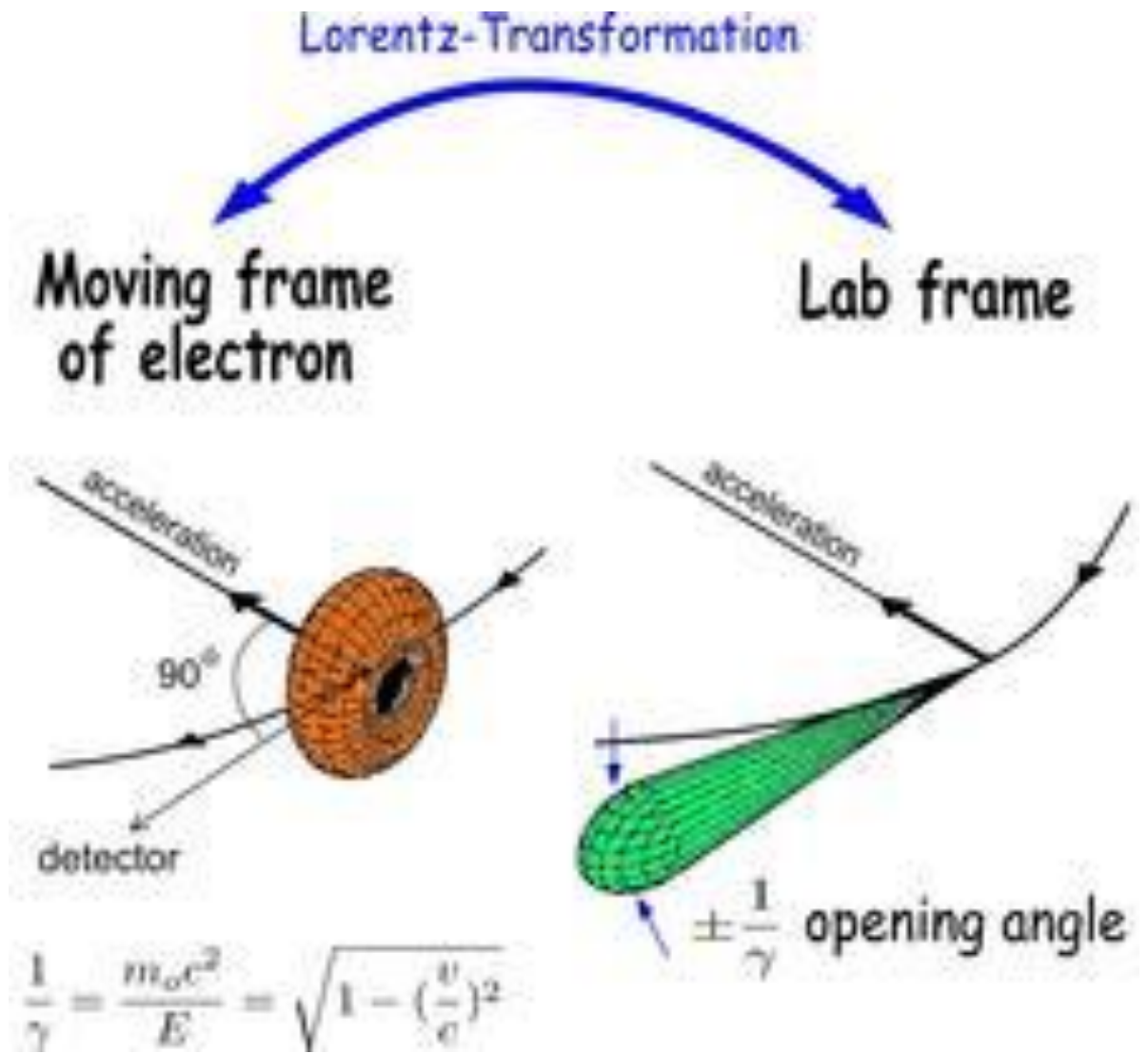
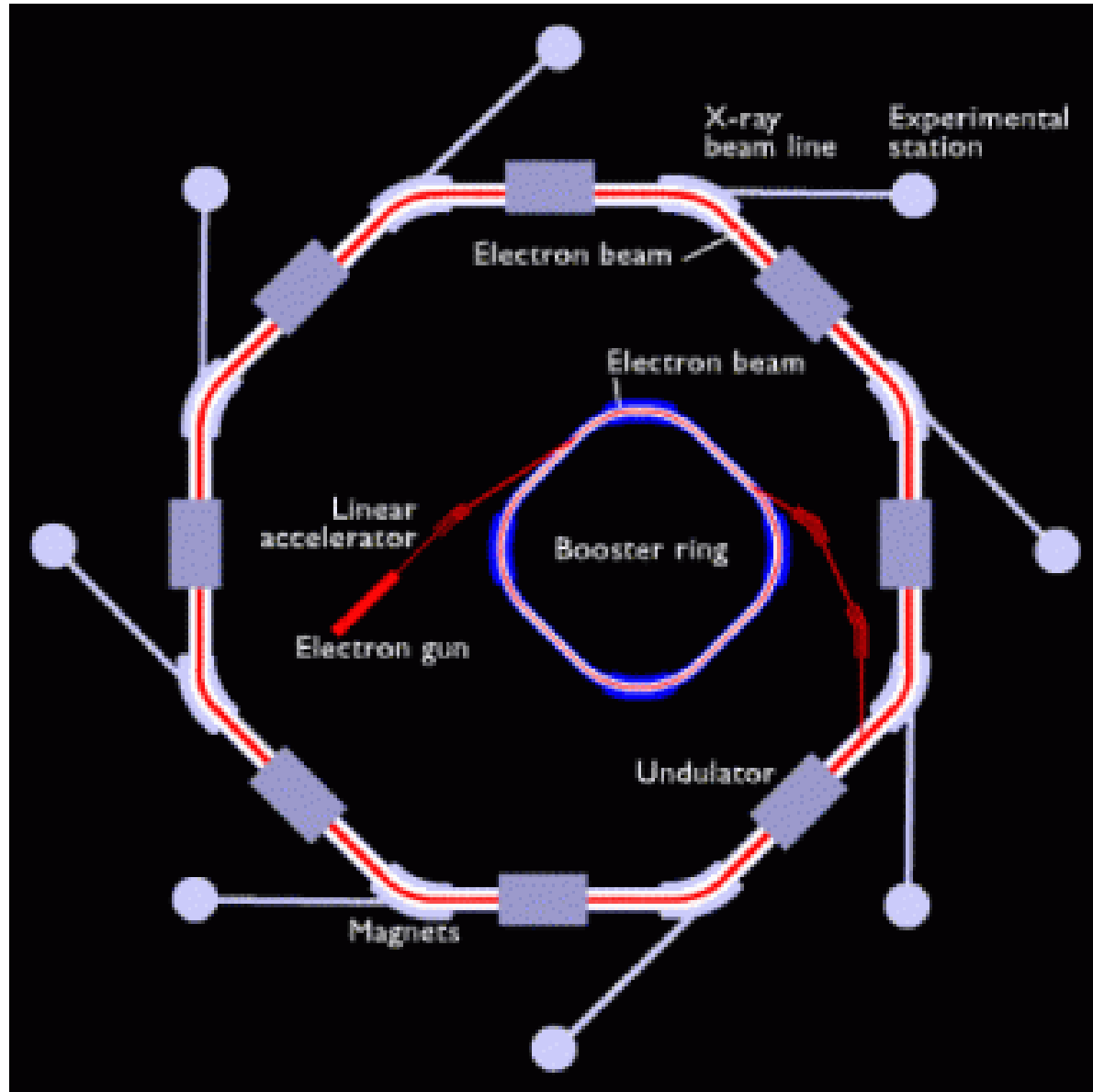
$$h(2r+h) = v^2 t^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{lembrando que} \\ h \ll r \\ (2r+h) \approx 2r \end{cases}$$

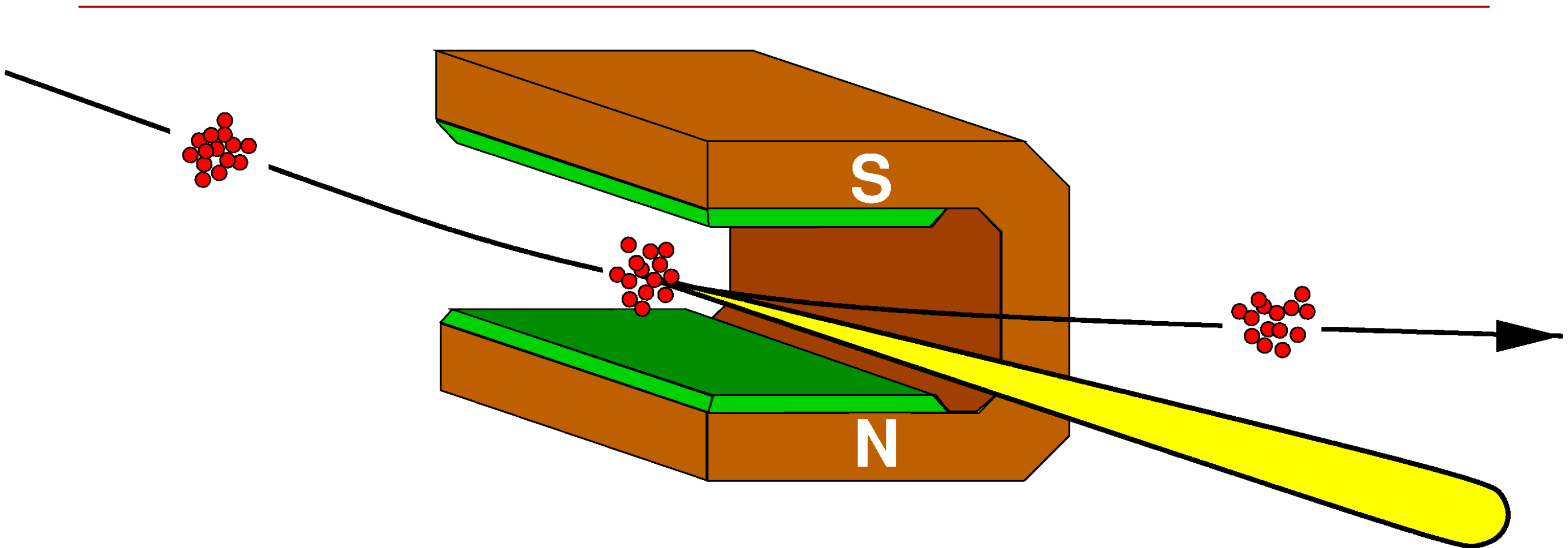
$$h \approx \frac{1}{2} \left( \frac{v^2}{r} \right) t^2$$

$$\boxed{a = \frac{v^2}{r}}$$

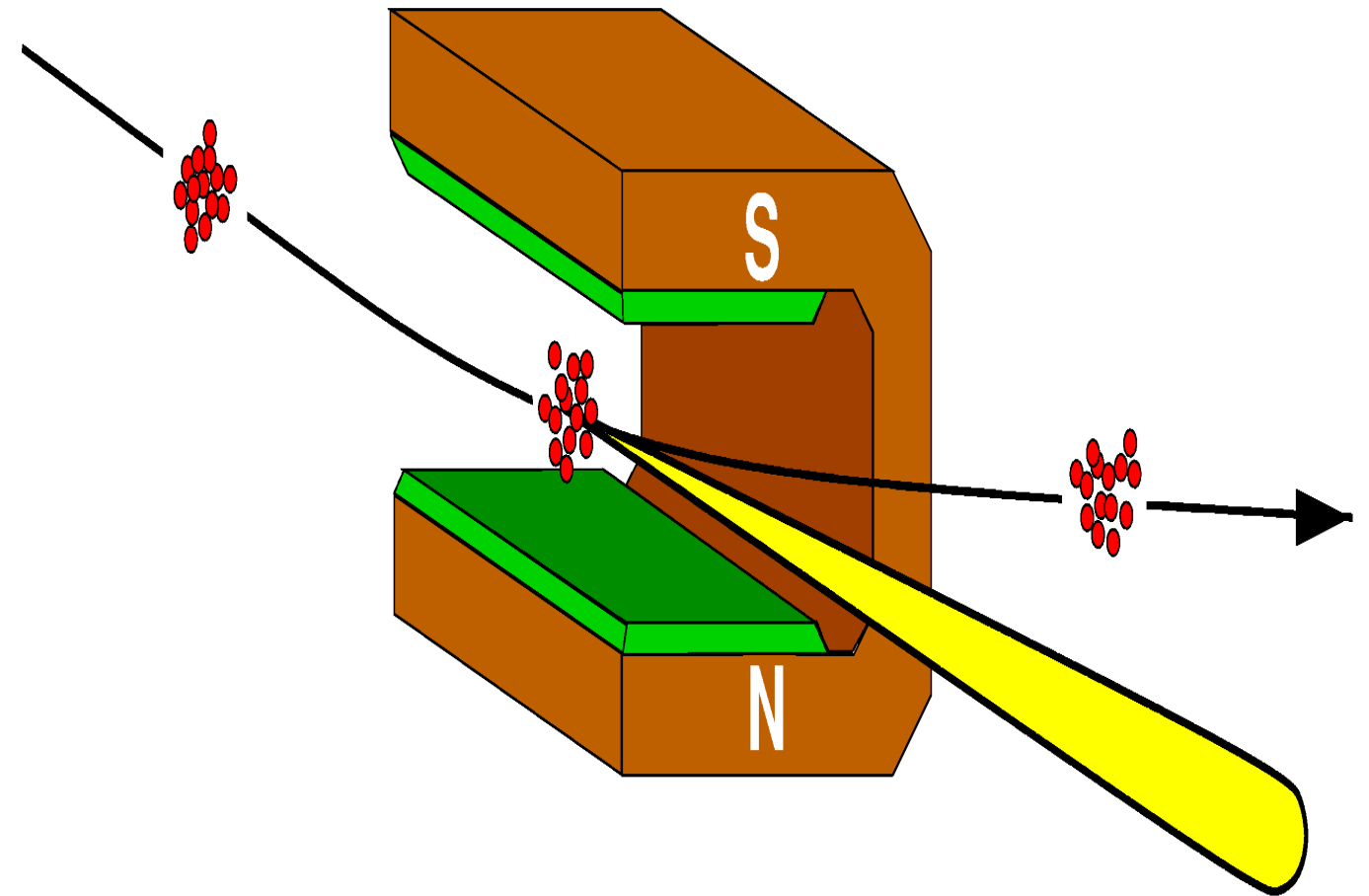
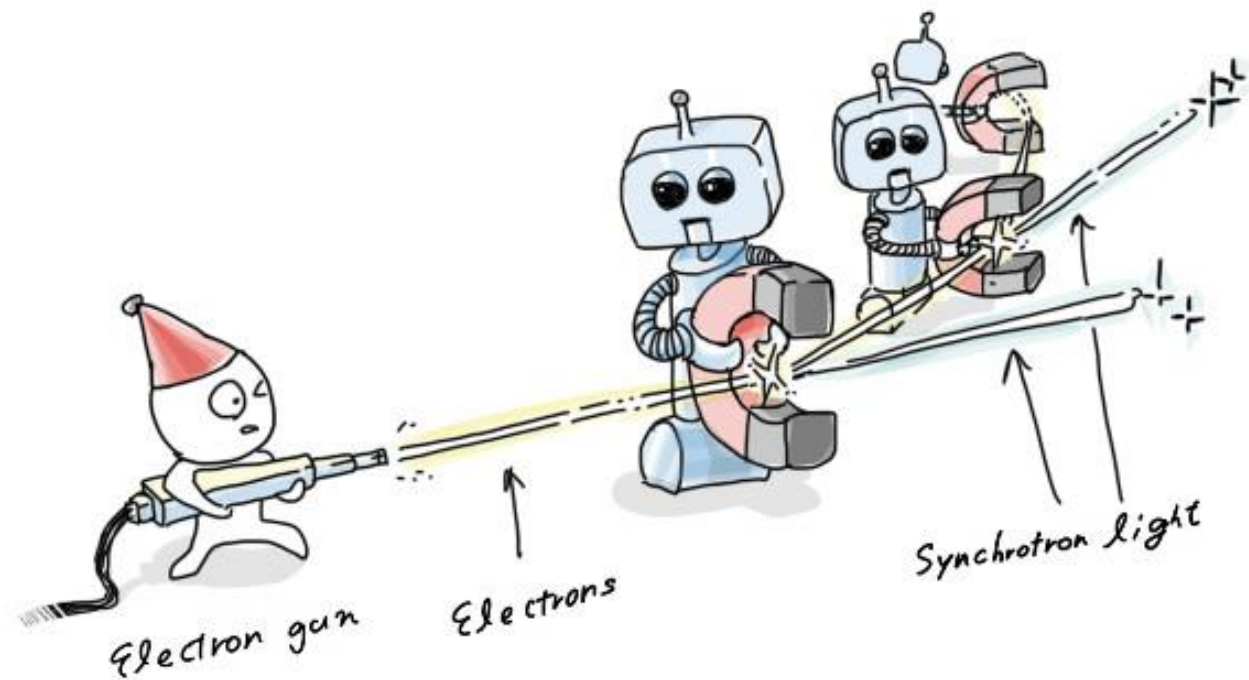
!

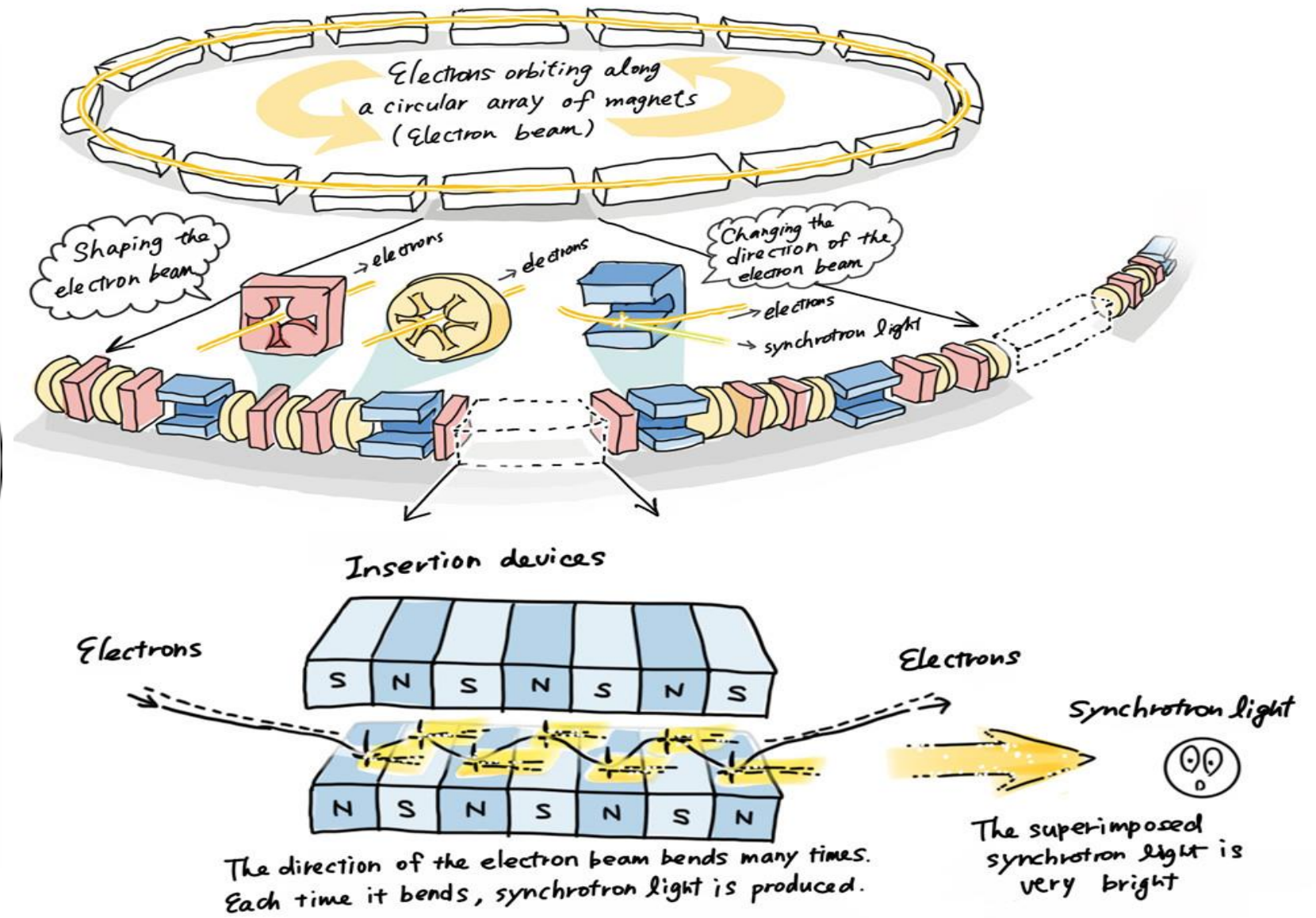
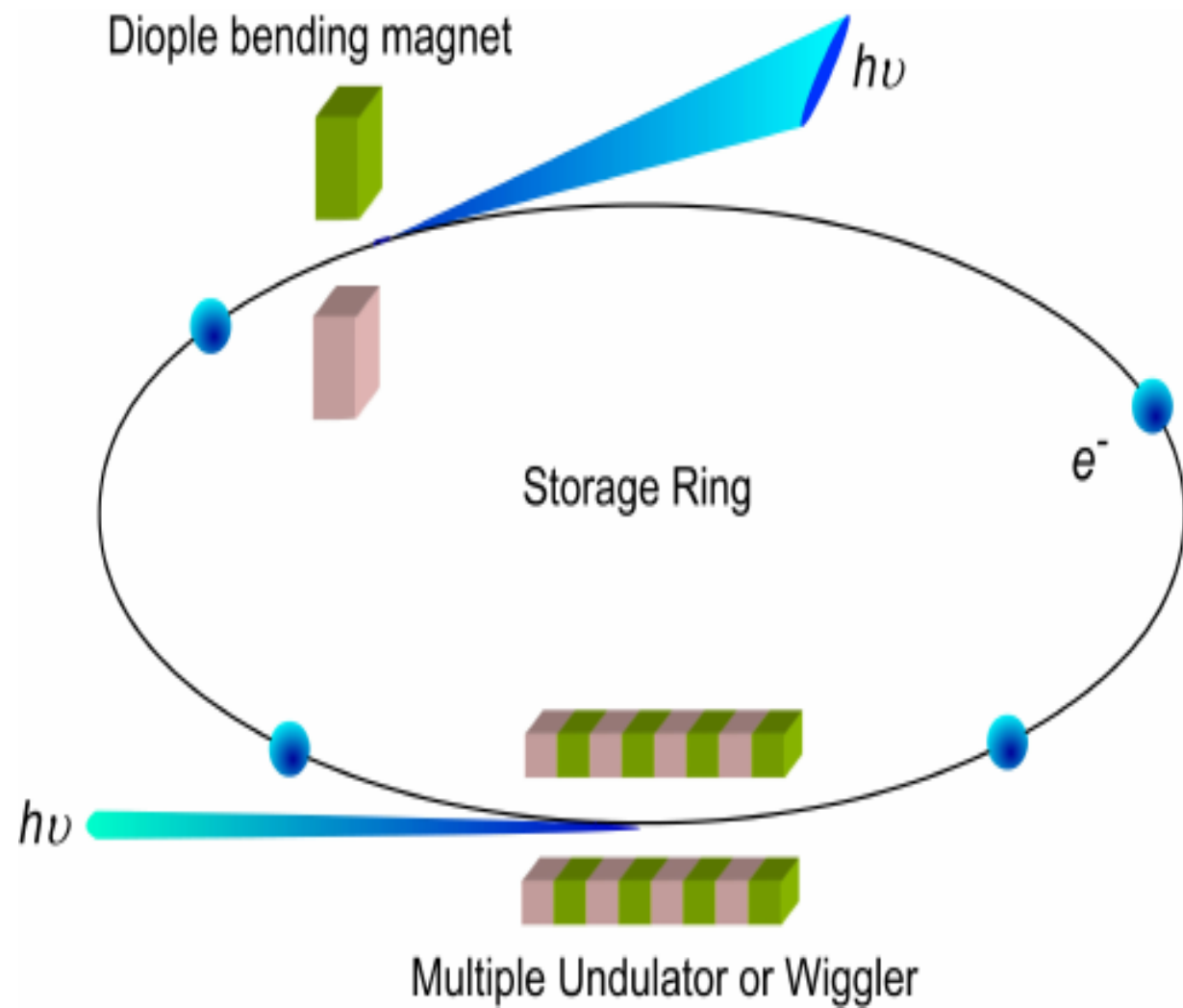


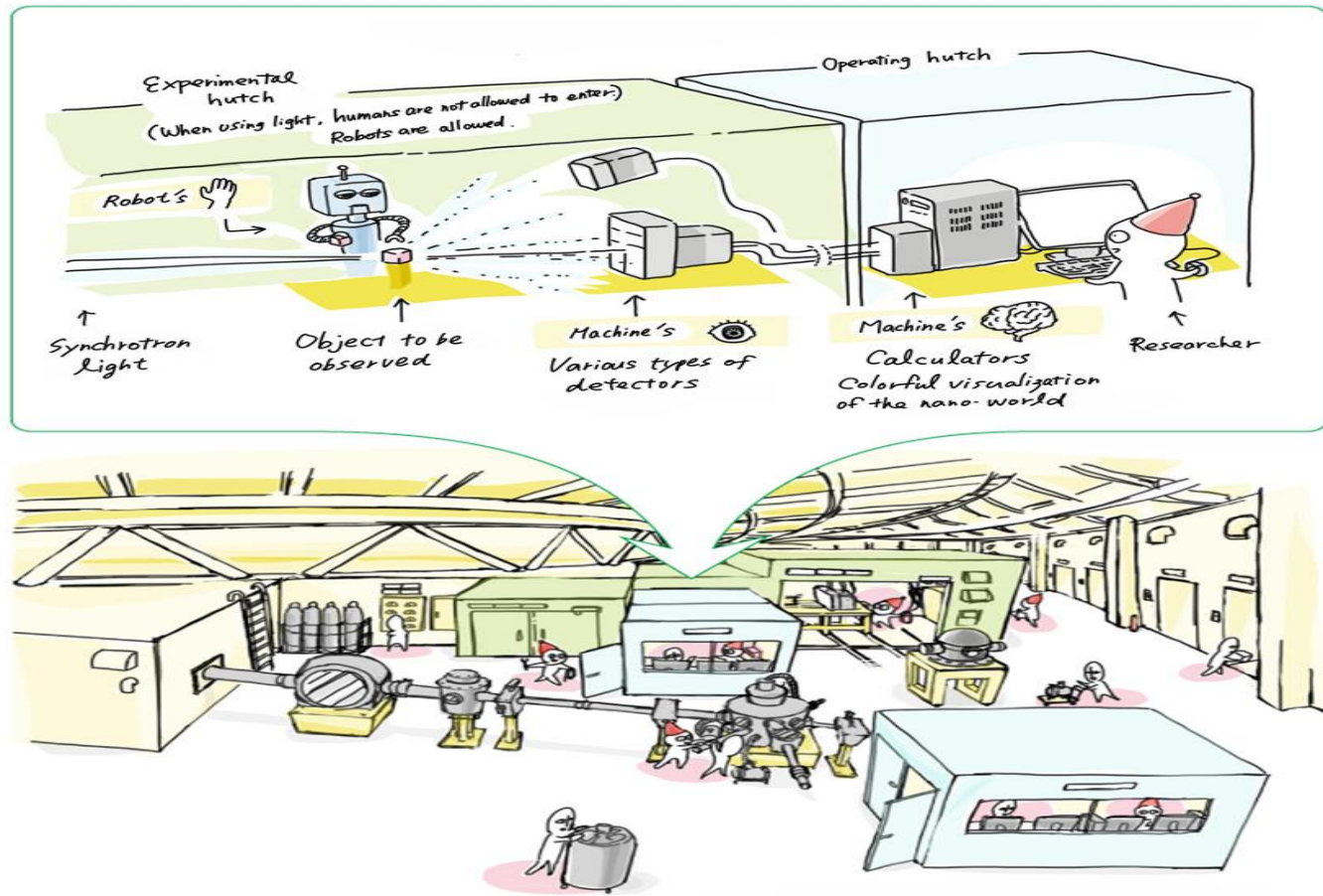


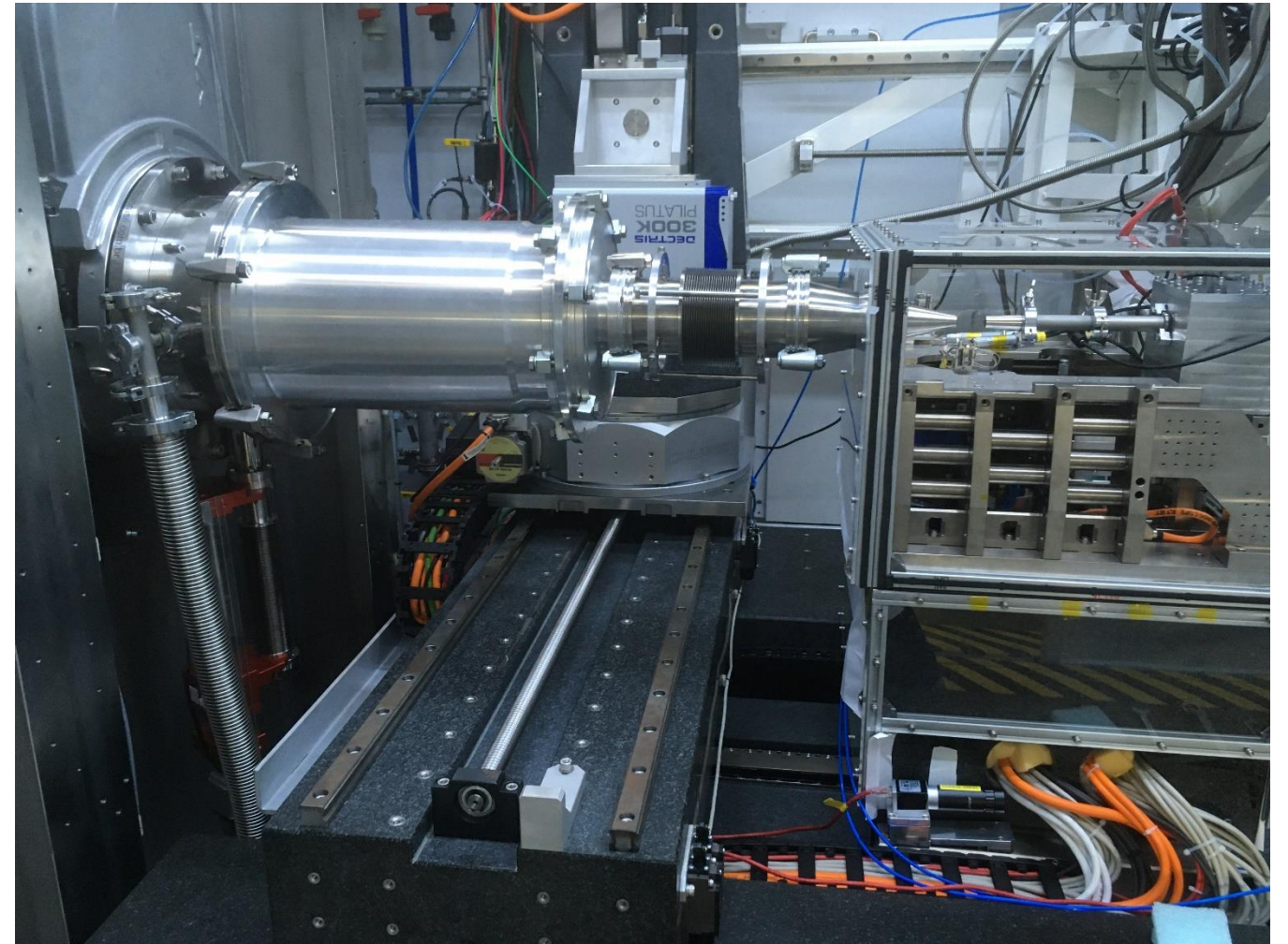


# Princípio da radiação sincrotron









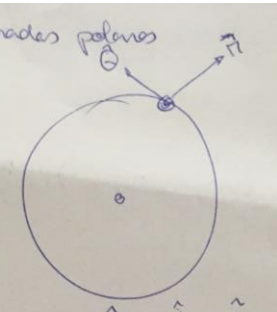




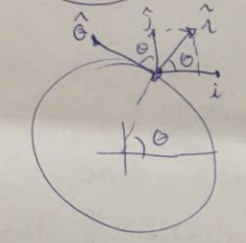
# Descrição – Movimento Circular

①

Coordenadas polares



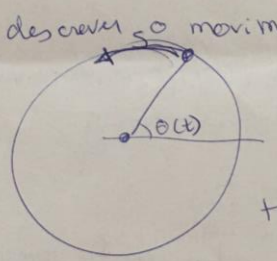
polares vs cartesianas



$$\hat{r} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}$$

$$\hat{\theta} = -\sin\theta \hat{i} + \cos\theta \hat{j}$$

se queremos descrever o movimento de um objeto em torno de um círculo



$$s = r \cdot \theta$$

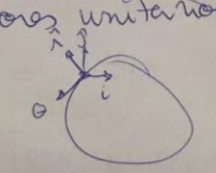
$\theta(t)$  é uma função do tempo e

$\hat{\theta}$  e  $\hat{r}$  apontam p/ direções diferentes

Assim em função do tempo: temos

$$\vec{r}(t) = \cos\theta(t) \hat{i} + \sin\theta(t) \hat{j}$$

Os vetores unitários não mudam nas coordenadas cartesianas.



O vetor posição pode ser expresso

$$\vec{r}(t) = r \cdot \hat{r}(t)$$

$$= r \cdot \cos\theta(t) \hat{i} + r \sin\theta(t) \hat{j}$$

Velocidade:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = r \cdot \frac{d(\cos\theta(t))}{dt} \hat{i} + r \sin\theta(t) \frac{d\theta}{dt} \hat{j}$$

regra da cadeia

$$= r \cdot \frac{d\theta}{dt} (-\sin\theta(t) \hat{i} + \cos\theta(t) \hat{j})$$

$$= r \cdot \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$$

$\hat{\theta}$  aponta tangencialmente

Período =  $T = \frac{2\pi r}{|v|}$

$$v = \frac{1}{T}$$

$\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0)$  componente

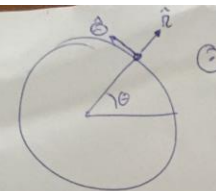
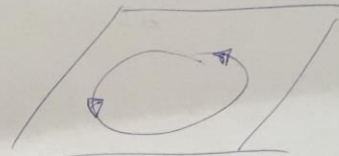
$v_{\theta}$  pode ser

- $> 0$  velocidade angular sentido anti-horário
- $= 0$
- $< 0$  movimento relogio sentido horário

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$

③

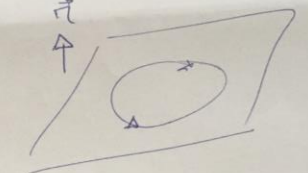
Velocidade angular

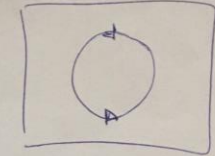

$\frac{d\theta}{dt} > 0$

$\frac{d\theta}{dt} < 0$

regra da mão direita



$\frac{d\theta}{dt} > 0$

sentido fora do plano

angular velocity  $\hat{\omega} = \frac{d\theta}{dt} \hat{k}$

$$= \omega_z \hat{k}$$

$\Rightarrow \omega = |\hat{\omega}| = \left| \frac{d\theta}{dt} \right|$

movimento tangencial angular (regra da mão direita)

# Velocidade no MCU

---

## Tratamento vetorial

$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j}$$

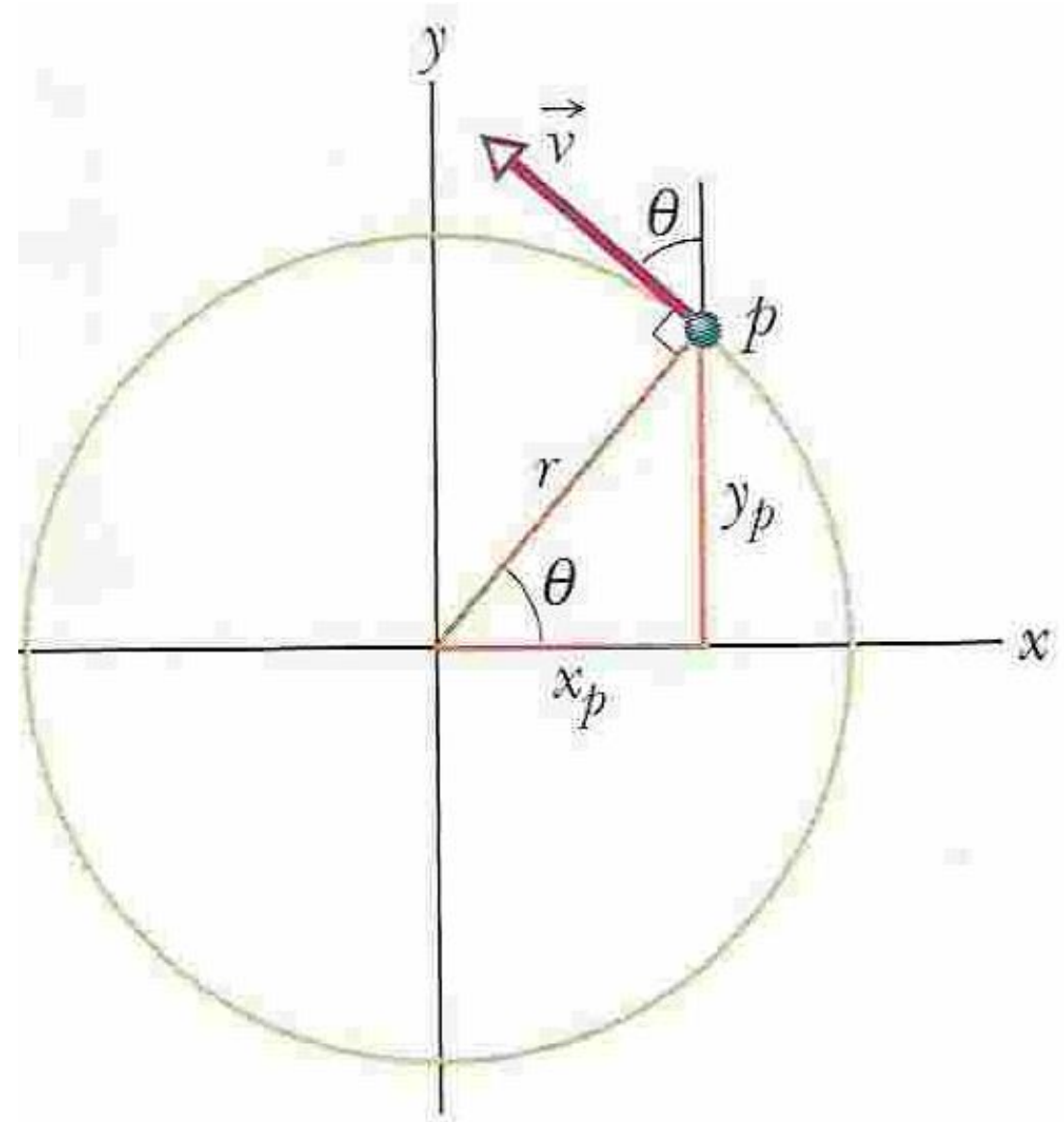
$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \operatorname{sen} \theta$$

$$\theta = \omega t$$

$$\vec{r}(t) = r \cos(\omega t) \hat{i} + r \operatorname{sen}(\omega t) \hat{j}$$



# Velocidade no MCU

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j}$$

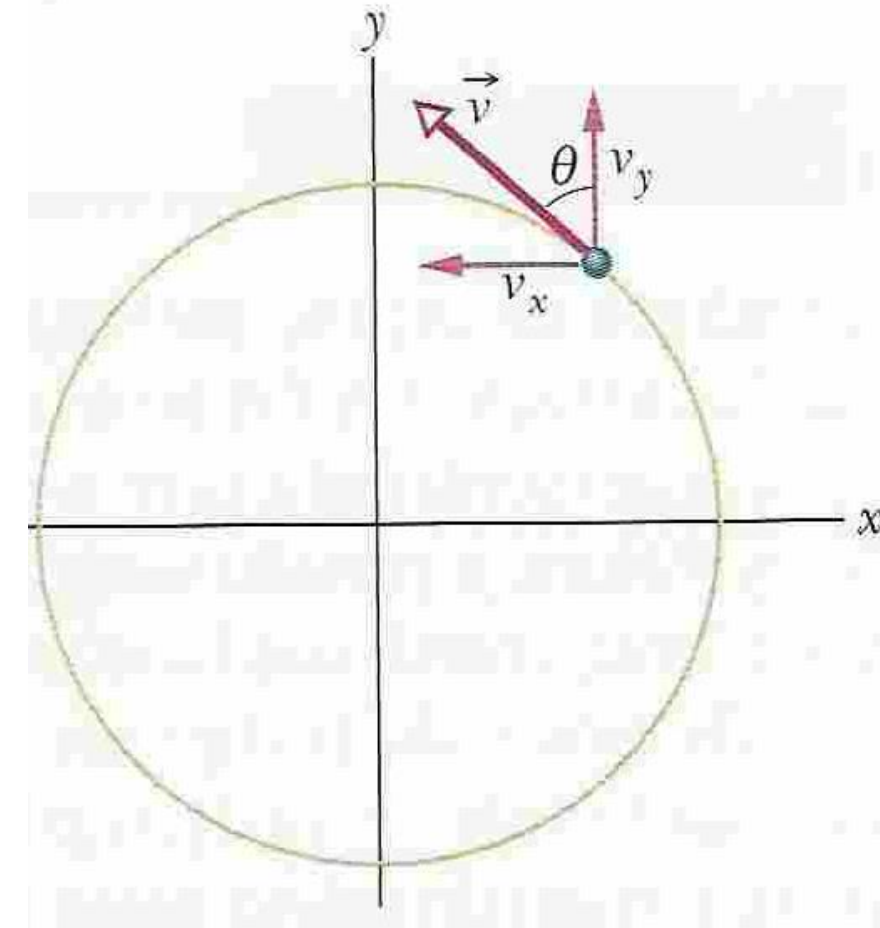
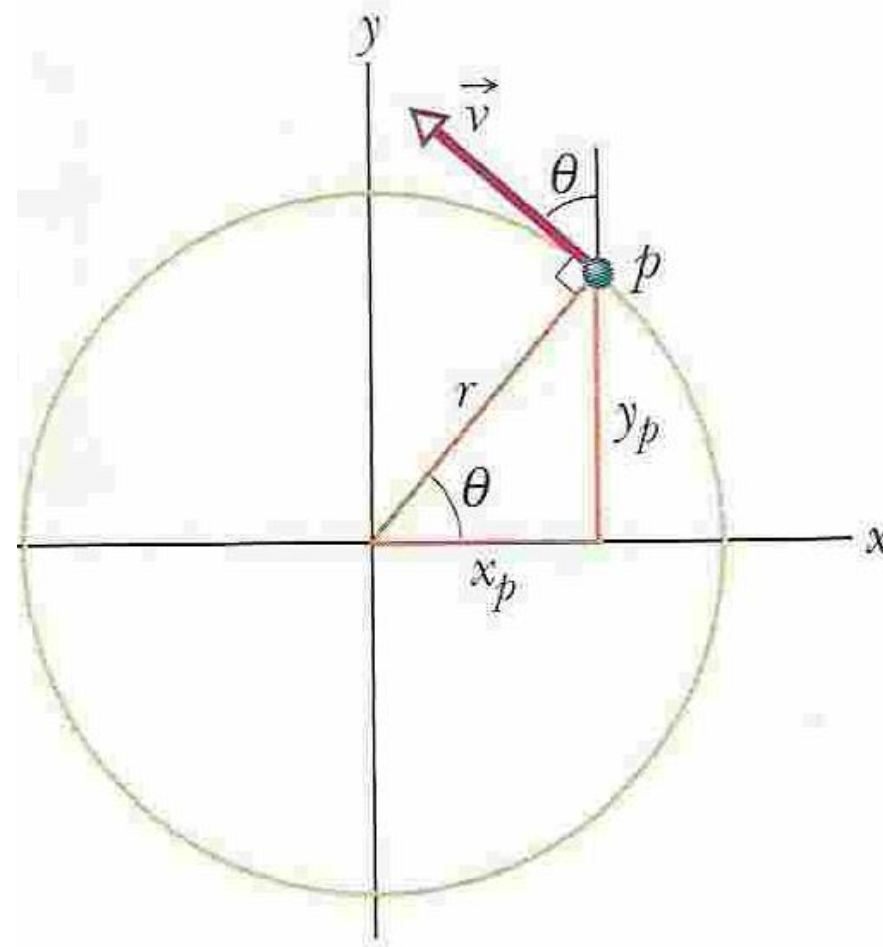
$$\vec{r}(t) = r \cos(\omega t)\hat{i} + r \sin(\omega t)\hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega r \sin(\omega t)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \omega r \cos(\omega t)$$

$$\vec{v} = -r\omega \sin(\omega t)\hat{i} + r\omega \cos(\omega t)\hat{j}$$



# Aceleração no MCU

$$\vec{v} = -r\omega \text{sen}(\omega t) \hat{i} + r\omega \text{cos}(\omega t) \hat{j}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j}$$

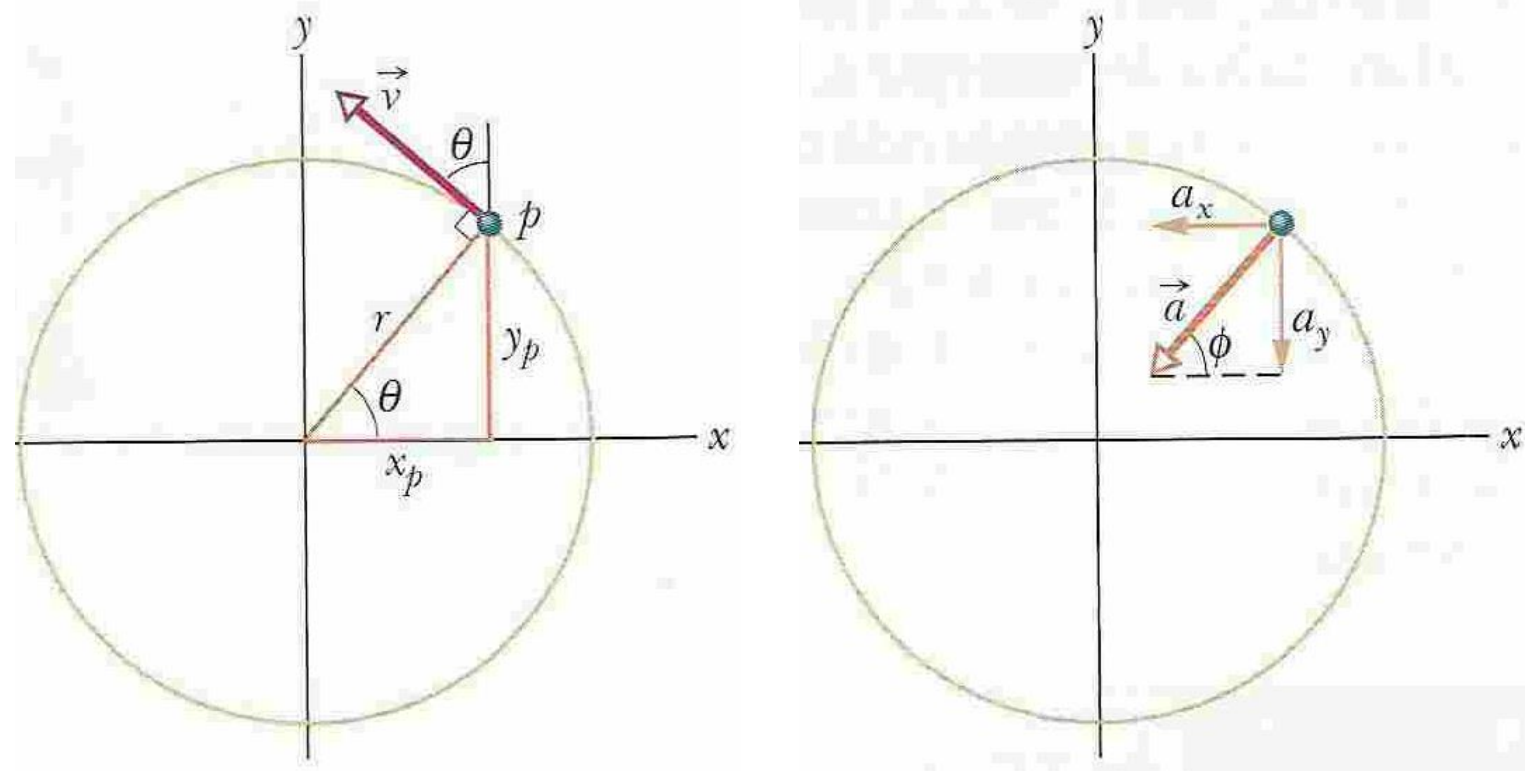
$$\vec{a} = -r\omega^2 \text{cos}(\omega t) \hat{i} - r\omega^2 \text{sen}(\omega t) \hat{j}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 [ r \text{cos}(\omega t) \hat{i} + r \text{sen}(\omega t) \hat{j} ]$$

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{r}$$

**Aceleração  
centrípeta**

$$\vec{a}_c = -\omega^2 \vec{r} = -\frac{v^2}{r^2} \vec{r} = -\frac{v^2}{r} \hat{r}$$



# Sugestão de exercício

---

Uma pedra amarrada em uma corda move-se no plano  $xy$ . Suas coordenadas são dadas em função do tempo por  $x(t) = R\cos(\omega t)$  e  $y(t) = R\sin(\omega t)$  onde  $R$  e  $\omega$  são constantes.

- (a) Mostre que a distância da pedra até a origem é constante e igual a  $R$ , ou seja, sua trajetória é uma circunferência de raio  $R$ .
  - (b) Mostre que em cada ponto o vetor velocidade é perpendicular ao vetor posição.
  - (c) Mostre que o vetor aceleração é sempre oposto ao vetor posição e possui módulo igual a  $\omega^2 R$ .
  - (d) Mostre que o módulo da velocidade da pedra é constante e igual a  $\omega R$ .
-

# Solução

---

(a) Vetor posição:  $\vec{r}(t) = R\cos(\omega t)(\hat{i}) + R\sin(\omega t)(\hat{j})$   
 $|\vec{r}(t)| = \sqrt{R^2[\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)]} = R$

(b) Vetor velocidade  $\vec{v}(t) = -\omega R[\sin(\omega t)(\hat{i}) - \cos(\omega t)(\hat{j})]$

Se os vetores  $\vec{r}(t)$  e  $\vec{v}(t)$  forem perpendiculares o produto escalar entre eles é nulo.

$$\vec{r}(t) \cdot \vec{v}(t) = -\omega R^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) + \omega R^2 \sin(\omega t) \cos(\omega t) = 0$$

(c) Vetor aceleração:  $\vec{a}(t) = -\omega^2 R[\cos(\omega t)(\hat{i}) + \sin(\omega t)(\hat{j})] = -\omega^2 \vec{r}$

$$|\vec{a}(t)| = \sqrt{(-\omega^2 R)^2[\cos^2(\omega t) + \sin^2(\omega t)]} = \omega^2 R$$

(d)  $|\vec{v}(t)| = \sqrt{(-\omega R)^2[\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)]} = \omega R$

---