



Universidade de São Paulo - USP

Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA

ZEB0562 Cálculo Numérico

### Exercícios de fixação - tópico 09: *Problemas de valor inicial (PVI) - EDO de ordem 2*

Resolva os problemas de valor inicial a seguir aplicando o(s) método(s) numérico(s) sugerido(s) no enunciado (o método de Euler pode ser entendido como uma versão “simplificada” do método de Runge-Kutta-Nyström, conforme apresentado na videoaula). Compare os resultados numéricos com a solução exata nos pontos correspondentes.

1. Considere o problema de valor inicial regido por  $y'' = -10x^3y \cdot (2y + xy')$ , sujeito às condições iniciais  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . No intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , aplique o método de Euler com  $\Delta x = 0.1$  e o método de Runge-Kutta-Nyström com  $\Delta x = 0.2$ .
2. Considere o problema de valor inicial regido por  $y'' = 2\cos(2x) - y' \cdot \tan(x) - y \cdot [\sec(x)]^2$ , sujeito às condições iniciais  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . No intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , aplique o método de Euler com  $\Delta x = 0.1$  e o método de Runge-Kutta-Nyström com  $\Delta x = 0.2$ .
3. Considere o problema de valor inicial regido por  $y'' = y + xy'$ , sujeito às condições iniciais  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ . No intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , aplique o método de Euler com  $\Delta x = 0.1$  e o método de Runge-Kutta-Nyström com  $\Delta x = 0.2$ .
4. Considere o problema de valor inicial regido por  $y'' = y'(1 + x^{-1}) - yx^{-2}$  sujeito às condições iniciais<sup>(\*)</sup>  $y(1) = e$ ,  $y'(1) = 2e$ . No intervalo  $1 \leq x \leq 2$ , aplique o método de Euler com  $\Delta x = 0.1$  e o método de Runge-Kutta-Nyström com  $\Delta x = 0.2$ .  
(\* ) Por que não é possível impor condições iniciais do tipo  $y(0) = y_0$  e  $y'(0) = y'_0$ ?
5. Considere o problema de valor inicial regido por  $y'' = xy' - 4y$  sujeito às condições  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 0$ . No intervalo  $0 \leq x \leq 1$ , aplique o método de Euler com  $\Delta x = 0.1$  e o método de Runge-Kutta-Nyström com  $\Delta x = 0.2$ .
6. Resolva a ‘Hands-On Task’ (HOT) referente ao Tópico 09 sob diferentes condições iniciais, ou seja, com diferentes valores para a posição inicial  $x_0$  e para a velocidade inicial  $v_0$ . Implemente a combinação  $x_0 = 0$  e  $v_0 = 0$  e procure interpretar a solução numérica dela decorrente.

Respostas de exercícios selecionados

1. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica):  $y(x) = 1/(x^5 + 1)$
2. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica):  $y(x) = \cos(x) \cdot [3 - 2\cos(x)]$
3. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica):  $y(x) = \exp(0.5x^2)$
4. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica):  $y(x) = x \cdot \exp(x)$
5. Solução exata (para calcular valores a serem comparados com a solução numérica):  $y(x) = x^4 - 6x^2 + 3$