

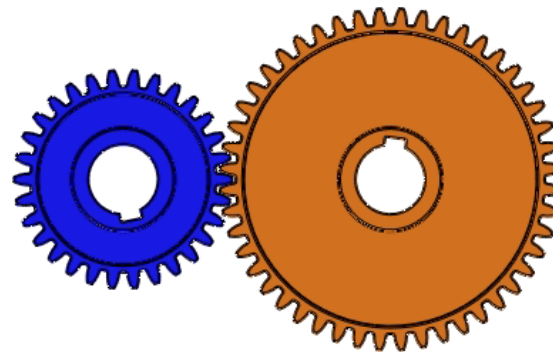


ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Introdução aos Elementos de Máquinas

PMR 3320 – A11

Introdução ao projeto de engrenagens



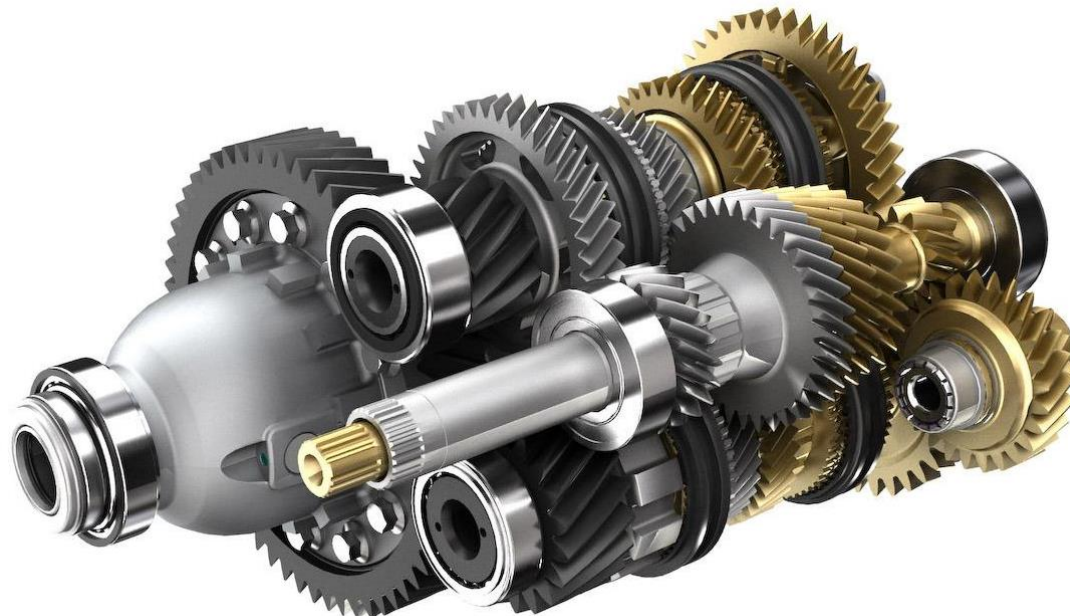
2023.2



Engrenagens

Engrenagens são elementos de máquinas utilizados para transmissão, direcionamento, amplificação e redução de velocidades e forças (torques), entre elementos rotativos.

Referência: Capítulos 13, 14 e 15 do *Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition*, McGraw-Hill Primis, 2006





Engrenagens

- ⇒ Primeiras aplicações datam do século I – dispositivo de medição do tempo
- ⇒ Século 13 – relógios

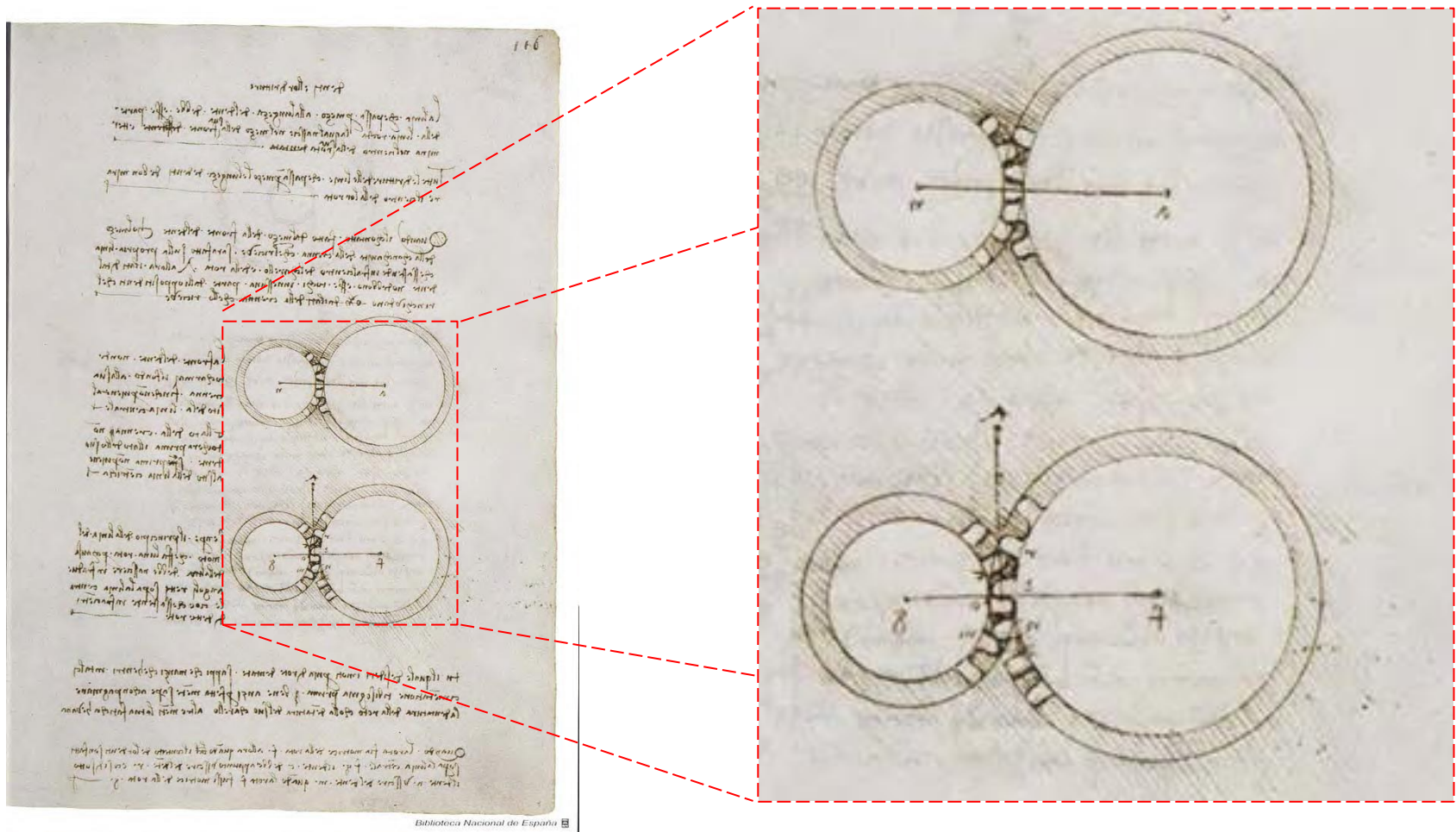


Torre da prefeitura de Praga, República Tcheca.
Relógios astronômico e horário



Engrenagens

⇒ Século 15 - vários estudos, propostas e rascunhos de Leonardo da Vinci no campo da engrenagens



Biblioteca Nacional de España



Engrenagens

- ⇒ Século XVI - desenvolvimento de engrenagens para sistemas de elevação da água, moinhos de vento, relógios planetários e calendários, ...
- ⇒ Século XVI – Ph. la Hire (1695 – *Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques*) primeiras leis do engrenamento, desenvolvimento de um sistema com dentes com translação constante
- ⇒ Século XVIII – Abbé Camus (1699-1768) geração de dentes de perfil circular para o pareamento



Engrenagens

- ⇒ Século XVIII – Tratado de Euler (1752) propões o uso de envolvente para gerar o perfil dos dentes de engrenamento
- ⇒ Século XIX - revolução industrial, uso generalizado de engrangens em máquinas, redutores, etc.
- ⇒ Século XIX - Robert Buchanan (1808) formula a leis precursoras do engrenamento
- ⇒ Século XIX – James White (1808) patenteia a engrenagem helicoidal



Engrenagens

- ▶ Engrenagens permitem fazer isto com um movimento uniforme e com confiabilidade
- ▶ Engrenagens são um dos mais importantes elementos de máquinas
- ▶ Engrenagens conseguem cobrir um amplo leque de aplicações
- ▶ Existem poucos sistemas mecânicos que não necessitam transmitir potência ou movimento entre elementos com movimento rotativos





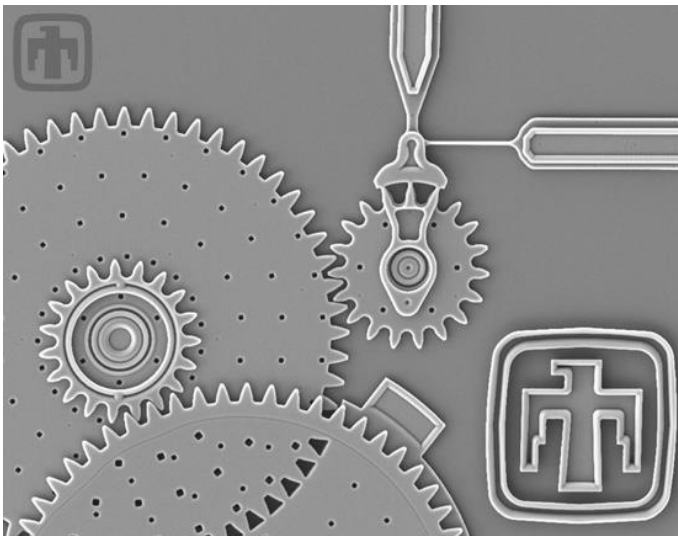
Engrenagens

- ▶ Engrenagens permitem a transmissão de potência
- ▶ Engrenagem conseguem cobrir um amplo leque de aplicações, de alguns milímetros a metros
- ▶ Engrenagens proporcionam posicionamento angular e linear muito precisos
- ▶ Engrenagens transmitem potência e movimento a eixos paralelos, perpendiculares e inclinados
- ▶ O projeto de engrenagens é padronizado de acordo com a forma e dimensão, o que provem intercambiabilidade

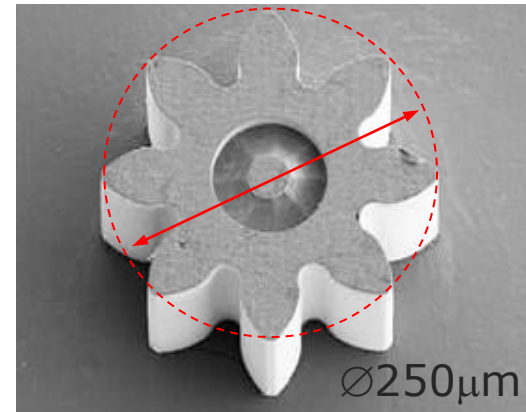


Engrenagens

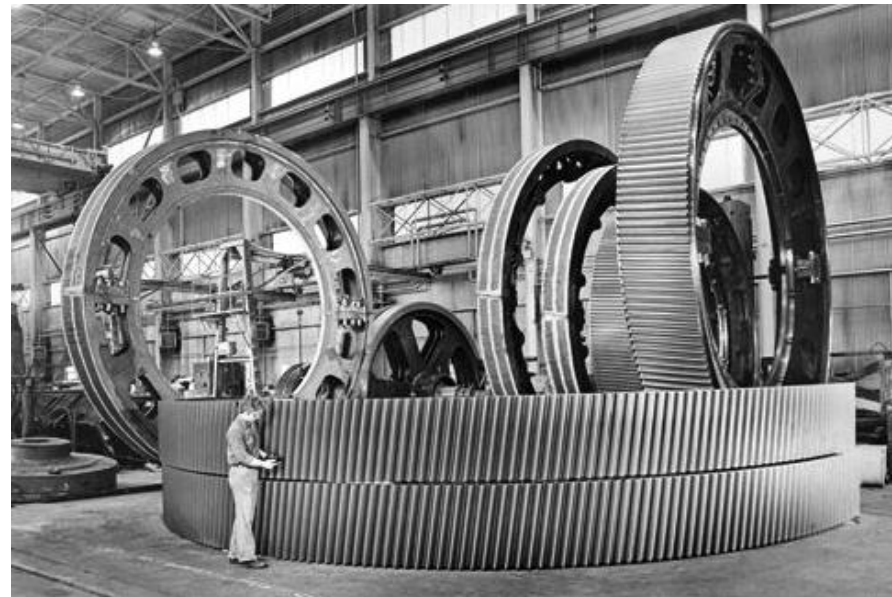
Tudo é uma questão de dimensões



http://www.sandia.gov/mstc/_assets/images/mems/gallery/gears/1.jpg



<https://www.iam.kit.edu/wpt/410.php>





Tipos Engrenagens

Cilíndricas

**dentes
retos**



**dentes
helicoidais**



Cônicas

**dentes
retos**



**dentes
espiral**



Hypóides



Cremalheiras



Sem-fins





Tipos Engrenagens



**engrenagem cilíndrica
de dentes retos**



**Engrenagem cilíndrica
dentes helicoidais**



**Engrenagem bi
helicoidal**



**Engrenagem cônica
de dentes hypóides**



**Engrenagem cônica
de dentes inclinados**



**Engrenagem cônica
de dentes retos**



engrenagem interna



engrenagem sem-fim

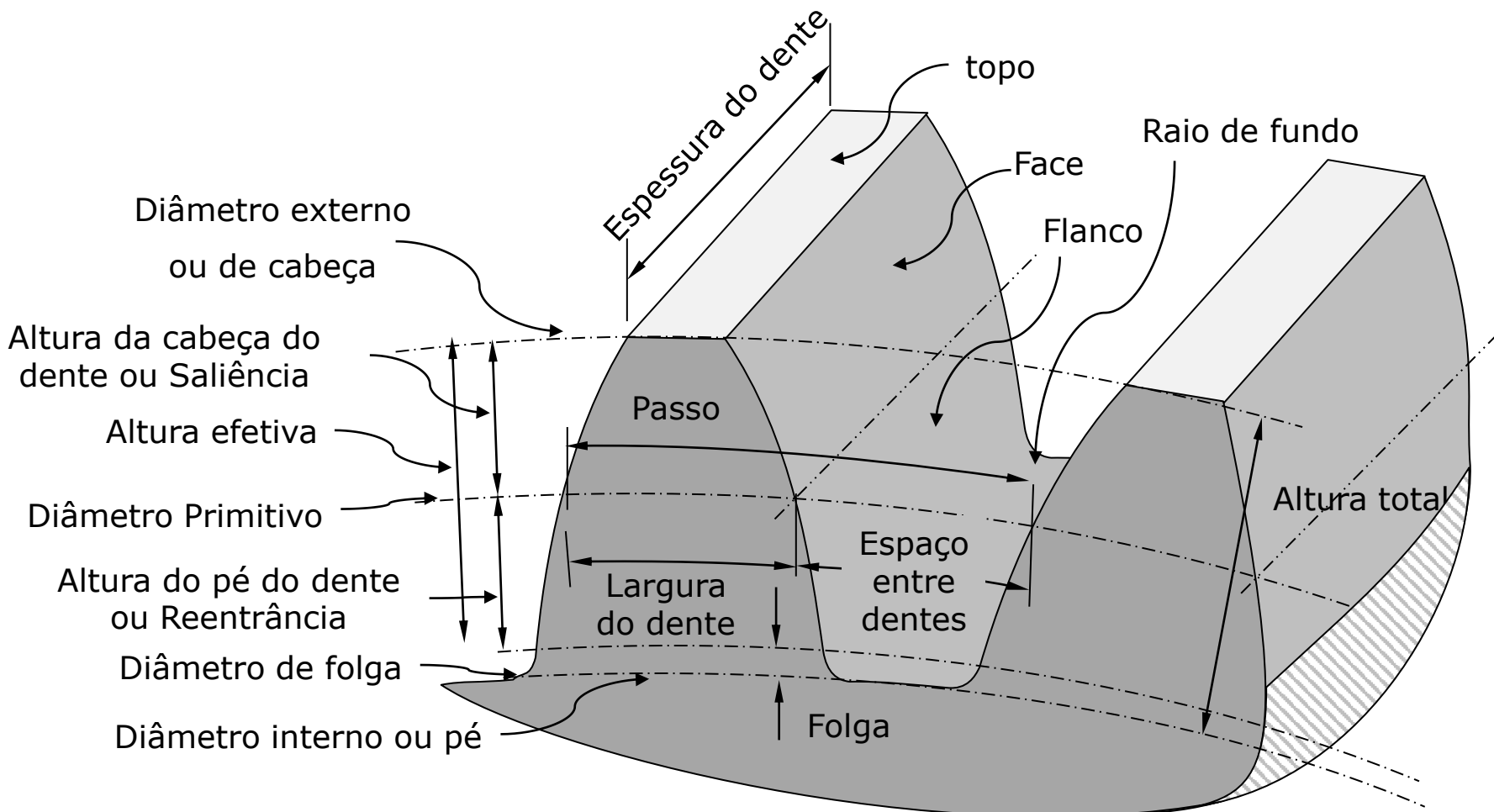


**Pinhão e
cremalheira**



Engrenagens métricas

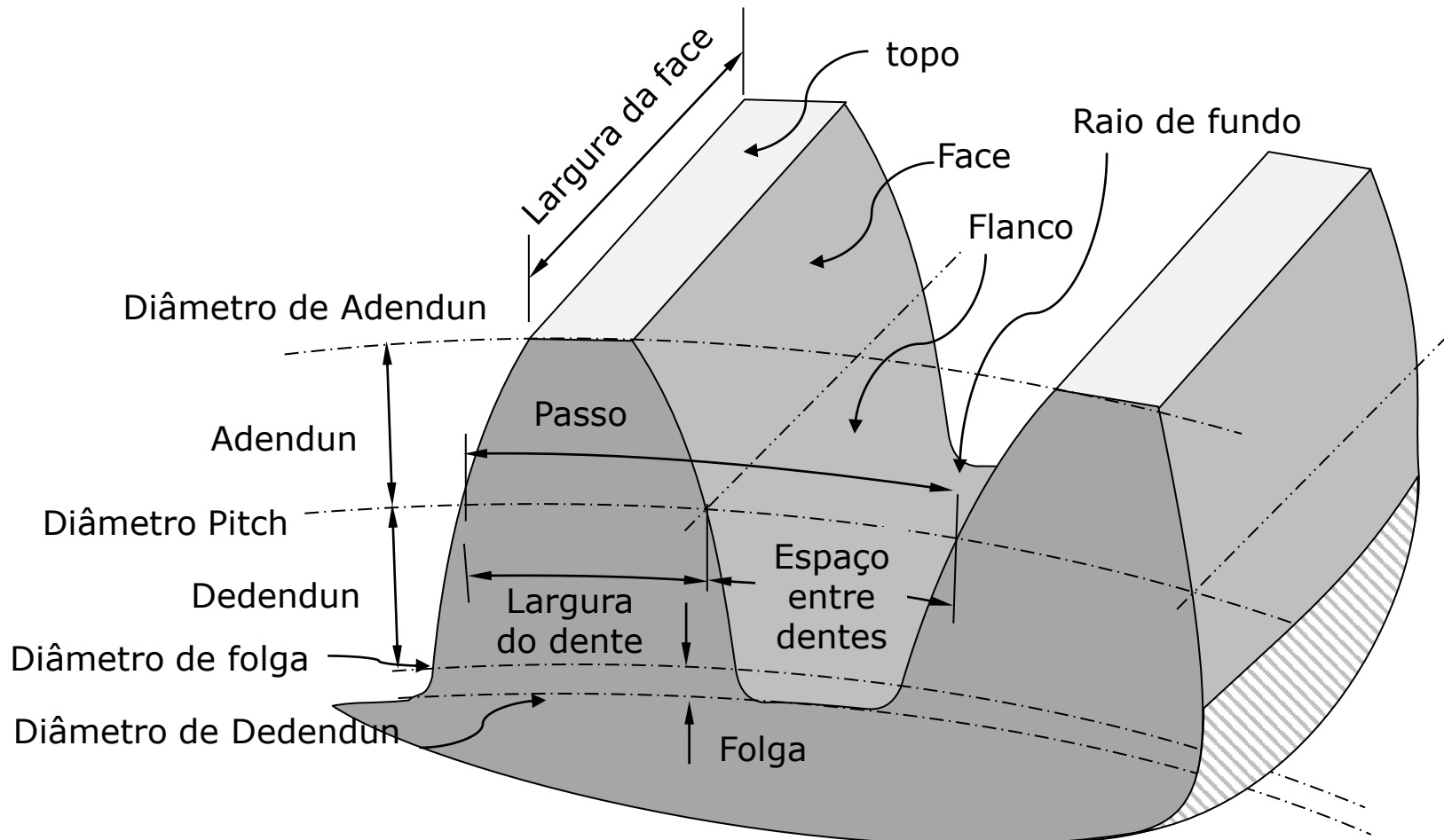
Terminologia





Engrenagens Imperiais (polegadas)

Terminologia





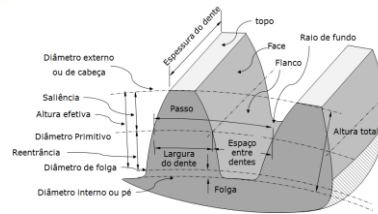
Terminologia das engrenagens

- ▶ **Círculo Primitivo (*Pitch circle*)** – é o círculo teórico, sobre o qual os cálculos são normalmente efetuados.
- ▶ **Diâmetro Primitivo (*pitch diameter*)** - **d** – diâmetro do círculo primitivo.
- ▶ **Passo Primitivo (*circular pitch*)** - **p** – é a distância, medida no círculo primitivo, de um ponto num dente, até ao ponto correspondente no dente adjacente. O passo primitivo é igual á soma da espessura do dente (*tooth thickness*) e intervalo entre dentes (*width of space*).
- ▶ **Módulo (*module*)** - **m** – é a razão entre o diâmetro primitivo, “d” e o número de dentes, “N”. [$m = d/N$]
- ▶ **Diametral Pitch** - **P** – é a razão entre o número de dentes da engrenagem - N e o diâmetro primitivo - d. [$P = N/d$]



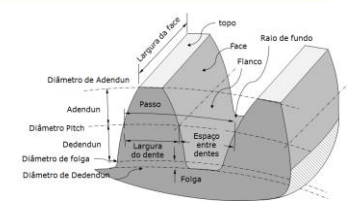
Terminologia das engrenagens

- ▶ **Saliência (*addendum*) - a** – é a distância radial entre a superfície da coroa (topland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Reentrância (*dedendum*) - b** – é a distância radial entre a superfície da raiz (bottomland) e o diâmetro primitivo.
- ▶ **Altura do dente (*whole depth*) - ht** – é a soma da saliência e da reentrância.
- ▶ **círculo de folga (*clearance circle*)** – é o círculo tangente ao círculo de saliência da engrenagem.
- ▶ **Folga (*clearance*) - c** – é a saliência subtraída da reentrância.
- ▶ ***Backlash*** – é a quantidade que o intervalo entre dentes (*width of space*) excede a espessura do dente engrenado no círculo primitivo.



Norma ISO

Número de dentes	Z
Módulo	m
Passo	t_0
Largura do dente	s_0
Espaço entre dentes	l_0
Diâmetro primitivo	d_0
Diâmetro entre centros	a_0
Altura comum do dente	h
Altura da cabeça do dente	h_k
Altura do pé do dente	h_f
Altura do dente	h_z
folga	S_k
Diâmetro externo	d_k
Diâmetro do pé do dente	d_f
Diâmetro de base	d_g
Ângulo de pressão	α_0
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenan	t_e
Grau de recobrimento	ϵ

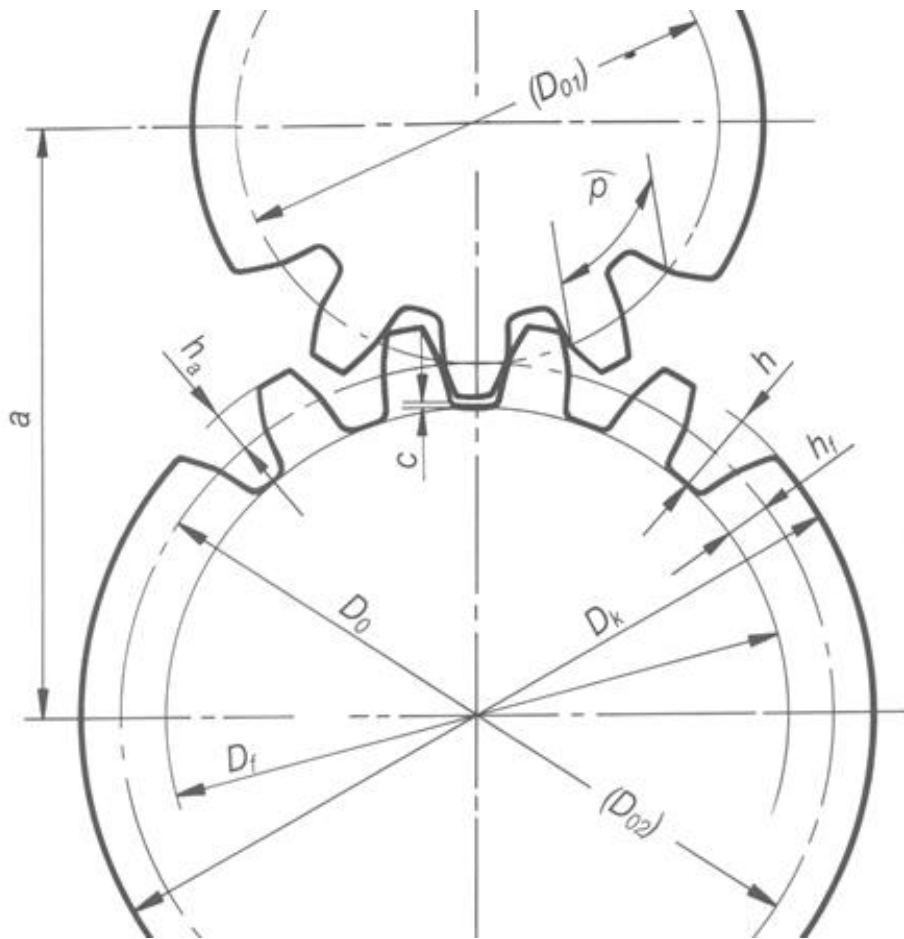


AGMA – Shigley

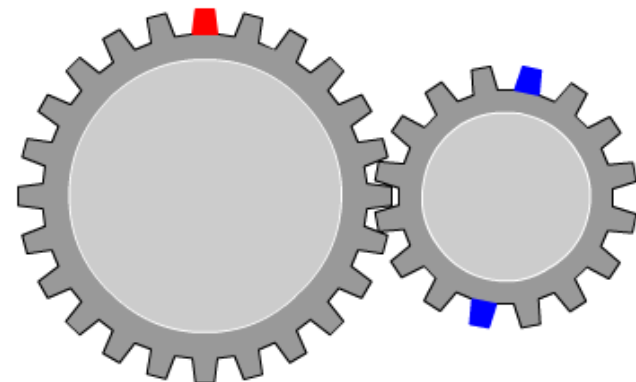
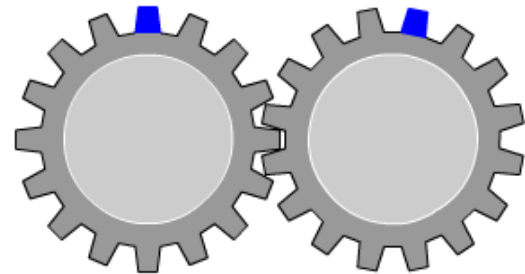
Número de dentes	N
Módulo	m
Circular pitch	p
Largura do dente	t
Espaço entre dentes	—
Diâmetro pitch	d
Diâmetro entre centros	C
Altura comum do dente	h
<i>Addendum</i>	a
<i>Dedendum</i>	b
Altura do dente	h_t
folga	c
Diâmetro de <i>addendum</i>	D_a
Diâmetro de raiz	D_R
Diâmetro de trabalho	D_K
Ângulo de pressão	ϕ
Relação de transmissão	i
passo na linha de engrenan	$?$
Razão de contato	m_p



Leis do engrenamento



$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$$



$$Z = \frac{d}{m} = \frac{D_a - 2m}{m}$$

$$p = \frac{\pi \cdot d}{Z}$$

↑
módulo



Conversões

De		Para		Conversão
Módulo	m	Diâmetro Pitch	d	$d = m \cdot N$
Módulo	m	Círculo Pitch	p	$p = m \cdot \pi = (D/N) \cdot \pi$
Diâmetro Pitch	d	Módulo	m	$m = d/N = 24,5 / d$
Módulo e Diâmetro Pitch		Número de dentes	N	$N = D/m$
Módulo	m	Adendo	a	$a = m$
Módulo	m	Dedendo	b	$b = 1,25 \cdot m$
Módulo, Dia. Pitch ou no. de dentes		Diâmetro externo	d_e	$d_e = d + 2 \cdot m = m \cdot (N + 2)$
Módulo e Diâmetro Pitch		Diâmetro da raiz	d_i	$d_i = d - 2 \cdot m$
Diâmetro Pitch e ângulo de pressão		Diâmetro do círculo base	d_b	$\bar{d}_b = \bar{d} \cdot \cos \phi$
Módulo e ângulo de pressão		Pitch base	P_b	$P_b = m \cdot \pi \cdot \cos \phi$
Módulo	m	Espessura do dente	t	$t = (\pi/2)/m$
Módulo e número de dentes		Distância entre centros		$C = m(N_1 + N_2)/2$
Raio externo, raio do círculo de base, distância entre centros e ângulo de pressão		Razão de contato		$m_p = \frac{\sqrt{R_{a1} - R_{b1}} + \sqrt{R_{b1} + R_{b2}} - C \cdot \sin \phi}{m \cdot \pi \cdot \cos \phi}$
Alteração na espessura do dente		Backlash linear		$B_{LA} = B \cdot \cos \phi$
Backlash linear no círculo Pitch		Backlash linear na linha de ação		$Ba = 6880 (B/D) \text{ (em minutos de arco)}$
Ângulo de pressão		Menor número de dentes		$N_c = \frac{2}{\sin^2 \phi}$



Módulos

A norma DIN 780 P1 e P2 definem o perfil do dente e as dimensões da envolvente e **MÓDULOS (m) normalizados**

0,3 – 0,4 – 0,5 – 0,6 – 0,7 – 0,8 – 0,9

1,0 – 1,25 – 1,50 – 1,75

2,00 – 2,25 – 2,50 – 2,75

3,0 – 3,25 – 3,50 – 3,75

4,00 – 4,5

5,0 – 5,5

6,0 – 6,5

7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18

20 – 22 – 24 – 27 – 30 – 33 – 36 – 39 – 42 – 45

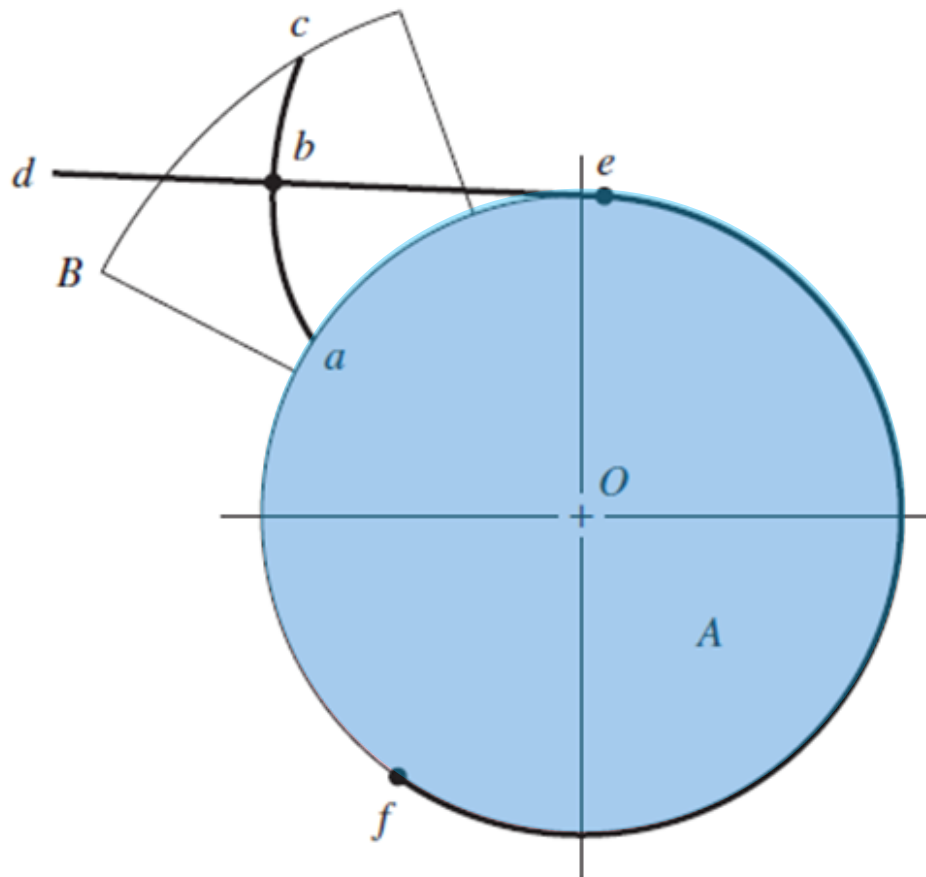
50 – 55 – 60 – 65 – 70 – 75



Perfil da envolvente

O projeto de engrenagens moderno está baseado no perfil da envolvente do dente

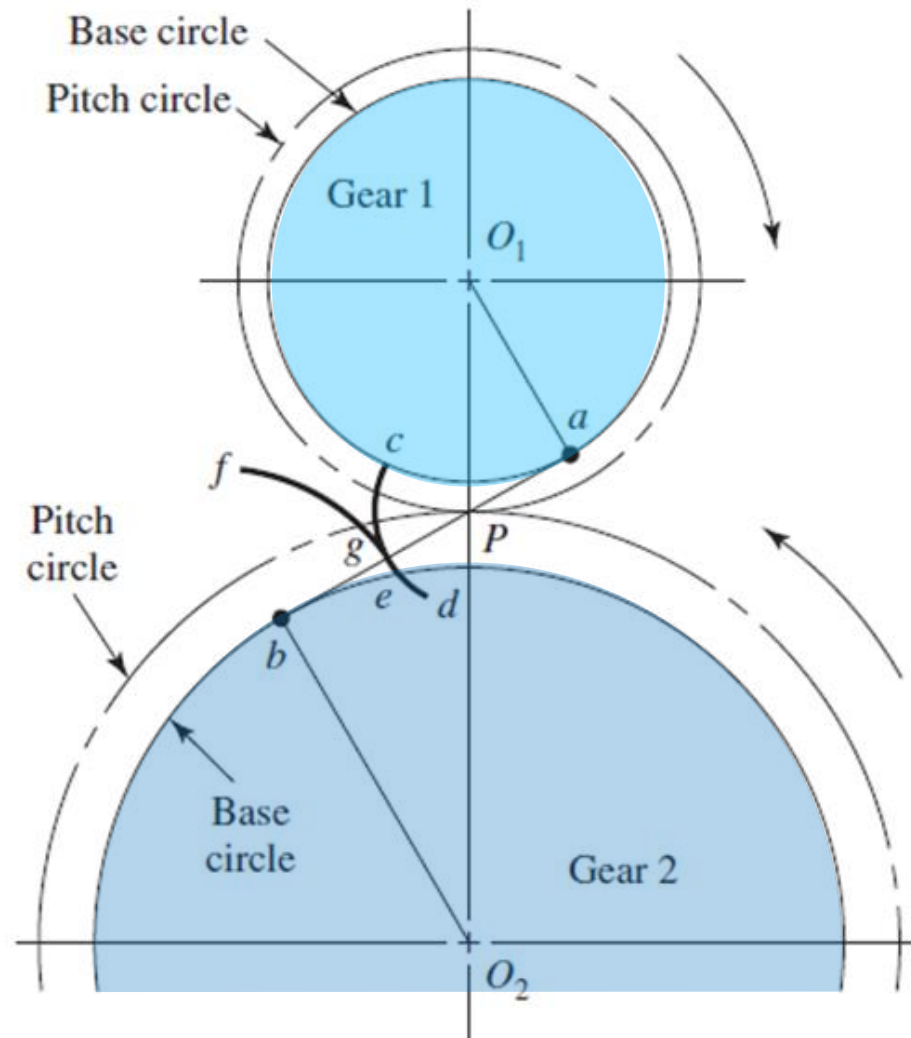
Geração da envolvente





Perfil da envolvente

Envolvente em ação





Perfil da envolvente

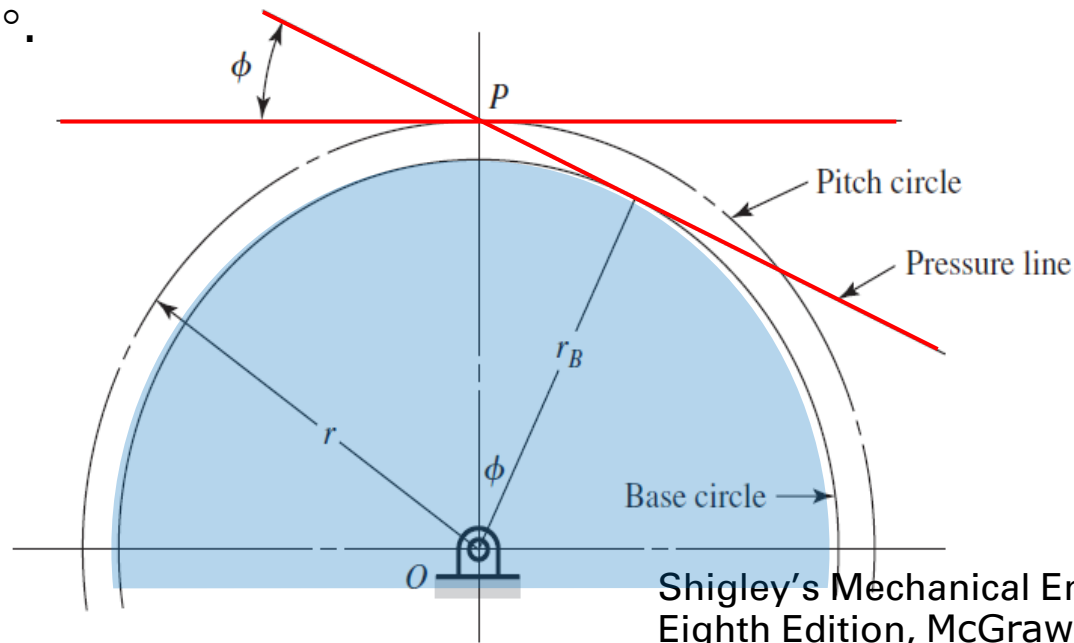
As três principais vantagens do uso de perfil envolvente são:

- ▶ o ação do par conjugado é independente de mudanças na distância entre centros
- ▶ A forma básica do dente pode ser feita com precisão, desde que com a ferramenta correta.
- ▶ Uma única ferramenta pode gerar todos os dentes mantendo o mesmo passo



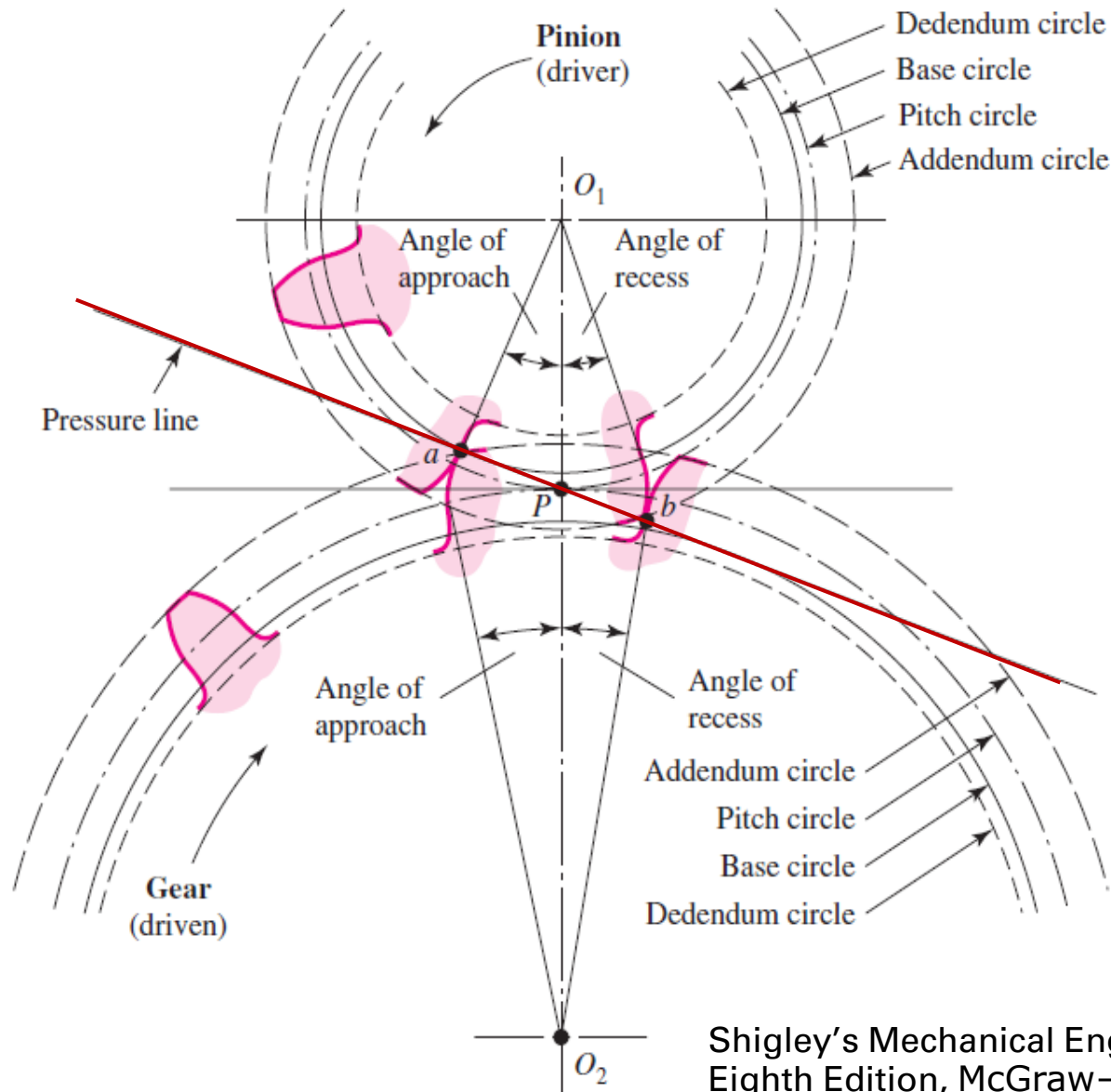
ângulo de pressão

- ▶ Linha pressão, ou linha de Engrenamento, ou linha de pressão (*pressure line*), é o lugar geométrico dos pontos de contato de um par de dentes
- ▶ Linha de pressão (*pressure line*) representa a direção na qual a força resultante atua entre as engrenagens.
- ▶ O ângulo ϕ é denominado de ângulo de pressão, normalmente varia entre 20 e 25°.



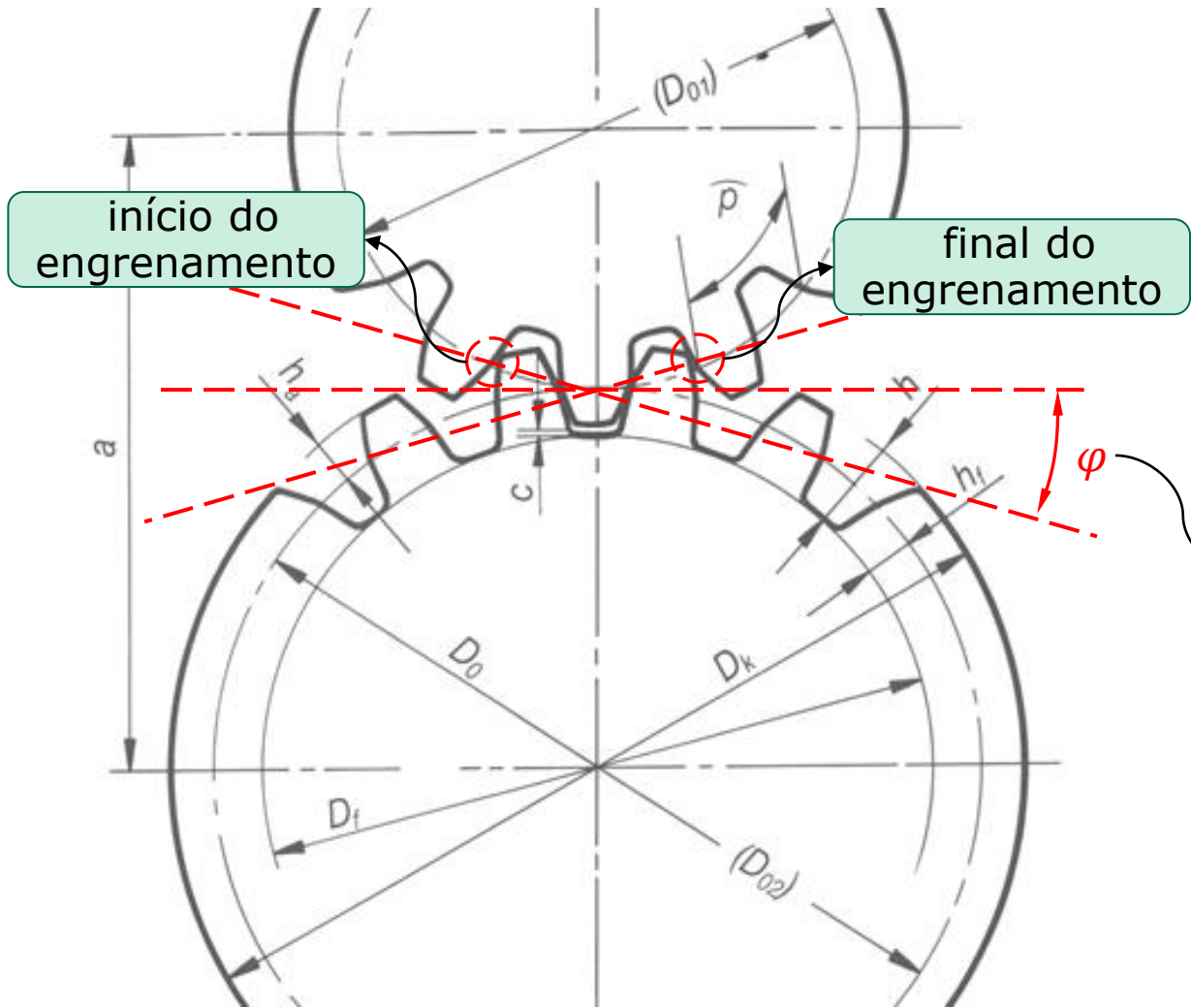


ângulo de pressão





ângulo de pressão

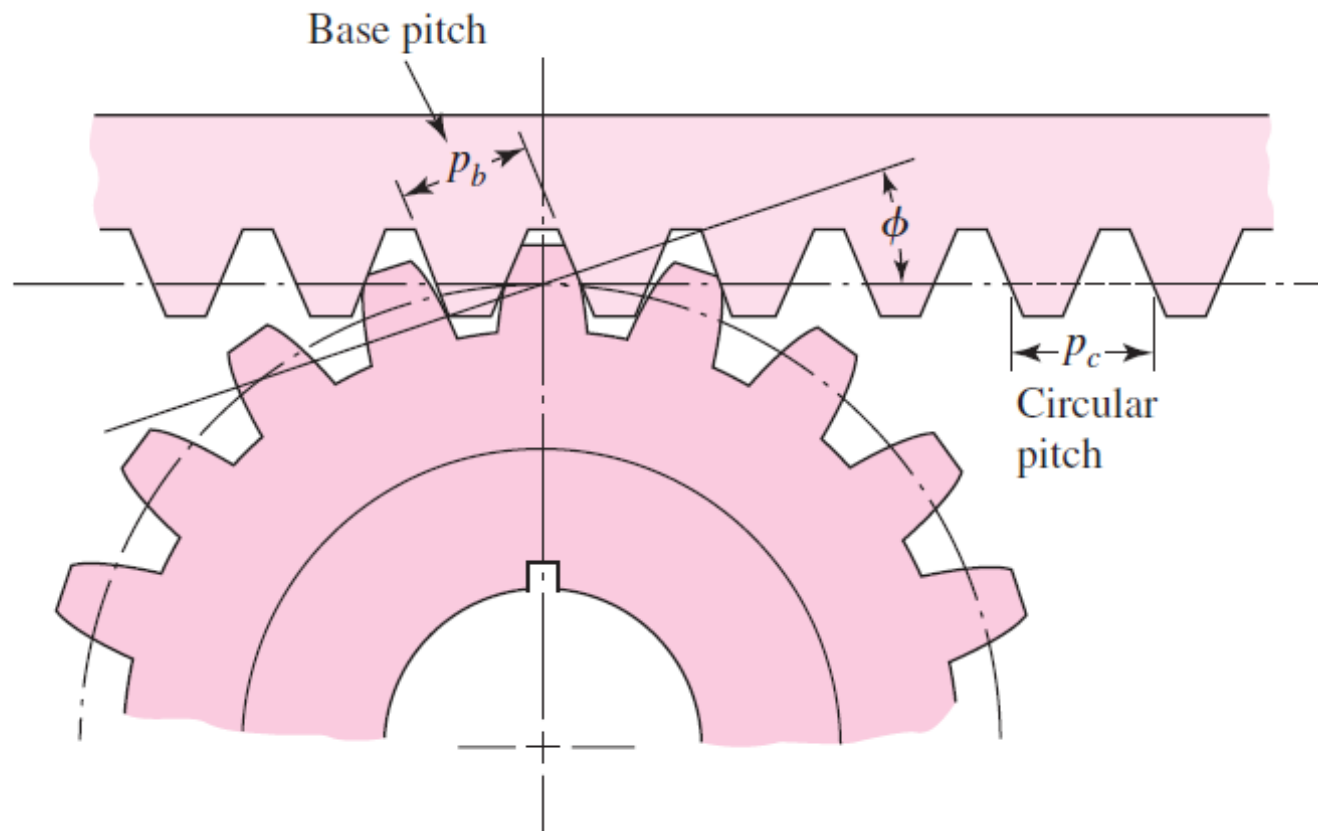


- 14,5°
- 17,5°
- **20°**
- 22,5°
- 25°



ângulo de pressão

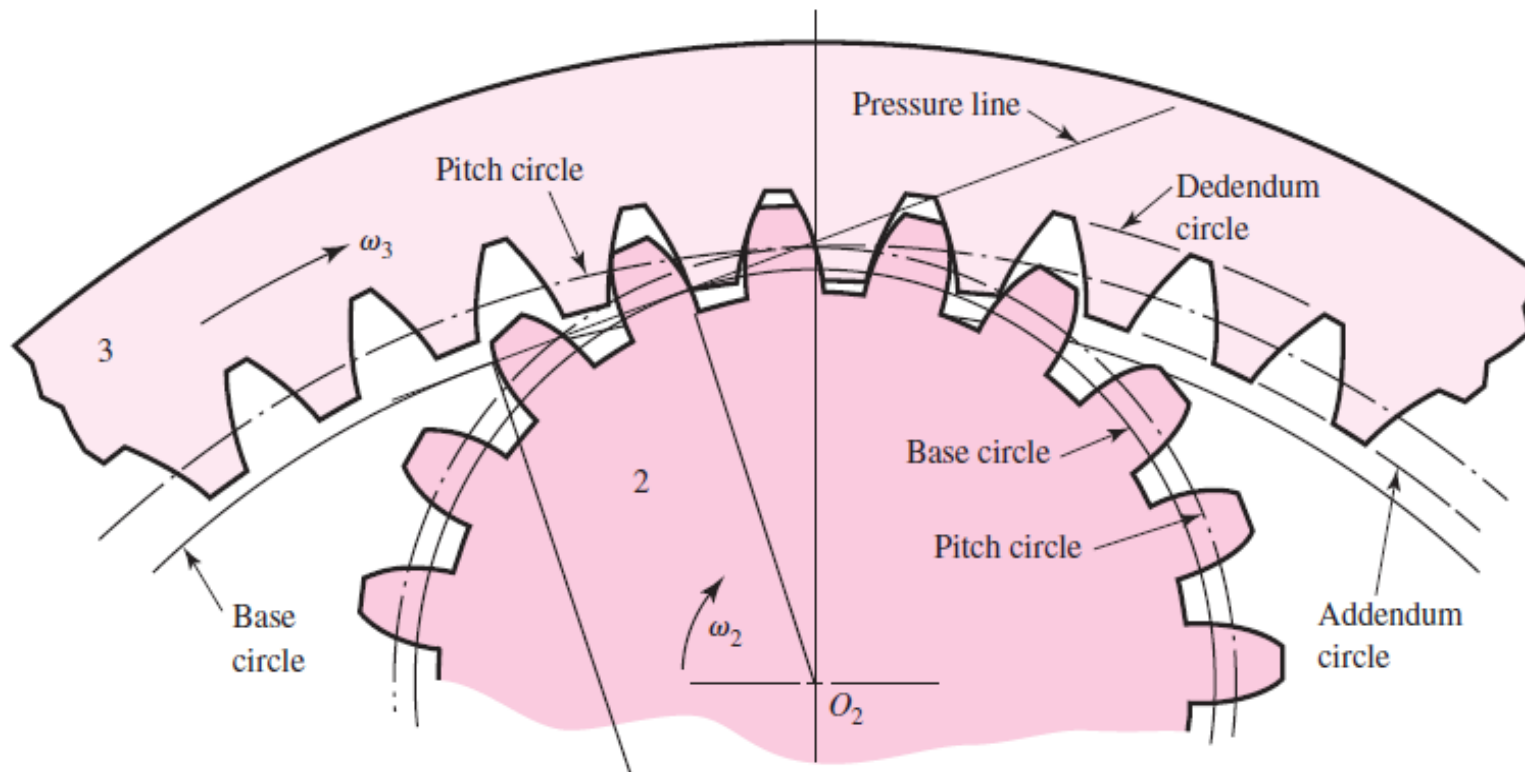
para engrenagem - cremalheira





ângulo de pressão

para engrenagem interna - externa





Razão de contato

- ▶ A razão de contato (m_p) define o número médio de pares de dentes que estão em contato simultaneamente. Devido a natureza da ação do dente com um ou dois pares podem estar em contato de ao mesmo tempo. .

$$m_p = \frac{q_t}{P}$$

- ▶ Não se recomenda valores de m_p inferiores a 1.2, devido ao erros de montagem e o problema de barulho

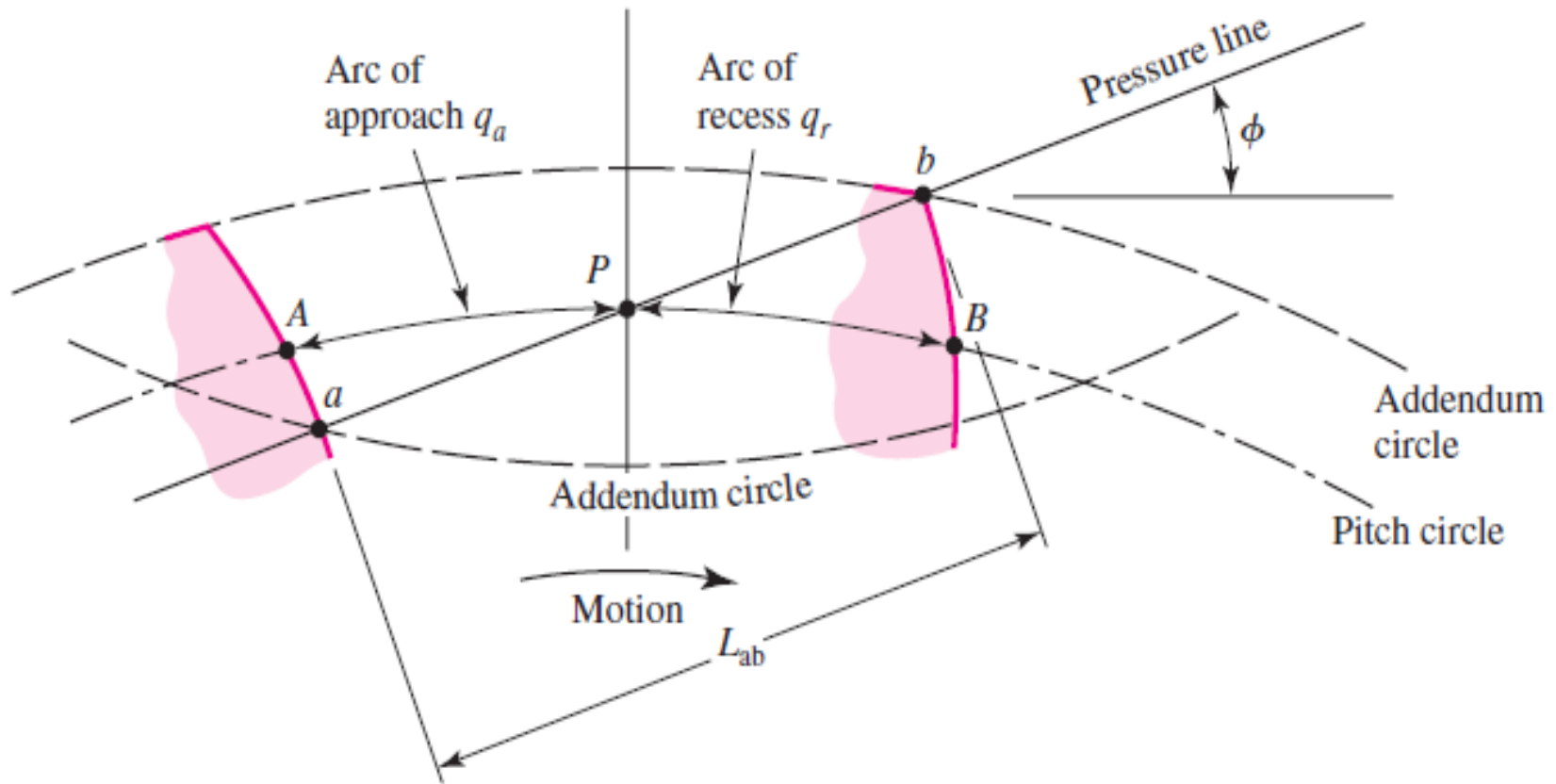


Razão de contato

- ▶ O contato dos dentes começa e termina na intersecção dos dois círculos diâmetro externo (d_k) com a linha de pressão
- ▶ Supondo que essa razão seja 20% maior ($q_t = 1,2.p$) isso implica que quando um par de dentes estiver iniciando o contato em a, outro par ainda estará em contato sem ter atingido o ponto b
- ▶ Por um instante teremos dois pares de dentes em contato



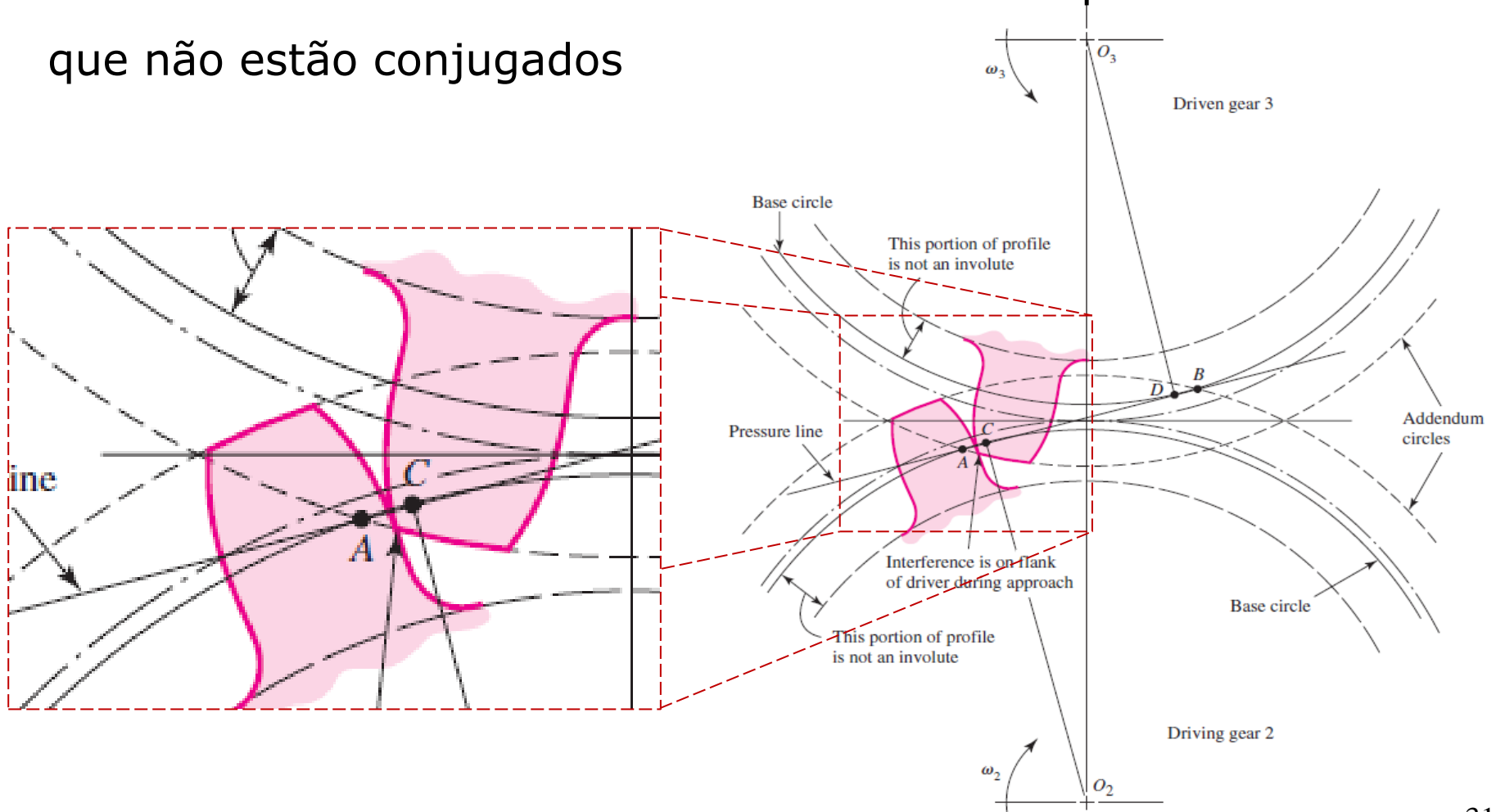
Razão de contato





Interferência

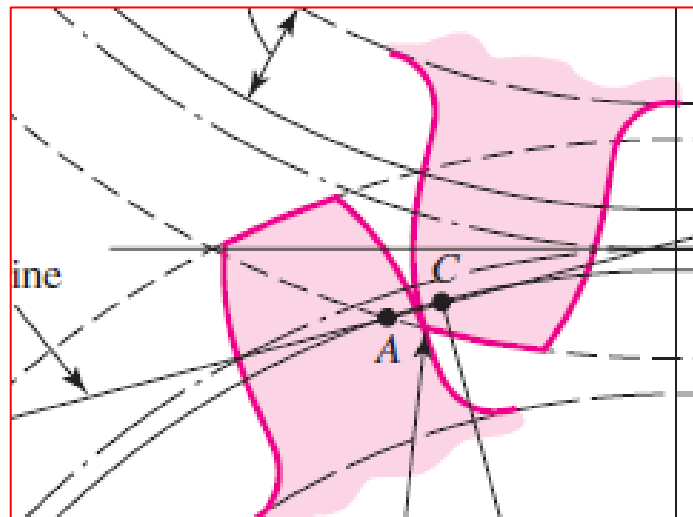
- ▶ Interferência é definida como o contato de partes do dente que não estão conjugados





Interferência

- ▶ O perigo da existência da interferência aumenta com o aumento do número de dentes da engrenagem
- ▶ Se houver interferências com folga grande entre os dentes, o contato ocorrerá em péssimas condições, gerando vibrações importantes e desgaste rápido
- ▶ Se a folga for zero, ocorrerá o 'engripamento' da transmissão





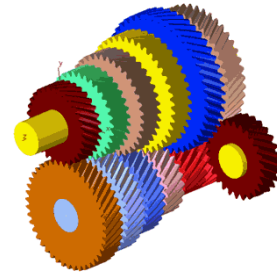
Interferência

- ▶ Número mínimo de dentes para evitar problemas de interferência

Número de dentes do pinhão	Número de dentes da engrenagem							
	Ângulo de contato							
	0	5	10	15	20	25	30	35
8								12
9							12	34
10						12	26	∞
11					13	23	93	
12			12	16	24	57	∞	
13	16	17	20	27	50			
14	26	27	34	53	207			
15	45	49	69	181	∞			
16	101	121	287	∞				
17		∞	∞					



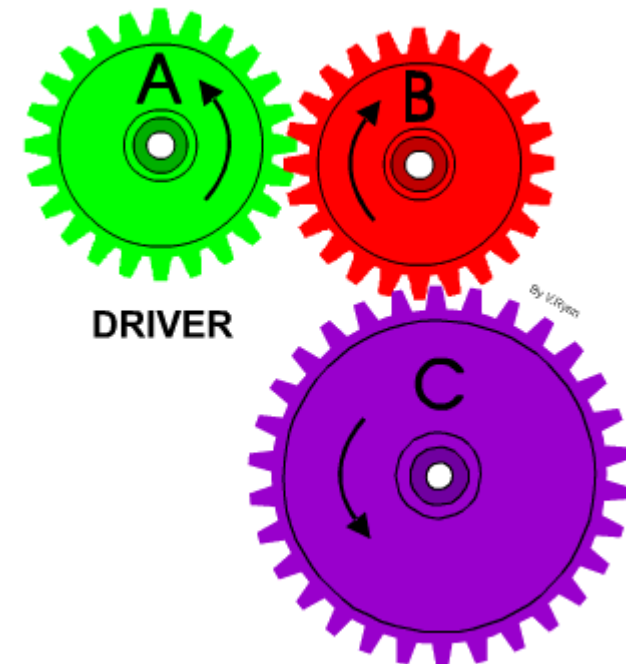
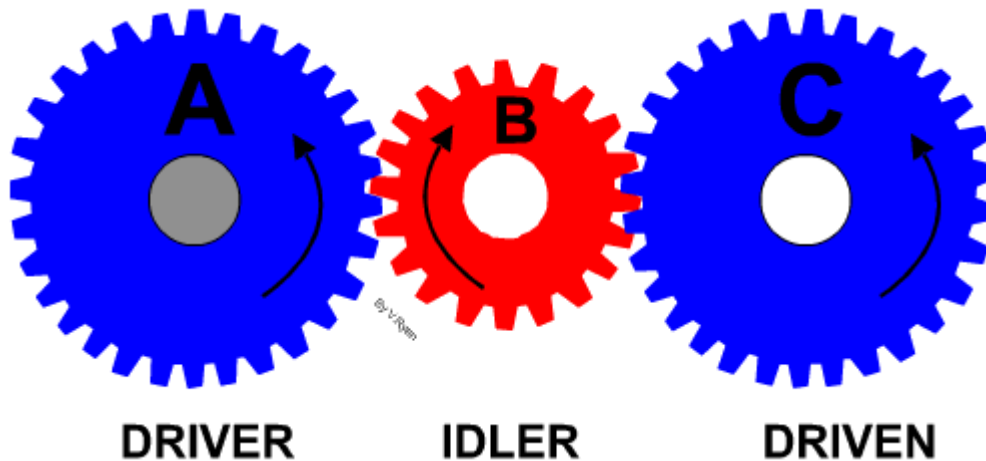
Trens de engrenagens



$$e = \frac{\text{produto do número de dentes das engrenagens acionadoras}}{\text{produto do número de dentes das engrenagens acionadas}}$$

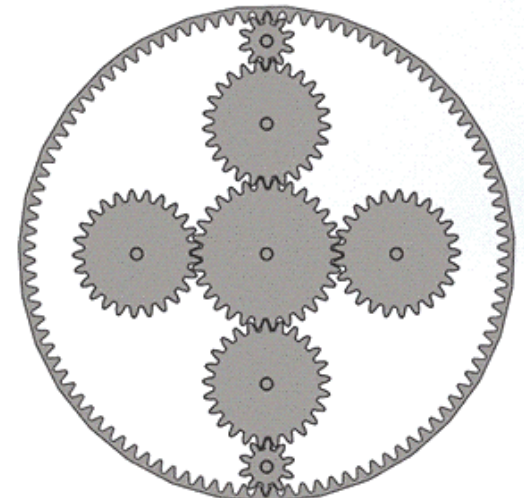
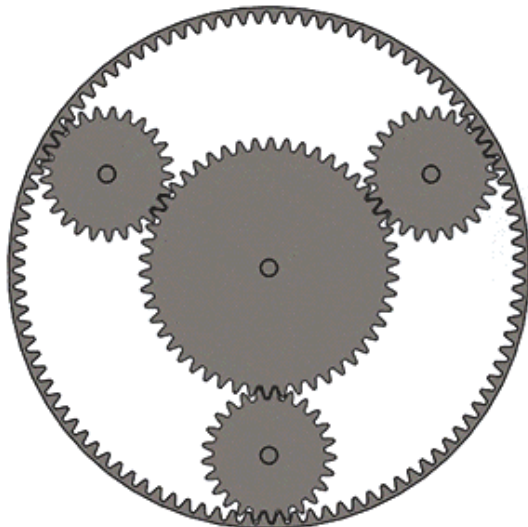
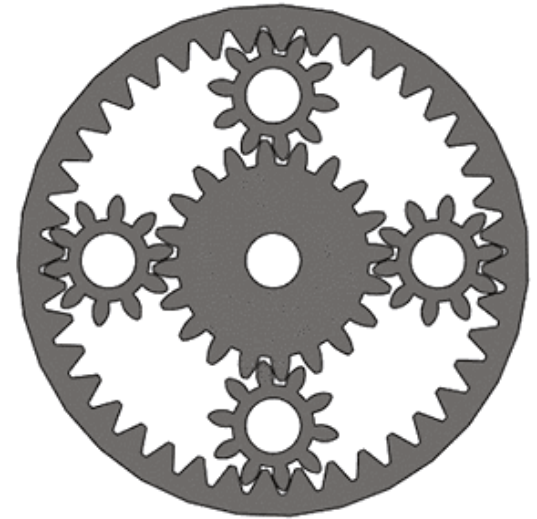
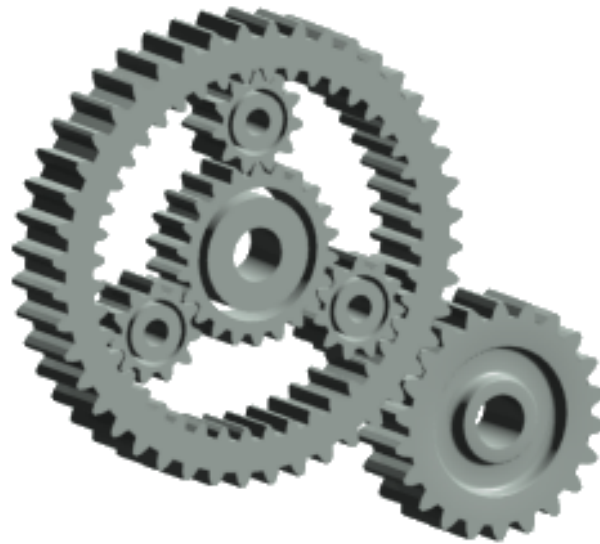
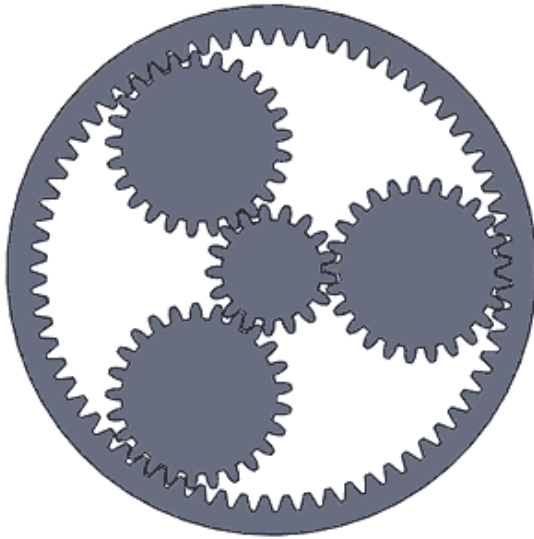
$$\left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_2}{r_1}$$

$$e = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_2}{Z_3}$$





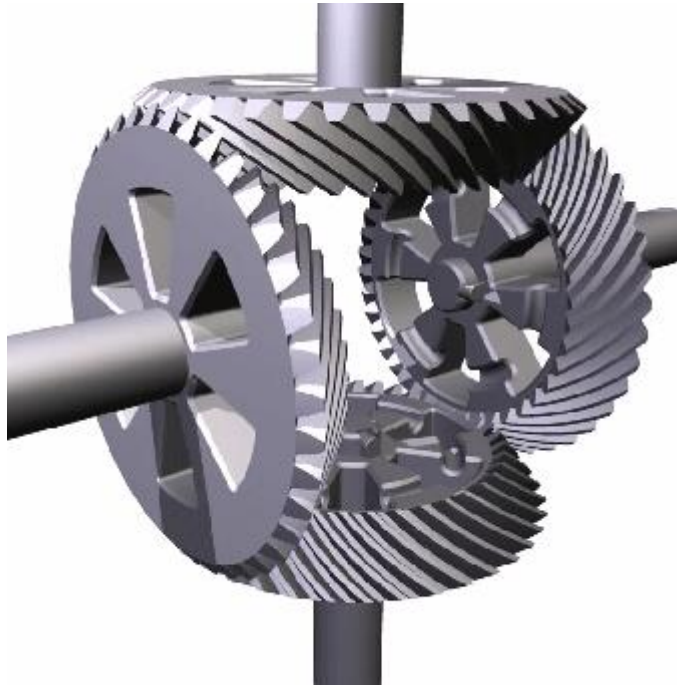
Trens de engrenagens



© Friedrich A. Lohmüller, 2010



Trens de engrenagens





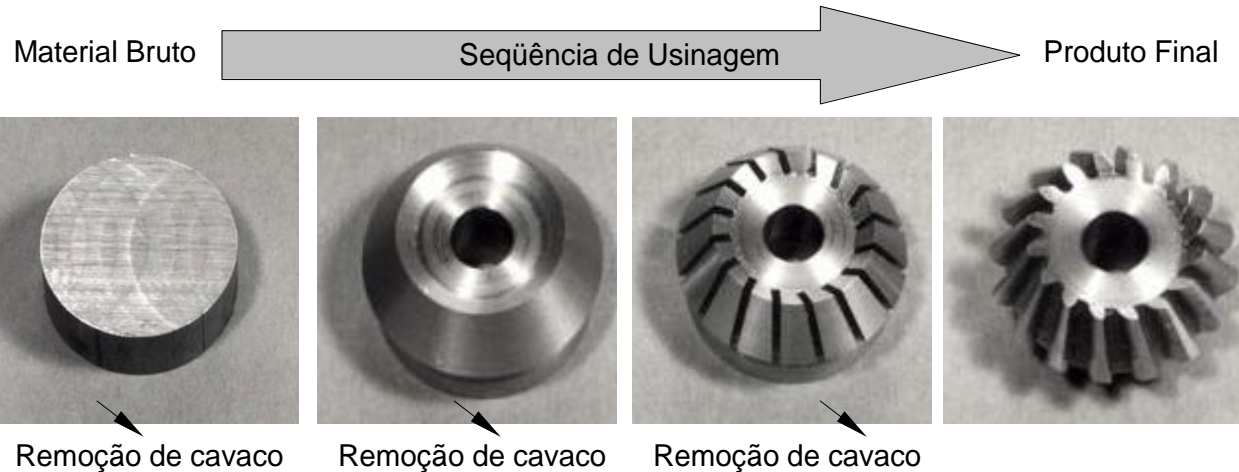
Materiais para engrenagens

- ▶ **Ferro Fundido:** Menos ruído do as engrenagens de aço inox. Alta resistência à flexão. Boa resistência ao desgaste. Baixo custo.
- ▶ **Aços:** vários
- ▶ **Alumínio:** aplicações simples
- ▶ **Bronze:** Material não ferroso.
- ▶ **Polímeros:** *Nylon*–Resistência ao desgaste. Baixo coeficiente de atrito. Baixo ruído. Não necessitam de lubrificação quando a baixas cargas.

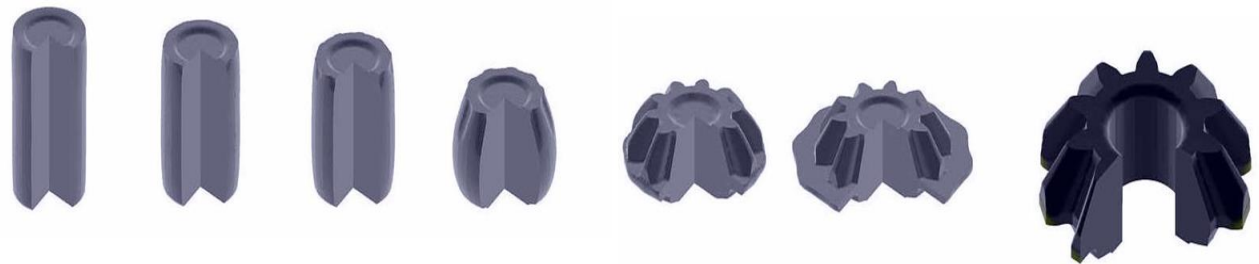


Fabricação de engrenagens

- ▶ *Fundidas*
- ▶ *Usinadas:*
 - *Fresa módulo*
 - *Geração*



- ▶ *Forjamento*
- ▶ *Metalurgia do pó - sinterização*
- ▶ *Injeção*
 - *de polímeros*
 - *em metal*
- ▶ *Prototipagem rápida – impressão 3D*
- ▶ *Estampagem*





FIM DA AULA