Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"
Universidade de São Paulo

Esquema Fatorial de Tratamentos

Piracicaba

Esquema fatorial: Introdução

- Análise de dois ou mais fatores de tratamento em um mesmo experimento
- Os tratamentos serão as combinações dos níveis dos fatores

Exemplo 1: Avaliação do efeito da adubação NPK sobre uma determinada cultura

$$\left.\begin{array}{l}\text{N com 2 níveis}\\ \text{P com 2 níveis}\\ \text{K com 2 níveis}\end{array}\right\} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ tratamentos}$$

Lê-se: fatorial dois por dois por dois ou fatorial dois ao cubo.

Esquema fatorial: Introdução

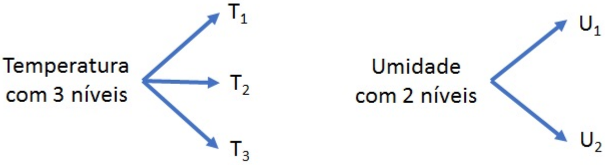
Exemplo 1: Avaliação do efeito da adubação NPK sobre uma determinada cultura

$$\left.\begin{array}{l}\text{N com 2 níveis}\\ \text{P com 2 níveis}\\ \text{K com 2 níveis}\end{array}\right\} = 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \text{ tratamentos}$$

Tratamentos:

$$\begin{array}{cccc} N_0P_0K_0 & N_0P_0K_1 & N_0P_1K_0 & N_0P_1K_1 \\ N_1P_0K_0 & N_1P_0K_1 & N_1P_1K_0 & N_1P_1K_1 \end{array}$$

Exemplo 2: Avaliação da Temperatura e da Umidade sobre o tempo de consevação de um produto

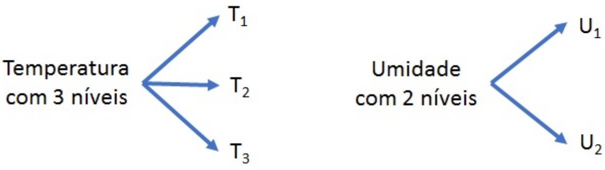


$$3 \times 2 = 6 \text{ tratamentos}$$

Lê-se: fatorial três por dois.

Esquema fatorial: Introdução

Exemplo 2: Avaliação da Temperatura e da Umidade sobre o tempo de conservação de um produto



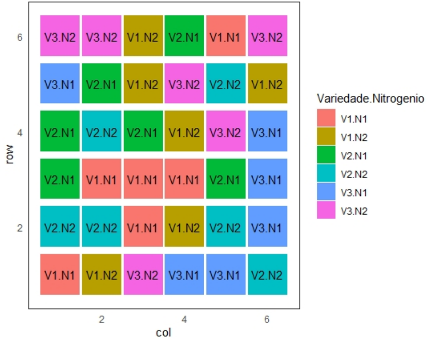
$$3 \times 2 = 6 \text{ Tratamentos}$$

Temperatura	Umidade U_1	Umidade U_2
T_1	$T_1 U_1$	$T_1 U_2$
T_2	$T_2 U_1$	$T_2 U_2$
T_3	$T_3 U_1$	$T_3 U_2$

Planejamento:

O planejamento pode seguir qualquer um dos delineamentos vistos anteriormente:

- Delineamento Inteiramente Casualizado

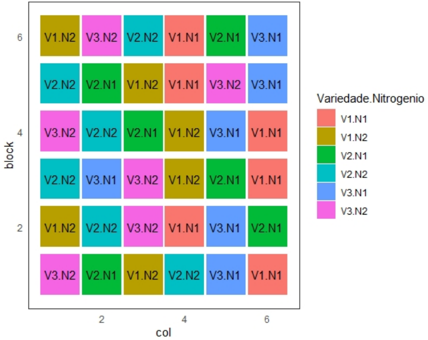


Esquema fatorial: Introdução

Planejamento:

O planejamento pode seguir qualquer um dos delineamentos vistos anteriormente:

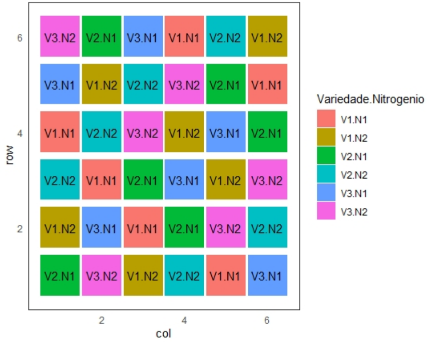
- Delineamento Casualizado em Blocos



Planejamento:

O planejamento pode seguir qualquer um dos delineamentos vistos anteriormente:

- Delineamento Quadrado Latino



Esquema fatorial: Introdução

Planejamento:

O planejamento pode seguir qualquer um dos delineamentos vistos anteriormente:

- Delineamento Inteiramente Casualizado
- Delineamento Casualizado em Blocos
- Delineamento Quadrado Latino
- ...

Observação: As combinações dos níveis dos fatores serão casualizadas às parcelas, de acordo com o delineamento experimental selecionado.

Vantagens e Desvantagens dos esquemas fatoriais de tratamentos

Vantagens: Permitem estudar os efeitos simples e principais dos fatores, bem como o efeito da interação envolvendo os mesmos.

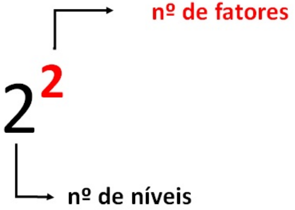
Desvantagens: O número de tratamentos pode ser elevado devido ao número de fatores e/ou ao número de níveis dos fatores.

Exemplos:
$2 \times 2 = 2^2 \Rightarrow$ 4 tratamentos
$3 \times 3 = 3^2 \Rightarrow$ 9 tratamentos
$5 \times 4 \Rightarrow$ 20 tratamentos
$4 \times 3 \times 3 \Rightarrow$ 36 tratamentos

Esquema fatorial: Introdução

Fatoriais 2×2 ou 2^2

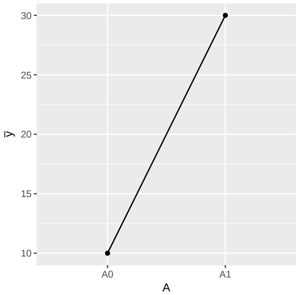
Dois fatores com dois níveis cada



Esquema fatorial: Exemplo - Fatorial 2×2

Suponha dois fatores, cada um com dois níveis. O fator A, com os níveis A_0 e A_1 e o fator B, com os níveis B_0 e B_1.

Análise exploratória gráfica: exemplo 1



Fator A	Fator B B_0	Fator B B_1	Médias
A_0	12	8	10
A_1	28	32	30
Médias	20	20	20

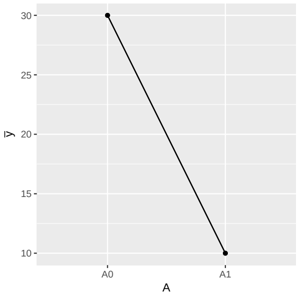
Efeito principal do fator A

$$30 - 10 = 20$$

Esquema fatorial: Exemplo - Fatorial 2×2

Suponha dois fatores, cada um com dois níveis. O fator A, com os níveis A_0 e A_1 e o fator B, com os níveis B_0 e B_1.

Análise exploratória gráfica: exemplo 2



	Fator B		
Fator A	B_0	B_1	Médias
A_0	28	32	30
A_1	12	8	10
Médias	20	20	20

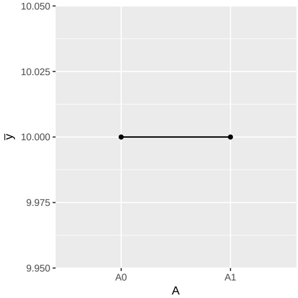
Efeito principal do fator A

$$10 - 30 = -20$$

Esquema fatorial: Exemplo - Fatorial 2×2

Suponha dois fatores, cada um com dois níveis. O fator A, com os níveis A_0 e A_1 e o fator B, com os níveis B_0 e B_1.

Análise exploratória gráfica: exemplo 3



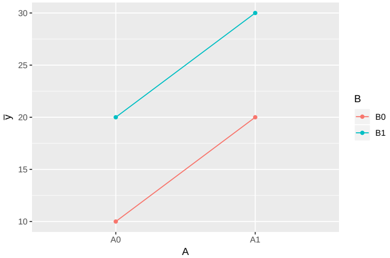
Fator A	Fator B B_0	Fator B B_1	Médias
A_0	8	12	10
A_1	12	8	10
Médias	10	10	10

Efeito principal do fator A

$$10 - 10 = 0$$

Esquema fatorial: Exemplo - Fatorial 2×2

Análise exploratória gráfica: exemplo 4



Fator A	Fator B B_0	B_1	Médias
A_0	10	20	15
A_1	20	30	25
Médias	15	25	20

- Efeito simples de A para $B = B_0$

$$20 - 10 = 10$$

- Efeito simples de A para $B = B_1$

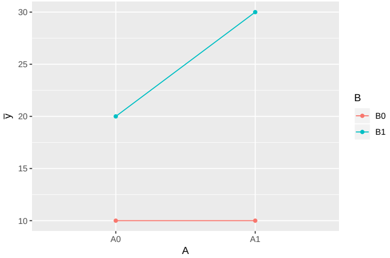
$$30 - 20 = 10$$

Linhas paralelas $\Rightarrow$ provável ausência de interação!

Efeito da interação entre os fatores A e B

$$\frac{10 - 10}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

Análise exploratória gráfica: exemplo 5



Fator A	Fator B B_0	B_1	Médias
A_0	10	20	15
A_1	10	30	20
Médias	10	25	17,5

- Efeito simples de A para $B = B_0$

$$10 - 10 = 0$$

- Efeito simples de A para $B = B_1$

$$30 - 20 = 10$$

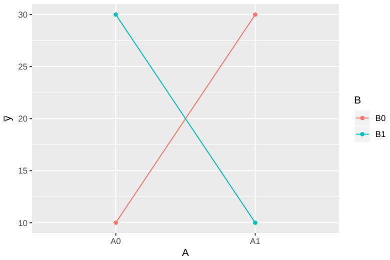
O efeito simples de A depende do nível de B!

Efeito da interação entre os fatores A e B

$$\frac{10 - 0}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Esquema fatorial: Exemplo - Fatorial 2×2

Análise exploratória gráfica: exemplo 6



Fator A	Fator B B_0	B_1	Médias
A_0	10	30	20
A_1	30	10	20
Médias	20	20	20

- Efeito simples de A para $B = B_0$

$$30 - 10 = 20$$

- Efeito simples de A para $B = B_1$

$$10 - 30 = -20$$

O efeito simples de A depende do nível de B!

Efeito da interação entre os fatores A e B

$$\frac{-20 - 20}{2} = \frac{-40}{2} = -20$$

Esquema fatorial: Modelo estatístico

O modelo estatístico, considerando-se um experimento seguindo o delineamento inteiramente casualizado com r repetições, dois fatores de tratamento, A com a níveis e B com b, é dado por:

$$y_{ikj} = \mu + \alpha_i + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + e_{ikj},$$

em que
y_{ikj} é o valor observado no i-ésimo nível do fator A e k-ésimo nível do fator B na j-ésima repetição;
μ é uma constante, comum a todas as observações;
α_i é o efeito do $i-$ésimo nível do fator A, $i = 1, 2, \ldots, a$;
γ_k é o efeito do $k-$ésimo nível do fator B, $k = 1, 2, \ldots, b$;
$(\alpha\gamma)_{ik}$ é o efeito da interação entre entre o $i-$ésimo nível do fator A e o $k-$ésimo nível do fator B,
e_{ikj} é o erro (efeito do acaso) assoaciado à parcela ikj, $j = 1, 2, \ldots, r$,
$e_{ikj} \sim N(0, \sigma^2)$.

Esquema fatorial: Estimadores dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados

Dado o modelo

$$y_{ikj} = \mu + \alpha_i + \gamma_k + (\alpha\gamma)_{ik} + e_{ikj},$$

as restrições usuais são:

$$\sum_{i=1}^{a} \hat{\alpha}_i = 0$$

$$\sum_{k=1}^{b} \hat{\gamma}_k = 0$$

$$\sum_{i=1}^{a} (\hat{\alpha\gamma})_{ik} = \sum_{k=1}^{b} (\hat{\alpha\gamma})_{ik} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{b} (\hat{\alpha\gamma})_{ik} = 0$$

Esquema fatorial: Soluções pelo método dos mínimos quadrados

		Fator B				
		B_1	B_2	$\ldots$	B_b	
Fator A	A_1	$\bar{Y}_{11}$	$\bar{Y}_{12}$	$\ldots$	$\bar{Y}_{1b}$	$\bar{Y}_{A_1}$
	A_2	$\bar{Y}_{21}$	$\bar{Y}_{22}$	$\ldots$	$\bar{Y}_{2b}$	$\bar{Y}_{A_2}$
	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
	A_a	$\bar{Y}_{a1}$	$\bar{Y}_{a2}$	$\ldots$	$\bar{Y}_{ab}$	$\bar{Y}_{A_a}$
		$\bar{Y}_{B_1}$	$\bar{Y}_{B_2}$	$\ldots$	$\bar{Y}_{B_b}$	$\bar{Y}$

As soluções de mínimos quadrados, considerando-se as restrições, são:

$$\hat{\mu} = \bar{Y},$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{Y}_i - \bar{Y},$$

$$\hat{\gamma}_k = \bar{Y}_k - \bar{Y} \text{ e}$$

$$(\hat{\alpha\gamma})_{ik} = \bar{Y}_{ik} - \bar{Y}_i - \bar{Y}_k + \bar{Y}.$$

Esquema fatorial: Esquema da ANOVA

Para um experimento seguindo o delineamento inteiramente casualizado com r repetições, dois fatores de tratamento, A com a níveis e B com b, o esquema da tabela ANOVA que considera apenas os ab Tratamentos é dado por:

Fontes de variação	graus de liberdade
Tratamentos	$ab - 1$
Resíduo	$ab(r - 1)$
Total	$abr - 1$

Esquema fatorial: Esquema da ANOVA

Para um experimento seguindo o delineamento inteiramente casualizado com r repetições, dois fatores de tratamento, A com a níveis e B com b, o esquema da tabela ANOVA que considera a decomposição do número de graus de liberdade de Tratamentos para avaliar efeitos principais e de interação é dado por:

Fontes de variação	graus de liberdade
Fator A	$a - 1$
Fator B	$b - 1$
Interação $A \# B$	$(a-1)(b-1)$
(Tratamentos)	$(ab - 1)$
Resíduo	$ab(r-1)$
Total	$abr - 1$

Esquema fatorial: Esquema da ANOVA

Hipóteses:

H_0 : Não há efeito da interação

H_1 : Há efeito da interação.

Fontes de variação	graus de liberdade
Fator A	$a-1$
Fator B	$b-1$
Interação $A\#B$	$(a-1)(b-1)$
(Tratamentos)	$(ab-1)$
Resíduo	$ab(r-1)$
Total	$abr-1$

Observações:

- Quando o efeito da interação for não significativo, ou seja, os fatores podem ser considerados independentes, deve-se observar a significância dos efeitos principais.
- Quando o efeito da interação for significativo não se devem olhar os efeitos principais, mas sim os efeitos simples, ou seja, avaliar o efeito do fator A dentro de cada nível do fator B e/ou o efeito do fator B dentro de cada nível do fator A.

Interação não significativa

Hipóteses:

$H_0 : \mu_{A_1} = \mu_{A_2} = \ldots = \mu_{A_a} = \mu$

H_1 : Pelo menos duas médias diferem entre si.

Fontes de variação	graus de liberdade
Fator A	$a-1$
Fator B	$b-1$
Interação $A\#B$	$(a-1)(b-1)$
(Tratamentos)	$(ab-1)$
Resíduo	$ab(r-1)$
Total	$abr-1$

		Fator B				
		B_1	B_2	$\ldots$	B_b	
Fator A	A_1	μ_{11}	μ_{12}	$\ldots$	μ_{1b}	μ_{A_1}
	A_2	μ_{21}	μ_{22}	$\ldots$	μ_{2b}	μ_{A_2}
	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
	A_a	μ_{a1}	μ_{a2}	$\ldots$	μ_{ab}	μ_{A_a}
		μ_{B_1}	μ_{B_2}	$\ldots$	μ_{B_b}	μ

Esquema fatorial: Esquema da ANOVA

Interação não significativa

Hipóteses:

$H_0 : \mu_{B_1} = \mu_{B_2} = \ldots = \mu_{B_b} = \mu$

H_1 : Pelo menos duas médias diferem entre si.

Fontes de variação	graus de liberdade
Fator A	$a-1$
Fator B	$b-1$
Interação $A\#B$	$(a-1)(b-1)$
(Tratamentos)	$(ab-1)$
Resíduo	$ab(r-1)$
Total	$abr-1$

		Fator B				
		B_1	B_2	...	B_b	
Fator A	A_1	μ_{11}	μ_{12}	...	μ_{1b}	μ_{A_1}
	A_2	μ_{21}	μ_{22}	...	μ_{2b}	μ_{A_2}
	...	...	...	...	...	...
	A_a	μ_{a1}	μ_{a2}	...	μ_{ab}	μ_{A_a}
		μ_{B_1}	μ_{B_2}	...	μ_{B_b}	μ

Esquema fatorial: ANOVA

Interação significativa

- Efeito de B dentro de cada nível de A ($A + B[A]$)

Fonte de variação	gl
Fator A	$a-1$
Fator B dentro de A_1	$b-1$
Fator B dentro de A_2	$b-1$
...	...
Fator B dentro de A_a	$b-1$
Resíduo	$ab(r-1)$

		Fator B				
		B_1	B_2	...	B_b	
Fator A	A_1	μ_{11}	μ_{12}	...	μ_{1b}	μ_{A_1}
	A_2	μ_{21}	μ_{22}	...	μ_{2b}	μ_{A_2}
	...	...	...	...	...	...
	A_a	μ_{a1}	μ_{a2}	...	μ_{ab}	μ_{A_a}
		μ_{B_1}	μ_{B_2}	...	μ_{B_b}	μ

Esquema fatorial: ANOVA

Interação significativa

- Efeito de A dentro de cada nível de B ($B + A[B]$)

Fonte de variação	gl
Fator B	$b-1$
Fator A dentro de B_1	$a-1$
Fator A dentro de B_2	$a-1$
...	...
Fator A dentro de B_b	$a-1$
Resíduo	$ab(r-1)$

		Fator B				
		B_1	B_2	...	B_b	
Fator A	A_1	μ_{11}	μ_{12}	...	μ_{1b}	μ_{A_1}
	A_2	μ_{21}	μ_{22}	...	μ_{2b}	μ_{A_2}
	...	...	...	...	...	...
	A_a	μ_{a1}	μ_{a2}	...	μ_{ab}	μ_{A_a}
		μ_{B_1}	μ_{B_2}	...	μ_{B_b}	μ

Exemplo - Fatorial 2×2

Os dados da Tabela 1 foram obtidos em um experimento fatorial 2×2 segundo o delineamento inteiramente casualizado com três repetições, para analisar o efeito da calagem e da irrigação sobre o peso de plantas.

Tabela1: Peso de plantas cultivadas segundo o tratamento

	I_0C_0	I_0C_1	I_1C_0	I_1C_1
	25	35	41	60
	32	28	35	67
	27	33	38	59
Totais	84	96	114	186

Exemplo - Fatorial 2×2

Quadro auxiliar de totais dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Quadro auxiliar de médias dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Médias
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Médias	33	47	40

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

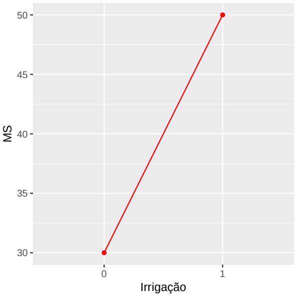
Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito principal de Irrigação

Quadro auxiliar de médias dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Médias
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Médias	33	47	40

Fonte: Vieira, Sônia (2006)



$$50 - 30 = 20$$

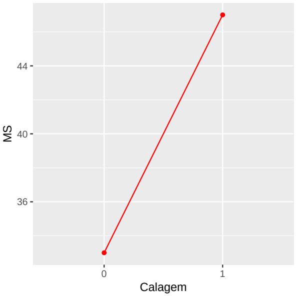
Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito principal de Calagem

Quadro auxiliar de médias dos níveis dos fatores

	Calagem		
Irrigação	C_0	C_1	Médias
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Médias	33	47	40

Fonte: Vieira, Sônia (2006)



$$47 - 33 = 14$$

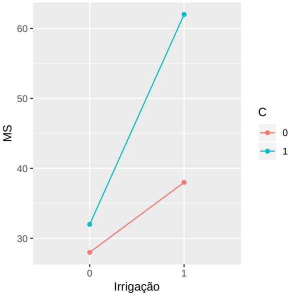
Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito simples e de interação

Quadro auxiliar de médias dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Médias
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Médias	33	47	40

Fonte: Vieira, Sônia (2006)



Efeito de Irrigação dentro de C_0: $38 - 28 = 10$

Efeito de Irrigação dentro de C_1: $62 - 32 = 30$

Efeito da Interação: $\dfrac{30 - 10}{2} = 10$

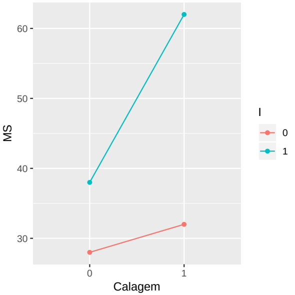
Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito simples e de interação

Quadro auxiliar de médias dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Médias
I_0	28	32	30
I_1	38	62	50
Médias	33	47	40

Fonte: Vieira, Sônia (2006)



Efeito de Calagem dentro de I_0: $32 - 28 = 4$

Efeito de Calagem dentro de I_1: $62 - 38 = 24$

Efeito da Interação: $\frac{24 - 4}{2} = 10$

Exemplo - Fatorial 2×2

Tabela1: Peso de plantas cultivadas segundo o tratamento

I_0C_0	I_0C_1	I_1C_0	I_1C_1
25	35	41	60
32	28	35	67
27	33	38	59
84	96	114	186

Soma de quadrados do Total

$$SQ_{\text{Total}} = \sum_i \sum_k \sum_j y_{ikj}^2 - \frac{(\sum_i \sum_k \sum_j y_{ikj})^2}{abr}$$

$$SQ_{\text{Total}} = 25^2 + 32^2 + 27^2 + \ldots + 59^2 - \frac{480^2}{12} = 2196$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Quadro auxiliar de totais dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Soma de quadrados de Irrigação

$$SQ_{\text{Irrigação}} = \frac{1}{br}\sum_i y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abr}$$

$$SQ_{\text{Irrigação}} = \frac{1}{6}(180^2 + 300^2) - \frac{480^2}{12} = 1200$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Quadro auxiliar de totais dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Soma de quadrados de Calagem

$$SQ_{\text{Calagem}} = \frac{1}{ar}\sum_k y_{\cdot k \cdot}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abr}$$

$$SQ_{\text{Calagem}} = \frac{1}{6}(198^2 + 282^2) - \frac{480^2}{12} = 588$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Quadro auxiliar de totais dos níveis dos fatores

	Calagem		
Irrigação	C_0	C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Soma de quadrados da combinação Irrigação,Calagem (Tratamentos)

$$SQ_{\text{I,C}} = \frac{1}{r}\sum_i \sum_k y_{ik\cdot}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abr}$$

$$SQ_{\text{I,C}} = \frac{1}{3}(84^2 + 96^2 + 114^2 + 186^2) - \frac{480^2}{12} = 2088$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Quadro auxiliar de totais dos níveis dos fatores

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

Soma de quadrados da Interação Irrigação#Calagem

$$SQ_{\mathrm{I\#\ C}} = SQ_{\mathrm{I,C}} - SQ_{\mathrm{I}} - SQ_{\mathrm{C}}$$

$$SQ_{\mathrm{I\#C}} = 2088 - 1200 - 588 = 300$$

Exemplo - Fatorial 2×2

H_0 : Não há efeito da interação
H_1 : Há efeito da interação.

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Irrigação	1	1200	1200	88,89
Calagem	1	588	588	43,56
Interação	1	300	300	22,22
Resíduo	8	108	13,5	

$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$

Como $F = \dfrac{300}{13,5} = 22,22 > 5,32 = F_{tab}$, ao nível de 5% de significância, rejeita-se H_0. Logo, há evidências para afirmar que há efeito da interação entre Irrigação e Calagem, não sendo os mesmos independentes.

Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Irrigação dentro de cada nível de Calagem

	Calagem		
Irrigação	C_0	C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

$$SQ_{\text{Irrigação dentro de } C_0} = \frac{1}{r}\sum_i y_{i1.}^2 - \frac{y_{.1.}^2}{ar}$$

$$SQ_{\text{Irrigação dentro de } C_0} = \frac{1}{3}(84^2 + 114^2) - \frac{198^2}{6} = 150$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Irrigação dentro de cada nível de Calagem

Irrigação	Calagem C_0	C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

$$SQ_{\text{Irrigação dentro de } C_1} = \frac{1}{r}\sum_i y_{i2\cdot}^2 - \frac{y_{\cdot 2\cdot}^2}{ar}$$

$$SQ_{\text{Irrigação dentro de } C_1} = \frac{1}{3}(96^2 + 186^2) - \frac{282^2}{6} = 1350$$

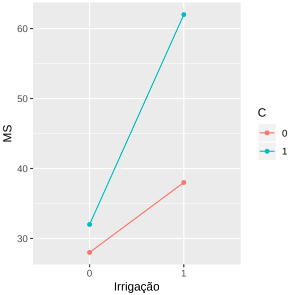
Efeito de Irrigação dentro de cada nível de Calagem

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Calagem	1	588		
Irrigação dentro de C_0	1	150	150	11,11
Irrigação dentro de C_1	1	1350	1350	100,00
Resíduo	8	108	13,5	

$$H_0 : \mu_{I_0 C_0} = \mu_{I_1 C_0}$$
$$H_a : \mu_{I_0 C_0} \neq \mu_{I_1 C_0}$$

$$H_0 : \mu_{I_0 C_1} = \mu_{I_1 C_1}$$
$$H_a : \mu_{I_0 C_1} \neq \mu_{I_1 C_1}$$

$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$



Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Irrigação dentro de cada nível de Calagem

$H_0 : \mu_{I_0 C_0} = \mu_{I_1 C_0}$

$H_a : \mu_{I_0 C_0} \neq \mu_{I_1 C_0}$

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Calagem	1	588		
Irrigação dentro de C_0	1	150	150	11,11
Irrigação dentro de C_1	1	1350	1350	100,00
Resíduo	8	108	13,5	

$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$

Como $F = \dfrac{150}{13,5} = 11,11 > 5,32 = F_{tab}$, ao nível de 5% de significância rejeita-se H_0. Assim as médias de peso de plantas na ausência e na presença de irrigação são diferentes, quando avaliadas na ausência de Calcário.

Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Irrigação dentro de cada nível de Calagem

$H_0 : \mu_{I_0 C_1} = \mu_{I_1 C_1}$

$H_a : \mu_{I_0 C_1} \neq \mu_{I_1 C_1}$

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Calagem	1	588		
Irrigação dentro de C_0	1	150	150	11,11
Irrigação dentro de C_1	1	1350	1350	100,00
Resíduo	8	108	13,5	

$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$

Como $F = \dfrac{1350}{13,5} = 100,00 > 5,32 = F_{tab}$, ao nível de 5% de significância rejeita-se H_0. Assim as médias de peso de plantas na ausência e na presença de irrigação são diferentes, quando avaliadas na presença de Calcário.

Efeito de Calagem dentro de cada nível de Irrigação

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

$$SQ_{\text{Calagem dentro de } I_0} = \frac{1}{r}\sum_k y_{1k\cdot}^2 - \frac{y_{1\cdot\cdot}^2}{br}$$

$$SQ_{\text{Calagem dentro de } I_0} = \frac{1}{3}(84^2 + 96^2) - \frac{180^2}{6} = 24$$

Efeito de Calagem dentro de cada nível de Irrigação

Irrigação	Calagem C_0	Calagem C_1	Totais
I_0	$84^{(3)}$	$96^{(3)}$	$180^{(6)}$
I_1	$114^{(3)}$	$186^{(3)}$	$300^{(6)}$
Totais	$198^{(6)}$	$282^{(6)}$	$480^{(12)}$

Fonte: Vieira, Sônia (2006)

$$SQ_{\text{Calagem dentro de } I_1} = \frac{1}{r}\sum_k y_{2k\cdot}^2 - \frac{y_{2\cdot\cdot}^2}{br}$$

$$SQ_{\text{Calagem dentro de } I_1} = \frac{1}{3}(114^2 + 186^2) - \frac{300^2}{6} = 864$$

Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Calagem dentro de cada nível de Irrigação

$H_0 : \mu_{I_0C_0} = \mu_{I_0C_1}$
$H_a : \mu_{I_0C_0} \neq \mu_{I_0C_1}$

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Irrigação	1	1200		
Calagem dentro de I_0	1	24	24	1,78
Calagem dentro de I_1	1	864	864	64,00
Resíduo	8	108	13,5	

$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$

Como $F = \frac{24}{13{,}5} = 1,78 < 5,32 = F_{tab}$, ao nível de 5% de significância não se rejeita H_0. Assim as médias de peso de plantas na ausência e na presença de calcário não são diferentes, quando avaliadas na ausência de Irrigação.

Exemplo - Fatorial 2×2

Efeito de Calagem dentro de cada nível de Irrigação

$H_0 : \mu_{I_1 C_0} = \mu_{I_1 C_1}$
$H_a : \mu_{I_1 C_0} \neq \mu_{I_1 C_1}$

Fontes de variação	gl	SQ	QM	F
Irrigação	1	1200		
Calagem dentro de I_0	1	24	24	1,78
Calagem dentro de I_1	1	864	864	64,00
Resíduo	8	108	13,5	

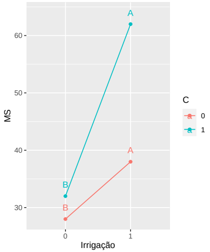
$$F_{\text{tab}(5\%,1,8)} = 5,32$$

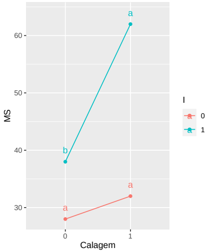
Como $F = \frac{864}{13,5} = 64,00 > 5,32 = F_{tab}$, ao nível de 5% de significância rejeita-se H_0. Assim as médias de peso de plantas na ausência e na presença de calcário são diferentes, quando avaliadas na presença de Irrigação.

Exemplo - Fatorial 2×2

	Calagem	
Irrigação	C_0	C_1
I_0	28 a B	32 a B
I_1	38 b A	62 a A

Letras minúsculas representam a comparação das médias de Calagem dentro de cada nível de Irrigação e letras maiúsculas representam a comparação das médias de Irrigação dentro de cada nível de Calagem.





Referências

ANDRADE, D.F. & OGLIARI, P.J. Estatística para as ciências agrárias e biológicas com noções de experimentação. Editora da UFSC. 2007. 438p.

BARBIN, D., 1994. Planejamento e análise estatística de experimentos agronômicos, Piracicaba, SP.

DIAS, C.T. dos S. 2010. Estatística Experimental. LCE, ESALQ/USP. Disponível em http://www.lce.esalq.usp.br/tadeu.html ou https://sites.google.com/site/carlostadeudossantosdias/