



Universidade de São Paulo - USP

Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA

ZEB0562 Cálculo Numérico

Exercícios de fixação - tópico 08: *Problemas de valor inicial (PVI) - EDO de ordem 1*

Resolva os problemas de valor inicial '1' e '2' através do método de Euler-Cauchy (videoaula ZEB0562_Tópico_08_Videoaula_2_PVI_EDO_ordem-1_Euler), fazendo 10 iterações e com $\Delta x = 0.1$ como passo. Compare os resultados com a solução exata nos pontos correspondentes.

1. $y' = y, y(0) = 1$

2. $y' = -5x^4y^2, y(0) = 1$

Resolva os problemas de valor inicial '3' e '4' através do método de Heun (videoaula ZEB0562_Tópico_08_Videoaula_3_PVI_EDO_ordem-1_Heun), fazendo 10 iterações e com $\Delta x = 0.1$. Compare com a solução exata nos pontos correspondentes.

3. $y' = y, y(0) = 1$

4. $y' + y \cdot \tan(x) = \sin(2x), y(0) = 1$

Resolva os problemas de valor inicial '5' e '6' pelo método de Runge-Kutta, realizando 5 iterações e usando $\Delta x = 0.2$. Compare os resultados com a solução exata nos pontos correspondentes.

5. $y' = xy, y(0) = 1$

6. $y' = y(1 + x^{-1}), y(1) = e$

7. Considere o problema de valor inicial: $y' = x^{-1}[1 + 2\sqrt{y - \ln(x)}]$ sujeito a $y(1) = 0$. No caso, por que não é possível impor uma condição inicial em $y(0)$? No intervalo $1.0 \leq x \leq 1.8$, aplique:

(a) O método de Euler-Cauchy usando $\Delta x = 0.1$,

(b) O método de Heun (Euler-Cauchy melhorado) usando $\Delta x = 0.2$, e

(c) O método de Runge-Kutta usando tanto $\Delta x = 0.4$ como também $\Delta x = 0.1$.

Compare os resultados com a solução exata.

8. No tutorial da 'Hands-On Task' (HOT) referente ao Tópico 08 foi usado o parâmetro β avaliado nas unidades minutos^{-1} e, portanto, o passo de tempo Δt em minutos também. Refaça o método numérico (no caso, Runge-Kutta) em unidades SI, ou seja, β em segundos^{-1} e Δt em segundos. É possível usar $\Delta t = 60 \text{ seg} (= 1 \text{ min})$ ou mesmo $\Delta t = 120 \text{ seg} (= 2 \text{ min})$? Na aplicação do método com unidades em minutos, procure usar valores elevados para Δt e compare os resultados.

Respostas de exercícios selecionados

1. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(x)$

2. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = 1/(x^5 + 1)$

3. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(x)$

4. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \cos(x) \cdot [3 - 2\cos(x)]$

5. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(0.5x^2)$

6. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = x \cdot \exp(x)$

7. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \ln(x) \cdot [1 + \ln(x)]$