

## Lista De Exercícios SME-120

1. Se  $X \sim U(0, 1)$  determine a função de densidade de probabilidades da variável aleatória  $Y = -\alpha \log(X)$ , com  $\alpha > 0$
2. O tempo de execução (em anos) de uma obra de uma empresa é uma variável aleatória com distribuição Weibull com parâmetros  $\lambda = 0.1$  e  $\beta = 2$ . (a) Qual é a probabilidade de que tempo de uma obra seja maior de seis meses? (b) Determine o tempo médio de execução de uma obra e seu respectivo desvio padrão. (c) Determine o tempo media e o tempo de execução mais frequente. (d) Determine o coeficiente de assimetria o excesso de curtose e interprete o resultado.
3. Seja  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  determine a função de densidade de probabilidade da variável  $Y = e^X$ .
4. No exercício 3, obtenha a média, mediana e moda da v.a  $Y$ .
5. O petróleo é separado por destilação nas frações, listados na tabela seguinte

Fração	Temperatura de destilação ( $^{\circ}C$ )	Preço de venda por galão (US \$)
Gás	Menos de 20	$C_1$
Petróleo éter	20  – 60	$C_2$
Ligroin	60  – 100	$C_3$

Suponha que  $C$  dólares é o custo de produzir um galão de petróleo e a temperatura de destilação  $T$  está distribuído uniformemente em  $[0, 100]$ . Achar o lucro esperado (por galão) pelas frações.

6. Suponha que um fabricante tenha que decidir entre dois processos de fabricação de certa componente eletrônica. O custo do processo  $A$  é de  $c$  dólares e do processo  $B$  é  $kc$  dólares por unidade de componente, onde  $k > 1$ . Os tempos de falhas das componentes eletrônicas pode ser consideradas como uma variável aleatória exponencial com média de falha de 200 horas para os fabricados pelo processo  $A$  e 300 horas para  $B$ . Admita-se, além disso, que se a componente dure menos de 400 horas, pagará uma multa de  $D$  dólares. Que processo deverá usar ?
7. O 5% das lâmpadas produzidas por certa maquina são defeituosos. O tempo de vida,  $T$ , de uma lâmpada defeituosa é uma variável exponencial com média 0,5 ano, enquanto que o tempo de vida  $T_1$  de uma lâmpada não defeituosa é uma variável aleatória exponencial com média 2 anos. Calcular a probabilidade de uma lâmpada:
  - (a) Se queimar antes dos 2 anos.
  - (b) Durar entre 2 e 4 anos.
8. Se  $X \sim \xi(\lambda)$  determine a função de densidade da variável aleatória  $Y = X^{1/\beta}$ ,  $\beta > 0$
9. A fabrica de pneu "DURAMAS" produz um tipo de pneus que tem uma vida útil média de 80.000 km e um desvio padrão de 8.000 km. Supondo que essa vida útil tem distribuição normal :
  - (a) qual é a probabilidade de que um pneu dure más de 96.000 km ?
  - (b) O 50% dos pneus durem entre a e b quilômetros. Achar os valores a e b, sim eles são simétricos respeito à média.
10. Um combustível para foguetes vai a conter certo porcentagem (chamado de  $X$ ) de um componente especial. As especificações exigem que  $X$  esteja compreendido entre 30 a 35 por cento. O fabricante terá um lucro liquido no combustível (por galão ) que é a seguinte função de  $X$ :

$$T(X) = \begin{cases} 0,10 & \text{por galão se } 30 < x < 35 \\ 0,05 & \text{por galão se } 35 \leq x < 40 \text{ ou } 25 \leq x \leq 30 \\ -0,10 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Se  $X \sim N(33, 9)$ . Calcular (a) a função de probabilidade de  $T(X)$ , (b)  $E(T(X))$ .

11. Um teste de aptidão feito por pilotos de aeronaves em treinamento inicial requer que uma série de operações seja realizada em uma rápida sucessão. Suponha que o tempo necessário para completar o teste seja distribuído de acordo com uma Normal de média 90 minutos e desvio padrão 20 minutos.
- Para passar no teste, o candidato deve completá-lo em menos de 80 minutos. Se 65 candidatos tomam o teste, quantos são esperados passar no teste?
  - Se os 5% melhores candidatos serão alocados para aeronaves maiores, quão rápido deve ser o candidato para que obtenha essa posição?
12. Numa certa população, o peso dos homens tem distribuição normal com média 75kg e desvio padrão 10kg, enquanto que o das mulheres é também normal com média 60kg e desvio padrão 4kg.
- Sorteando-se um homem qualquer, qual é a probabilidade dele ter peso acima de 65kg?
  - Sorteando-se uma mulher qualquer, qual é a probabilidade dela ter peso acima de 65kg?
  - Qual é a probabilidade de uma pessoa ter peso acima de 65kg, sendo ela sorteada de um grupo em que o número de mulheres é o dobro do de homens?.
13. Sabe-se que a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina por trabalhadores de um indústria, que usa sulfeto de carbono como solvente, segue uma distribuição normal com média 4,8 mg/15 ml e desvio padrão 2 mg/15 ml. Recomendações médicas consideram que níveis de ácido xanturênico excretado na urina como normais se estão entre 2,8 e 7,0 mg/15 ml
- Qual é probabilidade de um trabalhador dessa indústria possuir níveis de ácido xanturênico normal?;
  - Qual deve ser a quantidade de ácido xanturênico excretado na urina de um trabalhador para ser considerado entre os 10% com menor nível de ácido xanturênico?;
  - Dez trabalhadores são sorteados ao acaso, qual é a probabilidade de que no máximo duas pessoas possuir níveis de ácido xanturênico anormal?
  - Suponha que o número total de funcionárias da indústria é 200 considerando que amostragem sem reposição. Refaça o item (c)
14. Mostre se  $Z \sim N(0, 1)$ , então a variável aleatória  $X = \mu + \sigma Z$  tem distribuição normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ .
15. Suponha que uma v.a. tem a seguinte função geradora de momentos,  $m_X(t) = (1 - 20t + 100t^2)^{-1}$  para  $t$  numa vizinhança de 0. Determine:  $E[X]$ ,  $var[X]$  e  $f_X(x)$ .
16. Suponha que  $X \sim U(0, 1)$ , determine a f.d.p da variável aleatória  $Y = 2[-\log(1 - U)]^2$ .
17. Suponha que  $X \sim Weibull(3, 1)$ , determine a f.d.p da variável aleatória  $Y = \log(X)$  e seu respectiva valor esperado e variância.
18. Seja  $X \sim Ex(\lambda)$  e  $Y = X/(1 + X)$  determine: (a)  $f_Y(y)$ , (b)  $E[Y]$ , (c)  $Var(Y)$ .

**Observação: Como Atividade de Teste, apresente a solução de 5 exercícios, segundo o número USP, se o número USP for par escolha os exercícios ímpares em caso contrário os pares.**

(ii) Data de entrega: da Lista 6 e 7: 31/10/23.