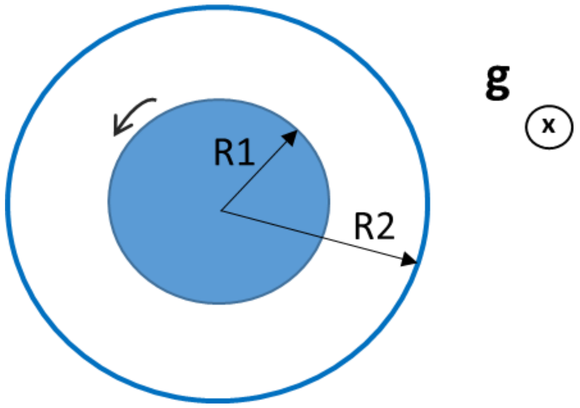
PQI3203 – Navier-Stokes: Cilindros coaxiais **Data:_______________**

Grupo

N USP	Nome	Turma

Atividade 1:

O viscosímetro é um equipamento para medição da viscosidade de um líquido. Existem vários tipos disponíveis e um dos mais comuns é o de cilindros coaxiais. Segue uma análise para a compreensão do princípio de funcionamento deste tipo de viscosímetro. Um líquido newtoniano incompressível (densidade ρ, viscosidade dinâmica μ) está contido na região anular entre um longo recipiente cilíndrico (raio R2) e um longo bastão cilíndrico (raio R1). O bastão e o recipiente são coaxiais, sendo o bastão mantido com velocidade angular constante Ω e o recipiente fixo. Pode-se desprezar os efeitos de extremidade. que permite



a) Comente e justifique as hipóteses elencadas no enunciado e as demais que julgar necessárias para determinação do campo de velocidades. Qual o sistema de coordenados mais adequado? Aplique a equação da continuidade.

b) Aplique a Navier-Stokes nas três direções. Quais são as condições de contorno? Como variam os componentes da velocidade? E a pressão, como varia no espaço?

c) Obtenha o perfil de velocidades do líquido. Calcule o rotacional da velocidade.

d) Expresse a tensão de cisalhamento em função das coordenadas. Analise a sua variação.

e) Calcule o torque aplicado pelo cilindro interno. Analise a sua dependência com a geometria, rotação e viscosidade.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r v_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial\theta}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right)=0$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}-\frac{v_\theta^2}{r}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}\right)$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial r}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r v_r)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial\theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right]+\rho g_r,$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}+\frac{v_r v_\theta}{r}+v_z\frac{\partial v_\theta}{\partial z}\right)$$
$$=-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial\theta}+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r v_\theta)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial\theta^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}+\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}\right]+\rho g_\theta,$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)$$
$$=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right]+\rho g_z.$$

$$\tau_{r\theta}=\tau_{\theta r}=\mu\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\theta}{r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}\right)$$

$$\tau_{z\theta}=\tau_{\theta z}=\mu\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\theta}\right)$$

$$\tau_{rz}=\tau_{zr}=\mu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial r}\right)$$