

5ª Lista De Exercícios de SME0800-Probabilidade I

1. Sejam $f_1(x)$ e $f_2(x)$ duas funções de densidades e p um número real ($0 < p < 1$). Mostre que $f_X(x) = pf_1(x) + (1-p)f_2(x)$ é um f.d.p de uma v.a X .
2. A percentagem de álcool ($100X$) em certo composto pode ser considerada uma variável aleatória, em que X , $0 < X < 1$, tem a seguinte fdp: $f(x) = 20x^3(1-x)$, $0 < x < 1$.
 - (a) Estabeleça a expressão da fda F e esboce seu gráfico.
 - (b) Calcule $P(X \leq 2/3)$.
 - (c) Suponha que o preço de venda desse composto dependa do conteúdo de álcool. Especificamente, se $1/3 < X < 2/3$, o composto se vende por C_1 dólares/galão; caso contrário, ele se vende por C_2 dólares/galão. Se o custo for C_3 dólares/galão, calcule a distribuição de probabilidade do lucro líquido por galão.

3. Suponha que o tempo até a falha (em milhares de horas) de um microchip é uma variável aleatória X com f.d.p

$$f_X(x) = \begin{cases} 0,1 \exp\{-0.1x\}, & x > 0 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

- (a) Determine μ_X e σ_X^2 .
 - (b) Determine a moda e mediana de X
 - (c) Sejam as variáveis aleatórias, $Y = X^{1/2}$ e $W=1/X$. Determine $f_X(x)$ e $f_W(w)$.
4. A demanda por um produto é -1, 0, 1, 2 por dia, com probabilidades $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{10}$, respectivamente. Uma demanda de -1 significa que uma unidade é devolvida. Ache a demanda esperada e a variância. Esboce a função de distribuição acumulada.
 5. Seja X a variável aleatória com função de probabilidade dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} k \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x = 1, 2, \dots \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

Determine (a) k para que $f_x(x)$ seja uma função de probabilidade, (b) o valor esperado de X .

6. Suponha que o raio de uma esfera seja uma variável aleatória contínua. Em virtude de imprecisões do processo de fabricação, os raios das diferentes esferas podem ser diferentes. Suponha que o raio R tenha fdp

$$f(r) = \begin{cases} 6r(1-r), & 0 < r < 1 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

. Ache a fdp do volume V e da área superficial S da esfera.

7. Considere a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f_X(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x < 2, \\ k(4-x), & 2 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Ache o valor de k para o qual f seja, de fato, uma função de densidade de probabilidade.
- (b) Calcule a média e a variância de X .
- (c) Ache a mediana e moda de X .

8. Suponha que D , a demanda diária de uma peça, seja uma variável aleatória com fp

$$P(D = d) = \begin{cases} C2^d/d!, & d = 1, 2, 3, 4 \\ 0, & c.c \end{cases}$$

- (a) Calcule C .
- (b) Calcule a média, mediana e moda.
- (c) Suponha que uma peça seja vendida por \$ 5. Um fabricante produz diariamente K peças. Qualquer peça que não tenha sido vendida ao fim do dia, deve ser abandonada, com um prejuízo de \$ 3. Determine a distribuição de probabilidade do lucro diário, com uma função de K . Quantas peças devem ser fabricadas para tornar máximo o lucro diário esperado?

9. A variável aleatória X tem a seguinte função de distribuição acumulada

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 10 \\ 1/4, & 10 \leq x < 15 \\ 3/4, & 15 \leq x < 20 \\ 1 & x \geq 20. \end{cases}$$

- (a) Determinar a média, mediana e a moda.
- (b) Obtenha a variância de X .

10. Em uma tarefa em um laboratório, se o equipamento estiver funcionando, a função densidade do resultado observado X , é

$$f_X(x) = \begin{cases} 4x^3, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- (a) Calcule $P(\frac{X}{X+1} \geq 1/3)$.
- (b) Calcule a média, mediana e moda de X .
- (c) Achar a variância de X
- (d) Ache o coeficiente de assimetria e curtose de X .

11. Seja X uma variável aleatória mista que tem a seguinte função de distribuição acumulada

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2/4, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{x+1}{4}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

Determine $E(X)$ e $Var(X)$

Como o Teste 3, entregar 5 exercícios de acordo o número USP, se o número par entregar os exercícios pares em caso contrário os exercícios ímpares. Data de entrega dia da prova.