

APLICAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS



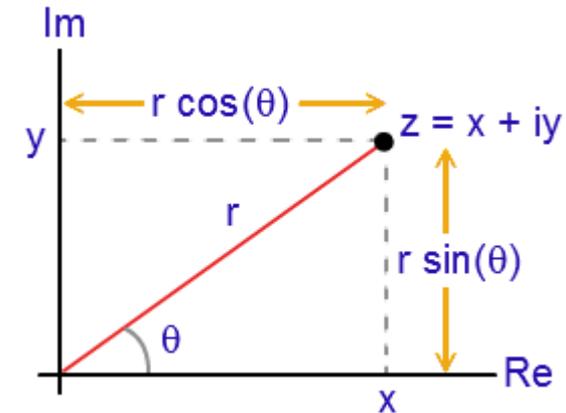
- **NÚMEROS COMPLEXOS: BREVE REVISÃO**
- **MS EXCEL: REPRESENTAÇÃO DE NÚMEROS COMPLEXOS**
- **MS EXCEL: FUNÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS**
- **APLICAÇÃO: IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA COMPLEXAS**

Números complexos: breve revisão

- Unidade imaginária: $i = \sqrt{-1} \Leftrightarrow i^2 = -1$

- Número complexo: representação

- Retangular: $z = x + i y$
- Polar: $z = r \cos(\theta) + i r \sin(\theta)$



- Fórmula de Euler: $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$

- Representação: $z = x + i y = r \cos(\theta) + i r \sin(\theta) = r e^{i\theta}$

- Operações algébricas com números complexos

Adição / Subtração	Multiplicação	Divisão
$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2)$	$z_1 z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$	$z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$



MS Excel: números complexos

- **COMPLEXO(coef_real; coef_im [; sufixo])** → $z = x + i y$
 - Constrói nº complexo a partir de seus coef. reais e imaginários
 - coef_real (obrigatório): coeficiente real do número complexo
 - coef_im (obrigatório): coeficiente imaginário do número complexo
 - sufixo (opcional): “i” (padrão) ou “j” → outros não são aceitos!
 - Números complexos assumem o formato texto nas células
 - OBS: Convém checar a sintaxe da função (ex: “.” ou “,”)

– Exemplos:

COMPLEXO(3;4;“i”) → 3 + 4i

COMPLEXO(3;4) → 3 + 4i

COMPLEXO(3;4;“j”) → 3 + 4j

COMPLEXO(0;4) → 4i

COMPLEXO(0;1) → i

COMPLEXO(1;0) → 1 (número)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- **IMREAL(num_z)** → $\text{Re}(z) = x$, sendo $z = x + i y$
 - Retorna o coeficiente real de um número complexo

num_z (obrigatório): n^o complexo do qual se obtém o coef. real

 - Exemplo: **IMREAL("5 – 12i")** → 5

(para **IMREAL(célula)** deve-se ter 5 – 12i sem aspas na célula)
- **IMAGINÁRIO(num_z)** → $\text{Im}(z) = y$, sendo $z = x + i y$
 - Retorna o coeficiente imaginário de um número complexo

num_z (obrigatório): complexo do qual se obtém coef. imaginário

 - Exemplo: **IMAGINÁRIO("5 – 12i")** → -12

(p/ **IMAGINÁRIO(célula)** deve-se ter 5 – 12i sem aspas na célula)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- $\text{IMABS}(\text{num_z}) \rightarrow r = |z| = (x^2 + y^2)^{1/2}$
 - Retorna o valor absoluto (módulo) de um número complexo num_z (obrigatório): n^o complexo do qual se obtém o módulo
 - Exemplo: $\text{IMABS}("5 - 12i") \rightarrow 13$
(para $\text{IMABS}(\text{célula})$ deve-se ter 5 – 12i sem aspas na célula)
- $\text{IMSOMA}(\text{num_z1} [; \text{num_z2}] [; \dots]) \rightarrow z_1 + z_2 + z_3 + \dots$
 - Retorna a soma de dois ou mais números complexos
 - Argumentos \rightarrow num_z1 é obrigatório mas subsequentes não
 - OBS: Convém checar a sintaxe da função (ex: “;” ou “, ”)
 - Exemplo: $\text{IMSOMA}("3 - 4i"; "5 - 12i") \rightarrow 8 - 16i$
(p/ $\text{IMSOMA}(\text{célula1}; \text{célula2})$ deve-se ter n^{os} complexos s/ aspas)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- **IMSUBTR(num_z1; num_z2) → $z_1 - z_2$**
 - Retorna a diferença entre dois números complexos
 - num_z1 (obrigatório): n^o complexo do qual se subtrai num_z2
 - num_z2 (obrigatório): n^o complexo a ser subtraído de num_z1
 - OBS: Convém checar a sintaxe da função (ex: “;” ou “,”)
 - Exemplo: **IMSUBTR(“3 – 4i”;“5 – 12i”) → -2 + 8i**
(p/ **IMSUBTR(célula1;célula2)** deve-se ter n. complexos s/ aspas)
- **IMARG(num_z) → $\theta = \arctan(y/x)$, $-\pi \leq \theta \leq \pi$, $z = x + i y$**
 - Retorna o ângulo de fase θ (radianos) de um número complexo
 - num_z (obrigatório): n^o complexo do qual se obtém âng. de fase
 - Exemplo: **IMARG(“5 – 12i”) → -1.17601**
(para **IMARG(célula)** deve-se ter 5 – 12i sem aspas na célula)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- **IMCONJ(num_z)** → $z^* = x - i y$, conjugado de $z = x + i y$
 - Retorna o conjugado complexo de um número complexo num_z (obrigatório): n^o complexo do qual se obtém o conjugado
 - Exemplo: **IMCONJ("5 - 12i")** → 5 + 12i
(para **IMCONJ(célula)** deve-se ter 5 - 12i sem aspas na célula)
- **IMDIV(num_z1; num_z2)** → z_1 / z_2
 - Retorna o quociente (divisão) de dois números complexos num_z1 (obrigatório): numerador (dividendo) complexo
 - num_z2 (obrigatório): denominador (divisor) complexo
 - OBS: Convém checar a sintaxe da função (ex: ";" ou ",")
 - Exemplo: **IMDIV("3 - 4i";"5 - 12i")** → 0.37278... + 0.09467...i
(p/ **IMDIV(célula1;célula2)** deve-se ter n^{os} complexos sem aspas)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- IMPROD (num_z1 [; num_z2] [; ...]) → $z_1 \times z_2 \times z_3 \times \dots$
 - Retorna o produto de dois ou mais números complexosArgumentos → num_z1 é obrigatório mas subsequentes não
 - OBS: Convém checar a sintaxe da função (ex: “;” ou “,”)
 - Exemplo: IMPROD(“3 – 4i”;“5 – 12i”) → -33 – 56i(p/ IMPROD(célula1;célula2) deve-se ter n^{os} complexos s/ aspas)
- IMPOT(num_z; pot_n) → z^n
 - Retorna o número complexo z elevado à potência nnum_z (obrigatório): n^o complexo z a ser elevado à potência n
pot_n (obrigatório): potência n (inteira, fracionária ou negativa)
 - Exemplo: IMPOT(“3 – 4i”;-3.5) → -0.0035584 + 28.99999...i(p/ IMPOT(célula1;célula2) deve-se ter n^o complexo sem aspas)



MS Excel: funções c/ n^{os} complexos

- Demais funções com números complexos no MS Excel

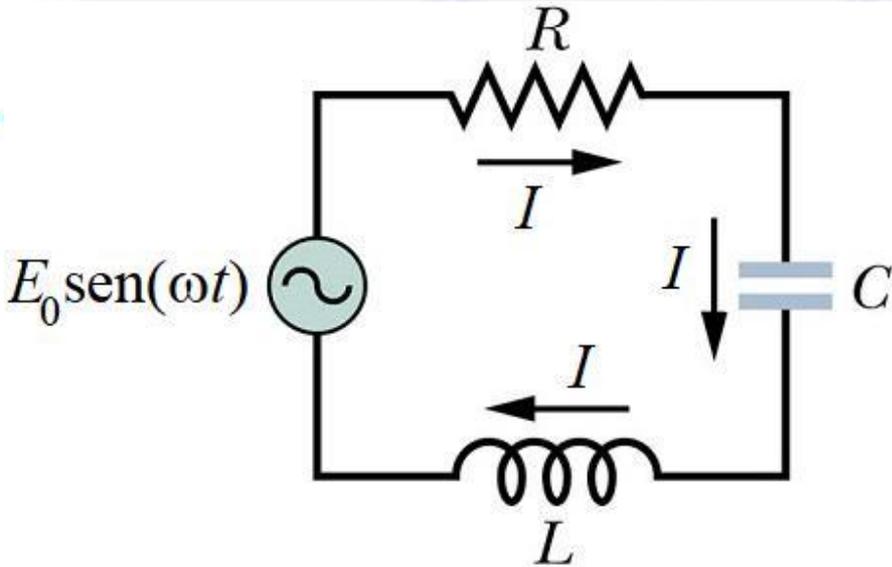


Todas tendo por argumento num_z → número complexo

- IMEXP: retorna o exponencial de um número complexo
- IMLN: retorna o logaritmo natural de um número complexo
- IMLOG10: retorna o logaritmo de base 10 de um n^o complexo
- IMLOG2: retorna o logaritmo de base 2 de um n^o complexo
- IMRAIZ: retorna a raiz quadrada de um número complexo
- IMSENO: retorna o seno de um número complexo
- IMCOS: retorna o cosseno de um número complexo



Impedância e admitância complexas



- Lei de Ohm generalizada (AC):

$$V = I Z \quad \Leftrightarrow \quad I = Y V$$

↓
impedância

↓
admitância

Impedância complexa:

$$Z = Z(\omega) = R + i X(\omega)$$

com
$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

