1. Numa urna há 3 bolas pretas e 4 bolas brancas. Retiram-se da urna duas bolas, em sequencia, ao acaso e sem reposição. As duas bolas retiradas colocam-se numa outra urna, inicialmente vazia, e dessa, retira-se ao acaso uma bola. Essa retirada é a terceira etapa do experimento aleatório. Preste a atenção que todo o experimento aleatório tem três etapas! As suas duas primeiras etapas são as duas retiradas das bolas que posteriormente serão colocadas na urna vazia.

(a) Coloque na caixa ao lado a probabilidade da bola retirada na terceira etapa ser preta.

$3/7$

Ok

(b) Considere o evento A="as bolas retiradas na segunda e na terceira etapas têm a mesma cor". Coloque na caixa ao lado a probabilidade do evento A. Coloque na caixa abaixo todos os resultados do experimento aleatório que compõem o evento A (use sua codificação do seu modelo probabilístico que fez para o experimento aleatório).

$5/7$

Ok

$\Omega_A = \{[B \to B \to B], [B \to P \to P], [P \to B \to B], [P \to P \to P]\}$

Ok

2. Tomamos três moedas diferentes (pode pensar que uma delas é de 5 centavos, uma outra de 10 centavos e a terceira é de 50 centavos). Cada moeda, ao ser lançada, dá "cara" com a probabilidade $1/3$ e "coroa" com a probabilidade $2/3$. As moedas serão lançadas em sequencia (pode assumir que primeriamente lançamos a de 5 centavos, após dela, a de 10 centavos, e por último, a de 50 centavos). Considere dois eventos:
A="obter "coroa" no primeiro lançamento e "cara" no segundo",
B="obter uma "cara" e uma "coroa", em qualquer ordem, nos dois últimos lançamentos".

(a) Responda na caixa ao lado se A e B são eventos idependentes (SIM - independentes, NÃO - dependentes).

NÃO

Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi verificada a independência.

$P[A \cap B] = \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B]$

(b) Calcule a probabilidade condicional do evento
C="obter duas "caras" em dois primeiros lançamentos"
sabendo que aconteceu o evento B. (Atenção: B é o mesmo que no item (a), mas C é diferente do A.) Coloque a resposta na caixa ao lado.

$1/6$

Ok

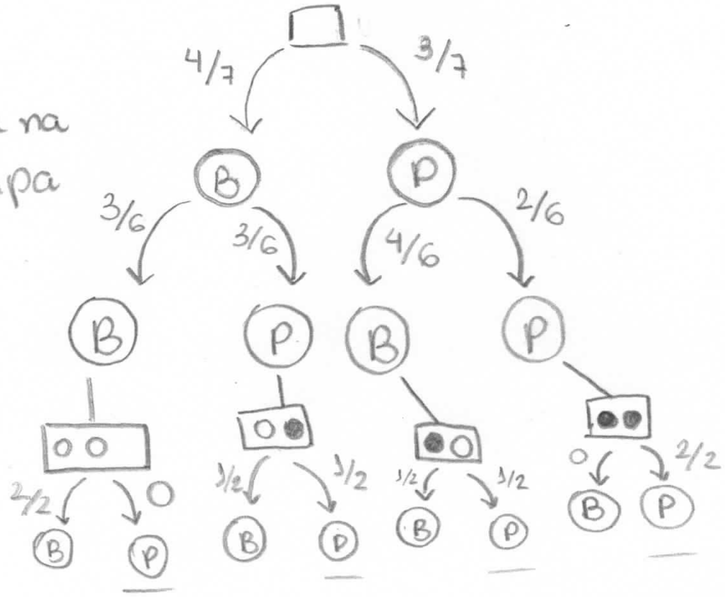
Coloque na caixa abaixo a fórmula com o auxílio da qual foi calculada a probabilidade condicional.

$P[C/B] = \dfrac{\mathbb{P}[C \cap B]}{\mathbb{P}[B]}$

Ok

[QUESTÃO 1 a]

EVENTO X = retirar preta na terceira etapa



$$\mathbb{P}[X] = \mathbb{P}[B \to B \to P] + \mathbb{P}[B \to P \to P] + \mathbb{P}[P \to B \to P] + \mathbb{P}[P \to P \to P]$$

$$\mathbb{P}[X] = 0 + \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{2}\right)$$

$$\mathbb{P}[X] = 0 + \frac{12}{84} + \frac{12}{84} + \frac{12}{84} = \frac{36}{84} = \boxed{\frac{3}{7}} \,//$$

[QUESTÃO 1 b]

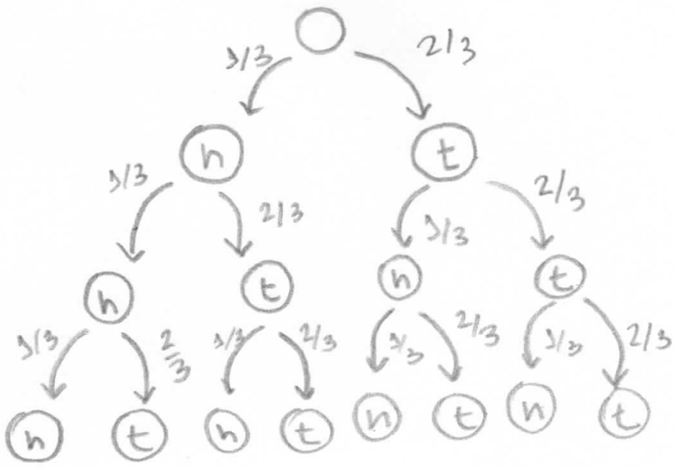
$$\mathbb{P}[A] = \mathbb{P}[B \to B \to B] + \mathbb{P}[B \to P \to P] + \mathbb{P}[P \to B \to B] + \mathbb{P}[P \to P \to P]$$

$$\mathbb{P}[A] = \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{2}\right) + \left(\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{2}\right)$$

$$\mathbb{P}[A] = \frac{24}{84} + \frac{12}{84} + \frac{12}{84} + \frac{12}{84} = \frac{60}{84} = \boxed{\frac{5}{7}} \,//$$

[QUESTÃO 2a]

$\mathbb{P}[h] = \frac{1}{3} \quad \mathbb{P}[t] = \frac{2}{3}$



$A = \{[t,h,h], [t,h,t]\}$

$B = \{[t,h,t], [t,t,h], [h,t,h], [h,h,t]\}$

$[A \cap B] = \{[t,h,t]\}$

$\mathbb{P}[A] = \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right) = \frac{6}{27} = \boxed{\frac{2}{9}}$

$\mathbb{P}[B] = \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{2}{27} + \frac{2}{27} = \frac{12}{27} = \boxed{\frac{4}{9}}$

$\mathbb{P}[A \cap B] = \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{27}$

$\mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B]$ → se for verdadeiro é independente

$\mathbb{P}[A \cap B] = \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{81} \rightarrow \frac{8}{81} \neq \frac{4}{27}$ $\boxed{\text{NÃO!}}$ ok

[QUESTÃO 2b]

$\mathbb{P}_{[h,h,t]} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{2}{27}$

$C = \{[h,h,h], [h,h,t]\}$

$B = \{[t,h,t], [t,t,h], [h,t,h], [h,h,t]\}$

$$P[C/B] = \frac{\mathbb{P}[h,h,t]}{\mathbb{P}_B} = \frac{2/27}{4/9} = \frac{2}{27} \cdot \frac{9}{4} = \frac{18}{108} = \boxed{\frac{1}{6}}$$