

## MS EXCEL “SOLVER”: EXEMPLOS ADICIONAIS



- OTIMIZAÇÃO: CARTEIRA DE INVESTIMENTOS
- OTIMIZAÇÃO: COMPRA-VENDA-ESTOCAGEM DE SOJA

# Modelos de decisão: investimentos

- Carteira de investimentos: definição do problema
  - A tabela abaixo descreve as aplicações financeiras no portfolio de investimentos que uma empresa oferece a seus clientes.
  - Quanto ao total a ser investido, um dado cliente exige aplicar: (a) não mais que 25% do total em um único título, (b) no máximo 50% do total em títulos com alto risco, (c) mais de 50% do total em títulos com vencimento superior a 10 anos.
  - Visando a máxima rentabilidade, pede-se para determinar que percentual do total deve ser aplicado em cada título.



<b>Aplicação</b>	<b>Título 1</b>	<b>Título 2</b>	<b>Título 3</b>	<b>Título 4</b>	<b>Título 5</b>	<b>Título 6</b>
Taxa de retorno	8,7% a.a.	9,5% a.a.	12,0% a.a.	9,0% a.a.	13,0% a.a.	20,0% a.a.
Vencimento	15 anos	12 anos	8 anos	7 anos	11 anos	5 anos
Risco	Muito baixo	Regular	Alto	Baixo	Alto	Muito alto

# Modelos de decisão: investimentos

- Carteira de investimentos: elementos do modelo

<b>Variáveis de decisão</b>	Percentuais $P_i$ do total a aplicar em cada título $i = 1-6$
<b>Função-objetivo</b>	Maximizar a rentabilidade de todas as aplicações
<b>Restrições às variáveis</b>	Orçamento: não aplicar mais que o disponível Diversificação: aplicação máxima por título Carência: aplicação em título c/ vencimento > 10 anos Segurança: limite p/ títulos de risco alto ou muito alto
<b>Parâmetros</b>	Taxa de retorno, risco e vencimento de cada título



# Modelos de decisão: exemplo 5

- Problema: “escolha de carteira de investimentos”

- Variáveis de decisão:

$P_1$  = percentual do total aplicado no título tipo 1

$P_2$  = percentual do total aplicado no título tipo 2

$P_3$  = percentual do total aplicado no título tipo 3

$P_4$  = percentual do total aplicado no título tipo 4

$P_5$  = percentual do total aplicado no título tipo 5

$P_6$  = percentual do total aplicado no título tipo 6

- Função-objetivo → maximizar rentabilidade  $\Leftrightarrow$  juros ganhos

$$\text{Max } 0,087\left(\frac{P_1}{100}\right) + 0,095\left(\frac{P_2}{100}\right) + 0,120\left(\frac{P_3}{100}\right) + 0,090\left(\frac{P_4}{100}\right) + 0,130\left(\frac{P_5}{100}\right) + 0,200\left(\frac{P_6}{100}\right)$$



# Modelos de decisão: exemplo 5

- Problema: “escolha de carteira de investimentos”

- Restrição no orçamento → não aplicar mais que o disponível

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 100$$

- Restrições na diversificação → aplicação máxima por título

$$P_1 \leq 25 ; P_2 \leq 25 ; P_3 \leq 25 ; P_4 \leq 25 ; P_5 \leq 25 ; P_6 \leq 25$$

- Restrições no vencimento → títulos c/ maturidade > 10 anos

$$P_1 + P_2 + P_5 > 50$$

- Restrições no risco → títulos com risco alto ou muito alto

$$P_3 + P_5 + P_6 \leq 50 \Leftrightarrow P_1 + P_2 + P_4 \geq 50$$



# Modelos de decisão: exemplo 5

- Problema: “escolha de carteira de investimentos”
  - Resumo do modelo matemático para Programação Linear:



$$\text{Max } 0,087\left(\frac{P_1}{100}\right) + 0,095\left(\frac{P_2}{100}\right) + 0,120\left(\frac{P_3}{100}\right) + 0,090\left(\frac{P_4}{100}\right) + 0,130\left(\frac{P_5}{100}\right) + 0,200\left(\frac{P_6}{100}\right)$$

$$\text{Sujeito a: } P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 100$$

$$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 \leq 25$$

$$P_1 + P_2 + P_5 > 50$$

$$P_3 + P_5 + P_6 \leq 50$$

$$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6 \geq 0$$

# Modelos de decisão: armazenamento

- Estoque: definição do problema

- Um cerealista possui um silo capaz de armazenar até 200000 ton de soja e, tendo em mente tal capacidade, pode-se vender (antes) e comprar (depois) grãos de soja em qualquer quantidade.
- A tabela estima os preços de venda e de compra de soja a serem praticados em cada mês ao longo do ano.
- Dado que no início de janeiro já havia 8000 ton de soja no silo, determine a estratégia de venda e compra de soja ao longo do ano a fim de maximizar o lucro do cerealista (ao final do ano).

Mês	Venda	Compra
Jan	\$3 / ton	\$8 / ton
Fev	\$6 / ton	\$8 / ton
Mar	\$8 / ton	\$2 / ton
Abr	\$2 / ton	\$3 / ton
Mai	\$4 / ton	\$4 / ton
Jun	\$5 / ton	\$3 / ton
Jul	\$6 / ton	\$3 / ton
Ago	\$1 / ton	\$2 / ton
Set	\$3 / ton	\$5 / ton
Out	\$2 / ton	\$5 / ton
Nov	\$3 / ton	\$3 / ton
Dez	\$3 / ton	\$3 / ton



# Modelos de decisão: armazenamento

- Estoque multiperíodo: elementos do modelo



<b>Variáveis de decisão</b>	Quantidade de soja a vender em cada mês do ano Quantidade de soja a comprar em cada mês do ano
<b>Função-objetivo</b>	Maximizar lucro (= total de vendas – total de compras)
<b>Restrições às variáveis</b>	Armazenamento: capacidade do silo Vendas: não exceder saldo (estoque) do mês anterior
<b>Parâmetros</b>	Preços prefixados para compra em cada mês do ano Preços prefixados para venda em cada mês do ano Quantidade de soja inicialmente estocada no silo



# Modelos de decisão: armazenamento

- Estoque multiperíodo: variáveis de decisão

$V_i$  = quantidade de soja a vender no mês  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ )

$C_i$  = quantidade de soja a comprar no mês  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ )

- Dica → variáveis auxiliares: estoques (saldos)

$E_i$  = estoque de soja ao final do mês  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ )



$$E_i = E_{i-1} - V_i + C_i \quad (i = 1, 2, \dots, 12; E_0 = 8000)$$



# Modelos de decisão: exemplo 4

- Problema: “compra-venda-estoque”

- Restrições no armazenamento → capacidade do silo (supondo compras em dado mês após vendas no mesmo mês)

$$E_i < 200000 \quad (i = 1, 2, \dots, 12)$$

- Restrições nas vendas → saldo (estoque) do mês anterior

$$V_i \leq E_{i-1} \quad (i = 1, 2, \dots, 12)$$

- Função-objetivo → maximizar lucro (= receita – despesas):

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{12} [(preço\_venda_i \times V_i) - (preço\_compra_i \times C_i)]$$

$$\therefore \text{Max} \left[ \sum_{i=1}^{12} (preço\_venda_i \times V_i) - \sum_{i=1}^{12} (preço\_compra_i \times C_i) \right]$$



# Modelos de decisão: exemplo 4

- Problema: “compra-venda-estoque”
  - Resumo do modelo matemático para Programação Linear:

$$\text{Max} \left[ \sum_{i=1}^{12} (\text{preço}_{\text{venda}_i} \times V_i) - \sum_{i=1}^{12} (\text{preço}_{\text{compra}_i} \times C_i) \right]$$

$$\text{Sujeito a: } E_i = E_{i-1} - V_i + C_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 12$$

$$E_0 = 8000$$

$$E_i \leq 200000 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 12$$

$$V_i \leq E_{i-1} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 12$$

$$V_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 12$$

$$C_i \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, 12$$

