Gabarito Lista 1 Relatividade

1.)

a) Não. O princípio de relatividade de Galileu, que condiciona a experiência segundo a Mecânica Clássica, não distingue referenciais que se movimentam um em relação aos outros com velocidade relativa constante.

b) Para a Física Clássica, ambas poderiam distinguir movimentos uniformes relativos a um certo referencial absoluto (no caso, o éter lumínifero e/ou eletromagnético) Já para a Física Relativística, uma vez que ela generaliza o princípio de relatividade da Mecânica para todos os fenômenos físicos, não.

c) Sim, movimentos acelerados distinguem um referencial, na Mecânica, daqueles que movem-se com velocidades relativas constantes. A aceleração percebida é interpretada como uma força

d) Exemplos: gira-gira; "chapéu mexicano", veículos na aceleração ou frenagem; elevador; planeta Terra

Identificamos um referencial do tipo na medida em que um observador em repouso em relação a ele, ao estudar a dinâmica de um ponto material nesse referencial, atribui pelo menos uma força de origem não-identificável (nem gravitacional, nem eletromagnética, nem nuclear, etc) para dar conta da aceleração observada, força essa que estaria ausente no estudo de um observador em repouso em relação a um referencial inercial do mesmo ponto material.

2) Fórmulas relevantes:

$$v = \beta c \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$$

$$\gamma^2(1-\beta^2) = 1 \rightarrow \beta^2 = \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2} = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

Logo, $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$

Tabela preenchida e gráfico esboçado em planilha anexo.

3) Um referencial é um ente abstrato representado por uma base ortogonal. Eventualmente, um objeto - ente concreto - pode ser associado a um referencial se o fixarmos, em repouso, em relação a ele, de maneira que podemos identificar o referencial pelo objeto, e vice-versa.

A velocidade v, presente em γ e β, é uma propriedade de um <u>referencial</u> que diz-se em movimento em relação a algum outro referencial. Como dissemos acima, se fixamos um objeto em repouso em relação ao referencial que dizemos em movimento, podemos dizer que v é a velocidade do objeto em relação ao referencial a partir do qual dizemos que o primeiro está em movimento.

Digitalizado com CamScanner

5)

$$\Delta t_{TERRA} = \gamma \, \Delta t_{ESPAÇONAVE}$$

Logo, estamos interessados no caso $\gamma = 10$

Usando as fórmulas $v = \beta c$ e $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$,

$$v = c \left[\sqrt{1 - \frac{1}{10^2}} \right] = c \left[\sqrt{1 - \frac{1}{100}} \right] = 0{,}995c$$

6)

$$L_{QUADRADO} = \frac{L_{RETÂNGULO}}{\gamma}$$

$$1{,}00 = \frac{2{,}00}{\gamma}$$

$$\therefore \gamma = 2$$

Usando as fórmulas $\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$ e $v = \beta c$,

$$v = c \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2^2}} \right] = c \sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}866c$$

7) $L_{SOL} = \frac{L_{TERRA}}{\gamma}$; $\beta = \frac{v}{c}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

No caso terrestre,

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{30 \left[\frac{km}{s}\right]}{300.000 \left[\frac{km}{s}\right]} = \frac{1}{10.000} = 10^{-4}$$

Logo, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 10^{-8}}} = 1{,}000000005$

Emtão, $L_{SOL} = \dfrac{L_{TERRA}}{1,000000005} = \dfrac{6.400}{1,000000005} = 6.399,999968$ Km

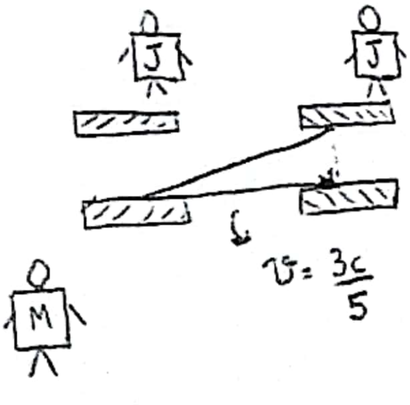
8) $\beta = \dfrac{v}{c} = \sqrt{\dfrac{3}{4}}$

$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$

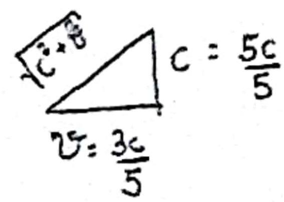
Emtão, $L_J^{plat} = \dfrac{L_M^{plat.}}{\gamma} = \dfrac{L_M}{\gamma} = \dfrac{L_M}{2}$

E $\dfrac{L_J^{TREM}}{\gamma} = L_M^{TREM} \Rightarrow L_J^{TREM} = \gamma L_M = 2 L_M$

9)



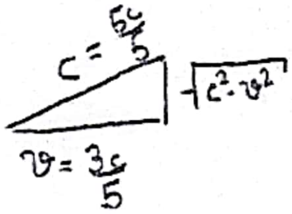
Física Clássica:



$\sqrt{c^2+v^2} = \sqrt{\dfrac{25c^2+9c^2}{25}} = \sqrt{\dfrac{34c^2}{25}} = 1,17c$

a) c b) 1,17c

Física Relativística:



Por Pitágoras – 3 4 5, $\sqrt{c^2 - v^2} = \frac{4c}{5}$

c) $\frac{4c}{5} = 0{,}8c$ d) c

10)

a) $a = r$

$b = \frac{r}{\gamma}$

b) $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{\cancel{r^2}}{\gamma^2 \cancel{r^2}}} = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \beta$

i) $e = \beta = 0{,}50$

ii) $e = \beta = 0{,}90$

11) a) Uma medida de frequência (TIC TAC) de algum fenômeno periódico é maior ~~segundo~~ comparada a um padrão de compara-ção que é tomado em repouso, estando o fenômeno em repouso em relação a um referencial em movimento relativo ~~constante~~ uniforme em relação ao referencial no qual o padrão está em repouso.

b) Exemplo: aumento relativo da frequência

12)

a)

i) Esse referencial está em repouso em relação ao múon. Assim, o tempo de desintegração é $2{,}3 \times 10^{-6}$ s e o deslocamento é nulo.

ii) $\Delta t_{ii} = \gamma \Delta t_0$, onde $\Delta t_0 = 2{,}3 \times 10^{-6}$ s

Como $v = 0{,}60c$, $\beta = 0{,}60$ e portanto

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}60^2}} = 1{,}25$$

Logo, $\Delta t_{ii} = 1{,}25\,(2{,}3 \times 10^{-6})$

$= 2{,}87 \times 10^{-6}$ s //

E, então $\Delta s_{ii} = v \Delta t_{ii}$

$= 0{,}60c\,\Delta t_{ii}$

$= 0{,}60\,(3{,}0 \times 10^{8})(2{,}87 \times 10^{-6}) = 517$ m //

iii) $v = 0{,}90c$; $\beta = 0{,}90$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}90^2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}19}}$$

Logo, $\Delta t_{iii} = \gamma \Delta t_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}19}}(2{,}3 \times 10^{-6}) = 5{,}28 \times 10^{-6}$ s //

E, então $\Delta s_{iii} = v \Delta t_{iii}$

$= 0{,}90c\,\Delta t_{iii}$

$= 1420$ m $= 1{,}42$ km //

iv) $v = 0{,}99c$; $\beta = 0{,}99$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}99^2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}0199}}$$

$$\Delta t_{iv} = \gamma \Delta t_0 = \frac{(2{,}3 \times 10^{-6})}{\sqrt{0{,}0199}} = 1{,}63 \times 10^{-5}\ s$$

$$\Delta s_{iv} = v \Delta t_{iv} = 0{,}99 c \Delta t_{iv} = 4{,}84\ km$$

b)

i) Nenhuma distância foi percorrida nesse referencial, portanto o tamanho da barra é nulo.

ii) $$L_{ii} = \frac{\Delta s_{ii}}{\gamma} = \frac{(517)}{1{,}25} = 414\ m$$

iii) $$L_{iii} = \frac{\Delta s_{iii}}{\gamma} = (1{,}42)\sqrt{0{,}19} = 621\ m$$

iv) $$L_{iv} = \frac{\Delta s_{iv}}{\gamma} = (4{,}84)\sqrt{0{,}0199} = 683\ m$$

c) Podemos detectar muóns que movem-se em relação à Terra com velocidade 0,99c apenas devido ao efeito de dilatação temporal, que prorroga seu tempo de desintegração em nosso referencial. Sem esse efeito, o muón percorreria apenas cerca de 683 m antes de se desintegrar, ~~parando~~ portanto quase 300 m antes da potencial detecção. No referencial do muón, entretanto, tudo se passa como se a distância entre o seu ponto de formação e o ponto de detecção fosse de menos de 683 m, enquanto seu tempo de existência persiste sendo $2{,}3 \times 10^{-6}$ s, dando tempo o suficiente p/ a detecção.

13) O referencial terrestre está em repouso em relação aos muóns no bloco. Portanto, o tempo de desintegração medido é aquele para o qual os muóns estão em repouso

$$\Delta t_0 = 2{,}3 \times 10^{-6}\ s$$

Já o tempo de desintegração dos muóns em relação a um referencial que desenvolve, em relação ao terrestre, um movimento relativo constante é

$$\Delta t = 1{,}6 \times 10^{-5}\ s \quad \text{medidos do ref. terrestre}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \therefore \quad \gamma = \frac{\Delta t}{\Delta t_0} = \frac{1{,}6 \times 10^{-5}}{2{,}3 \times 10^{-6}} = \frac{160}{23}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = 0{,}99$$

$$v = \beta c = 0{,}99c$$

14) $\beta = 0{,}99 \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}0199}}$

a) $\Delta t_{TERRA} = \gamma\, \Delta t_{CÓSMICO}$

$$\Delta t_{TERRA} = \gamma\,[2{,}5 \times 10^{-8}] = 1{,}77 \times 10^{-7}\ s$$

b)
$$\left.\begin{aligned} L_{TERRA} &= v\,\Delta t_{TERRA} \\ &= 0{,}99c\,(1{,}77 \times 10^{-7}) \\ &= 52{,}6\ m \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} A &= H - L_{TERRA} \\ A &= 200 - 0{,}0526 \\ A &= 199{,}947\ m \end{aligned}$$

c) $L_{CÓSMICO} = \frac{L_{TERRA}}{\gamma} = 52{,}6 \cdot \sqrt{0{,}0199} = 7{,}42\ m$

Digitalizado com CamScanner

15)

ordem de grandeza de c em $\frac{m}{s} \sim 10^8$

ordem de grandeza tempo de vida humano $\sim 10^2$ anos

ordem de grandeza tempo p/ percorrer galáxia $\sim 10^5$ anos

$$10^5 = \gamma 10^2 \rightarrow \gamma = \frac{10^5}{10^2} \sim 10^3$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{10^6}} = 0,9999995$$

$$v \sim \beta 3 10^8 = 299.999.850 \frac{m}{s}$$

Em situação estranha é possível devido ao efeito de dilatação temporal. Em relação a um referencial para o qual a espaçonave move-se a uma velocidade como a estimada, todos os processos biológicos da criança acontecem a um passo mt mais lento comparado ao padrão em repouso, permitindo-a sobreviver até a chegada ao destino. Do ponto de vista da criança, o tempo passa no mesmo passo usual, entretanto a distância da sua viagem é "encurtada" comparada à medida do referencial em repouso (que, do ponto de vista dele, é que move-se carregando consigo o caminho até a estrela) devido ao efeito da contração espacial.

16)

A prova começa quando os referenciais de João e Maria coincidem e o relógio de João começa a marcar o período de 1h. No referencial de Maria esse período é dilatado segundo o fator gama (γ). $\Delta t_M = \gamma \Delta t_J$

Transcorrido 1h no relógio de João, ele envia um sinal luminoso para Maria. Durante esse período, Maria percorreu a distância $v \Delta t_J$, que é a distância a ser percorrida pelo sinal até chegar a Maria no ref. de João.

Como o sinal move-se à velocidade da luz, o tempo para o recebimento do sinal é $T = \frac{v \Delta t_J}{c}$ no ref. de João. Para Maria, esse tempo será dilatado da forma γT

Assim, o tempo total que Maria terá para realizar a prova foi

$$\begin{aligned}
\Delta t_M + \gamma T &= \gamma \Delta t_J + \gamma \frac{v \Delta t_J}{c} \\
&= \gamma \Delta t_J + \gamma \beta \Delta t_J \\
&= \Delta t_J (\gamma + \gamma \beta) \\
&= \gamma \Delta t_J (1 + \beta)
\end{aligned}$$

Como, do enunciado, $\beta = 0{,}6$,

$$= \gamma \Delta t_J (1{,}6)$$

$$\text{E } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}6^2}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}64}} = 1{,}25$$

Então,

$$= 1{,}25 \cdot 1{,}6 \cdot (1h)$$

$$= 2h$$

Portanto, para Maria a prova durou 2h.

Digitalizado com CamScanner

17)

a) Para Maria, o intervalo de tempo medido por João será dilatado segundo o fator γ.

Aqui, $\beta = 0,6$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,25$

Portanto $\Delta t_M = \gamma \Delta t_J = 1,25 (0,5h) = 45$ min

b) Como o evento que marca o início da aula é identificado por Maria como ocorrendo cerca de 30 min após a sua chegada na escola e que, segundo esse mesmo relógio, João precisa de 45 min para chegar à escola desenvolvendo uma velocidade de aprox. 76 Km/h, concluímos que João atrasou cerca de 15 min, ao violar os limites de velocidade na via local.

18)

a) $\Delta t_M = \gamma \Delta t_J$

aplicando a aprox binomial,

$$\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2} \sim 1 + \frac{\beta^2}{2}$$

mas como no regime $v \ll c$, $\beta^2 \sim 0$,

$$\gamma \sim 1$$

Logo, nesse regime $\Delta t_M \sim \Delta t_J$

b) $L_M = \frac{L_J}{\gamma}$

$$\gamma^{-1} = (1-\beta^2)^{1/2} \sim 1 - \frac{\beta^2}{2}$$

Mas $\beta^2 \sim 0$, então $\gamma^{-1} \sim 1$

Logo, nesse regime

$$L_M \sim L_J$$

c) Apesar de vivermos em um mundo onde a teoria da relatividade, e não a mecânica clássica, é verdadeira e consequentemente são verdadeiras as concepções de tempo e espaço daquela teoria - segundo a qual durações e comprimentos são relativos, e não absolutos - para o regime de velocidades com o qual estamos acostumados em nossa experiência cotidiana essa "relativização" é imensurável para qualquer precisão humanamente concebível

19) A cena está equivocada do ponto de vista física ao sugerir que o efeito de dilatação temporal é detectável por entes posicionados no próprio referencial que desenvolve uma velocidade segundo algum outro referencial. Qualquer afirmação envolvendo a dilatação do tempo para o Flash só faz sentido, na realidade, para um referencial que pode afirmar que o herói está se movendo, afirmação esta que o próprio Flash jamais pode fazer, pois para ele são os outros referenciais que desenvolvem movimentos relativos a ele.

A cena, então, seria mais fisicamente adequada se, em lugar de mostrar o Flash sofrendo efeitos de dilatação temporal, mostra-se em lugar disso os arredores do Flash ocorrendo em "câmera lenta" (e mesmo o comprimento de objetos externos "encurtando"). Afinal, como a câmera fixa nele nós espectadores compartilhamos do seu referencial (estamos em repouso em relação a ele).