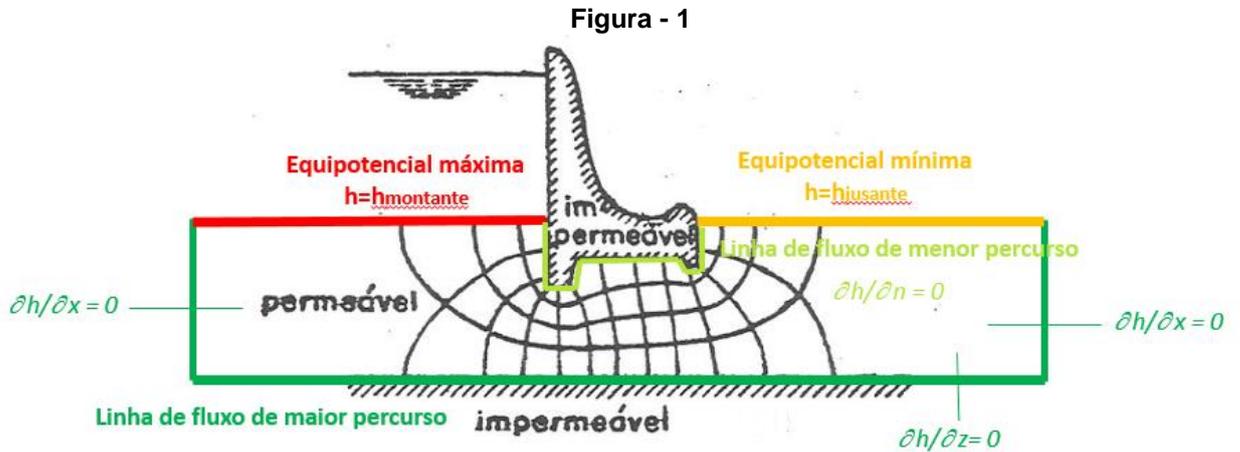


Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

Exercício 1 (revisão)

- ✓ condições de contorno **essenciais** são aquelas nas quais o valor da função é conhecido ($h = h^*$; por exemplo, $h = h_{\text{mont}}$, $h = h_{\text{jus}}$, ou ainda $h = h_e =$ carga altimétrica)
- ✓ condições de contorno **naturais** são aquelas cuja derivada de sua função é conhecida ($\partial h / \partial n = q^*$; frequentemente, mas não sempre, $q^* = 0$ e, portanto, trata-se de fronteira impermeável)



➤ Na Figura 1:

- $N_q = 12$; $N_f = 4$
- $Q = \left(\frac{4}{12}\right) \times \Delta H \times k$

Exercício 2

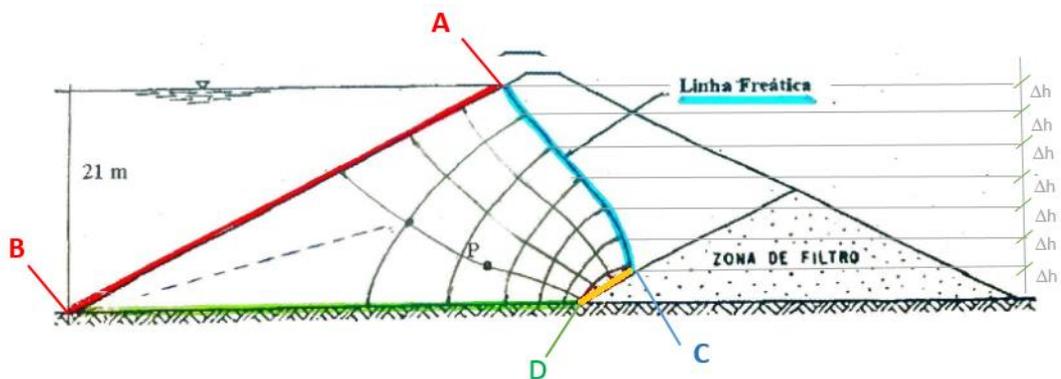


Figura 2

AB	Equipotencial máxima	$h = h_{\text{montante}}$	
AC	Linha freática (também linha de fluxo superior; limite superior do fluxo)	$u = 0 \Rightarrow h = h_e$	$\partial h / \partial n = 0$
BD	Linha de fluxo de maior percurso, limite inferior do fluxo	$\partial h / \partial z = 0$	
CD	Linha livre	$u = 0 \Rightarrow h = h_e$	

➤ Qual a propriedade especial dos pontos indicados sobre a freática? Justifique.

Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

- ✓ R: Ao longo da linha freática, a pressão neutra é igual a zero, fazendo com que a carga total (h) seja puramente altimétrica (h_e). Assim, a diferença entre as cotas dos pontos de encontro da freática com duas equipotenciais consecutivas é sempre constante (Δh). (vide, por exemplo, Massad, cap. 1)

Vale ressaltar que a linha freática possui uma outra propriedade especial: ao contrário de todas as outras fronteiras, aplicam-se a ela duas condições de contorno, uma essencial (carga conhecida, resultante da pressão neutra igual a zero) e uma natural (fluxo nulo na direção normal a ela, $\partial h / \partial n = 0$, dado que a linha freática também é uma linha de fluxo). Esse aparente excesso de condições de contorno só se justifica pelo fato de a posição da freática ser inicialmente desconhecida, a ser determinada com o auxílio das duas condições de contorno, de modo a delimitar o domínio de percolação.

Já a linha livre possui posição conhecida e, por isso, só uma condição de contorno pode ser atribuída a ela (carga conhecida, já que a pressão neutra também é nula). Ao contrário da freática, a linha livre *não é uma linha de fluxo* (pelo contrário, sempre há fluxo através dela). No caso do exercício ela define uma transição para um material tão mais permeável que o fluxo deixa de ser governado pela lei de Darcy e pela equação de Laplace (como acontece dentro das fronteiras do domínio de percolação).

➤ *Calcule a pressão neutra e o gradiente hidráulico no ponto P.*

Pressão neutra

- $z_p \cong 3,5m$ (Da escala da figura, RN na base da barragem)
- $N_q = 7; N_f = 4$
- $\Delta h = \frac{21}{7} = 3 \text{ m}$
- $h_p = 21 - 2,5 \times 3 = 13,5$ (o ponto P está entre a segunda e a terceira equipotencial)
- $h = z + \frac{u}{\gamma_w} \rightarrow u_p = 100 \text{ KN/m}^2$

Gradiente hidráulico

- Distância entre equipotenciais no ponto P (da figura, em escala) $\cong 5 \text{ m}$
- Perda de carga entre equipotenciais $\cong 3 \text{ m}$
- $i_p \cong 0,6$

Vazão

Na Figura 2:

- $N_q = 7; N_f = 4$
- $Q = \left(\frac{4}{7}\right) \times \Delta H \times k = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ de barragem = 43,2 litros/hora/metro de barragem!

Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

Exercício 3

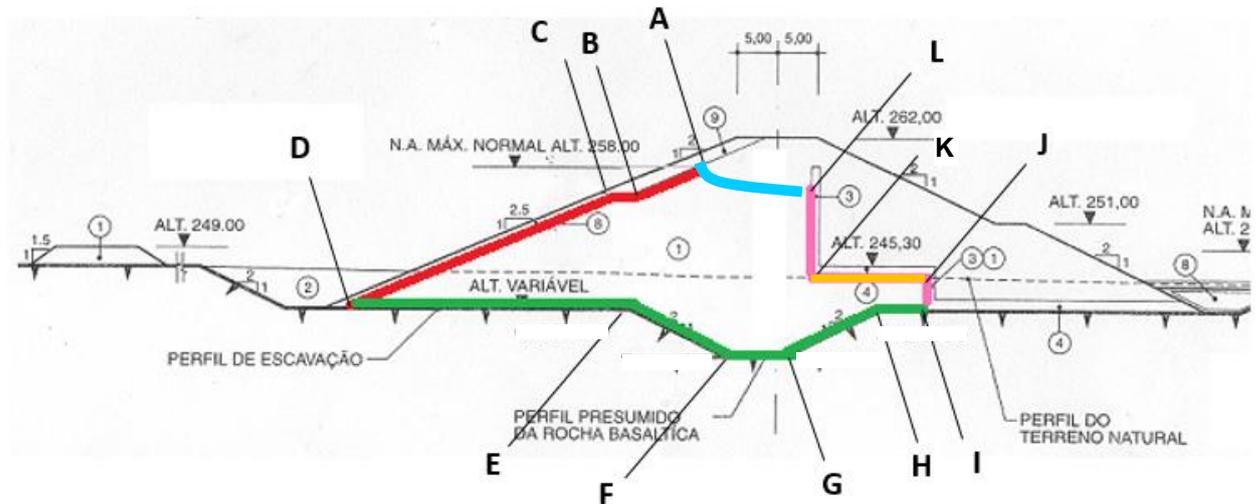


Figura 3

Obs. 1: admitiu-se que os materiais 9, 8, 4, 3 e 2 sejam muito mais permeáveis do que o material 1, e que o perfil da rocha basáltica se estenda por toda a área de fundação em que foi adotada a mesma convenção gráfica. Admitiu-se também NA de jusante no topo da rocha.

ABCD	Equipotencial máxima	$h = h_{\text{montante}}$	
AL	Linha freática, limite superior do fluxo	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	$\partial h / \partial n = 0$
DEFGHI	Linha de fluxo inferior	$\partial h / \partial n = 0$	
IJ	Linha livre	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	
JK	Linha livre / Equipotencial	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	$h = h_{\text{dreno horiz.}}$
KL	Linha livre	$u=0 \Rightarrow h=h_e$	

Obs. 2: É importante notar que a posição do ponto "L" é indefinida até que o problema seja resolvido, com determinação da posição da freática.

Obs. 3: Há uma informação truncada, à direita da Figura 3, de um NA de jusante em uma cota mais elevada, talvez 250,00. Isso indicaria que parte do filtro-dreno deve funcionar afogada, um critério de projeto às vezes adotado para evitar a colmatagem química ou microbiológica dos filtros-drenos, e o seu consequente desempenho insatisfatório (maiores pressões neutras = menores tensões efetivas e menor resistência). A colmatagem nada mais é do que um "entupimento" por formação de um filme muito pouco permeável de compostos de ferro precipitados em ambiente oxidante, daí a preocupação em afogar o filtro-dreno. Em termos de condições de contorno para resolução do problema de fluxo, o NA de jusante na cota 250,00 impõe que IJK + o trecho de KL abaixo da cota 250,00 constituam uma **equipotencial com $h = h_{\text{jusante}}$** .

Exercício 4 (revisão)

Estudar, por exemplo, Massad, capítulo 1 (ou Carlos Pinto, capítulo 7)

Material anisotrópico, geralmente com condutividade hidráulica horizontal maior do que a vertical: $k_x > k_z$

Fluxo em regime permanente: condições de contorno, vazão.

Equação diferencial do fluxo em material anisotrópico: $k_x \times \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \times \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$

- a) Pode-se fazer a equação anterior recair na equação de Laplace através de uma mudança de

variável: $X = x \sqrt{\frac{k_z}{k_x}}$

Utilizando a regra da cadeia na derivação, chega-se a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Na nova escala é portanto possível resolver como sempre a equação de Laplace, por exemplo traçando uma rede de fluxo como se o material fosse isotrópico.

Para a dedução da condutividade hidráulica equivalente, consultar Carlos Pinto (capítulo 7):

$$k_{eq} = \sqrt{k_x k_z}$$

- b) $Q = k \times h \times N_f / N_q$

	Isotrópico	Anisotrópico
Canais de fluxo (N_f)	1,3	2,5
Quedas de potencial (N_q)	4	4
Fator de forma (N_f / N_q)	0,325	0,625
Condutividades hidráulicas	$k_h = k_v = k$	$k_v = k$ / $k_h = 9k$
Condutividade hidráulica equivalente	k	$3k$
Vazão	Q	$\sim 5,8 Q$

Consulte também o capítulo 8 do Braja Das.

- c) Pressões: compare a diferença de cota entre o ponto P e o ponto em que a equipotencial que passa por ele encontra a freática (num e noutro caso). Não há diferença. Pontos situados abaixo da freática no material isotrópico têm a mesma pressão neutra se o material for anisotrópico. No entanto, pontos situados acima da freática no material isotrópico sofrem acréscimo de pressão neutra se o material for anisotrópico.
Gradientes hidráulicos: como as perdas de carga entre equipotenciais são idênticas nas duas situações, para comparar os módulos dos gradientes basta comparar a distância entre equipotenciais passando por P, distância essa sempre medida na direção normal às equipotenciais. A relação aproximada é de 3 : 2,5 (isotrópico : anisotrópico), portanto o módulo do gradiente em P é cerca de 20% maior no caso anisotrópico. Mais importante, a direção do vetor gradiente muda significativamente, ficando mais próxima da vertical no meio anisotrópico.
- d) No caso anisotrópico a linha freática está muito mais próxima do talude de jusante, o que caracteriza um risco sério de a água encontrar uma saída no talude de jusante, provocando carreamento de material da barragem, erosão tubular regressiva (“piping”) e possível ruptura da barragem.
- e) A anisotropia decorre da compactação. Não há como evitá-la ou controlá-la. A maneira eficiente de controlar riscos associados à percolação é introduzir filtros-drenos (verticais ou sub-verticais) na zona central da barragem, além dos filtros-drenos horizontais indicados nos desenhos do exercício. Há muito tempo não se fazem barragens de terra sem um filtro-dreno vertical ou sub-vertical que praticamente elimine qualquer possibilidade de o fluxo atingir o talude de jusante.

Exercício 5

- a) Se há quadrados na zona 1, para manter a continuidade dos canais de fluxo (conservação de massa!) não há como manter quadrados na zona 2. A rede completa, esboçada na parte inferior da Figura 5, indica que na zona 2 a rede de fluxo é composta por retângulos nos quais a relação entre os lados é igual à relação entre as condutividades hidráulicas ($k_2 \cong 5k_1$). Na Figura 6 a relação deve ser $k_2 \cong 3k_1$. Vazões: $Q_5 \cong \frac{4}{8}k_1h$, $Q_6 \cong \frac{12}{14}k_1h$.
- b) Nenhum material da Figura 5 é anisotrópico (ângulos retos!).
- c) Nenhum material da Figura 6 é anisotrópico (ângulos retos!).

Redes de fluxo:drenos, fluxo transiente, rebaixamento rápido

Exercício 1

Apresenta-se na Figura 1 uma seção transversal típica de uma barragem de terra-enrocamento.

a) Faça uma primeira **estimativa** das condutividades hidráulicas dos materiais, a partir da descrição acima.

Núcleo argiloso: 10^{-8} m/s

Filtro-dreno: 10^{-4} m/s

Enrocamento: 10^0 m/s (1 m/s)

b) Estime a porcentagem da carga hidráulica total que será dissipada no fluxo em cada um dos materiais.

Praticamente 100% da carga hidráulica dissipada no núcleo argiloso (em função dos contrastes de condutividades hidráulicas do item a)

c) Identifique as condições de contorno para a resolução do problema de fluxo.

AB	Equipotencial máxima	$h=h_{\text{montante}}$
AC	Linha freática / linha de fluxo superior	$u=0 \Rightarrow h=h_e$ $\partial h/\partial n = 0$
BD	Linha de fluxo inferior / maior percurso	$\partial h/\partial z = 0$
CD	Linha livre	$u=0 \Rightarrow h=h_e$

d) Esboce a rede de fluxo nessa seção transversal.

Ver rede esboçada na Figura 1.

e) Estime a vazão e o gradiente máximo.

Como sempre, a partir da rede: $Q \cong 10^{-8} \times 55 \times \frac{5}{4} \cong 6,9 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$

Gradiente máximo onde as equipotenciais estão mais próximas (distância medida na direção

ortogonal às equipotenciais): $i = \frac{\Delta h}{l_{\text{mín}}} = \frac{55/4}{5,2} = 2,65$

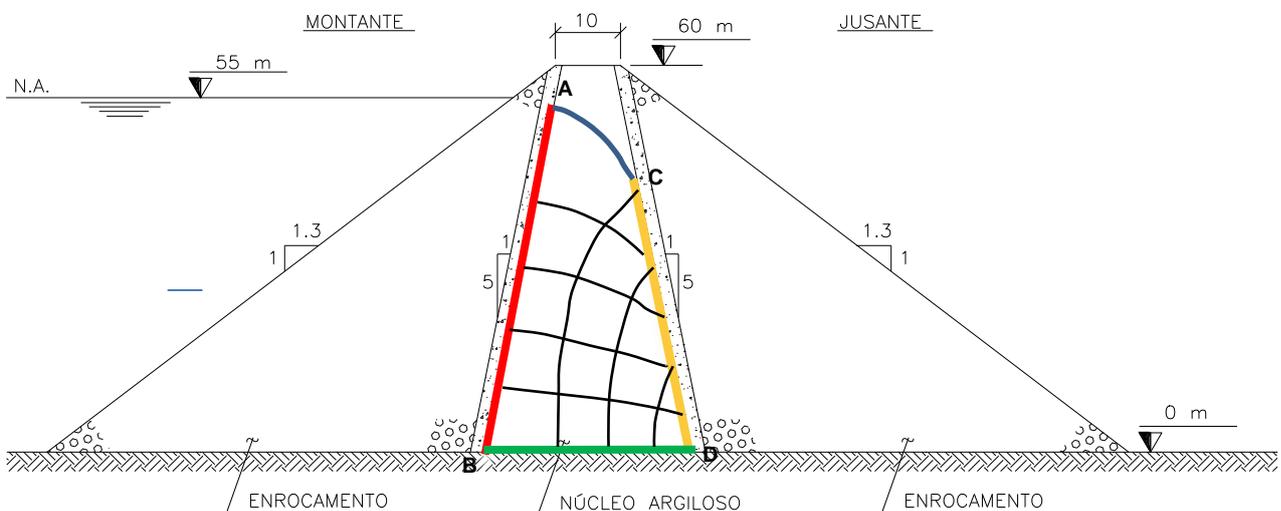


FIGURA 2 – Barragem de Terra – Enrocamento
esc. 1:100

Figura 1

Exercício 2

A Figura 2 (mesma do exercício 2 da coleção 6) representa uma barragem de terra dita homogênea. Nível d'água de montante e linha freática correspondem à situação de **operação**.

a) Identifique e escreva as expressões das condições de contorno para uma situação de **rebaixamento rápido** de 11 m.

Talude de montante-freática-linha livre no contato do filtro: passam, todas elas, a ser uma linha livre ($h=h_e$, pois $u = 0$), identificada em amarelo na Figura 2; os pontos em que as equipotenciais interceptam essa linha têm, portanto, diferença de cota constante.

Redes de fluxo: drenos, fluxo transiente, rebaixamento rápido

Contato barragem-fundação: continua sendo linha de fluxo (derivada nula da carga hidráulica na direção vertical), identificada em verde na Figura 2.

Talude submerso no reservatório rebaixado: linha equipotencial ($h=h_{\text{reservatório}}$); identificada em vermelho na Figura 2.

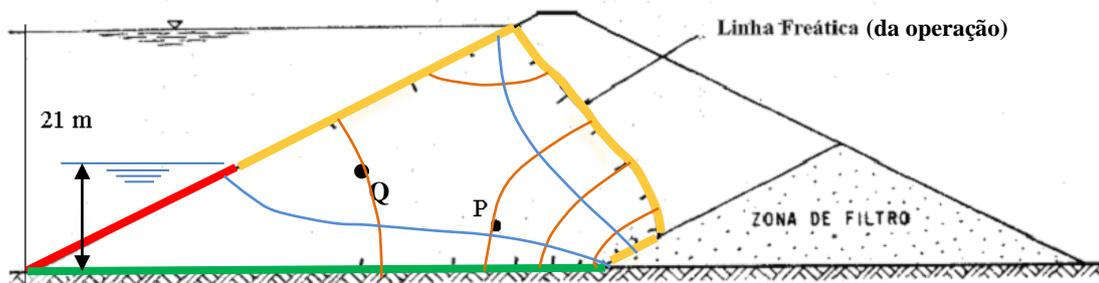
- b) Esboce a rede de fluxo de rebaixamento rápido.

Fluxo no sentido do talude de montante e do filtro (ver esboço grosseiro na Figura 2; redes de rebaixamento são das mais difíceis de serem traçadas; solução numérica impõe-se).

- c) Compare, nos pontos P e Q, a pressão neutra e o gradiente hidráulico em duas situações: **rebaixamento rápido** e **operação** (exercício 2 da coleção 6).

Partindo dos pontos P e Q, siga as equipotenciais, até atingir as superfícies livres, em cada uma das situações (rebaixamento rápido e operação), para comparar pressões neutras: em P pouco se alteram; em Q se reduzem no rebaixamento.

Equipotenciais definem direção dos gradientes, espaçamento entre elas define seus módulos: novamente, alterações pequenas no ponto P, mas em Q o gradiente no rebaixamento passa a apontar para o talude de montante; ainda que o módulo fique um pouco menor do que na operação, a direção da força de percolação passa a contribuir para a instabilização do talude de montante, o mais crítico no rebaixamento; .



Rede de Fluxo em Barragens de Terra

Figura 2

Exercício 3

A Figura 3 apresenta redes de fluxo em uma barragem de terra para três diferentes configurações de drenagem interna (dreno inclinado da crista para montante, dreno vertical sob a crista e dreno inclinado da crista para jusante).

A Figura 3a representa situações de **operação** com reservatório cheio e a Figura 3b situações de **rebaixamento rápido**. A segurança nessas duas situações (além de outras) deve sempre ser verificada no projeto de barragens.

Qual a influência da direção do dreno na segurança? Considere pressões neutras, gradientes hidráulicos e vazões na sua análise, bem como a sua provável influência na estabilidade dos taludes de montante e de jusante.

Na figura 3, considerando o ângulo λ medido da vertical para o dreno, tem-se:

$\lambda < 0 \Rightarrow$ dreno inclinado da crista para montante

$\lambda = 0 \Rightarrow$ dreno vertical sob a crista

$\lambda > 0 \Rightarrow$ dreno inclinado da crista para jusante

Operação	Pressões neutras	Gradientes hidráulicos	Vazões	Rebaixamento rápido	Pressões neutras	Gradientes hidráulicos	Vazões
$\lambda < 0$	Menores	Maiores	Maiores	$\lambda < 0$	Menores	**	**
$\lambda = 0$	Interm.	Interm.	Interm.	$\lambda = 0$	Interm.	**	**
$\lambda > 0$	Maiores	Menores	Menores	$\lambda > 0$	Maiores	**	**

** - pequena variação, não muito importante

Redes de fluxo: drenos, fluxo transiente, rebaixamento rápido

Fig. 3a: com $\lambda < 0$ pressões neutras são menores ou inexistentes onde importa para a estabilidade do talude de jusante, que é o mais crítico na situação de operação (desenhe o círculo crítico para confirmar). Isso é tão importante para a segurança que vale a pena conviver com vazões e gradientes maiores. Gradientes mais elevados são controlados pelos filtros-drenos bem dimensionados (relembrar critérios de Terzaghi).

Fig. 3b: com $\lambda < 0$ pressões neutras são menores (equipotenciais mais “horizontais”), o que favorece a estabilidade do talude de montante, que é o mais crítico na situação de rebaixamento rápido. Os gradientes hidráulicos apontam mais na direção do filtro-dreno (porque o filtro avança para montante). Lembrar, a propósito, que o gradiente hidráulico em qualquer ponto é sempre um vetor perpendicular à equipotencial que passa pelo ponto, seja o material isotrópico ou anisotrópico; só no caso isotrópico o gradiente é paralelo à linha de fluxo; só no caso isotrópico o vetor velocidade tem a mesma direção do vetor gradiente.

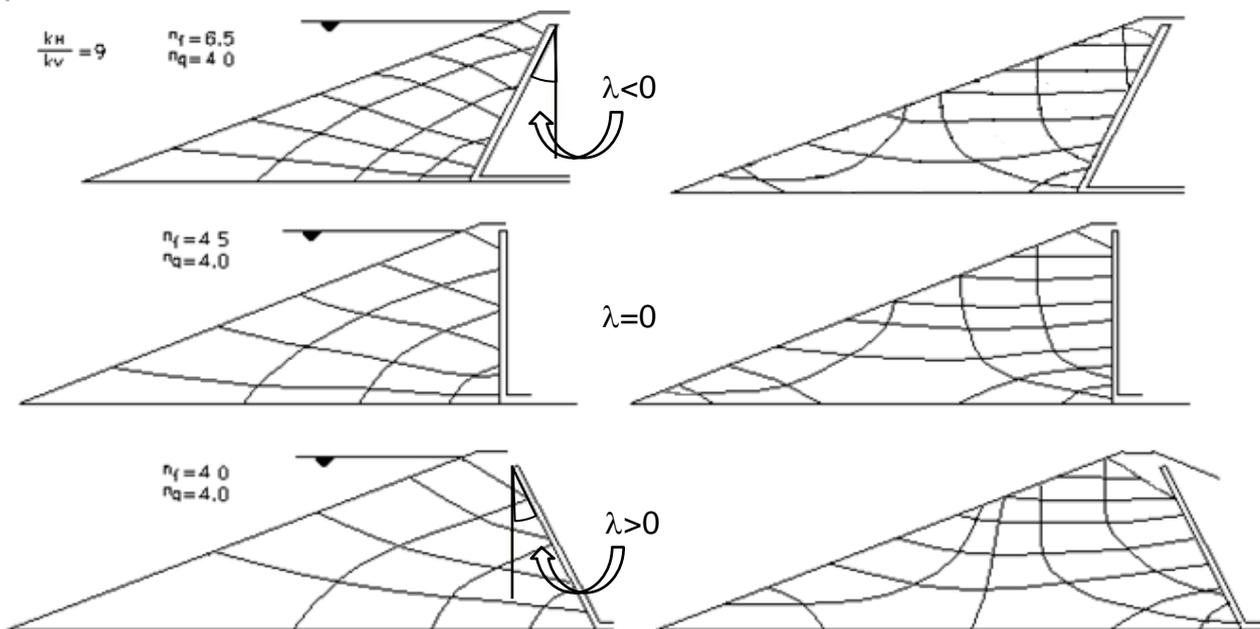


Figura – 3a

Figura 3b