Universidade de São Paulo - USP

Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos - FZEA

ZEB0562 Cálculo Numérico

Exercícios de fixação - Tópico 04: *Solução de sistemas de equações lineares*

Nos exercícios 1 a 6 resolva os sistemas lineares via método direto (= escalonamento seguido por substituição regressiva), isto é, nestes exercícios não é necessário implementar planilhas MS Excel):

1. $\begin{cases} x_1 - 4x_2 = -2 \\ 3x_1 + x_2 = 7 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 10x_1 + 4x_2 = -3 \\ 4x_1 - x_2 = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_2 + 3x_3 = 9 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 8 \\ -x_1 + 5x_3 = 8 \end{cases}$

4. $\begin{cases} -0.8x_1 + 1.6x_2 - 4.3x_3 = 5.28 \\ x_1 - 7.3x_2 + 0.5x_3 = -32.04 \\ 4.5x_1 - 3.5x_2 = -3.30 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 32 \\ 3x_1 - 4x_3 = 17 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ -2.5x_1 - 0.5x_2 - 11x_3 = 0 \\ 1.8x_1 + 2.8x_2 + 4x_3 = 16.1 \end{cases}$

Com o auxílio do MS Excel, nos exercícios 7 a 10 resolva os sistemas lineares pelo método iterativo de Jacobi realizando 5 iterações. Nos exercícios 7 a 9 parta da aproximação inicial $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$ e no exercício 10 parta da aproximação inicial $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = x_4^{(0)} = 1$. Em seguida, resolva os mesmos exercícios (7 a 10) pelo método iterativo de Gauss-Seidel realizando 5 iterações.

7. $\begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 10 \\ x_1 + x_2 + 8x_3 = 20 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 6x_1 + x_2 + x_3 = 107 \\ 2x_1 - x_2 + 8x_3 = 121 \\ x_1 + 9x_2 - 2x_3 = 36 \end{cases}$

9. $\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 10x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + x_2 + 10x_3 = 6 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_2 + 2x_3 - 20x_4 = -14 \\ 2x_1 + 16x_3 + 2x_4 = 54 \\ -2x_1 + 12x_2 - x_3 = -7 \\ 8x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 18 \end{cases}$

11. Aplique o método iterativo de Gauss-Seidel para resolver o exercício 9 realizando 3 iterações: (*a*) partindo da aproximação inicial $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0$, (*b*) partindo da aproximação inicial $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 10$.

12. Resolva a 'Hands-On Task' (HOT) referente ao Tópico 04 admitindo $R_1 = 4$ kΩ. Faça alterações necessárias a fim de garantir a convergência do método iterativo de solução.

Respostas de exercícios selecionados

1. $x_1 = 2$, $x_2 = 1$	2. $x_1 = 1/2$, $x_2 = -2$	3. $x_1 = 2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 2$
4. $x_1 = 3$, $x_2 = 4.8$, $x_3 = 0$	5. $x_1 = -1$, $x_2 = 8$, $x_3 = -5$	6. $x_1 = -2.5$, $x_2 = 7$, $x_3 = 0.25$

	Solução via Jacobi	Solução via Gauss-Seidel	Solução exata
7.	$x_1^{(5)} = 2.00741$, $x_2^{(5)} = 1.99871$, $x_3^{(5)} = 2.00157$	$x_1^{(5)} = 2.00087$, $x_2^{(5)} = 1.99974$, $x_3^{(5)} = 1.99992$	$x_1 = 2$, $x_2 = 2$, $x_3 = 2$
8.	$x_1^{(5)} = 15.00102$, $x_2^{(5)} = 4.99355$, $x_3^{(5)} = 12.00349$	$x_1^{(5)} = 15.00188$, $x_2^{(5)} = 4.99888$, $x_3^{(5)} = 11.99939$	$x_1 = 15$, $x_2 = 5$, $x_3 = 12$
9.	$x_1^{(5)} = 0.49984$, $x_2^{(5)} = 0.49984$, $x_3^{(5)} = 0.49984$	$x_1^{(5)} = 0.50000$, $x_2^{(5)} = 0.50000$, $x_3^{(5)} = 0.50000$	$x_1 = 0.5$, $x_2 = 0.5$, $x_3 = 0.5$
10.	$x_1^{(5)} = 2.00006$, $x_2^{(5)} = 0.00005$, $x_3^{(5)} = 2.99998$, $x_4^{(5)} = 1.00000$	$x_1^{(5)} = 2.00000$, $x_2^{(5)} = 0.00000$, $x_3^{(5)} = 3.00000$, $x_4^{(5)} = 1.00000$	$x_1 = 2$, $x_2 = 0$, $x_3 = 3$, $x_4 = 1$

11. (*a*) $x_1^{(3)} = 0.49982$, $x_2^{(3)} = 0.50001$, $x_3^{(5)} = 0.50002$; (b) $x_1^{(3)} = 0.50333$, $x_2^{(3)} = 0.49985$, $x_3^{(3)} = 0.49968$