

MAC 115 – Introdução à Ciência da Computação

Aula 9

Nelson Lago

IF noturno – 2023



Previously on MAC 115...

Álgebra booleana

Propriedades Comutativas

$$A \text{ and } B = B \text{ and } A$$

$$A \text{ or } B = B \text{ or } A$$

Propriedades Distributivas

$$A \text{ and } (B \text{ or } C) = (A \text{ and } B) \text{ or } (A \text{ and } C)$$

$$A \text{ or } (B \text{ and } C) = (A \text{ or } B) \text{ and } (A \text{ or } C)$$

Propriedades Associativas

$$(A \text{ or } B) \text{ or } C = A \text{ or } (B \text{ or } C)$$

$$(A \text{ and } B) \text{ and } C = A \text{ and } (B \text{ and } C)$$

Propriedades Idempotentes

$$A \text{ and } A = A$$

$$A \text{ or } A = A$$

Dupla Negação

$$\text{not not } A = A$$

Elementos Absorventes

$$A \text{ or } \text{True} = \text{True}$$

$$A \text{ and } \text{False} = \text{False}$$

Elementos Neutros

$$A \text{ or } \text{False} = A$$

$$A \text{ and } \text{True} = A$$

Leis de De Morgan

$$\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$$

$$\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$$

Álgebra booleana

- pizza
- sushi

- moqueca
- hambúrguer

Álgebra booleana

- pizza

- sushi

- moqueca

- hambúrguer

▶ pizza **ou** hambúrguer

Álgebra booleana

- pizza

- sushi

▶ pizza **ou** hambúrguer

- moqueca

- hambúrguer

▶ **nem** sushi **nem** moqueca

Álgebra booleana

- pizza
- sushi

▶ pizza **ou** hambúrguer

- moqueca
- hambúrguer

▶ **nem** sushi **nem** moqueca

Equivalentes! Qual usar?

Álgebra booleana

- pizza
- sushi

- moqueca
- hambúrguer

▶ pizza **ou** hambúrguer

▶ **nem** sushi **nem** moqueca

Equivalentes! Qual usar?

O que facilita o entendimento

- pizza
- sushi
- Sou guloso
 - ▶ pizza **ou** hambúrguer
- moqueca
- hambúrguer
- ▶ **nem** sushi **nem** moqueca

Equivalentes! Qual usar?

O que facilita o entendimento

- pizza
- sushi
- Sou guloso
 - ▶ pizza **ou** hambúrguer
- moqueca
- hambúrguer
- Sou alérgico a peixes
 - ▶ **nem** sushi **nem** moqueca

Equivalentes! Qual usar?

O que facilita o entendimento

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **Leis de De Morgan:**
 - ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca

Álgebra booleana

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — **not** sushi **and** **not** moqueca

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for sushi **ou** moqueca

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for (sushi **ou** moqueca)

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for (sushi **ou** moqueca) — **not** (sushi **or** moqueca)

Álgebra booleana

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for (sushi **ou** moqueca) — **not** (sushi **or** moqueca)

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for (sushi **ou** moqueca) — **not** (sushi **or** moqueca)

- Topa lição de casa, jantar e depois cinema?

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem sushi nem moqueca** — **(not sushi) and (not moqueca)**

- **não quero se for (sushi ou moqueca)** — **not (sushi or moqueca)**

- **Topa lição de casa, jantar e depois cinema?**

- ▶ Não tenho grana para jantar e cinema!

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$

- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não** quero se for (sushi **ou** moqueca) — **not** (sushi **or** moqueca)

- **Topa lição de casa, jantar e depois cinema?**

- ▶ Não tenho grana para jantar e cinema!

- » **not** (jantar **and** cinema)

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$
- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem sushi nem moqueca** — **(not sushi) and (not moqueca)**

- **não quero se for (sushi ou moqueca)** — **not (sushi or moqueca)**

- **Topa lição de casa, jantar e depois cinema?**

- ▶ Não tenho grana para jantar e cinema!
 - » **not** (*jantar and cinema*)
- ▶ Tem que abrir mão de (pelo menos) um deles

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$
- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem** sushi **nem** moqueca — **(not sushi) and (not moqueca)**

- **não** quero se for **(sushi ou moqueca)** — **not (sushi or moqueca)**

- **Topa lição de casa, jantar e depois cinema?**

- ▶ Não tenho grana para jantar e cinema!
 - » **not** (jantar **and** cinema)
- ▶ Tem que abrir mão de (pelo menos) um deles
 - » **(not jantar) or (not cinema)**

- **Leis de De Morgan:**

- ▶ $\text{not } (A \text{ or } B) = (\text{not } A) \text{ and } (\text{not } B)$
- ▶ $\text{not } (A \text{ and } B) = (\text{not } A) \text{ or } (\text{not } B)$

- **nem sushi nem moqueca** — (**not** sushi) **and** (**not** moqueca)

- **não quero se for (sushi ou moqueca)** — **not** (sushi **or** moqueca)

- **Topa lição de casa, jantar e depois cinema?**

- ▶ Não tenho grana para jantar e cinema!
 - » **not** (jantar **and** cinema)
- ▶ Tem que abrir mão de (pelo menos) um deles
 - » (**not** jantar) **or** (**not** cinema)
 - » lição **and** ((**not** jantar) **or** (**not** cinema))

- É muito comum fazer $x = x + 1$

Atalhos

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`
- Não precisa ser 1:
 - ▶ `x += 5`
 - ▶ `x += 2.3`
 - ▶ `x += -7`

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`
- Não precisa ser 1:
 - ▶ `x += 5`
 - ▶ `x += 2.3`
 - ▶ `x += -7`
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`
- Não precisa ser 1:
 - ▶ `x += 5`
 - ▶ `x += 2.3`
 - ▶ `x += -7`
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ `x -= 1`

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`
- Não precisa ser 1:
 - ▶ `x += 5`
 - ▶ `x += 2.3`
 - ▶ `x += -7`
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ `x -= 1`
 - ▶ `x *= 2`

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ $x += 1$
- Não precisa ser 1:
 - ▶ $x += 5$
 - ▶ $x += 2.3$
 - ▶ $x += -7$
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ $x -= 1$
 - ▶ $x *= 2$
 - ▶ $x /= 2$

- É muito comum fazer `x = x + 1`
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ `x += 1`
- Não precisa ser 1:
 - ▶ `x += 5`
 - ▶ `x += 2.3`
 - ▶ `x += -7`
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ `x -= 1`
 - ▶ `x *= 2`
 - ▶ `x /= 2`
 - ▶ `x //= 2`

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ $x += 1$
- Não precisa ser 1:
 - ▶ $x += 5$
 - ▶ $x += 2.3$
 - ▶ $x += -7$
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ $x -= 1$
 - ▶ $x *= 2$
 - ▶ $x /= 2$
 - ▶ $x //= 2$
 - ▶ $x %= 2$

- É muito comum fazer $x = x + 1$
- Tão comum que python oferece um atalho:
 - ▶ $x += 1$
- Não precisa ser 1:
 - ▶ $x += 5$
 - ▶ $x += 2.3$
 - ▶ $x += -7$
- E já que fizemos para o “+”, por que não outros operadores?
 - ▶ $x -= 1$
 - ▶ $x *= 2$
 - ▶ $x /= 2$
 - ▶ $x //= 2$
 - ▶ $x \% = 2$
 - ▶ $x ** = 2$

Exercícios

Dado um número n , diga seu equivalente em grosas, dúzias e unidades (“665 corresponde a 4 grosas, 7 dúzias e 5 unidades”).

```
n = int(input("Digite um número natural: "))
grosas = n // 144
soburô = n % 144
dúzias = soburô // 12
unidades = soburô % 12
print("{} corresponde a {} grosas, {} dúzias e {} unidades"
      .format(n, grosas, dúzias, unidades))
```

Exercícios

Dado um número n , diga seu equivalente em grosas, dúzias e unidades (“665 corresponde a 4 grosas, 7 dúzias e 5 unidades”).

```
n = int(input("Digite um número natural: "))
m = n
divisor = 12**2
print(n, "corresponde a", end=" ")
print(m // divisor, "grosas,", end=" ")
m %= divisor
divisor //= 12
print(m // divisor, "dúzias e", end=" ")
m %= divisor
divisor //= 12 # == 1
print(m // divisor, "unidades")
```

Exercícios

Dado um número n , diga seu equivalente em grosas, dúzias e unidades (“665 corresponde a 4 grosas, 7 dúzias e 5 unidades”).

```
n = int(input("Digite um número natural: "))
m = n
divisor = 12**2
print(n, "corresponde a", end=" ")
print(m // divisor, "grosas,", end=" ")
m %= divisor
divisor //= 12
print(m // divisor, "dúzias e", end=" ")
m %= divisor
divisor //= 12 # == 1
print(m // divisor, "unidades")
```

Isso tem cara de laço!

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

Qual algoritmo vamos usar?

Exercícios

- Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido

Exercícios

- Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido
- Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados

Exercícios

- Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido
- Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados
- Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**

- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**
 - Absurdamente complicado e ineficiente (e envolve coisas que ainda não vimos)
- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**
 - Absurdamente complicado e ineficiente (e envolve coisas que ainda não vimos)
- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**
 - Medianamente complexo, mas bastante eficiente

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - ▶ Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**
 - ▶ Absurdamente complicado e ineficiente (e envolve coisas que ainda não vimos)
- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**
 - ▶ Medianamente complexo, mas bastante eficiente

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - ▶ Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**
 - ▶ Absurdamente complicado e ineficiente (e envolve coisas que ainda não vimos)
- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**
 - ▶ Medianamente complexo, mas bastante eficiente — estamos começando!

Exercícios

- **Vai testando todos os naturais até encontrar n números que satisfaçam o que foi pedido**
 - ▶ Simples, porém ineficiente
- **Encontra os n primeiros múltiplos de i e os n primeiros múltiplos de j ; junta todos, coloca em ordem e pega apenas os n primeiros resultados**
 - ▶ Absurdamente complicado e ineficiente (e envolve coisas que ainda não vimos)
- **Vai testando os múltiplos de i e j “alternadamente” (na verdade, sempre o menor múltiplo ainda não testado) até encontrar n números**
 - ▶ Medianamente complexo, mas bastante eficiente — estamos começando!

“Premature optimization is the root of all evil” (Knuth?)

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
n = int(input("Digite n: "))  
i = int(input("Digite i: "))  
j = int(input("Digite j: "))  
...
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0  
x = 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:

    elif x % i == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:

    elif x % i == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    elif x % j == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:

    elif x % i == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    elif x % j == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    else:
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:

    elif x % i == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    elif x % j == 0:
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    else:

    x += 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:

    elif x % i == 0 or x % j == 0 :
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    else:

x += 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif x % i == 0 or x % j == 0 :
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    else:
        pass
    x += 1
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif x % i == 0 or x % j == 0 :
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1
    else:
        pass
    x += 1
print()
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif x % i == 0 or x % j == 0 :
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1

    x += 1
print()
```

Condições mutuamente excludentes

```
if delta < 0:
    print("não há raízes reais")
elif delta == 0:
    ...
    print("A raiz dupla é", raiz)
else:
    ...
    print("As raízes são {} e {}".format(raiz1, raiz2))
```

- A indentação deixa mais claro que, na verdade, são casos do mesmo “nível” e mutuamente excludentes (**um e apenas um** dos casos é executado)

Condições mutuamente excludentes

```
if delta < 0:  
    print("não há raízes reais")  
elif delta == 0:  
  
    ...  
    print("A raiz dupla é", raiz)  
else:  
  
    ...  
    print("As raízes são {} e {}".format(raiz1, raiz2))
```

- A indentação deixa mais claro que, na verdade, são casos do mesmo “nível” e mutuamente excludentes (**um e apenas um** dos casos é executado)

Mas a ordem pode fazer diferença!

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif x % i == 0 or x % j == 0 :
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1

    x += 1
print()
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif (x % i == 0 or x % j == 0) and not (x % i == 0 and x % j == 0):
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1

    x += 1
print()
```

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif (x % i == 0 or x % j == 0) and not (x % i == 0 and x % j == 0):
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1

    x += 1
print()
```

(implícito)

Exercícios

Dados os naturais positivos n , i e j , imprimir em ordem crescente os n primeiros naturais que sejam múltiplos de i ou de j , mas não de ambos.

```
encontrados = 0
x = 1
while encontrados < n:
    if x % i == 0 and x % j == 0:
        pass
    elif (x % i == 0 or x % j == 0) and not (x % i == 0 and x % j == 0):
        print(x, end=" ")
        encontrados += 1

    x += 1
print()
```

(implícito)

A ordem faz diferença!

Lição de casa:
o que acontece se i e j são iguais?

and now for something slightly different

Partes mínimas de um laço

- Um laço correto precisa

- ▶ Inicializar a variável de controle antes do início do laço
- ▶ Verificar a condição adequada a cada iteração para que as repetições aconteçam o número correto de vezes
- ▶ Alterar o valor da variável de acordo com a lógica do programa (no mínimo, na última iteração) para garantir que o laço termine

```
usuarioQuerJogar = True
while usuarioQuerJogar:
    # Joga uma partida...
    resposta = input("Você quer jogar novamente? ")
    if resposta != "S":
        usuarioQuerJogar = False
print("Cabô!")
```

- **Dois tipos fundamentais de repetição**

- ① Repetições até atingir um resultado

- » *Encontrar o próximo primo*

- » *Reiniciar o jogo até o usuário escolher “sair”*

- » ...

- ② Repetições sobre os elementos de um conjunto

- » *Apresentar todos os pixels de uma foto na tela*

- » *Trocar todas as letras de um texto para maiúsculas*

- » ...

- **Dois tipos fundamentais de repetição**

- ① **Repetições até atingir um resultado**

- » *Encontrar o próximo primo*

- » *Reiniciar o jogo até o usuário escolher “sair”*

- » ...

- ② **Repetições sobre os elementos de um conjunto**

- » *Apresentar todos os pixels de uma foto na tela*

- » *Trocar todas as letras de um texto para maiúsculas*

- » ...

Tipos de repetição

- **Dois tipos fundamentais de repetição**

- ① **Repetições até atingir um resultado**

- » *Encontrar o próximo primo*

- » *Reiniciar o jogo até o usuário escolher “sair”*

- » ...

- ② **Repetições sobre os elementos de um conjunto**

- » *Apresentar todos os pixels de uma foto na tela*

- » *Trocar todas as letras de um texto para maiúsculas*

- » ...

Mas podemos usar mais variáveis no laço além da variável de controle

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma

```
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
soma = 0
while n != 0:
    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma)
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
soma = 0
while n != 0:
    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma)
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))

soma = 0
while n != 0:

    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma)
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))

soma = 0
while n != 0:

    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma , end="")
if ordenado:
    print(" e eles estão em ordem", end="")
print()
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))

soma = 0
while n != 0:
    if n < anterior:
        ordenado = False

    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma , end="")
if ordenado:
    print(" e eles estão em ordem", end="")
print()
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))

soma = 0
while n != 0:
    if n < anterior:
        ordenado = False
    anterior = n
    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma , end="")
if ordenado:
    print(" e eles estão em ordem", end="")
print()
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma, **informando se os números estavam em ordem crescente**

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
anterior = n
soma = 0
while n != 0:
    if n < anterior:
        ordenado = False
    anterior = n
    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é", soma , end="")
if ordenado:
    print(" e eles estão em ordem", end="")
print()
```

Indicadores de passagem

- Chamamos uma variável similar a ordenado do exemplo anterior de **indicador de passagem**
- O uso de indicadores de passagem é um **padrão de programação** bastante comum
 - ▶ Padrões de programação são técnicas (ou truques!) úteis e, portanto, comuns, porém não óbvios
- Um **indicador de passagem** é usado para indicar se “alguma coisa” aconteceu durante o laço
 - ▶ Quando usamos um indicador de passagem, não estamos preocupados com **qual** elemento do laço causou o evento
 - ▶ Na verdade, pode haver um ou mais elementos responsáveis por essa mudança; o valor do indicador de passagem é alterado no máximo uma vez

Indicadores de passagem

- O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço

Indicadores de passagem

- O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço
 - ▶ A variável de controle **sempre** muda de valor **no mínimo** uma vez (na última repetição) para indicar o fim do laço

- O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço
 - ▶ A variável de controle **sempre** muda de valor **no mínimo** uma vez (na última repetição) para indicar o fim do laço
 - ▶ O indicador de passagem muda de valor **zero ou uma vez** e a mudança pode acontecer em qualquer uma das iterações

- **O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço**
 - ▶ A variável de controle **sempre** muda de valor **no mínimo** uma vez (na última repetição) para indicar o fim do laço
 - ▶ O indicador de passagem muda de valor **zero ou uma vez** e a mudança pode acontecer em qualquer uma das iterações
 - » *(o comando que altera o valor do indicador de passagem pode ser executado mais de uma vez, mas o valor da variável só é efetivamente alterado na primeira)*

Indicadores de passagem

- **O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço**
 - ▶ A variável de controle **sempre** muda de valor **no mínimo** uma vez (na última repetição) para indicar o fim do laço
 - ▶ O indicador de passagem muda de valor **zero ou uma vez** e a mudança pode acontecer em qualquer uma das iterações
 - » *(o comando que altera o valor do indicador de passagem pode ser executado mais de uma vez, mas o valor da variável só é efetivamente alterado na primeira)*
- **MAS...**

Indicadores de passagem

- **O indicador de passagem é diferente da variável de controle do laço**
 - ▶ A variável de controle **sempre** muda de valor **no mínimo** uma vez (na última repetição) para indicar o fim do laço
 - ▶ O indicador de passagem muda de valor **zero ou uma vez** e a mudança pode acontecer em qualquer uma das iterações
 - » *(o comando que altera o valor do indicador de passagem pode ser executado mais de uma vez, mas o valor da variável só é efetivamente alterado na primeira)*
- **MAS...**
- **Às vezes podemos usar o indicador de passagem para terminar o laço antecipadamente**

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e informe se os números estão em ordem crescente

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
anterior = n
while n != 0:
    if n < anterior:
        ordenado = False
    anterior = n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
if ordenado:
    print("Os números estão em ordem")
else:
    print("Os números não estão em ordem")
```

Indicadores de passagem

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e informe se os números estão em ordem crescente

```
ordenado = True
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
anterior = n
while n != 0 and ordenado:
    if n < anterior:
        ordenado = False
    anterior = n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
if ordenado:
    print("Os números estão em ordem")
else:
    print("Os números não estão em ordem")
```

Exercício

Dado um número $n > 0$, informe se esse número possui ao menos dois dígitos adjacentes que sejam iguais

- **Dois tipos fundamentais de repetição**

- ① Repetições até atingir um resultado

- » *Encontrar o próximo primo*

- » *Reiniciar o jogo até o usuário escolher “sair”*

- » ...

- ② Repetições sobre os elementos de um conjunto

- » *Apresentar todos os pixels de uma foto na tela*

- » *Trocar todas as letras de um texto para maiúsculas*

- » ...

- **Dois tipos fundamentais de repetição**

- ① **Repetições até atingir um resultado**

- » *Encontrar o próximo primo*

- » *Reiniciar o jogo até o usuário escolher “sair”*

- » ...

- ② **Repetições sobre os elementos de um conjunto**

- » *Apresentar todos os pixels de uma foto na tela*

- » *Trocar todas as letras de um texto para maiúsculas*

- » ...

Tipos de repetição

Leia uma série de números terminada por zero fornecida pelo usuário e calcule sua soma

```
n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
soma = 0
while n != 0:
    soma = soma + n
    n = int(input("Digite um número (zero para sair): "))
print("A soma dos números é " + str(soma))
```

Tipos de repetição

Dado um número natural $n > 0$, imprima-o com os dígitos invertidos (“de trás para a frente”). Por exemplo, $6437 \rightarrow 7346$

```
n = int(input("Digite um número natural: "))
invertido = 0
tmp = n
while tmp > 0:
    invertido = invertido * 10
    invertido = invertido + tmp % 10
    tmp = tmp // 10
print(n, "invertido é", invertido)
```

Tipos de repetição

Dado um número natural $n > 0$, imprima-o com os dígitos invertidos (“de trás para a frente”). Por exemplo, $6437 \rightarrow 7346$

```
n = int(input("Digite um número natural: "))
invertido = 0
tmp = n
while tmp > 0:
    invertido = invertido * 10
    invertido = invertido + tmp % 10
    tmp = tmp // 10
print(n, "invertido é", invertido)
```



Professores mentem!



- **Dois tipos fundamentais de repetição**
 - ① Repetições até atingir um resultado
 - ② Repetições sobre os elementos de um conjunto

Tipos de repetição

- **Dois tipos fundamentais de repetição**
 - ① Repetições até atingir um resultado
 - ② Repetições sobre os elementos de um conjunto
- **Na verdade...**

Tipos de repetição

- **Dois tipos fundamentais de repetição**
 - ① Repetições até atingir um resultado
 - ② Repetições sobre os elementos de um conjunto
- **Na verdade...**
 - ▶ Tudo poderia ser feito com **while**

Tipos de repetição

- **Dois tipos fundamentais de repetição**
 - ① Repetições até atingir um resultado
 - ② Repetições sobre os elementos de um conjunto
- **Na verdade...**
 - ▶ Tudo poderia ser feito com **while**
 - ▶ Há casos “intermediários”

Mas, em muitos casos, cada estilo de repetição ajuda a deixar mais clara a intenção do laço

Repetições encaixadas

- Repetições usam uma variável de controle

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**
 - ▶ De maneira unidimensional!

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**
 - ▶ De maneira unidimensional!
 - ▶ Números naturais, nomes de pessoas, notas de alunos...

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**
 - ▶ De maneira unidimensional!
 - ▶ Números naturais, nomes de pessoas, notas de alunos...
- **Como trabalhar com conjuntos de maneira bidimensional?**

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**
 - ▶ De maneira unidimensional!
 - ▶ Números naturais, nomes de pessoas, notas de alunos...
- **Como trabalhar com conjuntos de maneira bidimensional?**
 - ▶ Pontos de um plano, tabelas...

Repetições encaixadas

- **Repetições usam uma variável de controle**
- **Quando essa variável corresponde a um conjunto, as repetições permitem trabalhar sobre os elementos desse conjunto**
 - ▶ De maneira unidimensional!
 - ▶ Números naturais, nomes de pessoas, notas de alunos...
- **Como trabalhar com conjuntos de maneira bidimensional?**
 - ▶ Pontos de um plano, tabelas...
- **Repetições encaixadas**

Repetições encaixadas

```
while condição1:  
    while condição2:  
        ...
```

Repetições encaixadas

```
while condição1:  
    while condição2:  
        ...
```

- A cada “rodada” do laço mais externo, o laço interno é executado várias vezes (até sua condição deixar de ser verdadeira)

Repetições encaixadas

```
while condição1:  
    while condição2:  
        ...
```

- A cada “rodada” do laço mais externo, o laço interno é executado várias vezes (até sua condição deixar de ser verdadeira)
- Para isso funcionar, **condição2** deve voltar a ser verdadeira a cada nova rodada do laço mais externo

Exemplo – tabuada



Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1  
while tabuada_do <= 10:
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:

    tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:

    while n <= 10:

        tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:

        tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print(tabuada_do * n)

    tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print(tabuada_do * n)
        n += 1
    tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print(tabuada_do * n , end=" ")
        n += 1
    tabuada_do += 1
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print(tabuada_do * n , end=" ")
        n += 1
    tabuada_do += 1
    print()
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print(tabuada_do * n, end="\t")
        n += 1
    tabuada_do += 1
    print()
```

Exemplo – tabuada

```
tabuada_do = 1
while tabuada_do <= 10:
    n = 1
    while n <= 10:
        print("{:3}".format(tabuada_do * n), end=" ")
        n += 1
    tabuada_do += 1
    print()
```

Exercício

Leia uma sequência de números naturais positivos terminada por zero e, para cada número, imprima seu fatorial