



EESC • USP

Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo



SEP0700 – Métodos para Análise e Solução de
Problemas em Engenharia de Produção

Gráficos de Controle e Pareto

Prof. Luiz C. R. Carpinetti

Eng. Produção



Except where otherwise noted, this work is licensed under
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

Gráficos de controle

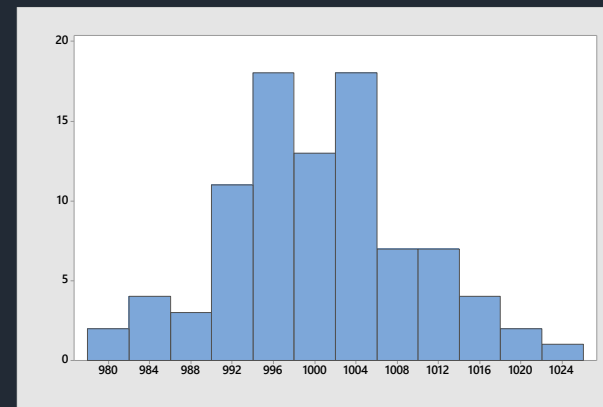
- ❑ Como o gráfico de tendência, mostra variação dos resultados do processo ao longo do tempo, sucessão cronológica de resultados;
- ❑ Mas, diferente do gráfico de tendência, o gráfico de controle mostra variação de estatísticas de amostras dos resultados:
 - Média amostral;
 - Amplitude amostral;
 - Desvio padrão amostral, etc;

Resultados de processo - envasamento

Resultados

1004	1009	1004	1010	1008
1007	1023	1003	1001	1003
1004	1014	1011	1014	1015
1003	1006	1001	1005	1001
999	1013	1005	996	992
1004	1008	996	1013	1001
1001	1012	993	1012	998
994	1012	994	1009	1002
1004	995	1003	1019	991
1004	999	1005	1014	1002
995	983	1005	1001	992
1001	1007	991	1004	992
994	1003	992	996	997
995	985	994	995	1018
1000	980	992	993	994
989	1000	984	994	983
995	1000	996	989	988
993	995	995	981	993

90 resultados, $m = 90$



Resultados de processo - envasamento

Amostra	x1	x2	x3	x4	x5
1	1004	1009	1004	1010	1008
2	1007	1023	1003	1001	1003
3	1004	1014	1011	1014	1015
4	1003	1006	1001	1005	1001
5	999	1013	1005	996	992
6	1004	1008	996	1013	1001
7	1001	1012	993	1012	998
8	994	1012	994	1009	1002
9	1004	995	1003	1019	991
10	1004	999	1005	1014	1002
11	995	983	1005	1001	992
12	1001	1007	991	1004	992
13	994	1003	992	996	997
14	995	985	994	995	1018
15	1000	980	992	993	994
16	989	1000	984	994	983
17	995	1000	996	989	988
18	993	995	995	981	993



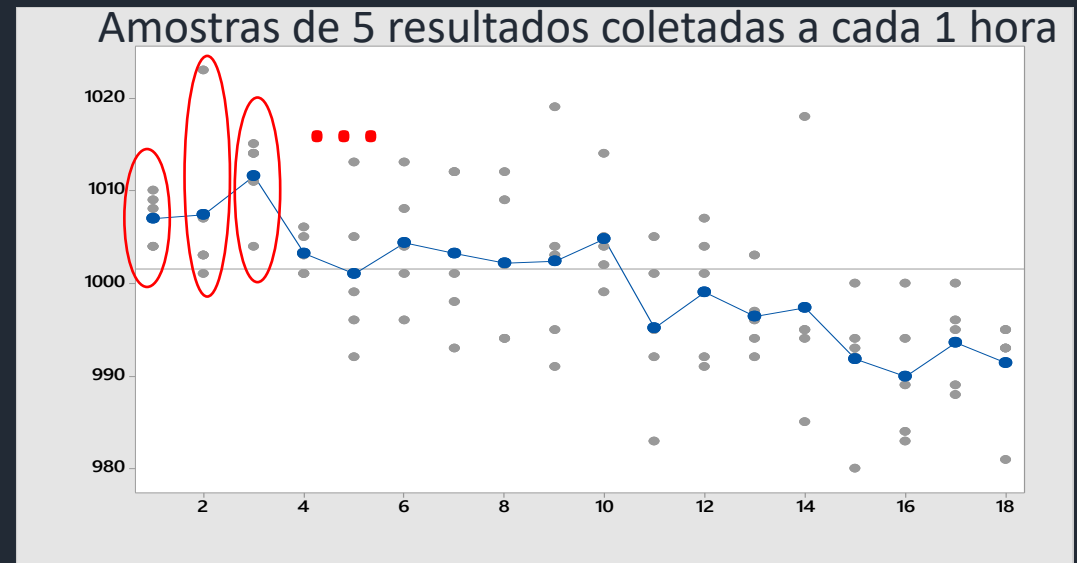
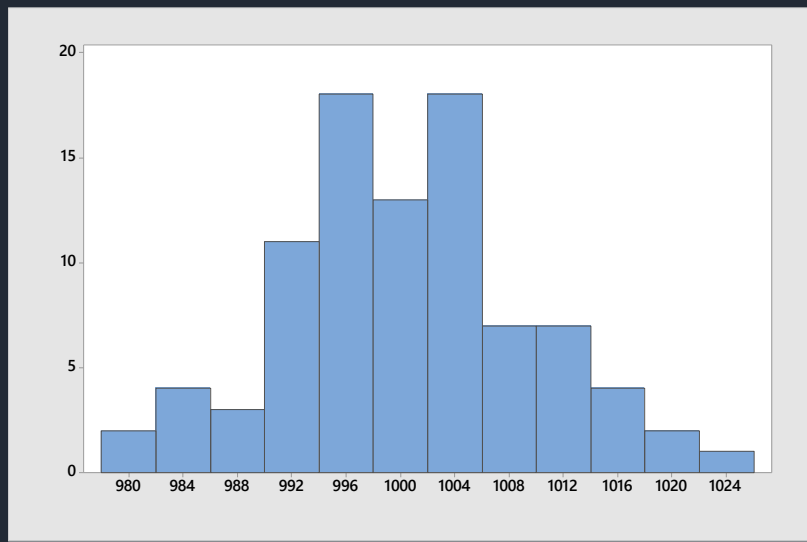
Amostras de 5
resultados coletadas
a cada 1 hora



Resultados

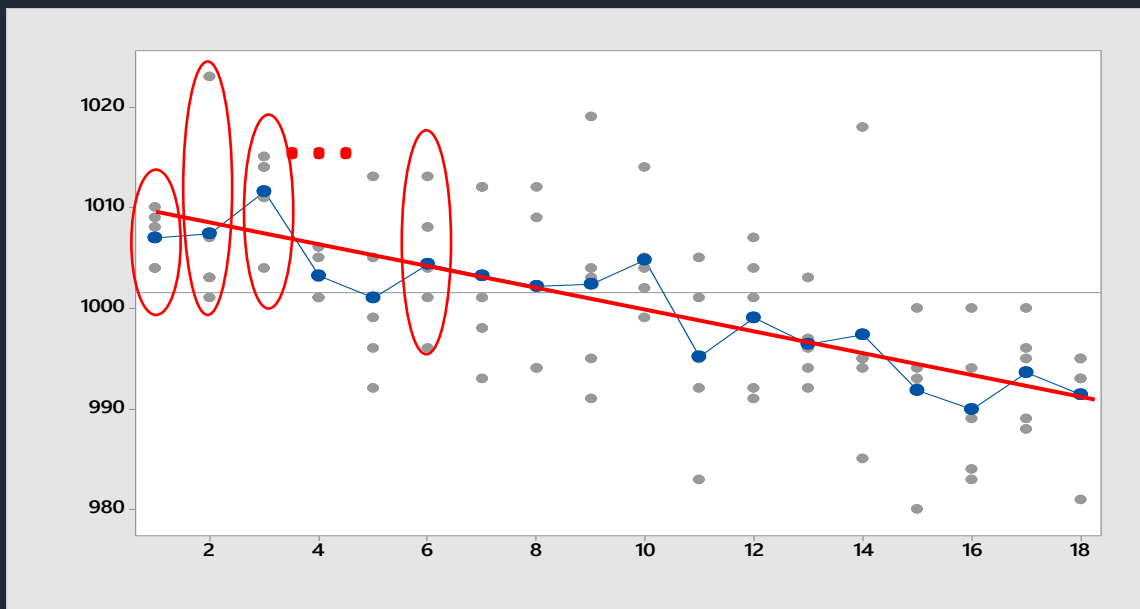
1004	1009	1004	1010	1008
1007	1023	1003	1001	1003
1004	1014	1011	1014	1015
1003	1006	1001	1005	1001
999	1013	1005	996	992
1004	1008	996	1013	1001
1001	1012	993	1012	998
994	1012	994	1009	1002
1004	995	1003	1019	991
1004	999	1005	1014	1002
995	983	1005	1001	992
1001	1007	991	1004	992
994	1003	992	996	997
995	985	994	995	1018
1000	980	992	993	994
989	1000	984	994	983
995	1000	996	989	988
993	995	995	981	993

Dados agrupados

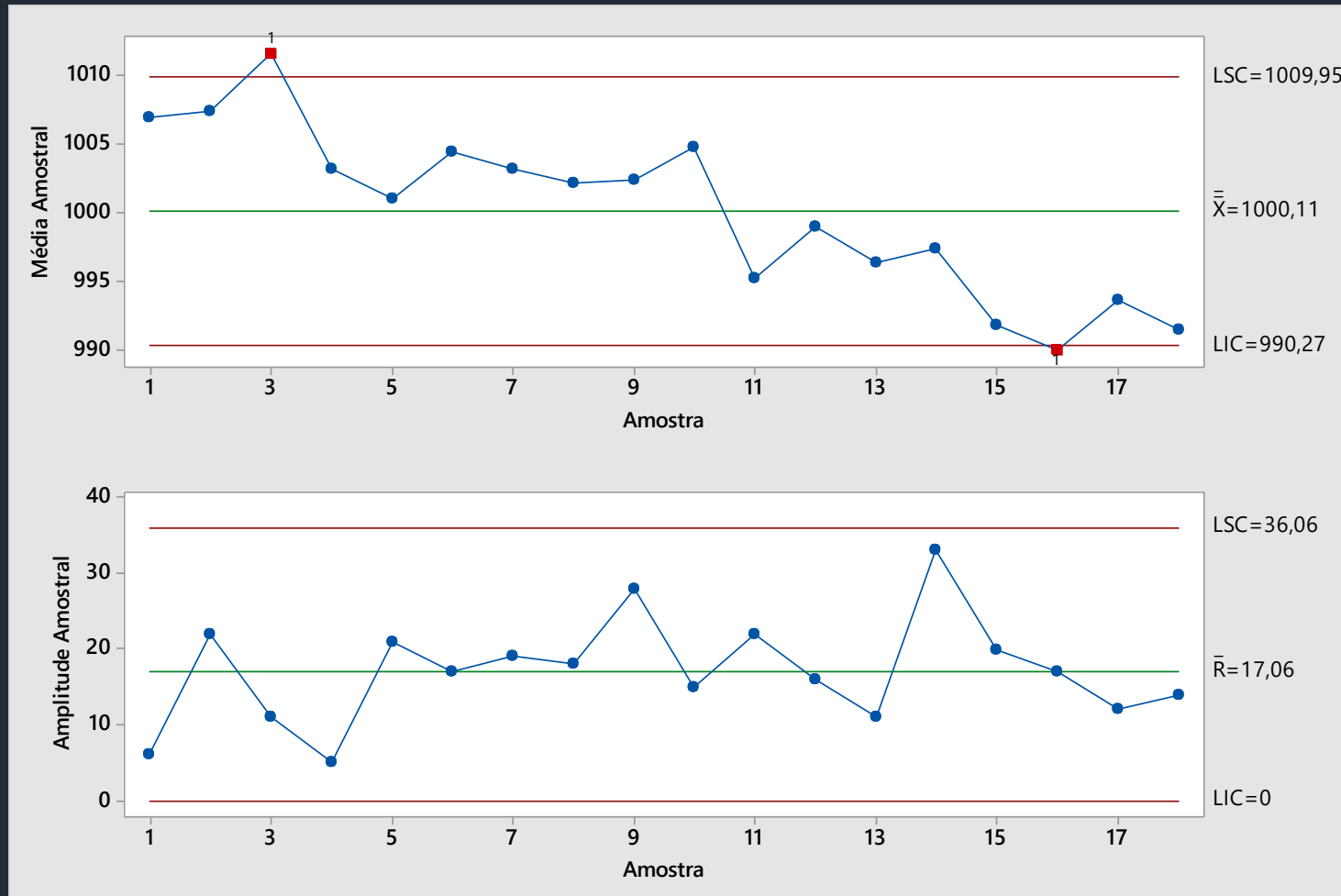


Gráficos de controle

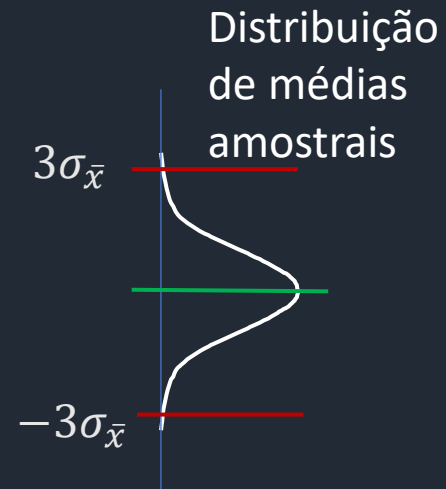
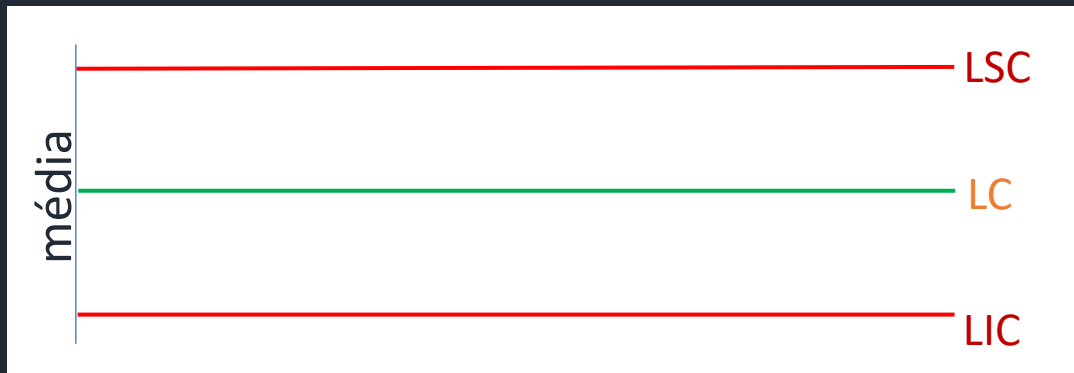
- O que o gráfico nos diz?
 - Variação dentro das amostras (amplitude);
 - Variação do valor médio das amostras.



Gráficos de controle da média e da amplitude



Calculando os limites do Gráfico da Média



$$LSC = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

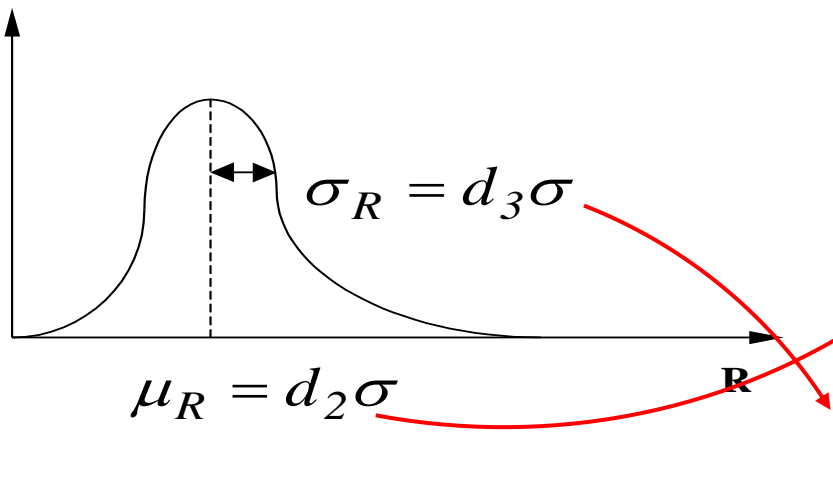
$$LC = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}}$$

n	2	3	4	5	6	7	8
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	1,128

Calculando os limites do Gráfico da Amplitude

- Baseado na distribuição de amplitudes amostrais;
- Amplitudes amostrais: relacionada ao desvio padrão da distribuição.



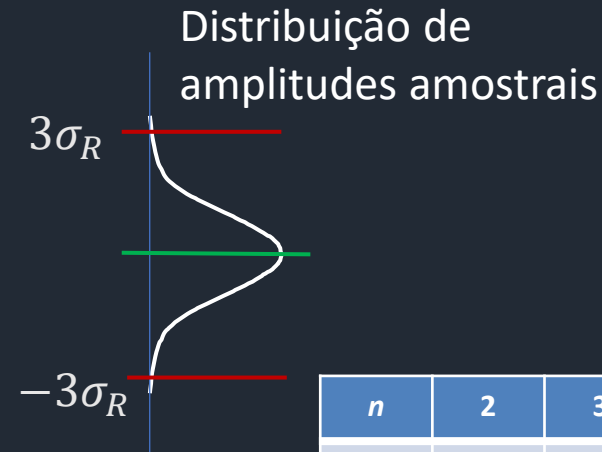
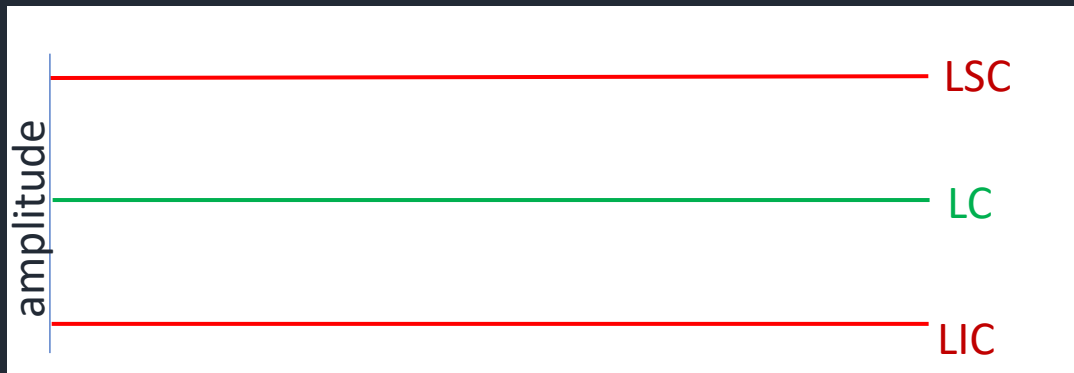
$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$\mu_R = \sigma d_2 = \bar{R}$$

$$\sigma_R = d_3 \sigma = d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

n	2	3	4	5	6	7	8
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847
d_3	0,853	0,888	0,880	0,864	0,848	0,833	0,820

Calculando os limites do Gráfico da Amplitude



n	2	3	4	5	6	7	8
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847
d_3	0,853	0,888	0,880	0,864	0,848	0,833	0,820

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LSC = \mu_R + 3\sigma_R = \sigma d_2 + 3 d_3 \sigma = \bar{R} + 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LC = \bar{R}$$

$$LIC = \mu_R - 3\sigma_R = \sigma d_2 - 3 d_3 \sigma = \bar{R} - 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

Exemplo: calculando o desvio padrão amostral

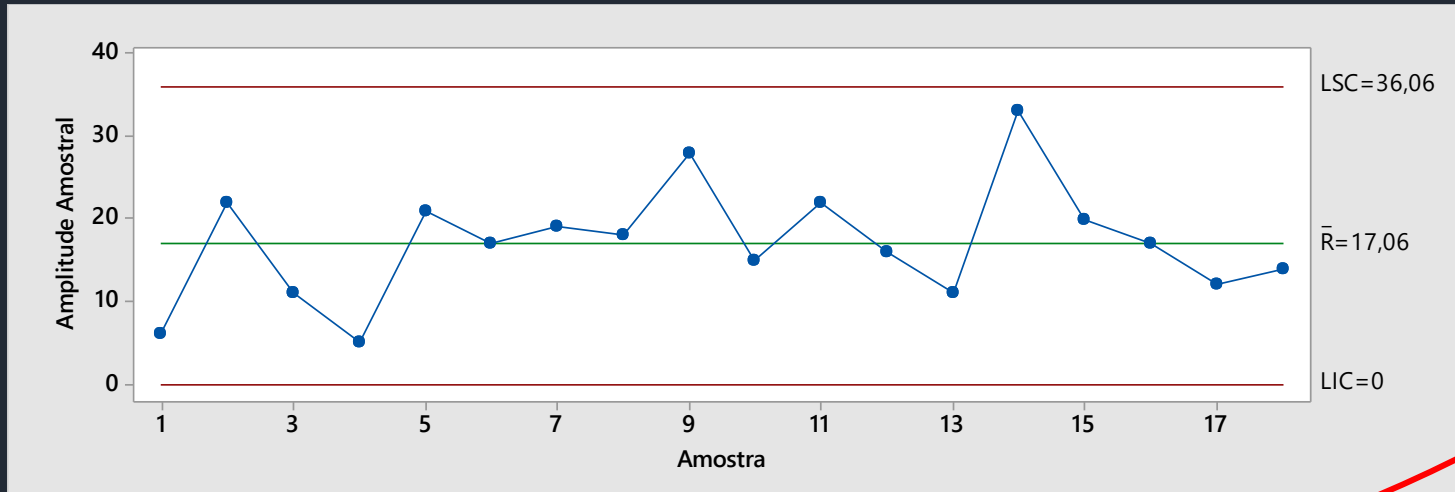
Amostra	x1	x2	x3	x4	x5	Média	Amplitude
1	1004	1009	1004	1010	1008	1007	6,00
2	1007	1023	1003	1001	1003	1007,4	22,00
3	1004	1014	1011	1014	1015	1011,6	11,00
4	1003	1006	1001	1005	1001	1003,2	5,00
5	999	1013	1005	996	992	1001	21,00
6	1004	1008	996	1013	1001	1004,4	17,00
7	1001	1012	993	1012	998	1003,2	19,00
8	994	1012	994	1009	1002	1002,2	18,00
9	1004	995	1003	1019	991	1002,4	28,00
10	1004	999	1005	1014	1002	1004,8	15,00
11	995	983	1005	1001	992	995,2	22,00
12	1001	1007	991	1004	992	999	16,00
13	994	1003	992	996	997	996,4	11,00
14	995	985	994	995	1018	997,4	33,00
15	1000	980	992	993	994	991,8	20,00
16	989	1000	984	994	983	990	17,00
17	995	1000	996	989	988	993,6	12,00
18	993	995	995	981	993	991,4	14,00
						1000,11	17,06

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{17,06}{2,326} = 7,33$$

n	2	3	4	5	6	7	8
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	1,128

\bar{R}

Exemplo: gráfico da amplitude



$$17,06 + 3 * 0,864 \frac{17,06}{2,326}$$

$$17,06 - 3 * 0,864 \frac{17,06}{2,326}$$

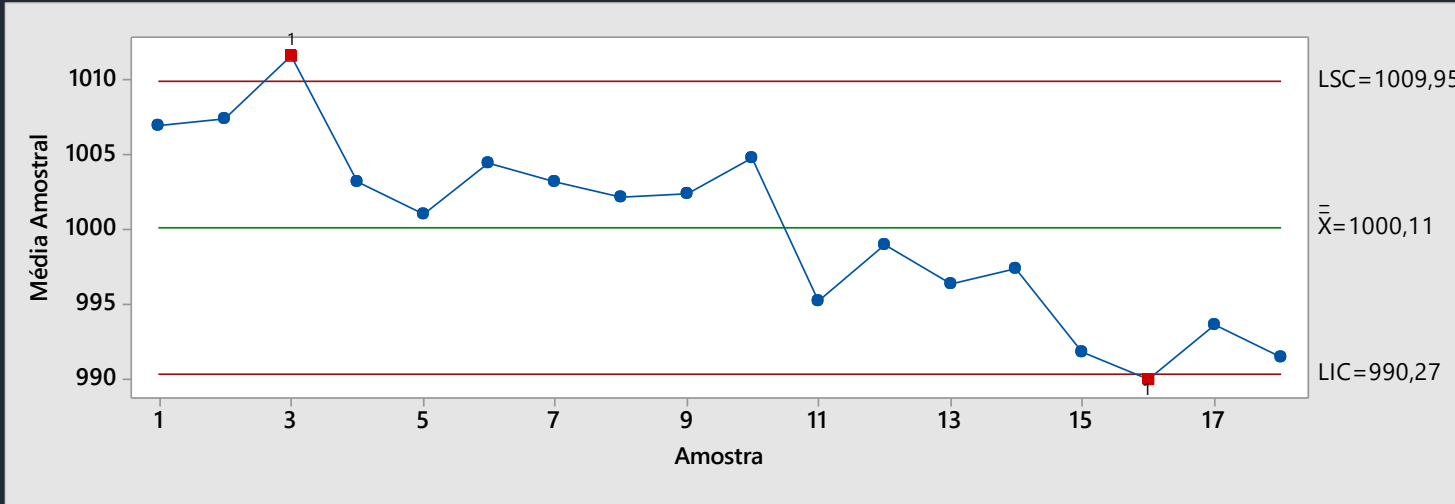
$$LSC = \sigma d_2 + 3 d_3 \sigma = \bar{R} + 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

$$LC = \bar{R} = 17,06$$

$$LIC = \sigma d_2 - 3 d_3 \sigma = \bar{R} - 3 d_3 \frac{\bar{R}}{d_2}$$

<i>n</i>	2	3	4	5	6	7	8
<i>d</i> ₂	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847
<i>d</i> ₃	0,853	0,888	0,880	0,864	0,848	0,833	0,820

Exemplo: gráfico da média



$$1000,11 + 3 \frac{17,06}{2,326\sqrt{5}}$$

$$1000,11 - 3 \frac{17,06}{2,326\sqrt{5}}$$

$$LSC = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

$$LC = \bar{\bar{x}} = 1000,11$$

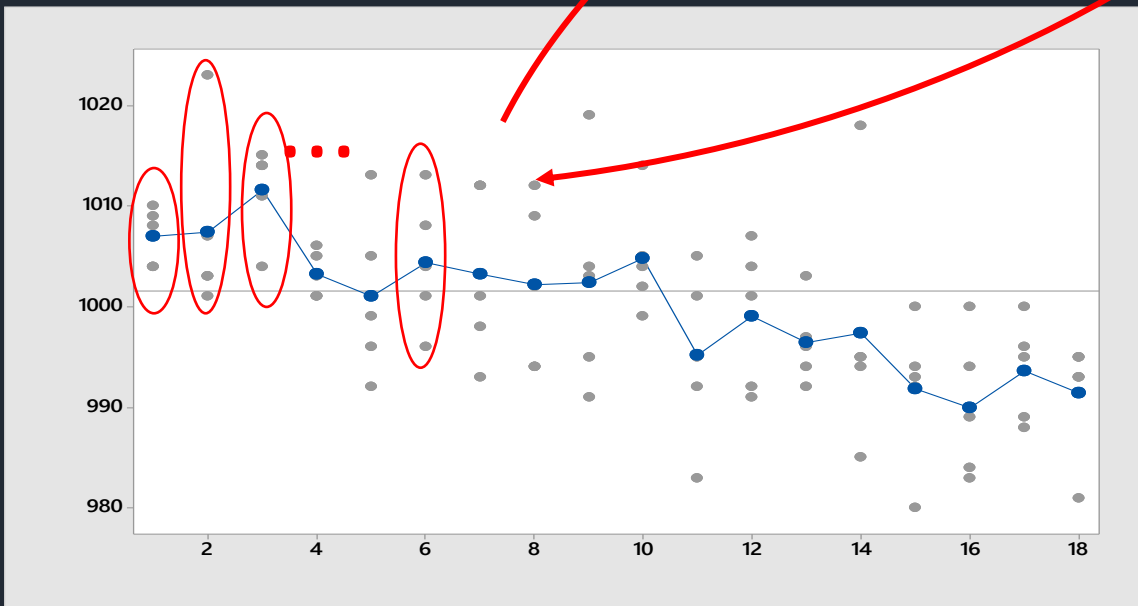
$$LIC = \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - 3 \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

n	2	3	4	5	6	7	8
d_2	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	1,128

C_{pk} - Índice de capacidade de processo

$$C_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{\bar{x} - LIE}{3\sigma}; \frac{LSE - \bar{x}}{3\sigma} \right\}$$

Calculado a partir da média do desvio padrão das amostras



C_{pk} - Índice de capacidade de processo

Amostra	x1	x2	x3	x4	x5	S
1	1004	1009	1004	1010	1008	2,58
2	1007	1023	1003	1001	1003	9,46
3	1004	1014	1011	1014	1015	4,73
4	1003	1006	1001	1005	1001	2,15
5	999	1013	1005	996	992	9,03
6	1004	1008	996	1013	1001	7,31
7	1001	1012	993	1012	998	8,17
8	994	1012	994	1009	1002	7,74
9	1004	995	1003	1019	991	12,04
10	1004	999	1005	1014	1002	6,45
11	995	983	1005	1001	992	9,46
12	1001	1007	991	1004	992	6,88
13	994	1003	992	996	997	4,73
14	995	985	994	995	1018	14,19
15	1000	980	992	993	994	8,60
16	989	1000	984	994	983	7,31
17	995	1000	996	989	988	5,16
18	993	995	995	981	993	6,02

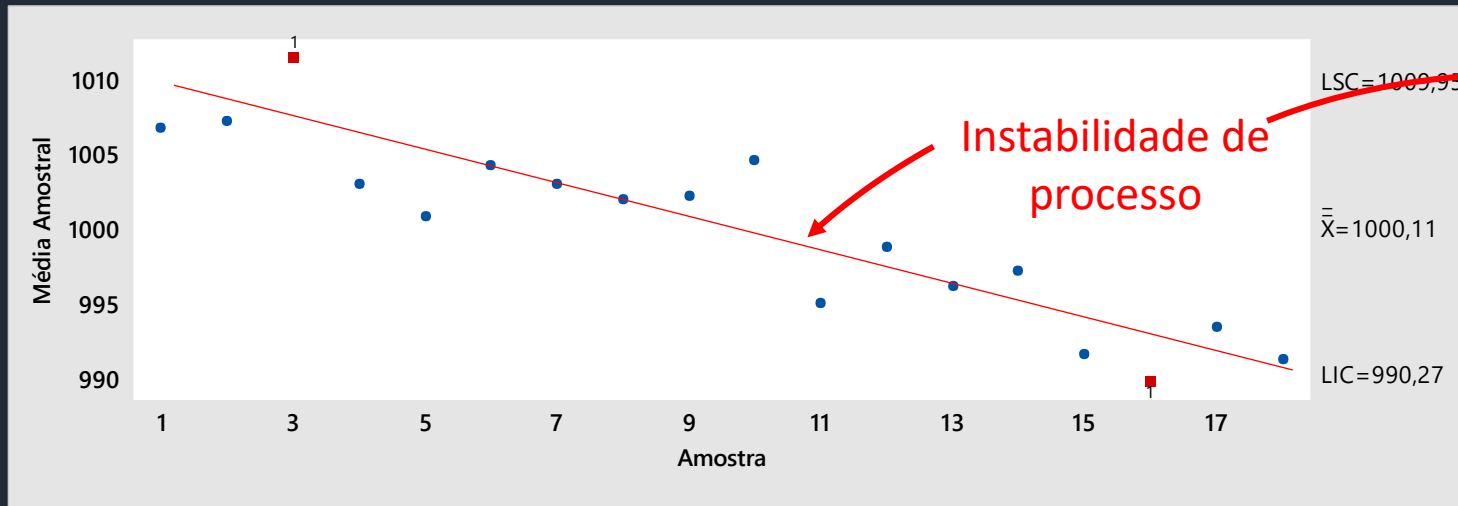
$\bar{S} = 7,33$

$$C_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{\bar{x} - LIE}{3\sigma}; \frac{LSE - \bar{x}}{3\sigma} \right\}$$

$$C_{pk} = \text{Min} \left\{ \frac{1015 - 1000,11}{3 * 7,33} \right\}$$

$$C_{pk} = 0,68 > P_{pk}$$

Diferenças entre C_{pk} e P_{pk}



$$C_{pk} > P_{pk}$$

Diagrama de Pareto

- ❑ Princípio de Pareto: regra 80/20 desenvolvido por Pareto e adaptada à varias áreas;
- ❑ Em qualidade:
 - A maioria das perdas decorrem de alguns poucos problemas;
 - A maior parte dos problemas decorrem de algumas poucas causas.

Diagrama de Pareto

- Diagrama de barras, dos mais aos menos frequentes.
- Exemplo: inspeção em linha de montagem:

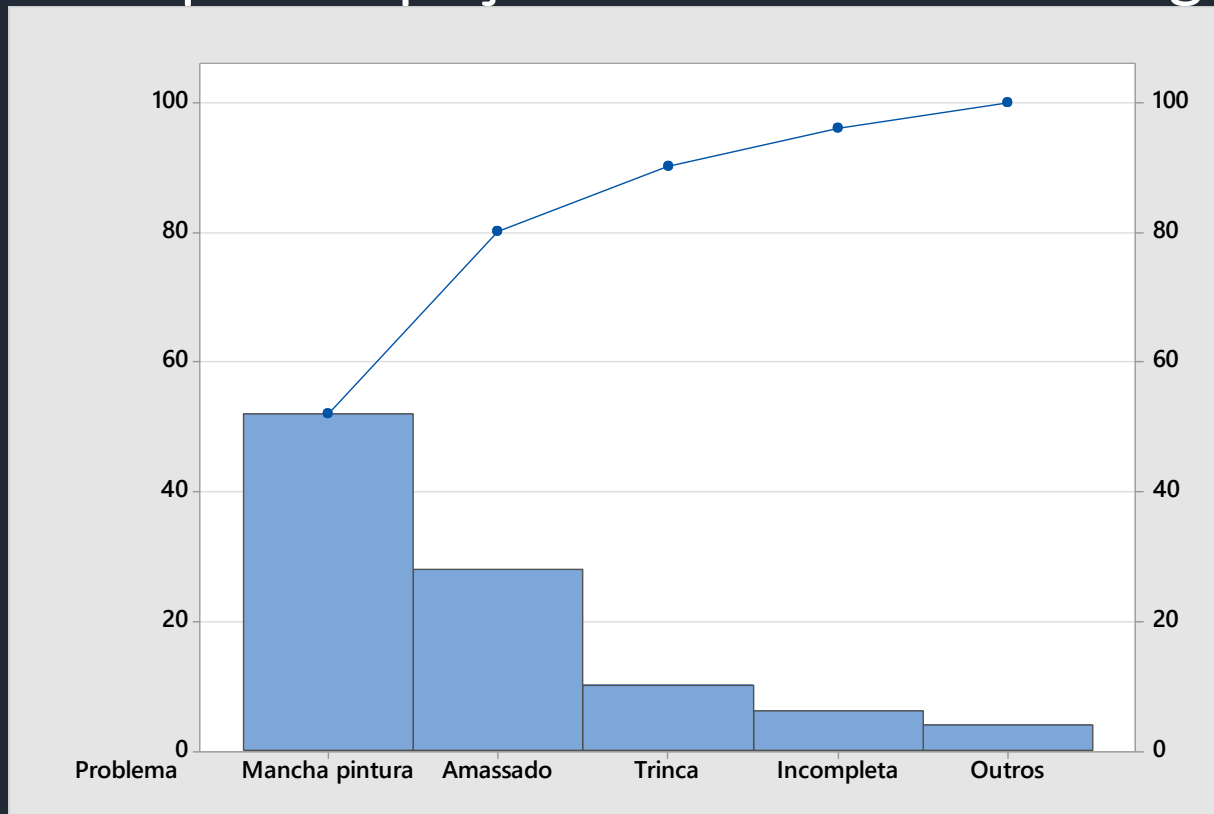


Diagrama de Pareto

Exemplo: entrega de encomendas:

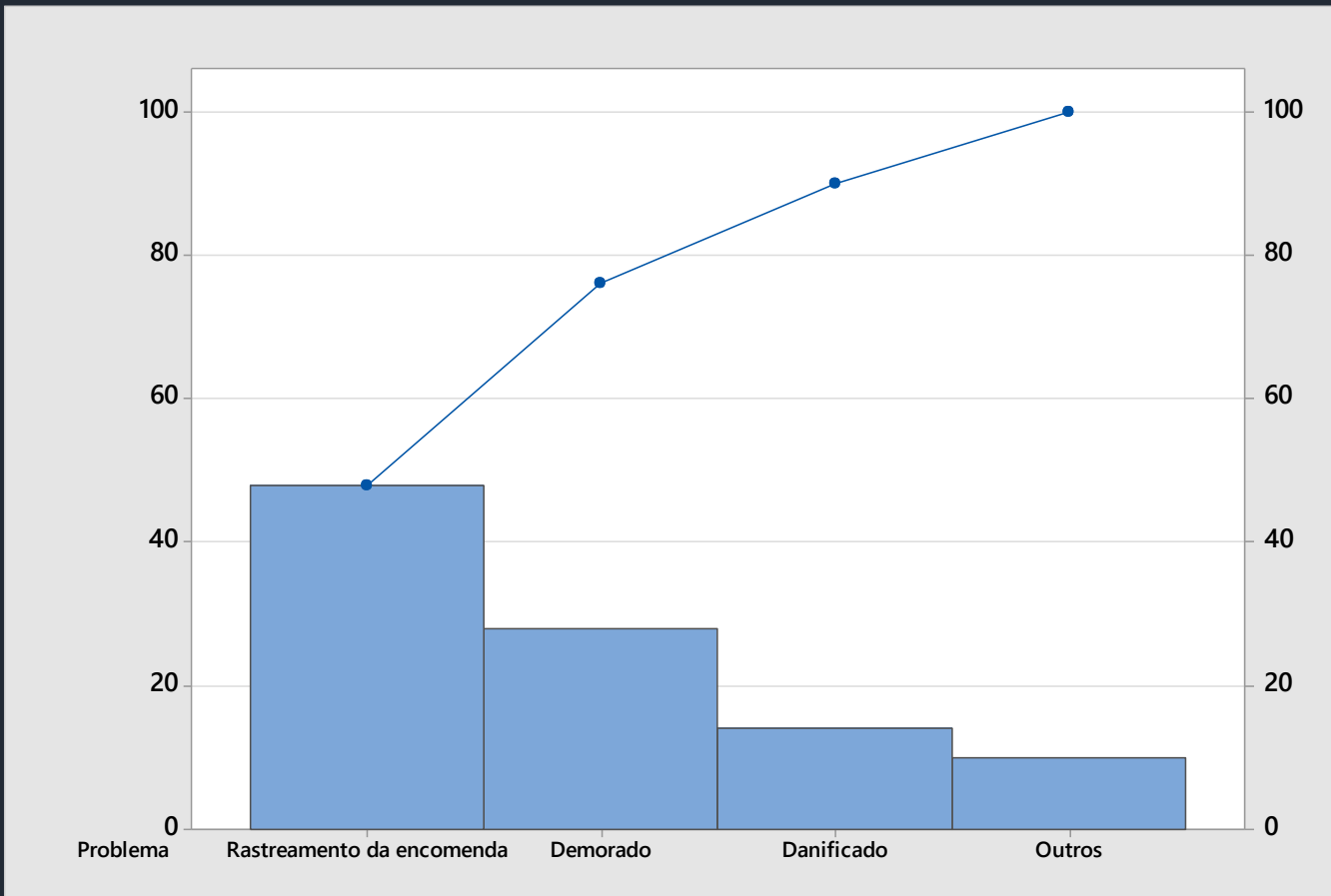


Diagrama de Pareto

□ Exemplo: em manufatura:

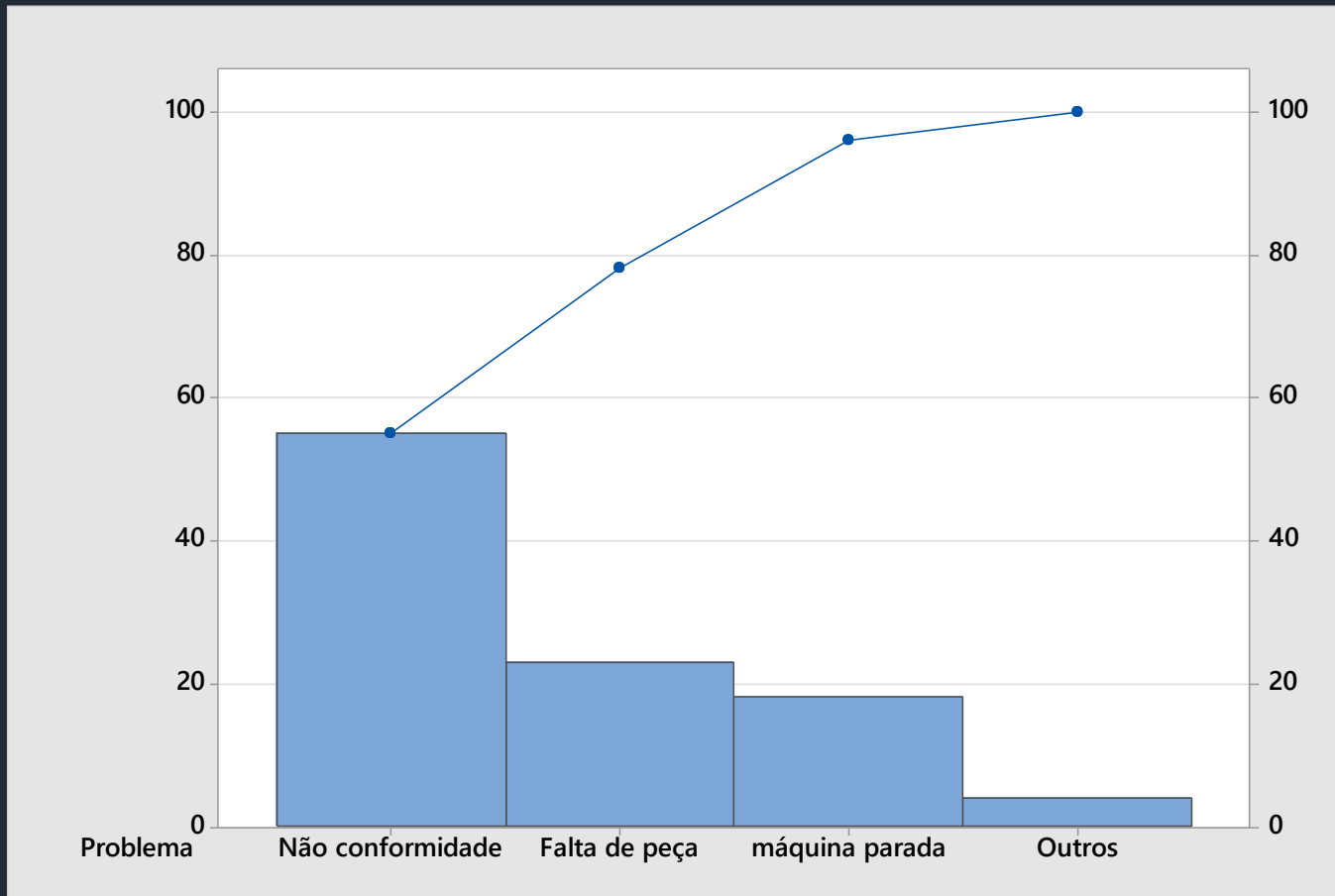
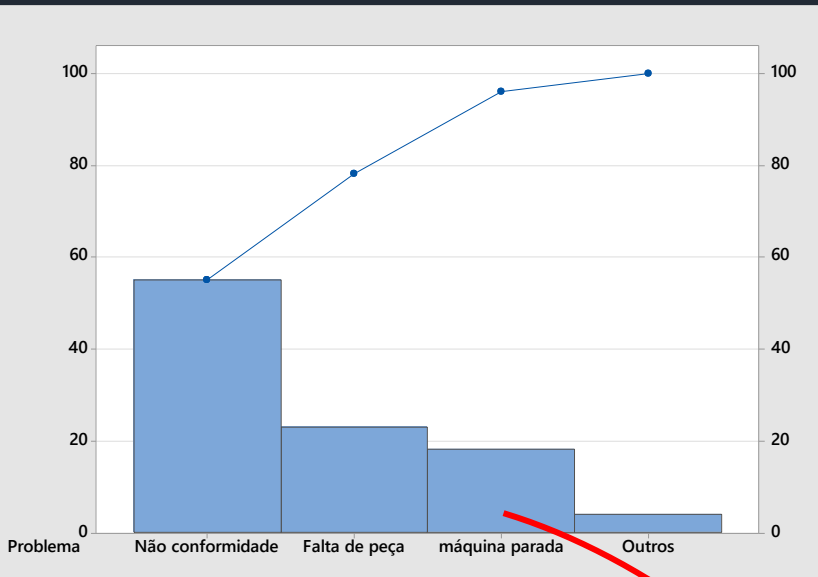


Diagrama de Pareto com dados estratificados

Turno do dia



Turno da noite

