

FERNANDA CRISTINA DE MORAES TAKAFUJI

DINÂMICA TRIDIMENSIONAL DE *RISERS*

São Paulo

2010

FERNANDA CRISTINA DE MORAES TAKAFUJI

DINÂMICA TRIDIMENSIONAL DE *RISERS*

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia

São Paulo
2010

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 18 de maio de 2010.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Takafuji, Fernanda Cristina de Moraes
Dinâmica tridimensional de risers / F.C.M. Takafuji. – ed.rev.
-- São Paulo, 2010.
313 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Cabos de amarração 2. Cabos umbilicais 3. Tubos flexíveis
4. Estruturas offshore 5. Dinâmica I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.

FERNANDA CRISTINA DE MORAES TAKAFUJI

DINÂMICA TRIDIMENSIONAL DE *RISERS*

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia de Controle e Automação
Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

São Paulo
2010

*Dedico este trabalho aos meus pais
e ao meu noivo Rubens.*

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins, pela orientação e estímulo durante todo o trabalho.

Aos meus pais, Eiji e Abigail, e irmãos, Paulo e Eduardo, pelo constante apoio e conselhos valiosos dados durante toda minha vida.

Ao meu noivo Rubens, pela compreensão e incentivo ao longo de todos estes anos.

Ao Prof. Dr. Celso Pupo Pesce pelas oportunidades de participação em projetos e por todo o aprendizado adquirido através dos mesmos.

A todo o pessoal do NDF, inclusive àqueles que já saíram: Tanaka, Lauro, Rose, Alfredo, Provasi, Giória, Roque, Pedro, Iago, Ivan, Guilherme, Bruno, Gustavo, Élson, Amin, Ivone, Cybele, Eduardo, Christiano, Reinaldo, Rafael, Amir e outros.

À FAPESP, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo, pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de Doutorado Direto, Processo nº 03/14067-8.

E a todos que colaboraram direta ou indiretamente na execução deste trabalho.

RESUMO

Utilizados na extração de petróleo em alto mar, os *risers* são elementos que conectam a unidade flutuante ao poço no fundo do mar. Eles estão sujeitos às condições ambientais do local onde estão instalados, as quais podem variar no tempo. Em geral, divide-se o estudo do comportamento global dos *risers* em duas análises: estática e dinâmica. Na análise estática são levados em conta os carregamentos que podem ser considerados constantes no tempo, são eles: peso próprio, empuxo e força da correnteza. Já na análise dinâmica são considerados os carregamentos causados pela movimentação da unidade flutuante, pelas ondas e pela liberação de vórtices. A dinâmica de *risers* é essencialmente não-linear, principalmente por causa do amortecimento viscoso, que é quadrático com a velocidade relativa, e devido ao contato unilateral entre o *riser* e o solo. O problema dinâmico pode ser simulado de duas maneiras: no domínio do tempo e no domínio da frequência. A análise do domínio do tempo é, geralmente, mais demorada, pois a solução é obtida para cada passo de tempo, porém as não-linearidades inerentes ao comportamento da estrutura podem ser consideradas de forma direta. A análise no domínio da frequência, por sua vez, costuma ser mais rápida, pois o estado estacionário é diretamente obtido, porém, as não-linearidades do problema devem ser devidamente tratadas. O objetivo deste trabalho foi estudar a dinâmica global de *risers* com foco na modelagem das não-linearidades no domínio do tempo, bem como estudar uma forma de linearizá-las para o domínio da frequência. Partiu-se de uma análise estática pré-existente, que no domínio da frequência é a configuração em torno da qual o *riser* se movimenta. O modelo dinâmico foi obtido através do Método dos Elementos Finitos e o *riser* foi representado por um elemento de pórtico. Para a análise no domínio da frequência uma forma de linearização do amortecimento viscoso foi desenvolvida neste trabalho baseada, em uma metodologia já utilizada em casos bidimensionais. Além disso, o contato com o solo foi representado por molas lineares, que recuperam o movimento no plano horizontal e a curvatura corrigida através de uma técnica de camada limite. Com base nos resultados obtidos, pode-se dizer que essas linearizações tiveram o efeito desejado, pois compararam muito bem com os resultados do modelo não-linear. Já no domínio

do tempo o amortecimento viscoso pode ser representado de forma não linear, assim como o contato com solo, representado através do contato unilateral, atrito, força de sucção e trincheira. Foram feitas comparações, sempre que possível, com o software comercial Orcaflex 9.2a.

Palavras-chave: *Risers*. Análise Dinâmica Global. Engenharia *Offshore*.

ABSTRACT

Used in offshore oil exploitation risers are elements that connect the floating unit to the oil well on the seabed. They are exposed to the environmental conditions of the site where they are installed. Normally, the riser's global behavior is divided in static and dynamic analyses. The static loads acting on the pipe are: weight, buoyancy and current load. The loads considered in the dynamic analysis are caused by the floating unit's motion and by the waves. The riser dynamics is essentially non-linear mainly due to the viscous damping, which is quadratic in velocity and due to the unilateral contact between the riser and the seabed. The dynamic simulation can be performed in time domain and in frequency domain. The time domain analysis usually takes longer to perform because the solution is obtained at each time-step. However, the non-linearities of the problem can be considered. The frequency domain analysis is normally faster than the time domain analysis, once the stationary state is directly obtained, nevertheless, the non-linearities must be removed. The objective of this work is to study the risers' global dynamics focusing on the modeling of the non-linearities in time domain, as well as removing them for the frequency domain analysis. The static configuration is the initial configuration of the dynamic analysis and the frequency domain dynamic is modeled to be a perturbation of it. The dynamic model was obtained through the Finite Element Method and the riser was represented by a beam element. The only non-linearities covered in this work are caused by the viscous damping and the soil-structure contact. For the frequency domain analysis it was developed, in this work, a way to linearize the viscous damping based on a methodology already in use for two-dimensional analysis. Besides that, the contact with the seabed was represented by linear springs and the curvature was corrected afterwards through a boundary layer technique. Considering that the results compared very well with the ones obtained with a non linear model, one can say that these linearizations had the desired effect. In the time domain analysis the viscous damping could be represented in the non linear form as well as the soil-structure contact, which was represented through the unilateral contact, friction, suction force and trench. Whenever possible, the results were compared with the ones obtained with Orcaflex 9.2a.

Keywords: Risers. Global Dynamic Analysis. Offshore Engineering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Localização do Campo de Tupi na Bacia de Santos. Extraído de Petrobras (2008).	43
Figura 1.2 - Esquema da disposição das camadas abaixo do fundo do mar. Extraído de Petrobras (2008).	44
Figura 1.3 - P-57, plataforma do tipo FPSO instalada no campo Jubarte. Extraído de SBM Offshore (2009).	45
Figura 1.4 - (a) Auger, plataforma do tipo TLP instalada no golfo do México. Extraído de Offshore-Technology (2009). (b) Esquema de uma plataforma do tipo TLP. Extraído e adaptado de Offshore-Technology (2009).	45
Figura 1.5 - (a) Gênesis, plataforma do tipo SPAR instalada no golfo do México. Extraído de Offshore-Technology (2009). (b) Esquema de uma plataforma do tipo SPAR. Extraído e adaptado de Offshore-Technology (2009).....	46
Figura 1.6 - Thunder Hawk, plataforma do tipo semi-submersível instalada no golfo do México. Extraído de SBM Offshore (2009).....	46
Figura 1.7 - Exemplo de tubo flexível típico. Extraído e adaptado de Technip (2008).	48
Figura 1.8 - Exemplo de cabos umbilicais. Extraído de Prysmian (2008).	49
Figura 1.9 - <i>Riser</i> em catenária livre	49
Figura 1.10 - Configurações com flutuação intermediária	50
Figura 2.1 - Sistema de Coordenadas Global	61
Figura 2.2 - Vetor tangente.....	62
Figura 2.3 - Ângulo de torção	63
Figura 2.4 - Empuxo agindo sobre um pedaço de <i>riser</i>	65
Figura 2.5 - Diagrama de forças equivalentes para a força hidrostática	66
Figura 2.6 - Perfil de correnteza tridimensional	68
Figura 2.7 - Equilíbrio de forças	72
Figura 2.8 - Equilíbrio de momentos	74
Figura 2.9 - Linha elástica da catenária vista do plano <i>Oxy</i>	97
Figura 2.10 - Linha elástica da catenária vista do plano <i>Oyz</i>	98

Figura 2.11 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz	98
Figura 2.12 - θ em função de s da catenária	99
Figura 2.13 - ψ em função de s da catenária.....	99
Figura 2.14 - Curvatura em função de s da catenária.....	100
Figura 2.15 - Tração efetiva em função de s da catenária.....	100
Figura 2.16 - ξ em função de s da catenária	101
Figura 2.17 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxy	102
Figura 2.18 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oyz	102
Figura 2.19 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxz	103
Figura 2.20 - θ em função de s da <i>lazy-wave</i>	103
Figura 2.21 - ψ em função de s da <i>lazy-wave</i>	104
Figura 2.22 - Curvatura em função de s da <i>lazy-wave</i>	104
Figura 2.23 - Tração efetiva em função de s da <i>lazy-wave</i>	105
Figura 2.24 - ξ em função de s da <i>lazy-wave</i>	105
Figura 2.25 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxy	107
Figura 2.26 - Linha elástica da catenária vista do plano Oyz	107
Figura 2.27 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz	108
Figura 2.28 - θ em função de s da catenária	108
Figura 2.29 - ψ em função de s da catenária.....	109
Figura 2.30 - Curvatura em função de s da catenária.....	109
Figura 2.31 - Tração efetiva em função de s da catenária.....	110
Figura 2.32 - ξ em função de s da catenária	110
Figura 2.33 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxy	111
Figura 2.34 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oyz	112
Figura 2.35 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxz	112
Figura 2.36 - θ em função de s da <i>lazy-wave</i>	113
Figura 2.37 - ψ em função de s da <i>lazy-wave</i>	113
Figura 2.38 - Curvatura em função de s da <i>lazy-wave</i>	114
Figura 2.39 - Tração efetiva em função de s da <i>lazy-wave</i>	114
Figura 2.40 - ξ em função de s da catenária	115
Figura 3.1 - Pórtico com 12 graus de liberdade	125
Figura 3.2 - Graus de liberdade de cada nó	126

Figura 3.3 - Impondo deslocamento 1 no primeiro nó	127
Figura 3.4 - Impondo deslocamento 1 no segundo nó	128
Figura 3.5 - Impondo deslocamento 1 no primeiro nó	129
Figura 3.6 - Impondo deslocamento 1 no segundo nó	129
Figura 3.7 - Impondo ângulo 1 no primeiro nó.....	130
Figura 3.8 - Impondo ângulo 1 no segundo nó.....	131
Figura 3.9 - Rotação em torno de z.....	151
Figura 3.10 - Rotação em torno de y.....	151
Figura 3.11 - Rotação em torno de x.....	152
Figura 3.12 - Estrutura com três elementos	153
Figura 3.13 – Estrutura com três elementos	153
Figura 4.1 - Comparação da amplitude de X para a catenária sem correnteza	184
Figura 4.2 - Comparação da amplitude de Y para a catenária sem correnteza	185
Figura 4.3 - Comparação da amplitude de Z para a catenária sem correnteza	185
Figura 4.4 - Comparação da amplitude de θ para a catenária sem correnteza.....	186
Figura 4.5 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária sem correnteza	186
Figura 4.6 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a catenária sem correnteza	187
Figura 4.7 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a catenária sem correnteza	187
Figura 4.8 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a catenária sem correnteza	188
Figura 4.9 - Comparação da amplitude de X para a catenária com correnteza no plano	189
Figura 4.10 - Comparação da amplitude de Y para a catenária com correnteza no plano	189
Figura 4.11 - Comparação da amplitude de Z para a catenária com correnteza no plano	190
Figura 4.12 - Comparação da amplitude de θ para a catenária com correnteza no plano	190
Figura 4.13 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária com correnteza no plano	191

Figura 4.14 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a catenária com correnteza no plano	191
Figura 4.15 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a catenária com correnteza no plano	192
Figura 4.16 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a catenária com correnteza no plano	192
Figura 4.17 - Comparação da amplitude de X para a catenária com correnteza fora do plano	193
Figura 4.18 - Comparação da amplitude de Y para a catenária com correnteza fora do plano	194
Figura 4.19 - Comparação da amplitude de Z para a catenária com correnteza fora do plano	194
Figura 4.20 - Comparação da amplitude de θ para a catenária com correnteza fora do plano	195
Figura 4.21 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária com correnteza fora do plano	195
Figura 4.22 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a catenária com correnteza fora do plano	196
Figura 4.23 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a catenária com correnteza fora do plano	196
Figura 4.24 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a catenária com correnteza fora do plano	197
Figura 4.25 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	198
Figura 4.26 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	198
Figura 4.27 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	199
Figura 4.28 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza..	199
Figura 4.29 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza .	200
Figura 4.30 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza.....	200
Figura 4.31 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza.....	201
Figura 4.32 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza.....	201

Figura 4.33 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	202
Figura 4.34 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	203
Figura 4.35 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	203
Figura 4.36 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	204
Figura 4.37 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	204
Figura 4.38 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	205
Figura 4.39 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	205
Figura 4.40 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	206
Figura 4.41 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	207
Figura 4.42 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	207
Figura 4.43 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	208
Figura 4.44 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	208
Figura 4.45 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	209
Figura 4.46 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	209
Figura 4.47 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	210
Figura 4.48 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	210

Figura 4.49 - Comparação da fase da curvatura-Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano.....	211
Figura 4.50 - Histórico da curvatura-Y no tempo de quatro pontos próximos à $s=1200\text{m}$ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	212
Figura 5.1 - Força de atrito axial	217
Figura 5.2 - Força de atrito perpendicular à linha de lançamento.....	218
Figura 5.3 - Equilíbrio de forças de um <i>riser</i> sobre o solo.....	219
Figura 5.4 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxy.....	223
Figura 5.5 - Linha elástica da catenária vista do plano Oyz.....	224
Figura 5.6 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz.....	224
Figura 5.7 - θ em função de s da catenária	225
Figura 5.8 - ψ em função de s da catenária.....	225
Figura 5.9 - Curvatura total em função de s da catenária	226
Figura 5.10 - Tração efetiva em função de s da catenária.....	226
Figura 5.11 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxy	228
Figura 5.12 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oyz	228
Figura 5.13 - Linha elástica da <i>lazy-wave</i> vista do plano Oxz	229
Figura 5.14 - θ em função de s da <i>lazy-wave</i>	229
Figura 5.15 - ψ em função de s da <i>lazy-wave</i>	230
Figura 5.16 - Curvatura total em função de s da <i>lazy-wave</i>	230
Figura 5.17 - Tração efetiva em função de s da <i>lazy-wave</i>	231
Figura 5.18 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	236
Figura 5.19 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	237
Figura 5.20 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza...	237
Figura 5.21 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza ..	238
Figura 5.22 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza .	238
Figura 5.23 - Comparação da amplitude de curvatura para a <i>lazy-wave</i> sem correnteza.....	239
Figura 5.24 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	240
Figura 5.25 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	240

Figura 5.26 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	241
Figura 5.27 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	241
Figura 5.28 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano	242
Figura 5.29 - Comparação da amplitude da curvatura para a <i>lazy-wave</i> com correnteza no plano.....	242
Figura 5.30 - Comparação da amplitude de X para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	243
Figura 5.31 - Comparação da amplitude de Y para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	244
Figura 5.32 - Comparação da amplitude de Z para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	244
Figura 5.33 - Comparação da amplitude de θ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	245
Figura 5.34 - Comparação da amplitude de ψ para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	245
Figura 5.35 - Comparação da amplitude da curvatura para a <i>lazy-wave</i> com correnteza fora do plano	246
Figura 5.36 - Representação de um elemento sobre o solo.....	248
Figura 5.37 - Comparação entre a linha elástica no plano Oxz na região do solo ..	252
Figura 5.38 - Comparação do ângulo θ na região do solo.....	252
Figura 5.39 - Comparação da curvatura na região do solo	253
Figura 5.40 - Comparação entre a curvatura dinâmica menos a estática em função do tempo do TDP sem atualizar os ângulos.....	254
Figura 5.41 - Comparação entre a curvatura dinâmica menos a estática em função do tempo do TDP atualizando os ângulos.....	255
Figura 5.42 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 0$ variando a rigidez do solo.	256
Figura 5.43 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 0,5$ variando a rigidez do solo.....	256

Figura 5.44 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 1$ variando a rigidez do solo.....	257
Figura 5.45 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 1,5$ variando a rigidez do solo.....	257
Figura 5.46 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 2$ variando a rigidez do solo.....	258
Figura 5.47 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=10\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.....	258
Figura 5.48 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=100\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.....	259
Figura 5.49 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=1000\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.	259
Figura 5.50 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=10000\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.	260
Figura 5.51 - Sistema com força de atrito.....	261
Figura 5.52 - Comparação da amplitude de X para $\mu = 0,2$	267
Figura 5.53 - Comparação da amplitude de Y para $\mu = 0,2$	268
Figura 5.54 - Comparação da amplitude de Z para $\mu = 0,2$	268
Figura 5.55 - Comparação da amplitude de θ para $\mu = 0,2$	269
Figura 5.56 - Comparação da amplitude de ψ para $\mu = 0,2$	269
Figura 5.57 - Comparação da amplitude de curvatura para $\mu = 0,2$	270
Figura 5.58 - Comparação temporal do movimento Y de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$	270
Figura 5.59 - Comparação temporal do movimento X de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$	271
Figura 5.60 - Comparação da amplitude de X para $\mu = 0,6$	272
Figura 5.61 - Comparação da amplitude de Y para $\mu = 0,6$	272
Figura 5.62 - Comparação da amplitude de Z para $\mu = 0,6$	273
Figura 5.63 - Comparação da amplitude de θ para $\mu = 0,6$	273
Figura 5.64 - Comparação da amplitude de ψ para $\mu = 0,6$	274
Figura 5.65 - Comparação da amplitude de curvatura para $\mu = 0,6$	274

Figura 5.66 - Comparação temporal do movimento Y de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,6$	275
Figura 5.67 - Comparação temporal do movimento X de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,6$	275
Figura 5.68 - Comparação tridimensional do movimento de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$	276
Figura 5.69 - Força de sucção.....	278
Figura 5.70 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p variando.....	283
Figura 5.71 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p variando.....	284
Figura 5.72 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p variando.....	285
Figura 5.73 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p variando.....	286
Figura 5.74 - Movimento em Z em função do tempo para o TDP sem sucção	287
Figura 5.75 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p constante.....	288
Figura 5.76 - Movimento Z em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p constante.....	289
Figura 5.77 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p constante	290
Figura 5.78 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p constante	291
Figura 5.79 - <i>Riser</i> saindo da trincheira	292
Figura 5.80 - Deslocamento vertical em função do deslocamento horizontal, ambos adimensionalizados. Extraído de Leira et al. (2004).....	293
Figura 5.81 - Perfis de trincheira utilizados neste trabalho. Extraído de Bridge e Howells (2007).	293
Figura 5.82 - Comparação da trajetória do TDP para os cinco casos.	295
Figura 5.83 - Esquema da trajetória do TDP no caso sem trincheira.....	296
Figura 5.84 - Esquema do deslocamento do TDP na trincheira tipo V.....	297
Figura 5.85 - Comparação do ângulo θ no TDP para os cinco casos.	297

Figura 5.86 - Comparação da curvatura total no TDP para os cinco casos..... 298

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Dados da catenária	95
Tabela 2.2 - Dados da <i>lazy-wave</i>	95
Tabela 2.3 - Dados geométricos e ambientais	95
Tabela 2.4 - Perfil de correnteza	96
Tabela 4.1 - Dados da catenária	181
Tabela 4.2 - Dados da <i>lazy-wave</i>	181
Tabela 4.3 - Dados geométricos e ambientais	182
Tabela 4.4 - Onda e movimento no topo para a <i>lazy-wave</i>	182
Tabela 4.5 - Onda e movimento no topo para a catenária	182
Tabela 4.6 - Perfil de correnteza do caso 2	183
Tabela 4.7 - Perfil de correnteza do caso 3	183
Tabela 5.1 - Valores de rigidez do solo	249
Tabela 5.2 - Valores de rigidez do solo	250
Tabela 5.3 - Onda e movimento no topo para a catenária	250
Tabela 5.4 - Fatores empíricos para a máxima força de sucção	279
Tabela 5.5 - Fator de carga cíclica	279
Tabela 5.6 - Fatores empíricos para o deslocamento de desprendimento	279
Tabela 5.7 - Movimento no topo para a catenária	294

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

\vec{a}_w	Aceleração da onda.
$a_{w,x}$	Aceleração da onda projetada na direção \vec{i} .
$a_{w,y}$	Aceleração da onda projetada na direção \vec{j} .
$a_{w,z}$	Aceleração da onda projetada na direção \vec{k} .
A	Área da seção transversal do <i>riser</i> .
A_w	Amplitude da onda.
A_x	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{i} .
A_y	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{j} .
A_z	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{k} .
B_x	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{i} .
B_y	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{j} .
B_z	Amplitude da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{k} .
c	Amortecimento.
\vec{c}_0	Força de arrasto aplicada sobre o <i>riser</i> no caso estático.
$\vec{c}_{0,a}$	Força de arrasto aplicada sobre o <i>riser</i> no caso estático na direção axial.
$\vec{c}_{0,t}$	Força de arrasto aplicada sobre o <i>riser</i> no caso estático na direção transversal.

$c_{0,x}$	Componente da força de arrasto na direção \vec{i} .
$c_{0,y}$	Componente da força de arrasto na direção \vec{j} .
$c_{0,z}$	Componente da força de arrasto na direção \vec{k} .
c_a	Coefficiente de massa adicional.
C	Matriz de amortecimento.
C_a	Matriz de amortecimento na direção axial.
C_t	Matriz de amortecimento na direção transversal.
$C_{D,a}$	Coefficiente de arrasto na direção axial.
$C_{D,t}$	Coefficiente de arrasto na direção transversal.
C_i	Coefficientes a determinar na Camada Limite.
C_x	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{i} .
C_y	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{j} .
C_z	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção normal dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{k} .
D	Diâmetro externo do <i>riser</i> .
D	Matriz dinâmica.
D_x	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{i} .
D_y	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{j} .
D_z	Amplitude da velocidade do <i>riser</i> na direção tangencial dividida pela frequência angular projetada na direção \vec{k} .
E	Módulo de elasticidade.
\vec{E}	Força de empuxo aplicada sobre o elemento de <i>riser</i> .
E_{xx}	Componente do tensor de Green-Lagrange associado a x.
E_{xy}	Componente do tensor de Green-Lagrange associado a x e y.
E_{xz}	Componente do tensor de Green-Lagrange associado a x e z.
EA	Rigidez axial do <i>riser</i> .

EI	Rigidez flexional do <i>riser</i> .
$f(z_0)$	Intensidade da correnteza para a cota z_0 .
$\vec{f}_{D,a}$	Força de arrasto dinâmica na direção axial por unidade de comprimento.
$\vec{f}_{D,t}$	Força de arrasto dinâmica na direção transversal por unidade de comprimento.
$\hat{f}_{D,a}$	Força de arrasto total na direção axial por unidade de comprimento.
$\hat{f}_{D,t}$	Força de arrasto total na direção transversal por unidade de comprimento.
$\vec{f}_{D,a,amort}$	Parcela da força de arrasto na direção axial por unidade de comprimento considerada no amortecimento.
$\vec{f}_{D,t,amort}$	Parcela da força de arrasto na direção transversal por unidade de comprimento considerada no amortecimento.
$\vec{f}_{D,a,carreg}$	Parcela da força de arrasto na direção axial por unidade de comprimento considerada no carregamento.
$\vec{f}_{D,t,carreg}$	Parcela da força de arrasto na direção transversal por unidade de comprimento considerada no carregamento.
$\tilde{f}_{D,a}$	Força de arrasto linear na direção axial por unidade de comprimento.
$\tilde{f}_{D,t}$	Força de arrasto linear na direção transversal por unidade de comprimento.
f_{if}	Força de inércia do fluido.
\vec{F}_0	Força total estática que solicita a seção transversal do <i>riser</i> .
$F_{0,x}$	Componente de \vec{F}_0 na direção \vec{i} .
$F_{0,y}$	Componente de \vec{F}_0 na direção \vec{j} .
$F_{0,z}$	Componente de \vec{F}_0 na direção \vec{k} .
F_{at}	Força de atrito.
$F_{at,0}$	Força de atrito estática.
$F_{at,0,x}$	Força de atrito estática na direção \vec{i} .

$F_{at,0,y}$	Força de atrito estática na direção \vec{j} .
F_d	Força de amortecimento do contato solo- <i>riser</i> .
$\vec{F}_{ef,0}$	Força efetiva estática que solicita a seção transversal do <i>riser</i> .
$F_{ef,0,x}$	Componente de $\vec{F}_{ef,0}$ na direção \vec{i} .
$F_{ef,0,y}$	Componente de $\vec{F}_{ef,0}$ na direção \vec{j} .
$F_{ef,0,z}$	Componente de $\vec{F}_{ef,0}$ na direção \vec{k} .
\vec{F}_h	Força devido à pressão hidrostática.
F_{ia}	Força de inércia adicional.
F_k	Força de rigidez do contato solo- <i>riser</i> .
g	Aceleração da gravidade.
G	Módulo de elasticidade de cisalhamento.
GJ	Rigidez à torção do <i>riser</i> .
h	Profundidade local do mar.
\vec{h}_0	Força hidrostática distribuída aplicada sobre a parede lateral do <i>riser</i> .
$h_{0,x}$	Componente de \vec{h}_0 na direção \vec{i} .
$h_{0,y}$	Componente de \vec{h}_0 na direção \vec{j} .
$h_{0,z}$	Componente de \vec{h}_0 na direção \vec{k} .
\vec{H}_0	Força resultante da pressão hidrostática atuante sobre a tampa de um elemento de <i>riser</i> fechado.
\vec{i}	Versor paralelo ao eixo Ox .
\vec{j}	Versor paralelo ao eixo Oy .
k	Rigidez.
\vec{k}	Versor paralelo ao eixo Oz .
k_{BS}	Mola que representa o <i>Bending Stiffener</i> .
k_{ij}	Molas equivalentes utilizadas no domínio da frequência.
\mathbf{K}	Matriz de rigidez.
K_a	Coeficiente de linearização na direção axial.
K_t	Coeficiente de linearização na direção transversal.

K_w	Número da onda do mar.
l_j	Coordenada curvilínea do ponto de junção entre os trechos estudados.
L	Comprimento de um elemento.
m	Massa.
\mathbf{M}	Matriz de massa.
\vec{M}_0	Momento total do problema estático.
$\vec{M}_{0,f}$	Momento fletor do problema estático.
$\vec{M}_{0,t}$	Momento de torção do problema estático.
$M_{0,x}$	Componente de \vec{M}_0 na direção \vec{i} .
$M_{0,y}$	Componente de \vec{M}_0 na direção \vec{j} .
$M_{0,z}$	Componente de \vec{M}_0 na direção \vec{k} .
\mathbf{M}_a	Matriz de massa adicional.
\mathbf{M}_T	Matriz de massa total.
$M_{t,apl}$	Momento de torção aplicado no topo.
$M_{t,topo}$	Momento de torção imposto ao topo.
N	Força normal que o solo aplica sobre o <i>riser</i> apoiado.
\mathbf{N}	Matriz das funções de forma.
O	Origem do sistema de coordenadas que coincide com a extremidade inferior do <i>riser</i> .
\vec{p}_0	Peso total da estrutura no ar por unidade de comprimento.
$P_{a,amort}^e$	Potência da componente transversal da força viscosa considerada no amortecimento na direção axial.
$P_{t,amort}^e$	Potência da componente transversal da força viscosa considerada no amortecimento na direção transversal.
$P_{a,carreg}^e$	Potência da componente transversal da força viscosa considerada no carregamento na direção axial.
$P_{t,carreg}^e$	Potência da componente transversal da força viscosa considerada no carregamento na direção transversal.
$\mathbf{P}(t)$	Vetor de carregamento.

\mathbf{P}_0	Vetor de amplitudes do carregamento.
$\mathbf{P}_a(t)$	Vetor de carregamento na direção axial.
$\mathbf{P}_t(t)$	Vetor de carregamento na direção transversal.
q	Deslocamento de um corpo.
\dot{q}	Velocidade de um corpo.
\ddot{q}	Aceleração de um corpo.
\mathbf{q}	Vetor com os deslocamentos em função de x .
$\dot{\mathbf{q}}$	Vetor com as velocidades em função de x .
$\ddot{\mathbf{q}}$	Vetor com as aceleração em função de x .
$\dot{\mathbf{q}}_a$	Vetor com as velocidades em função de x na direção axial.
$\dot{\mathbf{q}}_t$	Vetor com as velocidades em função de x na direção transversal.
$\bar{\bar{q}}_0$	Carregamento estático total por unidade de comprimento aplicada ao <i>riser</i> na situação deformada.
\bar{q}_0	Carregamento estático total por unidade de comprimento aplicada ao <i>riser</i> .
\bar{q}_a	Deslocamento na direção axial do <i>riser</i> .
$\bar{q}_{ef,0}$	Carregamento estático efetivo por unidade de comprimento.
$q_{ef,0,x}$	Componente de $\bar{q}_{ef,0}$ na direção \vec{i} .
$q_{ef,0,y}$	Componente de $\bar{q}_{ef,0}$ na direção \vec{j} .
$q_{ef,0,z}$	Componente de $\bar{q}_{ef,0}$ na direção \vec{k} .
\bar{q}_t	Deslocamento na direção transversal do <i>riser</i> .
$\mathbf{Q}(t)$	Vetor de deslocamentos.
\mathbf{Q}_0	Vetor de amplitudes dos deslocamentos.
$\dot{\mathbf{Q}}(t)$	Vetor de velocidades.
$\ddot{\mathbf{Q}}(t)$	Vetor de acelerações.
$Q_{s,\max}$	Força máxima de sucção por unidade de comprimento.
r	Coordenada na direção radial do <i>riser</i> .
\vec{r}_0	Vetor de posição estática do <i>riser</i> em relação à origem do sistema de referência.

R	Raio do <i>riser</i> .
\mathbf{R}	Matriz de rotação.
\mathbf{R}_1	Matriz de rotação em torno de Oz.
\mathbf{R}_2	Matriz de rotação em torno de Oy.
\mathbf{R}_3	Matriz de rotação em torno de Ox.
s	Coordenada curvilínea do <i>riser</i> medida a partir da âncora para o topo.
s_{TDP}	Coordenada s do TDP.
s'_{TDP}	Coordenada real do TDP no modelo estático com rigidez flexional.
s_{topo}	Coordenada s do topo, é também o comprimento do <i>riser</i> .
t	Tempo.
\vec{t}_0	Vetor tangente ao <i>riser</i> no problema estático.
T	Tração no <i>riser</i> .
T_0	Força de tração solicitante estática.
T_C	Energia cinética.
T_{din}	Tração dinâmica.
$T_{ef,0}$	Força de tração efetiva estática.
u	Grau de liberdade de translação no eixo Ox local do elemento.
\mathbf{u}	Vetor de deslocamentos no sistema Oxyz.
U	Energia de deformação.
U^e	Energia de deformação do elemento.
v	Grau de liberdade de translação no eixo Oy local do elemento.
\vec{v}_c	Vetor velocidade da correnteza.
$\vec{v}_{c,a}$	Vetor velocidade da correnteza na direção axial.
$\vec{v}_{c,t}$	Vetor velocidade da correnteza na direção transversal.
$\vec{v}_{cabo,a}$	Vetor velocidade do <i>riser</i> na direção axial.
$\vec{v}_{cabo,t}$	Vetor velocidade do <i>riser</i> na direção transversal.
$\vec{v}_{m,a}$	Vetor velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção axial.
$\vec{v}_{m,t}$	Vetor velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção

transversal.

\vec{v}_r	Velocidade relativa entre o <i>riser</i> e o fluido.
$\vec{v}_{r,a}$	Velocidade relativa entre o <i>riser</i> e o fluido na direção axial do <i>riser</i> .
$\vec{v}_{r,t}$	Velocidade relativa entre o <i>riser</i> e o fluido na direção transversal do <i>riser</i> .
\vec{v}_w	Velocidade da onda.
$v_{w,x}$	Velocidade da onda projetada na direção \vec{i} .
$v_{w,y}$	Velocidade da onda projetada na direção \vec{j} .
$v_{w,z}$	Velocidade da onda projetada na direção \vec{k} .
V	Volume do <i>riser</i> .
V_0	Força cortante no TDP.
$V_{a,x}$	Velocidade da correnteza na direção axial ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{i} .
$V_{a,y}$	Velocidade da correnteza na direção axial ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{j} .
$V_{a,z}$	Velocidade da correnteza na direção axial ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{k} .
$V_{t,x}$	Velocidade da correnteza na direção transversal ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{i} .
$V_{t,y}$	Velocidade da correnteza na direção transversal ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{j} .
$V_{t,z}$	Velocidade da correnteza na direção transversal ao <i>riser</i> projetada na direção \vec{k} .
w	Grau de liberdade de translação no eixo Oz local do elemento.
x	Coordenada cartesiana na direção \vec{i} .
x_0	Coordenada cartesiana na direção \vec{i} relativa à configuração estática.
x_{topo}	Coordenada x_0 no topo.
$x_{topo,t}$	Movimento do topo na direção \vec{i} .
X_{topo}	Amplitude do movimento do topo na direção \vec{i} .

y_0	Coordenada cartesiana na direção \vec{j} relativa à configuração estática.
y_{topo}	Coordenada y_0 no topo.
Y_{topo}	Amplitude do movimento do topo na direção \vec{j} .
$y_{topo,t}$	Movimento do topo na direção \vec{j} .
z_0	Coordenada cartesiana na direção \vec{k} relativa à configuração estática.
z_{topo}	Coordenada z_0 no topo.
$z_{topo,t}$	Movimento do topo na direção \vec{k} .
Z_{topo}	Amplitude do movimento do topo na direção \vec{k} .

Alfabeto Grego

α	Grau de liberdade de rotação em torno do eixo Ox local do elemento.
$\alpha_{lançamento}$	Ângulo que a linha de lançamento faz com o eixo Ox.
α_w	Ângulo que a onda faz com o plano Oxz.
β	Grau de liberdade de rotação em torno do eixo Oy local do elemento.
γ	Grau de liberdade de rotação em torno do eixo Oz local do elemento.
γ_a	Peso específico do fluido.
γ_{ef}	Peso efetivo da estrutura, ou peso da estrutura imersa na água, por unidade de comprimento.
γ_t	Peso total da estrutura no ar por unidade de comprimento.
γ_{xy}	Cisalhamento associado a x e y.
γ_{xz}	Cisalhamento associado a x e z.
δ_x	Fase da velocidade relativa entre o riser e a onda na direção axial projetada na direção \vec{i} .

δ_y	Fase da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção axial projetada na direção \vec{j} .
δ_z	Fase da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção axial projetada na direção \vec{k} .
Δ_B	Deslocamento de desprendimento da sucção.
Δs	Comprimento do elemento de <i>riser</i> indeformado.
$\Delta \bar{s}$	Comprimento do elemento de <i>riser</i> deformado.
ε_0	Deformação axial da linha no problema estático.
ε_{xx}	Deformação axial.
ε_{xy}	Componente do tensor de deformação associado a x e y.
ε_{xz}	Componente do tensor de deformação associado a x e z.
ζ	Taxa de amortecimento utilizada no contato solo- <i>riser</i> .
θ	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal.
θ^-	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal antes da junção.
θ^+	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal depois da junção.
θ_0	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal no problema estático.
θ_0^-	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal no problema estático antes da junção.
θ_0^+	Ângulo que a tangente ao <i>riser</i> faz com o plano horizontal no problema estático depois da junção.
θ_m	Ângulo de instalação do <i>Bending Stiffener</i> .
θ_x	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção transversal projetada na direção \vec{i} .
θ_y	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção transversal projetada na direção \vec{j} .
θ_z	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção transversal projetada na direção \vec{k} .
λ	Comprimento de flexão.

λ_{TDP}	Comprimento de flexão do TDP.
λ_{topo}	Comprimento de flexão do topo.
λ_x	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção axial projetada na direção \vec{i} .
λ_y	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção axial projetada na direção \vec{j} .
λ_z	Fase da velocidade do <i>riser</i> na direção axial projetada na direção \vec{k} .
μ	Coefficiente de atrito.
ξ_0	Ângulo de torção no problema estático.
ρ	Massa específica do <i>riser</i> .
ρ_a	Massa específica do fluido.
τ	Torção.
τ_C	Tortuosidade.
ϕ	Potencial de velocidades de uma onda harmônica.
φ	Função de forma.
ϕ_x	Fase da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção transversal projetada na direção \vec{i} .
ϕ_y	Fase da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção transversal projetada na direção \vec{j} .
ϕ_z	Fase da velocidade relativa entre o <i>riser</i> e a onda na direção transversal projetada na direção \vec{k} .
$\phi_{x,topo}$	Fase do movimento do topo na projetada na direção \vec{i} .
$\phi_{y,topo}$	Fase do movimento do topo na projetada na direção \vec{j} .
$\phi_{z,topo}$	Fase do movimento do topo na projetada na direção \vec{k} .
χ	Curvatura corrigida pela Camada Limite.
χ^-	Curvatura corrigida pela Camada Limite antes da junção.
χ^+	Curvatura corrigida pela Camada Limite depois da junção.
χ_0	Curvatura estática sem rigidez flexional.

χ_0^-	Curvatura estática sem rigidez flexional antes da junção.
χ_0^+	Curvatura estática sem rigidez flexional depois da junção.
ψ_0	Ângulo que a projeção do <i>riser</i> no plano <i>xy</i> faz com o eixo <i>Ox</i> no problema estático.
ψ_c	Ângulo de incidência da correnteza marítima medido no plano <i>Oxz</i> .
ω	Frequência angular da onda e do movimento do topo.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	43
1.1 OBJETIVO	54
1.2 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	56
CAPÍTULO 2 ANÁLISE ESTÁTICA	59
2.1 INTRODUÇÃO	59
2.2 SISTEMA DE COORDENADAS	60
2.2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	60
2.2.2 DEFINIÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS	61
2.2.3 VETOR TANGENTE \vec{t}_0	62
2.2.4 ÂNGULOS θ_0 , ψ_0 E ξ_0	63
2.3 MODELO ESTÁTICO	64
2.3.1 ESFORÇOS ATUANTES.....	64
2.3.1.1 Esforço de Natureza Gravitacional	65
2.3.1.2 Esforços de Natureza Hidrostática	65
2.3.1.3 Esforços de Natureza Hidrodinâmica	68
2.3.1.4 Esforço Total	70
2.3.2 EQUAÇÕES DO PROBLEMA ESTÁTICO	70
2.3.2.1 Equação de Compatibilidade de Deformação	71
2.3.2.2 Equações de Compatibilidade Geométrica	71
2.3.2.3 Equações de Equilíbrio de Forças	72
2.3.2.4 Equação de Equilíbrio de Momentos	73
2.3.2.5 Equação Constitutiva	75
2.3.2.6 Ângulo de torção ξ	76
2.3.2.7 Definição da Força Efetiva	77
2.3.3 SISTEMAS DE EQUAÇÕES.....	80
2.3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO	81
2.3.5 ALGORITMO DE SOLUÇÃO	83
2.3.6 CAMADA LIMITE	84
2.3.6.1 Condições de Contorno da Camada Limite	87

2.3.6.1.1	Ângulo θ	87
2.3.6.1.2	Ângulo Ψ	93
2.3.6.2	<i>Montagem do Sistema</i>	94
2.4	ESTUDO DE CASO PARA ANÁLISE ESTÁTICA	94
2.4.1	DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES	94
2.4.1.1	<i>Dados das Configurações</i>	95
2.4.1.2	<i>Dados Geométricos e Ambientais</i>	95
2.4.2	COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O ORCAFLEX™	96
2.4.2.1	<i>Catenária</i>	97
2.4.2.2	<i>Lazy-wave</i>	101
2.5	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS COM E SEM O EFEITO DA RIGIDEZ À TORÇÃO	106
2.5.1.1	<i>Catenária</i>	106
2.5.1.2	<i>Lazy-wave</i>	111
2.6	DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	115
CAPÍTULO 3	ANÁLISE DINÂMICA	117
3.1	INTRODUÇÃO	117
3.2	MODELO DINÂMICO	119
3.2.1	ORIGEM DO CARREGAMENTO DINÂMICO	119
3.2.1.1	<i>Ondas</i>	119
3.2.1.2	<i>Movimento da unidade flutuante</i>	122
3.2.2	FORÇA DO FLUIDO	123
3.3	DISCRETIZAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS . 125	
3.3.1	FORMULAÇÃO DO ELEMENTO	125
3.3.2	FUNÇÕES DE FORMA	127
3.3.2.1	<i>Direções u e α</i>	127
3.3.2.2	<i>Direções v e w</i>	128
3.3.2.3	<i>Direções β e γ</i>	130
3.3.3	FORMULAÇÃO DAS MATRIZES.....	132
3.3.3.1	<i>Matriz de Massa</i>	132
3.3.3.2	<i>Matriz de Massa Adicional</i>	134
3.3.3.3	<i>Matriz de Rigidez</i>	135
3.3.3.4	<i>Matriz de Amortecimento e Vetor de Carregamento</i>	142

3.3.3.5	Matriz de Rotação	149
3.3.4	MONTAGEM DO SISTEMA GLOBAL	153
CAPÍTULO 4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DINÂMICO		155
4.1	INTRODUÇÃO	155
4.2	DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	155
4.2.1	LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO	156
4.2.1.1	<i>A Parcela da Viscosidade da Fórmula de Morison</i>	156
4.2.1.2	<i>Método do Balanço de Energia</i>	157
4.2.1.3	<i>Linearização para o Problema Tridimensional</i>	158
4.2.1.3.1	<i>Plano Transversal</i>	159
4.2.1.3.2	<i>Direção Axial</i>	162
4.2.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO	163
4.2.3	SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	164
4.3	DOMÍNIO DO TEMPO	167
4.3.1	ESCOLHA DO MÉTODO DE INTEGRAÇÃO	168
4.3.1.1	<i>Método de Euler Explícito</i>	168
4.3.1.2	<i>Método da Diferença Central</i>	169
4.3.1.3	<i>Método de Houbolt</i>	170
4.3.1.4	<i>Método Wilson θ</i>	171
4.3.1.5	<i>Método de Newmark</i>	172
4.3.1.6	<i>Comparação Entre os Métodos</i>	173
4.3.2	APLICAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE NEWMARK ..	174
4.3.2.1	<i>Implementação do Método de Newmark</i>	175
4.3.2.2	<i>Aplicação do Método de Newmark</i>	176
4.3.3	APLICAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE EULER EXPLÍCITO	178
4.3.3.1	<i>Implementação do Método de Euler Explícito</i>	178
4.3.3.2	<i>Aplicação do Método de Euler Explícito</i>	179
4.4	ESTUDO DE CASO PARA A ANÁLISE DINÂMICA	180
4.4.1	DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES.....	181
4.4.1.1	<i>Dados das Configurações</i>	181
4.4.1.2	<i>Dados Geométricos e Ambientais</i>	182

4.4.2	COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O DOMÍNIO DO TEMPO	184
4.4.2.1	<i>Catenária – Caso 1</i>	184
4.4.2.2	<i>Catenária – Caso 2</i>	188
4.4.2.3	<i>Catenária – Caso 3</i>	193
4.4.2.4	<i>Lazy-wave – Caso 1</i>	197
4.4.2.5	<i>Lazy-wave – Caso 2</i>	202
4.4.2.6	<i>Lazy-wave – Caso 3</i>	206
4.5	DISCUSSÃO E CONCLUSÕES	212
CAPÍTULO 5 INTERAÇÃO SOLO-RISER		215
5.1	INTRODUÇÃO	215
5.2	PROBLEMA ESTÁTICO	216
5.2.1	MODELAGEM	216
5.2.1.1	<i>Atrito Axial</i>	216
5.2.1.2	<i>Atrito Transversal</i>	217
5.2.1.3	<i>Equações de Compatibilidade Geométrica</i>	218
5.2.1.4	<i>Equação de Equilíbrio de Forças</i>	219
5.2.1.5	<i>Equação de Equilíbrio de Momentos</i>	220
5.2.1.6	<i>Sistema de Equações</i>	221
5.2.2	ESTUDO DE CASO PARA ANÁLISE ESTÁTICA COM ATRITO	222
5.2.2.1	<i>Dados das Configurações</i>	222
5.2.3	COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O ORCAFLEX™	222
5.2.3.1	<i>Catenária</i>	223
5.2.3.2	<i>Lazy-wave</i>	227
5.3	PROBLEMA DINÂMICO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	231
5.3.1	MOLAS EQUIVALENTES	232
5.3.2	CAMADA LIMITE DINÂMICA	234
5.3.3	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	235
5.3.3.1	<i>Lazy-wave – Caso 1</i>	236
5.3.3.2	<i>Lazy-wave – Caso 2</i>	239
5.3.3.3	<i>Lazy-wave – Caso 3</i>	243
5.4	PROBLEMA DINÂMICO NO DOMÍNIO DO TEMPO	247
5.4.1	CONTATO UNILATERAL	247

5.4.1.1	Resultados	250
5.4.2	ATRITO.....	261
5.4.2.1	Modelo de Coulomb	262
5.4.2.2	Modelo de Karnopp	262
5.4.2.3	Modelo de Antunes et al.....	263
5.4.2.4	Modelo de Tariku e Rogers	264
5.4.2.5	Escolha do modelo a ser implementado	266
5.4.2.6	Atrito dinâmico	266
5.4.2.7	Comparações com OrcaflexTM	267
5.4.3	FORÇA DE SUCCÃO	277
5.4.3.1	Estudo de Caso.....	280
5.4.4	TRINCHEIRA.....	292
5.4.4.1	Estudo de Caso.....	294
CAPÍTULO 6	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	299
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	305
GLOSSÁRIO	313

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Segundo a ANP (2007), Agência Nacional de Petróleo, no final do ano de 2006 as reservas provadas mundiais de petróleo eram de 1,2 trilhões de barris, sendo que a região de maior concentração era o Oriente Médio, com 61,4% desse petróleo. O Brasil, por sua vez, possuía, nesta data, 12,2 bilhões de barris em reservas provadas, ocupando a 17ª posição no ranking mundial. Das reservas provadas nacionais, 92,6% localizavam-se no mar.

No final da década de 70, a Petrobras extraía petróleo na costa brasileira a profundidades inferiores a 200 m de lâmina d'água. Houve um avanço durante a década de 80, atingindo-se profundidades de quase 500 m, mas foi na década de 90 que se deu um grande salto, atingindo-se profundidades de 1900 m de lâmina d'água.



Figura 1.1 - Localização do Campo de Tupi na Bacia de Santos. Extraído de Petrobras (2008).

Este panorama, entretanto, tem mudado rapidamente com a descoberta de petróleo na região do pré-sal nas bacias do Sul e Sudeste do Brasil, anunciada recentemente.

A camada pré-sal possui cerca de 800 km de extensão e 200 km de largura e vai desde o litoral do Estado do Espírito Santo até o Estado de Santa Catarina. Segundo dados da Petrobras (2008), estima-se que no campo de Tupi, primeira região avaliada e mostrada na Figura 1.1, haja entre 5 e 8 bilhões de barris.

Além da localização, a qualidade do petróleo encontrado no pré-sal é diferente. A maior parte das reservas brasileiras conhecidas até então era de petróleo pesado, já os poços em questão possuem petróleo leve, considerado de melhor qualidade.

Explorar o petróleo nesta região será um grande desafio tecnológico, pois ele se encontra abaixo de uma camada de sal, que possui cerca de 2 mil metros de espessura e a profundidade dos poços passa de 7 mil metros abaixo da superfície do mar, como pode ser visto na Figura 1.2.

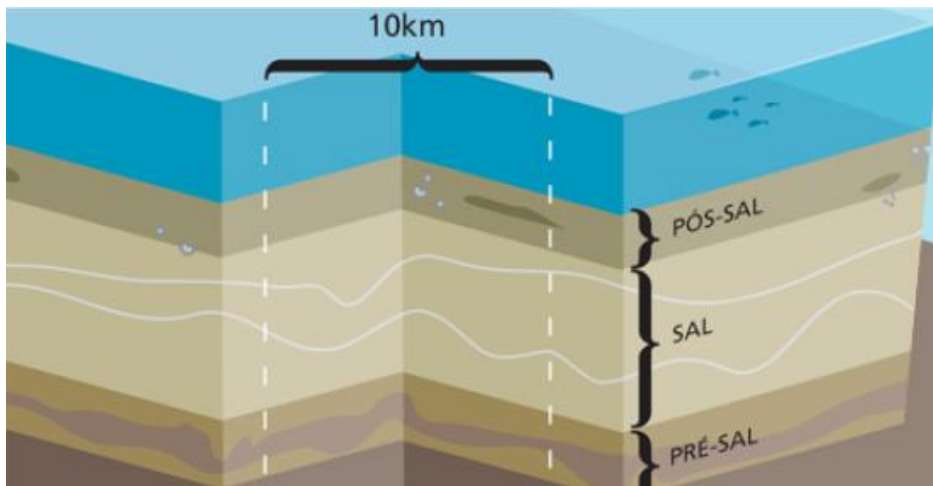


Figura 1.2 - Esquema da disposição das camadas abaixo do fundo do mar. Extraído de Petrobras (2008).

Estima-se que, com estas novas descobertas, as reservas brasileiras conhecidas de petróleo aumentem em mais de 50%. Por isso, há uma crescente taxa de investimentos em pesquisas nesta área, para tornar possível a exploração do petróleo nessas reservas.

Uma instalação de produção de petróleo em alto-mar é formada por vários elementos, sendo os principais deles: a plataforma, a árvore de natal, os cabos e os tubos submersos.

As plataformas podem ser fixas ou flutuantes. As fixas são geralmente metálicas ou de concreto e são presas ao fundo do mar, sendo utilizadas para poços de até 300-400 m de lâmina d'água. Para profundidades maiores são utilizadas plataformas flutuantes. Os principais tipos de unidades flutuantes são:

- FPSO (*Floating Production, Storage and Offloading*) são navios utilizados para exploração, armazenamento e escoamento do petróleo e gás. São utilizados em poços de 200 m a 2000 m de lâmina d'água. Um exemplo pode ser encontrado na Figura 1.3.

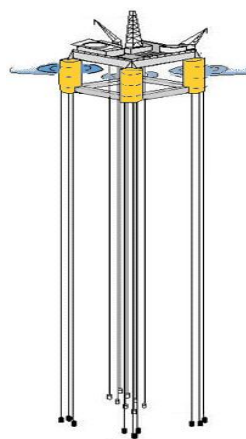


Figura 1.3 - P-57, plataforma do tipo FPSO instalada no campo Jubarte. Extraído de SBM Offshore (2009).

- TLP (*Tension Leg Platform*) são unidades flutuantes presas ao fundo do mar através de tendões verticais que limitam o movimento vertical da plataforma. São utilizadas em poços de até 2000 m de lâmina d'água. A Figura 1.4 mostra um exemplo e um esquema desse tipo de plataforma.



(a)



(b)

Figura 1.4 - (a) Auger, plataforma do tipo TLP instalada no golfo do México. Extraído de Offshore-Technology (2009). (b) Esquema de uma plataforma do tipo TLP. Extraído e adaptado de Offshore-Technology (2009).

- SPAR são plataformas flutuantes, na forma cilíndrica e vertical, presas por linhas de amarração. São utilizadas para exploração em poços de 300 m a 3000 m de lâmina d'água. Um exemplo pode ser visto na Figura 1.5.

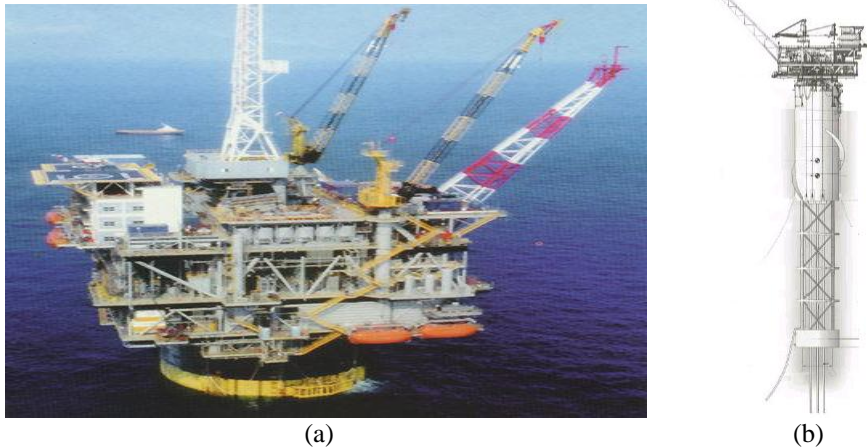


Figura 1.5 - (a) Gênese, plataforma do tipo SPAR instalada no golfo do México. Extraído de Offshore-Technology (2009). (b) Esquema de uma plataforma do tipo SPAR. Extraído e adaptado de Offshore-Technology (2009).

- Semi-submersíveis são plataformas que ficam apoiadas por colunas em flutuadores submersos. O posicionamento é feito através de linhas de ancoragem ou dinamicamente através de sensores e propulsores. A Figura 1.6 mostra um exemplo desse tipo de plataforma.



Figura 1.6 - Thunder Hawk, plataforma do tipo semi-submersível instalada no golfo do México. Extraído de SBM Offshore (2009).

A “árvore de natal”, por sua vez, é instalada no fundo do mar no ponto em que o poço foi perfurado. Ela é constituída por um conjunto de válvulas cuja função é regular e monitorar a produção de óleo e gás, além de prevenir vazamentos, de acordo com Devold (2006).

Outro elemento importante na exploração do petróleo em alto mar, que será alvo do estudo neste trabalho, são os cabos e tubos submersos. Eles conectam a unidade flutuante ao poço localizado no fundo do mar. Precisam ser cuidadosamente estudados e projetados, pois estarão diretamente sujeitos às condições ambientais de cada local.

Diferentes elementos de uma instalação de exploração de petróleo podem ser modelados como cabos ou tubos submersos. São eles: os cabos umbilicais, os tubos rígidos e flexíveis e as linhas de ancoragem. Os tubos rígidos e flexíveis são tubos de transporte de fluido e os cabos umbilicais são cabos de acionamento dos mecanismos de controle.

Os tubos rígidos são formados por tubos de aço convencionais. Já os flexíveis são formados por camadas, cada uma com uma função estrutural ou operacional diferente. Essas camadas são independentes, porém interagem entre si, o que possibilita o desenvolvimento de estruturas adequadas para cada aplicação. De acordo com Technip (2008) um tubo flexível simples tem apenas quatro camadas, podendo chegar a 19 camadas, no caso mais complexo.

Um tubo flexível típico, mostrado na Figura 1.7, possui seis camadas. A camada mais interna, chamada de carcaça, por onde o fluido escoar, é formada por fitas intertravadas de aço inoxidável, enroladas helicoidalmente em passo curto. Ela possui resistência à pressão externa, mas não aos esforços de tração e flexão. A camada seguinte é uma camada plástica cuja função é prover estanqueidade, evitando que o fluido que escoar internamente passe para as outras camadas. Em volta da camada plástica existe uma armadura de pressão, formada por uma camada metálica intertravada cuja função é suportar pressões das camadas mais internas e resistir a cargas radiais externas, também enrolada com passo pequeno. Mais externamente, existem duas camadas de tendões de aço, chamadas de armaduras, que têm a função de resistir à tração. Geralmente, existem duas camadas de armaduras enroladas em sentidos opostos para equilibrar os esforços e evitar que o tubo gire ao ser tracionado. A forma helicoidal, como estão dispostas as armaduras, é responsável por prover flexibilidade à estrutura. Por fim, há uma capa

externa feita de polietileno de alta densidade que tem a função de evitar que agentes externos entrem nas camadas internas, além de manter a estrutura montada.

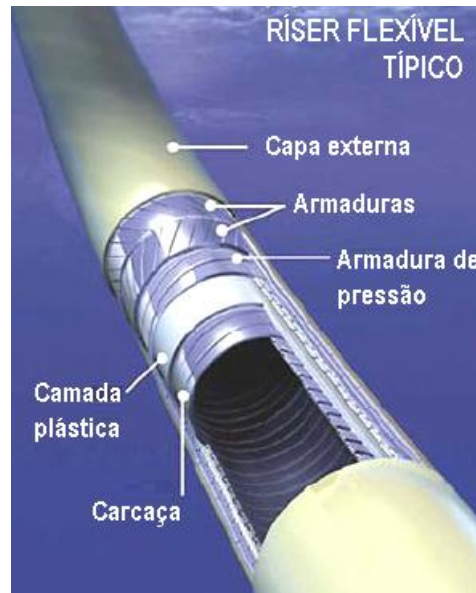


Figura 1.7 - Exemplo de tubo flexível típico. Extraído e adaptado de Technip (2008).

As outras camadas, que podem ser utilizadas na estrutura de tubos flexíveis, servem para prevenção de desgaste entre as camadas de aço, para prover maior isolamento térmico e também fitas de reforço.

De acordo com a Technip (2008), um tubo flexível típico de 8 polegadas pode ser dobrado com raio de 2 m, o que não pode ser feito com um tubo rígido. Isso permite maior facilidade no transporte e instalação desses tubos.

Esta estrutura, elaborada em camadas, faz com que o tubo flexível seja mais caro que o rígido. Apesar disso, ele é mais comumente usado e o tubo rígido é estudado como uma alternativa mais econômica.

Os cabos umbilicais, por sua vez, possuem a estrutura interna muito semelhante à estrutura interna dos tubos flexíveis. Porém, eles não são formados apenas por camadas concêntricas. Sua função também não é transporte de fluido, e sim acionamento de mecanismos de controle e fornecimento de energia. Por isso, internamente, os cabos umbilicais podem possuir mangueiras de alta pressão para controle hidráulico, mangueiras de alta pressão de injeção de produtos químicos, cabos de controle elétrico, cabos de potência, fibra ótica etc. Assim como os tendões de aço que dão resistência à tração, as mangueiras e cabos elétricos estão

dispostos helicoidalmente ao longo do umbilical. Exemplos de cabos umbilicais podem ser vistos na Figura 1.8.



Figura 1.8 - Exemplo de cabos umbilicais. Extraído de Prysmian (2008).

Uma alternativa para as mangueiras termoplásticas é o uso de tubos de aço para controle hidráulico e injeção de produtos químicos. Isso permite trabalhar com pressões maiores, além de prover maior estanqueidade nas injeções de fluidos. Ao longo deste trabalho o termo *riser* será utilizado para designar o trecho dos cabos ou tubos submersos que atua dinamicamente, independentemente se é o modelo de um cabo umbilical, um tubo ou uma linha de ancoragem. Isso inclui tanto a parte suspensa quanto a apoiada que tem resposta dinâmica.

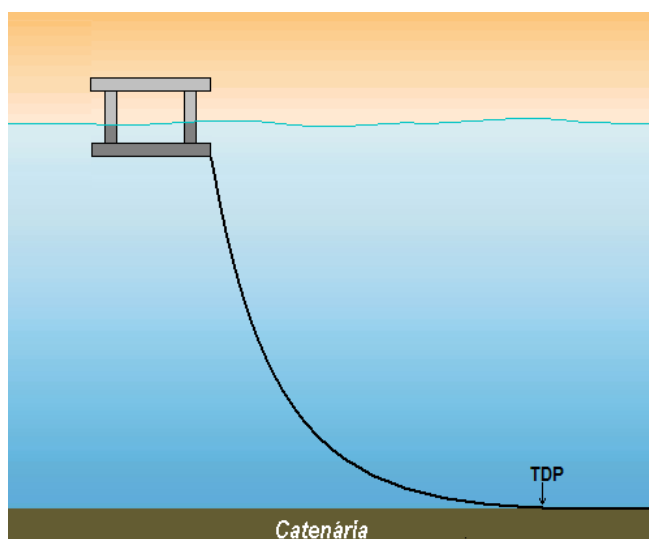


Figura 1.9 - Riser em catenária livre

Quanto à instalação, existem diferentes tipos de configurações nas quais os *risers* podem ser encontrados. A configuração mais comumente utilizada é a catenária livre – *free hanging*, em inglês – mostrada na Figura 1.9.

Entretanto, dependendo das condições ambientais, bem como da profundidade do mar no local, a instalação do *riser* em catenária pode ser inviabilizada por elevados níveis de tração ou curvatura, ou a possibilidade de flambagem por compressão dinâmica.

Por isso são estudadas outras configurações, como por exemplo a *lazy-wave*, Figura 1.10, que é uma variação da catenária, com bóias intermediárias. A flutuação intermediária pode aliviar o esforço concentrado no topo, causado pelo peso do *riser* e também reduzir o movimento na região do ponto de contato com o solo, chamado aqui de TDP – *touchdown point*, podendo eliminar a compressão dinâmica. Uma variação da *lazy-wave* é a *lazy-s*, onde ao invés de se usar flutuação intermediária é utilizada uma bóia presa ao fundo do mar, reduzindo o movimento da parte inferior do *riser*.

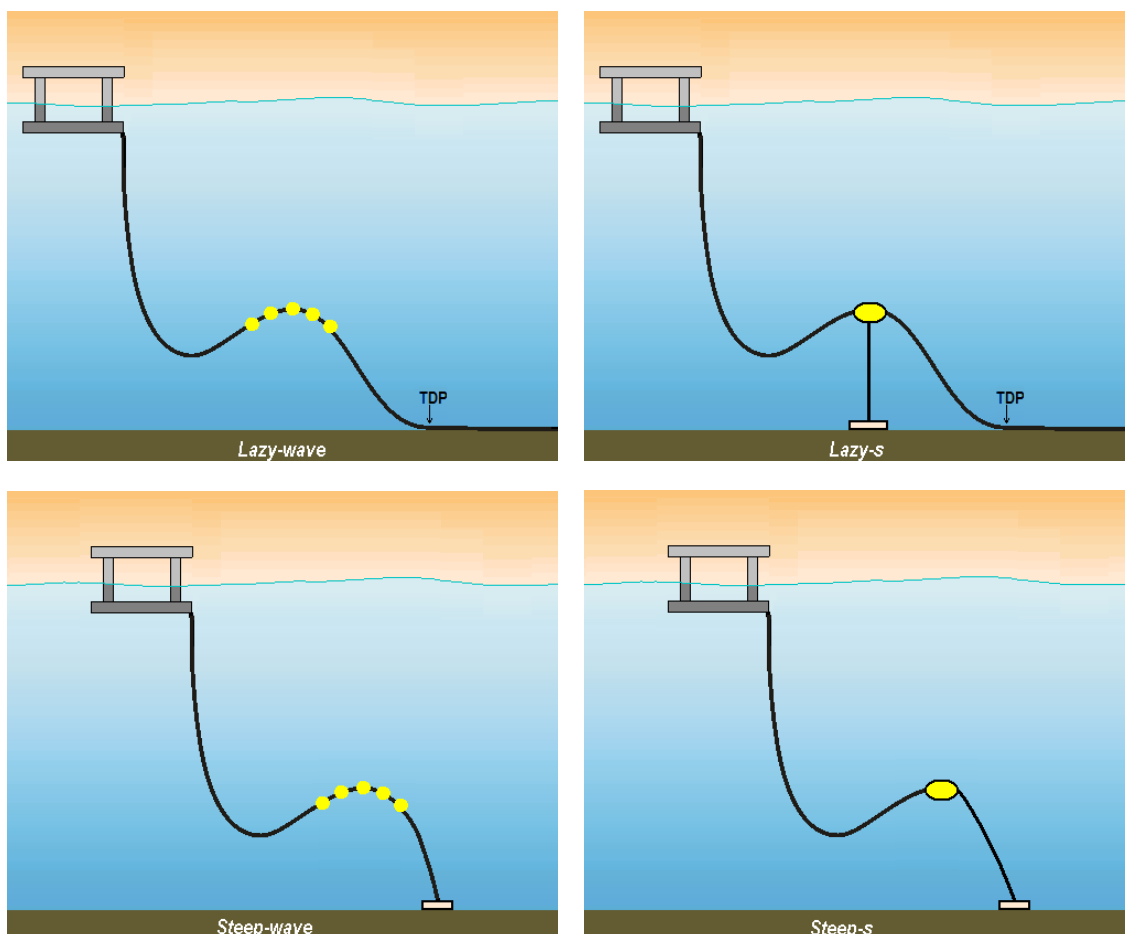


Figura 1.10 - Configurações com flutuação intermediária

Outras duas configurações são a *steep-wave* e a *steep-s*, que são variações da *lazy-wave* e da *lazy-s*. A diferença entre elas é que o *riser* toca o solo com um ângulo grande, quase vertical, e não existe parte apoiada; por isso são mais utilizadas em situações onde não há muito espaço disponível.

As configurações mostradas na Figura 1.10 podem ser alternativas para a catenária livre, porém possuem mais parâmetros de projeto. Além disso, todas são caracterizadas por flutuação intermediária, o que aumenta o custo de fabricação e instalação do *riser*. Por isso, a catenária livre é a configuração mais comum, sendo que outra alternativa só é buscada quando a catenária não é viável. Sua alternativa mais simples é a *lazy-wave*, e portanto, estas duas configurações serão escolhidas como estudo de caso neste trabalho. Porém, o estudo aqui apresentado pode ser estendido para outras configurações.

O estudo do comportamento mecânico de *risers* pode ser dividido em análise mecânica global e local. O estudo da interação entre as camadas, assim como a interação entre os elementos dentro de cada camada, é chamado de análise local. Nesta análise, considera-se que sejam conhecidos os esforços na seção transversal do *riser* para calcular as tensões e pressões interfaciais nos elementos que compõem a seção. Com isso, pode-se também estimar a vida à fadiga.

Porém, o foco neste trabalho foi dado à chamada análise global. Esta análise visa determinar a resposta global da estrutura – esforços e movimentos – sob diferentes condições ambientais sem se preocupar com o que acontece internamente no *riser*. É através desta análise que são determinados os esforços em uma dada seção transversal para que a análise local seja realizada.

Ao serem instalados em uma unidade flutuante no mar, os *risers* estão submetidos a esforços de diferentes naturezas, constantes ou variáveis no tempo. Separando esses dois tipos de esforços, o comportamento global dos *risers*, depois de instalados, pode ser estudado de duas formas: estática, que considera apenas os esforços constantes no tempo, e dinâmica, que considera os esforços variáveis no tempo.

O estudo de *risers* é essencialmente não-linear. Isso acontece por se tratar de um problema de grandes deslocamentos com contato unilateral na região do TDP e atrito entre o fundo do mar e o *riser*. Além disso, há também o amortecimento viscoso, usualmente modelado como quadrático com a velocidade relativa entre o

riser e o fluido pela Fórmula de *Morison*. Isso sem considerar que sob compressão o *riser* pode flambar.

A análise estática visa encontrar a configuração de equilíbrio do *riser* e os esforços atuantes sobre ele quando submetido a carregamentos invariantes no tempo.

Em seu clássico artigo sobre modelagem e técnicas de análise de *risers* flexíveis, Patel e Seyed (1995) trazem uma ampla bibliografia de diferentes formas de se modelar o problema estático. Uma boa aproximação pode ser obtida com as equações da catenária, porém se quiser incluir esforços, além do peso próprio, e também o efeito da rigidez flexional, outras técnicas devem ser utilizadas. Segundo esses autores, o método incremental foi uma das primeiras técnicas utilizadas, uma alternativa mais recente é combinar o uso de incrementos de forças com iterações.

A maior parte dos modelos estudados por Patel e Seyed (1995) não consideravam a extensibilidade do *riser*. O trabalho apresentado em Bernitsas et al. (1985b) propõe um modelo tridimensional não-linear com grandes deformações cuja solução é obtida através do Método dos Elementos Finitos incremental e iterativo. A extensibilidade está inclusa.

Em Bernitsas et al. (1985a apud Patel e Seyed, 1995, p.295), o modelo foi comparado com soluções analíticas. Uma conclusão importante desse trabalho foi que considerar que os carregamentos não dependam da deformação superestima os deslocamentos e forças.

No trabalho de Sparks (1979 apud Patel e Seyed, 1995, p. 293), os resultados de estudos paramétricos mostram que a rigidez flexional é importante nas extremidades do *riser*.

O grupo de pesquisas nesta área na Escola Politécnica da USP já produziu modelos de análise estática de *risers*. Pesce (1997) traz um equacionamento analítico obtido através das equações de Clebsh-Love com a hipótese de pequenas deformações. Esse trabalho aborda o comprimento de flexão, que determina a escala do comprimento onde o efeito da rigidez flexional é relevante (Aranha et al., 1997). O efeito do contato com o fundo do mar é incorporado através de uma técnica de camada limite.

Em Martins (2000) é apresentado um modelo bidimensional de *risers* em catenária. Considera-se que os esforços estáticos a que o *riser* está submetido são: peso próprio, empuxo e força de arrasto causada pela correnteza marítima. O *riser* foi modelado como fio ideal e a configuração de equilíbrio estático, nesse trabalho, foi

obtida através da integração das equações diferenciais utilizando-se o método de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo adaptativo. O efeito da rigidez flexional foi considerado posteriormente, através de uma técnica de camada limite apenas nas regiões onde seu efeito é mais relevante: TDP e topo. Uma versão tridimensional destes modelos foi apresentada por Santos (2003).

Quanto à análise dinâmica, ela visa determinar os esforços e os deslocamentos sofridos pelo *riser*, quando sujeito a carregamentos variáveis no tempo.

A solução pode ser obtida no domínio do tempo e da frequência. A vantagem da solução do domínio da frequência é o menor tempo de simulação. Entretanto, as não linearidades devem ser tratadas ou removidas. O artigo de Dantas et al. (2004) apresenta uma abordagem no domínio da frequência para a simulação de *risers* verticais para o cálculo de fadiga. Ele traz algumas formas de linearização do amortecimento viscoso, que pela fórmula de Morison é quadrático com a velocidade relativa entre o *riser* e o fluido. São citados os trabalhos de Langley (1984), que apresenta uma dos primeiros trabalhos publicados em linearização no espaço tridimensional; seguido pelo trabalho de Rodenbusch et al. (1986); e o trabalho de Leira (1987) que desenvolveu mais as expressões de Langley (1984).

O trabalho de Liu e Bergdahl (1997) apresenta uma linearização balanceando a energia dissipada pelo arrasto não linear e o linear para o caso bidimensional. Existem muitos outros trabalhos publicados sobre esse assunto, todos tentando aproximar a solução do domínio da frequência à solução não linear no domínio do tempo.

A solução obtida pelo grupo de pesquisas até o momento considera o problema dinâmico, apresentado na forma bidimensional em Martins (2000) e na forma tridimensional em (2003), no domínio da frequência, admitindo-se que a resposta dinâmica seja uma perturbação da configuração estática e que o carregamento dinâmico imposto ao *riser* possa ser considerado harmônico. Para isso, foi apresentado um método de linearização do amortecimento viscoso pelo balanço da energia dissipada e o TDP foi preso na coordenada vertical e a coordenada horizontal foi representada por uma mola linear. Foram montadas as equações e a discretização foi feita pelo Método dos Elementos Finitos através de uma formulação fraca.

O efeito da rigidez flexional também foi considerado posteriormente, através de uma técnica de camada limite aplicada no TDP e no topo.

1.1 OBJETIVO

Dando continuidade à pesquisa em desenvolvimento na Escola Politécnica da USP, o presente trabalho visa estudar a dinâmica de *risers* em problemas tridimensionais no domínio do tempo e da frequência.

Para atender ao objetivo do trabalho, a idéia inicial era estudar os modelos já existentes, desenvolvidos pelo grupo de pesquisa na Escola Politécnica, estendendo-os para incluir a rigidez flexional e à torção. Entretanto, ao se iniciar a modelagem sem desprezar o efeito da rigidez flexional e à torção, através da abordagem utilizada em Martins (2000) e Santos (2003), as equações se tornaram extensas, pois várias parcelas deixaram de se cancelar. Como este equacionamento se tornou bastante complexo, praticamente inviável, decidiu-se recomeçar a modelagem através de uma outra abordagem. A abordagem escolhida foi a de Elementos Finitos tradicional com elemento de viga tridimensional, o qual considera os efeitos que se desejava incluir.

O objetivo do trabalho é focado na análise dinâmica, por isso o modelo estático é considerado um dado de entrada. O modelo implementado neste trabalho, foi baseado no modelo apresentado em Martins (2000) e Santos (2003). A este modelo, foi acrescentada a possibilidade de se analisar um *riser* composto por mais de um trecho, que é o caso da configuração *lazy-wave*, e o cálculo do ângulo de torção.

Os carregamentos considerados na análise dinâmica são: movimento da unidade flutuante e ondas. A força causada pela correnteza marítima, apesar de variar no tempo, a escala de tempo de sua variação é muito maior que a resposta do *riser*, já foi considerada no estático. Estes são os carregamentos considerados neste trabalho, embora existam outros carregamentos importantes conhecidos. Por exemplo, um outro efeito derivado da correnteza marítima é a vibração induzida por vórtices, conhecida como VIV. A vibração é resultado da formação de vórtices que pode acontecer quando o fluido escoar ao redor do *riser* e tem influência na resposta dinâmica. O escoamento interno, por sua vez, também produz um efeito importante na dinâmica do *riser*, de acordo com Cavalcante et al. (2007). O fluido que escoar no interior do *riser* geralmente tem mais de uma fase e pode escoar de diferentes

formas: com formação de bolhas, golfadas, intermitente e anular. Embora esses efeitos – VIV e escoamento interno – sejam importantes na dinâmica de *risers*, eles são complexos e seu estudo daria material para outras teses, por isso estão fora do escopo deste trabalho e não serão considerados aqui.

Uma das contribuições deste trabalho para o grupo de pesquisa está na modelagem tridimensional considerando os efeitos da rigidez flexional e à torção. A ferramenta de análise tridimensional no domínio do tempo também não tinha sido implementada pelo grupo de pesquisa e com ela foi possível analisar o amortecimento na forma não linear e os efeitos do contato da estrutura com o solo. Os efeitos considerados no solo foram: contato unilateral, atrito, força de sucção e trincheira. Os dois primeiros são comumente inseridos na dinâmica de *risers*, porém os dois últimos não. Foram encontradas poucas referências sobre esse assunto e de acordo com Orcina (2008) estes efeitos estão sendo inseridos no OrcaflexTM¹, o que mostra que é um assunto atual. Apenas modelos simplificados e empíricos foram encontrados, os quais foram implementados e a influência desses efeitos na resposta dinâmica global foi verificada de forma qualitativa.

No domínio da frequência, o modelo de linearização do amortecimento, apresentados em Martins (2000), foi estendido para o caso tridimensional e generalizados para casos sem e com correnteza. Os resultados puderam ser comparados com os obtidos no domínio do tempo com o mesmo modelo estrutural e foram obtidas boas comparações. O contato com o solo continuou sendo tratado através da imposição de molas lineares no TDP estático, porém foram inseridas, neste trabalho, as molas para as duas direções do plano do solo, bem como os termos cruzados. A curvatura foi corrigida posteriormente através de técnicas de camada limite, como já vinha sendo feito em trabalhos anteriores.

Ao final, foi obtida uma ferramenta de análise dinâmica tridimensional no domínio da frequência e do tempo com os efeitos descritos, porém essa ferramenta também permite que outros efeitos sejam posteriormente incorporados ou substituídos para

¹ O OrcaflexTM é um software comercial de código fechado desenvolvido pela Orcina Ltd., que faz análise de sistemas *offshore*, incluindo análise global de *risers* no espaço tridimensional. A análise é dividida em estática e dinâmica, usando o método dos elementos finitos não linear com grandes deslocamentos. A análise dinâmica é feita apenas no domínio do tempo e a formulação foi feita com a matriz de massa concentrada.

estudos futuros. Isso não pode ser feito em um software comercial, pois seu código é fechado, além de ser uma “caixa preta” para o usuário.

Para a verificação dos modelos utilizados, os resultados dos três métodos de análises – estático, dinâmico no domínio da frequência e dinâmico no domínio do tempo – foram comparados com os resultados obtidos através de um software comercial bastante conhecido e utilizado na área de análise de *risers* e sistemas *offshore* chamado OrcaflexTM. Apesar deste software não possuir os efeitos da força de sucção e trincheira, os outros efeitos puderam ser simulados e comparados com o modelo descrito neste trabalho. A versão utilizada nestas comparações foi a 9.2e lançada em 2008.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos. Uma breve descrição do conteúdo de cada capítulo está descrito a seguir:

- Capítulo 1: contém a introdução do trabalho, onde são apresentadas a motivação e o objetivo.
- Capítulo 2: traz o modelo estático utilizado neste trabalho, mostrando a dedução das equações. Descreve brevemente a implementação e apresenta resultados de um estudo de caso comparados com os resultados obtidos com um software comercial. Neste capítulo, encontra-se também a definição do sistema de coordenadas utilizado em todo o trabalho.
- Capítulo 3: contém a formulação do problema dinâmico tridimensional através do Método dos Elementos Finitos, além de deduzir cada uma das matrizes.
- Capítulo 4: traz a descrição da solução da análise dinâmica no domínio da frequência e do tempo. Também apresenta resultados de um estudo de caso comparados com os resultados obtidos com um software comercial.

- Capítulo 5: contém o modelo de interação entre *riser*-solo para as análises estática e dinâmica no domínio da frequência e dinâmica no domínio do tempo.
- Capítulo 6: este capítulo traz as considerações finais e conclusão da tese.

CAPÍTULO 2 ANÁLISE ESTÁTICA

2.1 INTRODUÇÃO

A análise estática tem o objetivo de encontrar a configuração de equilíbrio estático e os esforços atuantes sobre o *riser* quando submetido a carregamentos constantes no tempo. Os esforços estáticos a que o *riser* está submetido são: peso próprio, empuxo e força de arrasto causada pela correnteza marítima. Embora varie com o tempo, a velocidade média da correnteza marítima pode ser considerada constante, pois a escala de tempo da sua variação é da ordem de horas enquanto a escala de tempo do movimento do *riser* está associada ao período das ondas, que é da ordem de segundos.

Em Martins (2000) é proposto um modelo estático para *risers* em configurações de catenária livre bidimensionais. Neste modelo, o *riser* é inicialmente modelado como um fio ideal com rigidez axial infinita e rigidez flexional nula. O efeito da rigidez flexional é mais importante na região do TDP e do topo, pois utilizando o modelo de fio haverá uma descontinuidade na curvatura nessas regiões. Como essa descontinuidade não é física, ela é removida posteriormente, através do emprego de técnicas de camada limite. Foi adotado como hipótese o solo plano, horizontal e rígido.

Considerar o *riser* com rigidez axial infinita superestima as forças e os carregamentos. No entanto, Pesce (1997) observa que as discrepâncias não passam da ordem de 5%. Quanto à rigidez flexional, Aranha et al. (1997) justificam o uso de técnicas de camada limite para regiões em que haja descontinuidade da curvatura para o modelo de fio, como por exemplo: o topo, TDP, região em que o *riser* sai da água e regiões com mudança do peso submerso. Esta técnica corrige a curvatura assintoticamente através de uma expressão analítica.

Uma abordagem semelhante, porém com o efeito da rigidez flexional, pode ser encontrada em Silveira e Martins (2005), também para o problema bidimensional.

O modelo apresentado em Santos (2003) traz uma modelagem equivalente à apresentada em Martins (2000) para configurações em catenária livre tridimensionais. Entretanto, o efeito da rigidez à torção não foi incluído naquele trabalho.

O modelo estático utilizado nesta tese foi baseado na modelagem apresentada em Santos (2003). Para viabilizar análises de *risers* em *lazy-wave*, o modelo foi estendido para trabalhar com trechos de diferentes propriedades mecânicas. Assumiu-se, no entanto, que as propriedades são constantes dentro de cada trecho. Além disso, foi incluído o efeito da rigidez axial para aproximar o modelo do caso real, considerando que a estrutura atue sempre no regime elástico. O efeito do atrito na configuração estática do *riser* será apresentado no CAPÍTULO 5, que trata da iteração *riser-solo*.

Este capítulo contém a descrição da análise estática utilizada neste trabalho. Na seção 2.2 encontra-se a definição do sistema de coordenadas. A seção 2.3 apresenta o modelo e descreve sua implementação. Um estudo de caso constituído de uma catenária e uma *lazy-wave* sujeitas a três diferentes condições ambientais está apresentado na seção 2.4. Os resultados estão comparados com os resultados obtidos com o OrcaflexTM. A seção 2.5 traz um estudo da influência da rigidez à torção no problema, com o intuito de verificar o erro cometido ao se desprezar este efeito. Finalmente, as discussões e conclusões se encontram na seção 2.6.

2.2 SISTEMA DE COORDENADAS

2.2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nesta seção será definido o sistema de coordenadas cartesianas global utilizado neste trabalho. Além disso, serão apresentados os ângulos θ_0 e ψ_0 , utilizados na definição do vetor tangente ao *riser* \vec{t}_0 e o ângulo de torção ξ_0 . O índice “0” ao lado das variáveis indica variáveis do problema estático.

2.2.2 DEFINIÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS

A Figura 2.1 mostra o sistema de coordenadas cartesiano global utilizado no equacionamento do problema. Os eixos Ox e Oy definem o plano horizontal e o eixo Oz aponta para cima. A origem O do sistema de coordenadas coincide com o ponto de “âncora” do riser.

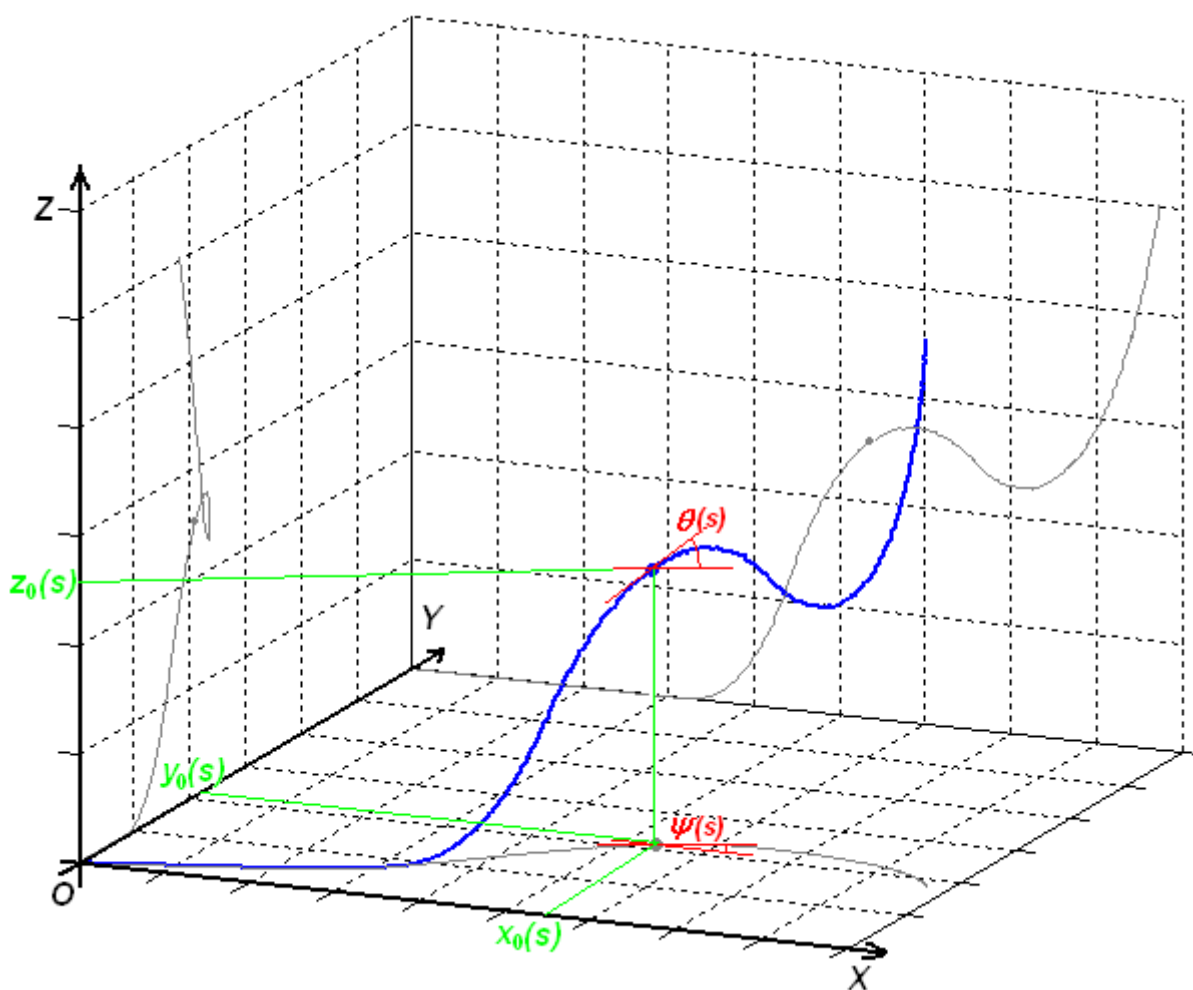


Figura 2.1 - Sistema de Coordenadas Global

A coordenada curvilínea s é medida sobre a linha média do riser a partir da “âncora” e as coordenadas de um ponto dessa linha são definidas como: $x_0(s)$, $y_0(s)$ e $z_0(s)$.

2.2.3 VETOR TANGENTE \vec{t}_0

Definindo uma base ortonormal $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, como mostra a Figura 2.2, o vetor tangente à linha média do *riser* pode ser escrito, em coordenadas globais, como:

$$\vec{t}_0(s) = \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \vec{i} + \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s) \vec{j} + \sin \theta_0(s) \vec{k} \quad (1)$$

onde θ_0 é o ângulo que a tangente em s faz com o plano horizontal e ψ_0 é o ângulo que a projeção do versor tangente ao *riser* no plano horizontal faz com o eixo Ox , mostrados na Figura 2.1.

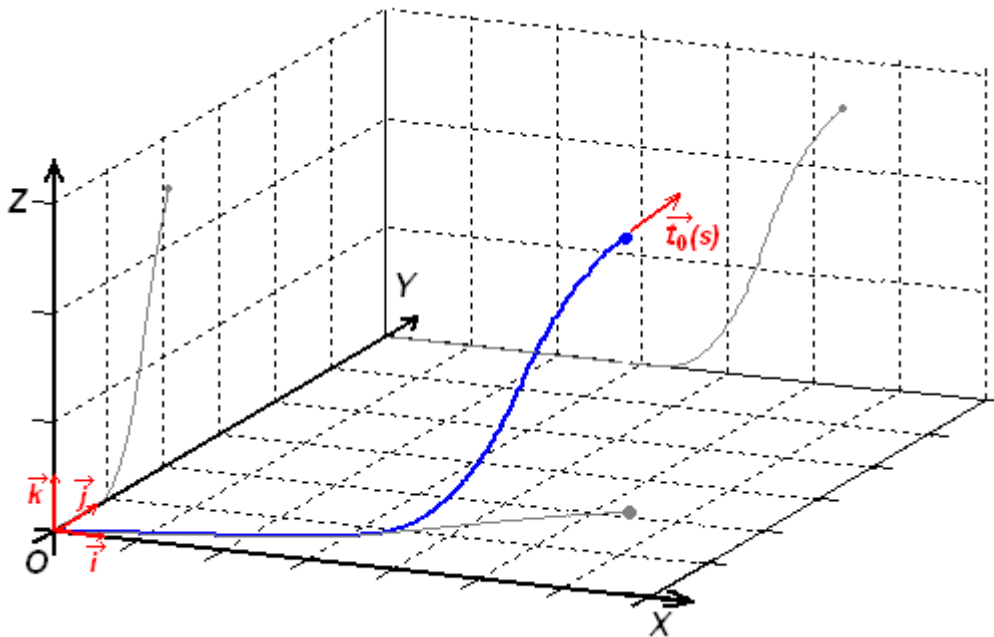


Figura 2.2 - Vetor tangente

2.2.4 ÂNGULOS θ_0 , ψ_0 e ξ_0

Os ângulos θ_0 e ψ_0 apresentados na seção anterior podem ser calculados através das coordenadas $(x_0(s), y_0(s), z_0(s))$ de um ponto da linha central do *riser*.

$\psi_0(s)$ pode ser calculado da seguinte forma:

$$\psi_0(s) = \arctg\left(\frac{dy_0(s)}{dx_0(s)}\right) \quad (2)$$

Já $\theta_0(s)$ pode ser definido como:

$$\theta_0(s) = \arctg\left(\frac{dz_0(s)}{\sqrt{dx_0^2(s) + dy_0^2(s)}}\right) \quad (3)$$

O ângulo de torção própria $\xi_0(s)$, Figura 2.3, é o ângulo que o *riser* faz em torno do seu próprio eixo.

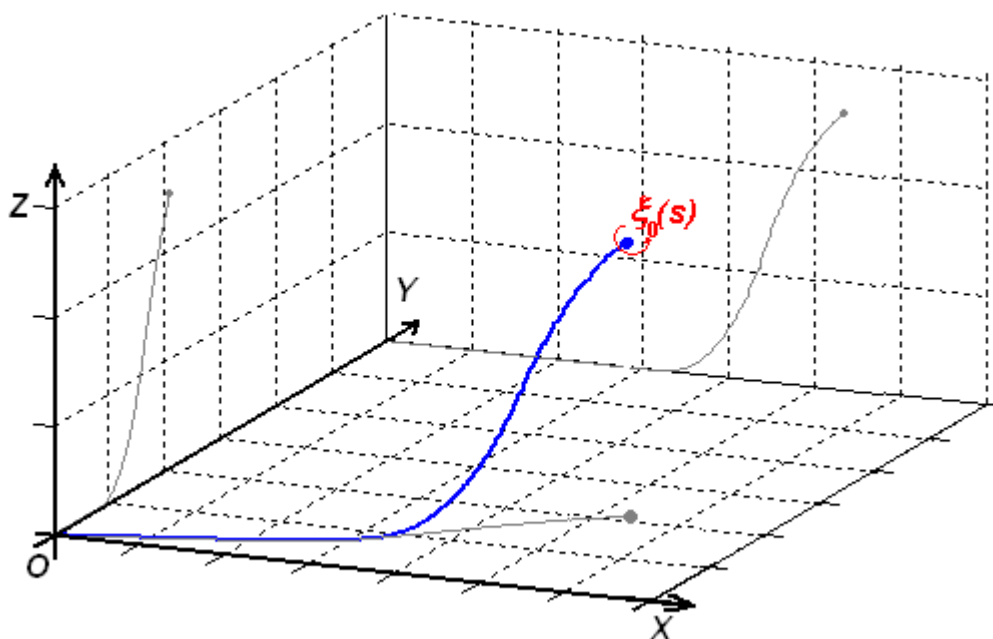


Figura 2.3 - Ângulo de torção

Para o caso de uma viga reta, a torção é obtida diretamente da derivada deste ângulo por s , da seguinte forma:

$$\tau(s) = \frac{d\xi_0(s)}{ds} \quad (4)$$

Porém, este é um caso particular. Um caso mais geral é quando há flexão na viga. Neste caso, a obtenção da torção é mais complicada. A linha central da viga se torna tortuosa, surgindo mais uma parcela na torção chamada de tortuosidade:

$$\tau(s) = \frac{d\xi_0(s)}{ds} + \tau_C \quad (5)$$

onde $\tau_C = -\text{sen}(\theta_0) \frac{d\psi_0}{ds}$. Mais informações podem ser obtidas em Love (1934).

2.3 MODELO ESTÁTICO

2.3.1 ESFORÇOS ATUANTES

Sobre os *risers* atuam esforços de natureza gravitacional, hidrostática e hidrodinâmica. Os esforços hidrostáticos são causados pela pressão que o fluido faz sobre a estrutura. Já os esforços hidrodinâmicos são os esforços causados pelo movimento relativo entre a estrutura e o fluido.

2.3.1.1 Esforço de Natureza Gravitacional

Este esforço é causado pelo peso próprio da estrutura e pode ser escrito como:

$$\vec{p}_0(s) = -\gamma_t(s) \cdot \vec{k} \quad (6)$$

onde $\gamma_t(s)$ é o peso da estrutura por unidade de comprimento levando em conta o peso do fluido transportado. O seu valor pode mudar quando o *riser* for formado por trechos com propriedades diferentes, como por exemplo, a configuração *lazy-wave*. Entretanto, as propriedades do *riser* são consideradas constantes em cada trecho.

2.3.1.2 Esforços de Natureza Hidrostática

De acordo com o Princípio de Arquimedes, sobre um corpo totalmente imerso em um fluido, age uma força de empuxo, que é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo, conforme mostra a Figura 2.4.

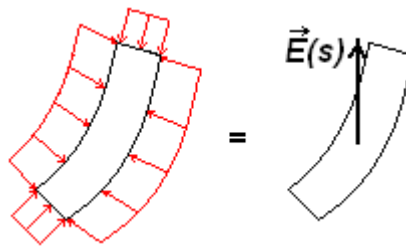


Figura 2.4 - Empuxo agindo sobre um pedaço de *riser*

O empuxo agindo sobre um trecho de *riser* de comprimento Δs com as extremidades tampadas pode ser calculado como:

$$\vec{E}(s) = \gamma_a \cdot A(s) \cdot \Delta s \cdot \vec{k} \quad (7)$$

onde $\gamma_a = \rho_a g$ é o peso específico por unidade de volume do fluido e $A(s)$ é a área externa da seção transversal do *riser*.

A eq. (7) é válida somente para um pedaço de *riser* finito imerso no fluido. Mas o *riser* é contínuo e, por isso, a pressão do fluido age somente sobre a sua superfície lateral. Para remover o efeito da pressão externa sobre as extremidades deve ser somada uma força $\vec{H}_0(s)$ tangente ao *riser* e variável com a profundidade, conforme mostra a Figura 2.5.

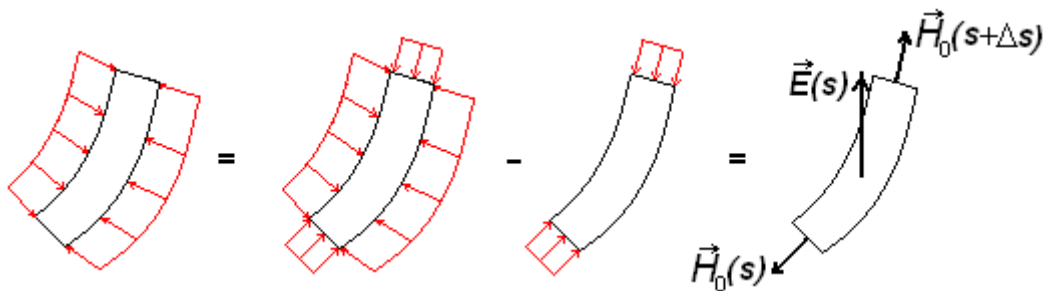


Figura 2.5 - Diagrama de forças equivalentes para a força hidrostática

Por outro lado:

$$\vec{h}_0(s) \cdot \Delta s = \vec{E}(s) + \vec{H}_0(s + \Delta s) - \vec{H}_0(s) \quad (8)$$

Se $\vec{h}_0(s) \cdot \Delta s$ for a força hidrostática que age num trecho de *riser* de comprimento Δs , então:

$$\vec{H}_0(s) = -\gamma_a \cdot A(s) \cdot (h - z_0(s)) \cdot \vec{i}_0 \quad (9)$$

onde h é a profundidade. Dividindo a eq. (8) por Δs tem-se então a força por unidade de comprimento $\vec{h}_0(s)$:

$$\vec{h}_0(s) = \frac{\vec{E}(s)}{\Delta s} + \frac{\vec{H}_0(s + \Delta s) - \vec{H}_0(s)}{\Delta s} \quad (10)$$

Substituindo a eq. (7) em (10) e tomando o limite para $\Delta s \rightarrow 0$, é obtida a seguinte expressão para $\vec{h}_0(s)$:

$$\vec{h}_0(s) = \gamma_a A(s) \vec{k} + \frac{d\vec{H}_0(s)}{ds} \quad (11)$$

que, com auxílio da eq. (9) resulta em:

$$\vec{h}_0(s) = \gamma_a A(s) \vec{k} + \frac{d}{ds} [-\gamma_a \cdot A(s) \cdot (h - z_0(s)) \vec{J}_0] \quad (12)$$

Considerando que a área da seção transversal não varie dentro de um trecho, e utilizando a definição do vetor tangente, eq. (1), obtém-se a expressão final para $\vec{h}_0(s)$:

$$\vec{h}_0(s) = h_{0,x}(s) \vec{i} + h_{0,y}(s) \vec{j} + (h_{0,z}(s) + \gamma_a A(s)) \vec{k} \quad (13)$$

onde cada uma das componentes é:

$$\begin{aligned} h_{0,x}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s)] \\ h_{0,y}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s)] \\ h_{0,z}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \sin \theta_0(s)] \end{aligned} \quad (14)$$

Quando se trata de um tubo, há também o efeito da pressão interna. A influência dela sobre a tração do *riser* é o inverso do efeito da pressão externa. Porém, para um cabo umbilical, por exemplo, formado por vários tubos pressurizados, isso não seria simples de ser inserido. Como este trabalho trata de casos mais gerais, não apenas tubos, o efeito da pressão interna não será considerado explicitamente.

2.3.1.3 Esforços de Natureza Hidrodinâmica

A escala de variação no tempo da velocidade média da correnteza, da ordem de horas, é muito maior que a escala do movimento do *riser* e das ondas, que é da ordem de segundos, por isso o esforço de arrasto causado por ela pode ser tratado como estático. A resposta estrutural do *riser* é consideravelmente influenciada pela correnteza, já que esta aumenta ou diminui a tração ao longo da estrutura, o que altera sua rigidez geométrica.

Conforme esquematizado na Figura 2.6, o perfil de correnteza pode variar com a profundidade em intensidade e direção, mas sua velocidade é considerada sempre horizontal e pode ser escrita como:

$$\vec{v}_c(z_0) = f(z_0) [\cos \psi_c(z_0) \vec{i} + \text{sen} \psi_c(z_0) \vec{j}] \quad (15)$$

onde $f(z_0)$ determina a intensidade da correnteza para cada cota z_0 e $\psi_c(z_0)$ é o ângulo medido entre o eixo global Ox e a projeção do vetor velocidade da correnteza na cota z_0 .

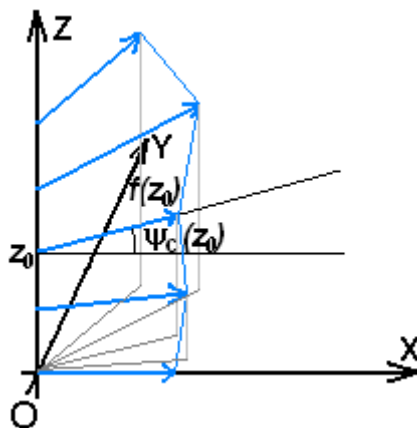


Figura 2.6 - Perfil de correnteza tridimensional

A força de arrasto total pode ser separada em duas parcelas que possuem ordens de magnitude diferentes, uma que age na direção axial (tangente) ao *riser* e outra na direção transversal (normal) ao mesmo.

Projetando a velocidade da correnteza na direção axial ao *riser*, obtém-se:

$$\vec{v}_{c,a}(s) = (\vec{v}_c(z_0(s)) \cdot \vec{t}_0(s)) \cdot \vec{t}_0(s) \quad (16)$$

e a velocidade transversal pode ser escrita como:

$$\vec{v}_{c,t}(s) = \vec{v}_c(z_0(s)) - \vec{v}_{c,a}(s) \quad (17)$$

De acordo com Faltinsen (1990), a força de arrasto por unidade de comprimento, na coordenada s , pode ser obtida pela Fórmula de *Morison*. Essa fórmula, apresentada em Morison et al. (1950), originalmente considerava o escoamento ao redor de um cilindro fixo. Ela foi estendida para considerar também o movimento do cilindro, dessa forma pôde ser aplicada a *risers* e atualmente é bastante utilizada da indústria *offshore*.

Usualmente, separa-se essa força em duas componentes, axial e transversal, na forma:

$$\begin{aligned} \vec{c}_{0,a}(s) &= \frac{1}{2} C_{D,a}(s) \pi D(s) \rho_a |\vec{v}_{c,a}(s)| \vec{v}_{c,a}(s) \\ \vec{c}_{0,t}(s) &= \frac{1}{2} C_{D,t}(s) D(s) \rho_a |\vec{v}_{c,t}(s)| \vec{v}_{c,t}(s) \end{aligned} \quad (18)$$

onde D é o diâmetro do *riser*, $C_{D,a}$ é o coeficiente de arrasto na direção axial, $C_{D,t}$ é o coeficiente de arrasto na direção transversal e ρ_a é a massa específica do fluido.

O esforço hidrodinâmico de natureza estática $\vec{c}_0(s)$ é a soma destas duas parcelas e pode ser escrito no sistema global como:

$$\vec{c}_0(s) = \vec{c}_{0,a}(s) + \vec{c}_{0,t}(s) = c_{0,x}(s) \vec{i} + c_{0,y}(s) \vec{j} + c_{0,z}(s) \vec{k} \quad (19)$$

onde,

$$c_{0,x}(s) = \vec{c}_0(s) \cdot \vec{i} \quad (20)$$

$$c_{0,y}(s) = \vec{c}_0(s) \cdot \vec{j}$$

$$c_{0,z}(s) = \vec{c}_0(s) \cdot \vec{k}$$

2.3.1.4 Esforço Total

O esforço total atuante no problema estático é a soma dos três esforços apresentados anteriormente:

$$\vec{q}_0(s) = \vec{p}_0(s) + \vec{h}_0(s) + \vec{c}_0(s) \quad (21)$$

Substituindo as eqs. (6), (13) e (19) em (21):

$$\begin{aligned} \vec{q}_0(s) = & (\vec{h}_{0,x}(s) + \vec{c}_{0,x}(s))\vec{i} + (\vec{h}_{0,y}(s) + \vec{c}_{0,y}(s))\vec{j} \\ & + (\vec{h}_{0,z}(s) + \vec{c}_{0,z}(s) - \gamma_{ef}(s))\vec{k} \end{aligned} \quad (22)$$

onde $\gamma_{ef}(s) = \gamma_t(s) - \gamma_a A(s)$ é o peso efetivo por unidade de comprimento do *riser*.

Quando se trata de um tubo, a pressão interna também age em um sentido contrário ao da pressão externa e esse efeito deve ser levado em consideração na tração efetiva.

2.3.2 EQUAÇÕES DO PROBLEMA ESTÁTICO

Nesta seção será apresentado o sistema de equações que rege o comportamento estático do *riser* e que será utilizado para se encontrar a sua configuração de equilíbrio estático. As equações apresentadas são: compatibilidade de deformação, compatibilidade geométrica, equilíbrio de forças, equilíbrio de momentos e equações constitutivas.

2.3.2.1 Equação de Compatibilidade de Deformação

Considere um elemento de *riser* indeformado de comprimento Δs . Após sofrer uma deformação axial $\varepsilon_0(s)$, seu novo comprimento passa a ser $\Delta \bar{s}$. Dessa forma pode ser escrito que :

$$\Delta \bar{s} = \Delta s + \varepsilon_0(s)\Delta s \quad (23)$$

Dividindo a eq. (23) por Δs e tomando-se o limite para $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\frac{d\bar{s}}{ds} = 1 + \varepsilon_0(s) \quad (24)$$

2.3.2.2 Equações de Compatibilidade Geométrica

Considerando um elemento deformado de tamanho $\Delta \bar{s}$, o vetor de posição $\vec{r}_0(s)$ que liga a origem do sistema global de coordenadas *Oxyz* ao ponto de coordenada curvilínea *s* pode ser escrito da seguinte forma:

$$\vec{r}_0(s) = x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{k} \quad (25)$$

Escrevendo o vetor de posição no fim desse elemento em função do vetor de posição anterior:

$$\vec{r}_0(s + \Delta \bar{s}) = \vec{r}_0(s) + \vec{t}_0(s)\Delta \bar{s} \quad (26)$$

Isolando $\vec{t}_0(s)$ da eq. (26), dividindo por $\Delta \bar{s}$ e tomando o limite para $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$:

$$\vec{t}_0(s) = \frac{d\vec{r}_0(s)}{ds} \quad (27)$$

Substituindo a eq. (24) na eq. (27):

$$\frac{d\vec{r}_0(s)}{ds} = \vec{t}_0(s) \cdot (1 + \varepsilon_0(s)) \quad (28)$$

2.3.2.3 Equações de Equilíbrio de Forças

Seja $\vec{q}_0(s)\Delta\bar{s}$ a força externa aplicada sobre um elemento de *riser* na situação deformada, como na Figura 2.7. Os esforços internos que solicitam a seção transversal podem ser escritos como:

$$\vec{F}_0(s) = F_{0,x}(s)\vec{i} + F_{0,y}(s)\vec{j} + F_{0,z}(s)\vec{k} \quad (29)$$

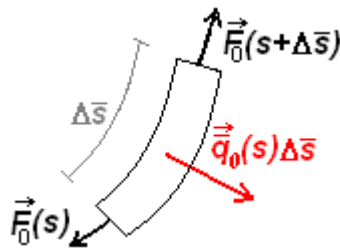


Figura 2.7 - Equilíbrio de forças

Assim como no caso de \bar{s} , a barra horizontal em cima das outras variáveis também representa a situação deformada.

Equilibrando as forças representadas na Figura 2.7, a equação de equilíbrio de forças fica:

$$\vec{F}_0(s + \Delta\bar{s}) + \vec{q}_0(s)\Delta\bar{s} - \vec{F}_0(s) = \vec{0} \quad (30)$$

Igualando a resultante dos esforços externos na situação deformada com os esforços que estariam aplicados caso o *riser* não tivesse deformação axial:

$$\vec{q}_0(s)\Delta\bar{s} = \vec{q}_0(s)\Delta s \quad (31)$$

Substituindo a eq. (31) na eq. (30) e dividindo-a por $\Delta\bar{s}$, obtém-se:

$$\frac{\vec{F}_0(s + \Delta s) - \vec{F}_0(s)}{\Delta\bar{s}} + \vec{q}_0(s)\frac{\Delta s}{\Delta\bar{s}} = \vec{0} \quad (32)$$

Tomando o limite para $\Delta\bar{s} \rightarrow 0$, a eq. (32) fica:

$$\frac{d\vec{F}_0(s)}{d\bar{s}} + \vec{q}_0(s)\frac{ds}{d\bar{s}} = \vec{0} \quad (33)$$

que, com o auxílio da eq. (24), pode ser reescrita como:

$$\frac{d\vec{F}_0(s)}{ds} = -\vec{q}_0(s) \quad (34)$$

2.3.2.4 Equação de Equilíbrio de Momentos

O momento atuando na seção transversal pode ser escrito como:

$$\vec{M}_0(s) = M_{0,x}(s)\vec{i} + M_{0,y}(s)\vec{j} + M_{0,z}(s)\vec{k} \quad (35)$$

Equilibrando os momentos representados na Figura 2.8, obtém-se:

$$\vec{M}_0(s + \Delta\bar{s}) - \vec{M}_0(s) + (\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}_0(s))\Delta\bar{s} + (\vec{t}_0 \wedge \vec{q}_0(s))\frac{\Delta\bar{s}^2}{2} = \vec{0} \quad (36)$$

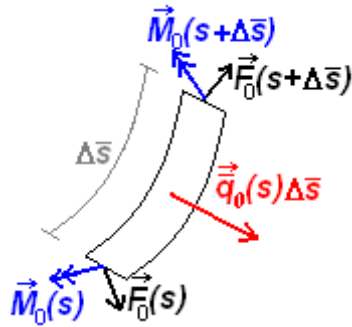


Figura 2.8 - Equilíbrio de momentos

Separando o momento de torção $\vec{M}_t(s)$ e o momento fletor $\vec{M}_f(s)$, pode-se escrever:

$$\vec{M}_0(s) = \vec{M}_{0,t}(s) + \vec{M}_{0,f}(s) \quad (37)$$

Dessa forma, pode-se reescrever a eq. (36):

$$\begin{aligned} \vec{M}_{0,f}(s + \Delta\bar{s}) - \vec{M}_{0,f}(s) + (\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}(s))\Delta\bar{s} + (\vec{t}_0 \wedge \vec{q}_0(s))\frac{\Delta\bar{s}^2}{2} \\ + \vec{M}_{0,t}(s + \Delta\bar{s}) - \vec{M}_{0,t}(s) = \vec{0} \end{aligned} \quad (38)$$

Como se trata, neste modelo, do caso de rigidez flexional nula, o momento fletor também será nulo, pois o *riser* não resiste a esforços cortantes e se alinha com a tração. Assim, $\vec{M}_{0,f}(s) = \vec{0}$ para todo s e a eq. (38) fica:

$$(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}_0(s))\Delta\bar{s} + (\vec{t}_0 \wedge \vec{q}_0(s))\frac{\Delta\bar{s}^2}{2} = \vec{M}_{0,t}(s) - \vec{M}_{0,t}(s + \Delta\bar{s}) \quad (39)$$

Dividindo-se a eq. (39) por $\Delta\bar{s}$, tem-se:

$$(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}_0(s)) + (\vec{t}_0 \wedge \vec{q}_0(s))\frac{\Delta\bar{s}}{2} = \frac{\vec{M}_{0,t}(s) - \vec{M}_{0,t}(s + \Delta\bar{s})}{\Delta\bar{s}} \quad (40)$$

Tomando-se o limite para $\Delta \bar{s} \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\left(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}_0(s)\right) = -\frac{d\vec{M}_{0,t}(s)}{ds} \quad (41)$$

O momento de torção pode ser escrito na forma:

$$\vec{M}_{0,t}(s) = M_{0,t}(s) \vec{t}_0 \quad (42)$$

Dessa forma, a eq. (41) fica:

$$-\left(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{t}_0(s)\right) = \frac{dM_{0,t}(s)}{ds} \vec{t}_0 + \vec{M}_{0,t}(s) \cdot \frac{d\vec{t}_0}{ds} \quad (43)$$

Dessa expressão, obtém-se que o termo tangente ao *riser* seja nulo:

$$\frac{dM_{0,t}(s)}{ds} = 0 \quad (44)$$

Com isso, conclui-se que o momento de torção no *riser* é constante, quando a rigidez flexional EJ é nula, e vale:

$$M_{0,t}(s) = M_{t,apl} \quad (45)$$

2.3.2.5 Equação Constitutiva

Considerando que o *riser* seja constituído por um material equivalente de comportamento estrutural elástico linear, pode-se escrever, segundo a Lei de Hooke, que a deformação axial é:

$$\varepsilon_0(s) = \frac{\vec{F}_0(s) \cdot \vec{t}_0(s)}{EA(s)} \quad (46)$$

onde $\vec{F}_0(s) \cdot \vec{t}_0(s)$ é a tração solicitante no *riser* e $EA(s)$ é a rigidez axial equivalente. O momento de torção, por sua vez, será representado pela equação:

$$M_{0,t}(s) = GJ(s) \cdot \tau \quad (47)$$

onde $GJ(s)$ é a rigidez à torção.

2.3.2.6 Ângulo de torção ξ

Substituindo a eq. (47) na eq. (45), obtém-se:

$$M_{0,t}(s) = GJ(s) \cdot \tau(s) = M_{t,apl} \quad (48)$$

onde $M_{t,apl}$ é uma constante e será diferente de zero se houver um momento aplicado no topo do *riser*. Dessa forma, o ângulo de torção própria pode ser calculado através da expressão:

$$GJ(s) \left(\frac{d\xi_0(s)}{ds} - \text{sen } \theta_0(s) \frac{d\psi_0(s)}{ds} \right) = M_{t,apl} \quad (49)$$

Isolando a parcela que se refere ao ângulo de torção própria, obtém-se:

$$\frac{d\xi_0(s)}{ds} = \text{sen } \theta_0(s) \frac{d\psi_0(s)}{ds} + \frac{M_{t,apl}}{GJ(s)} \quad (50)$$

Nota-se que o ângulo de torção própria ξ dependerá linearmente do momento aplicado $M_{t,apl}$. Porém, esse efeito não é desejável em *risers* e não há momento de

torção imposto ao *riser* durante a instalação, por isso ele será considerado nulo nesta tese. Assim, a equação que rege o ângulo de torção será:

$$\frac{d\xi_0(s)}{ds} = \text{sen } \theta_0(s) \frac{d\psi_0(s)}{ds} \quad (51)$$

2.3.2.7 Definição da Força Efetiva

Segundo Pesce (1997), no estudo da mecânica de *risers* é a força efetiva, e não a solicitante, que determina a configuração de equilíbrio estático.

Essa força pode ser calculada quando se separa o efeito da pressão hidrostática dos esforços solicitantes, já calculados anteriormente, da seguinte forma:

$$\vec{F}_0(s) = \vec{F}_{ef,0}(s) + \vec{F}_h(s) \quad (52)$$

Substituindo a eq. (52) na eq. (34), tem-se:

$$\frac{d\vec{F}_0(s)}{ds} = \frac{d\vec{F}_{ef,0}(s)}{ds} + \frac{d\vec{F}_h(s)}{ds} = -\vec{q}_0(s) \quad (53)$$

onde $\vec{F}_h(s)$ é a força de tração hidrostática, cuja derivada é dada por:

$$\frac{d\vec{F}_h(s)}{ds} = -h_{0,x}(s)\vec{i} - h_{0,y}(s)\vec{j} - h_{0,z}(s)\vec{k} \quad (54)$$

Portanto a derivada da força efetiva fica:

$$\frac{d\vec{F}_{ef,0}(s)}{ds} = -(\vec{c}_{0,x}(s)\vec{i} + \vec{c}_{0,y}(s)\vec{j} + (\vec{c}_{0,z}(s) - \gamma_{ef}(s))\vec{k}) \quad (55)$$

Através da eq. (34), pode-se obter o carregamento efetivo:

$$\vec{q}_{ef,0}(s) = -\frac{d\vec{F}_{ef,0}(s)}{ds} = \left(\vec{c}_{0,x}(s)\vec{i} + \vec{c}_{0,y}(s)\vec{j} + (\vec{c}_{0,z}(s) - \gamma_{ef}(s))\vec{k} \right) \quad (56)$$

Substituindo a eq. (14) na eq. (54) e integrando, obtém-se:

$$\vec{F}_h(s) = \gamma_a A(s)(h - z_0(s)) \cdot \vec{t}_0(s) \quad (57)$$

Como mostrado na eq. (57), a direção da força de “tração” hidrostática é tangente ao *riser*, e por isso não produz momento fletor. Sendo assim, pode-se reescrever a eq. (41) da seguinte forma:

$$\left(\vec{F}_{ef,0}(s) + \vec{F}_h(s) \right) \wedge \vec{t}_0(s) = \vec{0} \quad (58)$$

Considerando que o momento de torção aplicado no topo do *riser* seja nulo, conforme definido em 2.3.2.6, pode-se escrever que:

$$\vec{F}_h(s) \wedge \vec{t}_0(s) = \vec{0} \quad (59)$$

Então,

$$\vec{F}_{ef,0}(s) \wedge \vec{t}_0(s) = \vec{0} \quad (60)$$

Logo, pode-se escrever que:

$$\vec{F}_{ef,0}(s) \wedge \vec{t}_0(s) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ F_{ef,0,x}(s) & F_{ef,0,y}(s) & F_{ef,0,z}(s) \\ \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) & \cos \theta_0(s) \cdot \text{sen} \psi_0(s) & \text{sen} \theta_0(s) \end{vmatrix} = \vec{0} \quad (61)$$

Dessa forma, chega-se a três equações:

$$F_{ef,0,y}(s) \cdot \text{sen } \theta_0(s) = F_{ef,0,z}(s) \cos \theta_0(s) \cdot \text{sen } \psi_0(s) \quad (I)$$

$$F_{ef,0,z}(s) \cdot \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) = F_{ef,0,x}(s) \cdot \text{sen } \theta_0(s) \quad (II) \quad (62)$$

$$F_{ef,0,x}(s) \cdot \text{sen } \psi_0(s) = F_{ef,0,y}(s) \cdot \cos \psi_0(s) \quad (III)$$

Reescrevendo a eq. (62)-(III), obtém-se:

$$F_{ef,0,x}(s) \text{sen } \psi_0(s) - F_{ef,0,y}(s) \cdot \cos \psi_0(s) = 0 \quad (63)$$

cuja derivada em relação à coordenada curvilínea s é:

$$\begin{aligned} & \frac{dF_{ef,0,x}(s)}{ds} \text{sen } \psi_0(s) - \frac{dF_{ef,0,y}(s)}{ds} \cos \psi_0(s) \\ & + \frac{d\psi_0(s)}{ds} (F_{ef,0,x}(s) \cos \psi_0(s) + F_{ef,0,y}(s) \text{sen } \psi_0(s)) = 0 \end{aligned} \quad (64)$$

Substituindo a eq. (34) na eq. (64), chega-se a:

$$\frac{d\psi_0(s)}{ds} = \frac{q_{ef,0,x}(s) \text{sen } \psi_0(s) - q_{ef,0,y}(s) \cos \psi_0(s)}{F_{ef,0,x}(s) \cos \psi_0(s) + F_{ef,0,y}(s) \text{sen } \psi_0(s)} \quad (65)$$

Multiplicando a eq. (62)-(II) por $\cos \psi_0(s)$ e a eq. (62)-(I) por $-\text{sen } \psi_0(s)$ e somando os resultados, obtém-se:

$$\begin{aligned} & F_{ef,0,x}(s) \cdot \text{sen } \theta_0(s) \cdot \cos \psi_0(s) + F_{ef,0,y}(s) \cdot \text{sen } \theta_0(s) \cdot \text{sen } \psi_0(s) \\ & - F_{ef,0,z}(s) \cdot \cos \theta_0(s) = 0 \end{aligned} \quad (66)$$

Derivando a eq. (66) com relação a s , tem-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{dF_{ef,0,x}(s)}{ds} \text{sen } \theta_0(s) \cos \psi_0(s) + \frac{dF_{ef,0,y}(s)}{ds} \text{sen } \theta_0(s) \text{sen } \psi_0(s) \\
& - \frac{dF_{ef,0,z}(s)}{ds} \cos \theta_0(s) + \frac{d\theta_0(s)}{ds} \left(F_{ef,0,x}(s) \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \right. \\
& + F_{ef,0,y}(s) \cos \theta_0(s) \text{sen } \psi_0(s) + F_{ef,0,z}(s) \text{sen } \theta_0(s) \left. \right) \\
& - \text{sen } \theta_0(s) \frac{d\psi_0(s)}{ds} \left(F_{ef,0,x}(s) \text{sen } \psi_0(s) - F_{ef,0,y}(s) \cos \psi_0(s) \right) = 0
\end{aligned} \tag{67}$$

Usando as eqs. (34), (62)-(III) e (65) e isolando a derivada de $\theta_0(s)$, chega-se a:

$$\begin{aligned}
\frac{d\theta_0(s)}{ds} = & \frac{q_{ef,0,x}(s) \text{sen } \theta_0(s) \cos \psi_0(s) + q_{ef,0,y}(s) \text{sen } \theta_0(s) \text{sen } \psi_0(s)}{T_{ef,0}(s)} \\
& - \frac{q_{ef,0,z}(s) \cos \theta_0(s)}{T_{ef,0}(s)}
\end{aligned} \tag{68}$$

onde

$$\begin{aligned}
T_{ef,0}(s) = & \vec{F}_{ef,0}(s) \cdot \vec{i}_0(s) = F_{ef,0,x}(s) \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \\
& + F_{ef,0,y}(s) \cos \theta_0(s) \text{sen } \psi_0(s) + F_{ef,0,z}(s) \text{sen } \theta_0(s)
\end{aligned}$$

2.3.3 SISTEMAS DE EQUAÇÕES

A linha elástica do *riser* e os esforços a que ele estará submetido serão obtidos resolvendo-se o sistema de equações diferenciais ordinárias em s :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dx_0(s)}{ds} = (1 + \varepsilon_0(s)) \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \\
\frac{dy_0(s)}{ds} = (1 + \varepsilon_0(s)) \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s) \\
\frac{dz_0(s)}{ds} = (1 + \varepsilon_0(s)) \sin \theta_0(s) \\
\frac{dF_{ef,0,x}(s)}{ds} = -q_{ef,0,x}(s) \\
\frac{dF_{ef,0,y}(s)}{ds} = -q_{ef,0,y}(s) \\
\frac{dF_{ef,0,z}(s)}{ds} = -q_{ef,0,z}(s) \\
\frac{d\psi_0(s)}{ds} = \frac{q_{ef,0,x}(s) \sin \psi_0(s) - q_{ef,0,y}(s) \cos \psi_0(s)}{T_{ef,0}(s) \cos \theta_0(s)} \\
\frac{d\theta_0(s)}{ds} = \frac{q_{ef,0,x}(s) \sin \theta_0(s) \cos \psi_0(s) + q_{ef,0,y}(s) \sin \theta_0(s) \sin \psi_0(s) - q_{ef,0,z}(s) \cos \theta_0(s)}{T_{ef,0}(s)} \\
\varepsilon_0(s) = \frac{T_0(s)}{EA(s)} \\
\frac{d\xi_0(s)}{ds} = \sin \theta_0(s) \frac{d\psi_0(s)}{ds}
\end{array} \right. \quad (69)$$

O sistema é formado por 10 equações e 9 incógnitas. As incógnitas do problema são: $x_0(s)$, $y_0(s)$, $z_0(s)$, $F_{ef,0,x}(s)$, $F_{ef,0,y}(s)$, $F_{ef,0,z}(s)$, $\theta_0(s)$, $\psi_0(s)$ e $\xi_0(s)$. A décima incógnita é a posição do TDP, s_{TDP} , que não é conhecida *a priori*. Ela não aparece no sistema de equações, mas aparece nas condições de contorno na seção 2.3.4.

Nota-se que na equação da deformação axial, a tração considerada é a tração solicitante, eq. (52), do ponto de vista estrutural e não a tração efetiva.

2.3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como o número total de equações diferenciais que compõem o problema estático é dez e dez também é o número de incógnitas, são necessárias dez condições de contorno para que o problema seja resolvido.

Para o caso de um *riser* sem rigidez flexional, os ângulos $\theta_0(s)$ e $\psi_0(s)$ podem ser escritos em função das componentes da força efetiva:

$$\theta_0(s) = \arctg\left(\frac{F_{ef,0,z}(s)}{\sqrt{F_{ef,0,x}^2(s) + F_{ef,0,y}^2(s)}}\right)$$

$$\psi_0(s) = \arctg\left(\frac{F_{ef,0,y}(s)}{F_{ef,0,x}(s)}\right) \quad (70)$$

Pelo mesmo motivo não há força cortante ao longo do *riser*, dessa forma:

$$F_{0,z}(s_{TDP}) = 0 \quad (71)$$

Chamando a coordenada curvilínea do TDP, que não é conhecida *a priori*, de s_{TDP} , pode-se dizer que:

$$z(s_{TDP}) = 0 \quad (72)$$

Mais duas condições de contorno são tiradas considerando que a extremidade inferior do *riser* coincida com a origem do sistema de coordenadas.

$$\begin{aligned} x(0) &= 0 \\ y(0) &= 0 \end{aligned} \quad (73)$$

Outras três condições de contorno são tiradas da posição onde o *riser* é fixado na unidade flutuante, que é conhecida. Ou seja:

$$\begin{aligned} x(s_{topo}) &= x_{topo} \\ y(s_{topo}) &= y_{topo} \\ z(s_{topo}) &= z_{topo} \end{aligned} \quad (74)$$

onde s_{topo} é o comprimento total do *riser*, que vai desde a âncora até o ponto onde está preso à unidade flutuante. Mais uma condição de contorno vem do ângulo de torção ξ , que é considerado nulo na extremidade inferior do *riser*.

$$\xi(0) = 0 \quad (75)$$

2.3.5 ALGORITMO DE SOLUÇÃO

A análise estática consiste em encontrar a configuração de equilíbrio através da solução do sistema de equações diferenciais (69) com as condições de contorno discutidas na seção 2.3.4. Porém, como as condições de contorno estão em dois pontos, este sistema pode ser integrado partindo-se tanto da âncora como do topo utilizando-se um método de estimativa (*shooting method*), descrito em Keller (1968). A integração numérica do sistema de equações diferenciais de primeira ordem é feita através do Método de Runge-Kutta 3-4 com passo adaptativo. Esse método foi desenvolvido por Martins (1998) e o passo é inversamente proporcional à curvatura local.

O ponto inicial da integração numérica é a extremidade presa ao topo, onde são conhecidas as posições x_{topo} , y_{topo} e z_{topo} . Através do *shooting method* são estimados os valores das forças efetivas $F_{ef,0,x}(s_{topo})$, $F_{ef,0,y}(s_{topo})$ e $F_{ef,0,z}(s_{topo})$ e, com isso, estimam-se valores para $\theta_0(s_{topo})$, $\psi_0(s_{topo})$ e $\varepsilon_0(s_{topo})$. Em seguida, faz-se a integração numérica da parte suspensa até encontrar uma coordenada curvilínea s tal que $F_{ef,0,z}(s) = 0$, obtendo assim um valor para s_{TDP} . Daí em diante, integra-se a parte apoiada no solo até $s = 0$.

O objetivo é chegar nos valores $x_0(0) = 0$, $y_0(0) = 0$ e $z_0(0) = 0$, uma vez que foi admitido que a extremidade inferior do *riser* seja a origem do sistema de coordenadas. Porém, isso só aconteceria se os valores estimados para $F_{ef,0,x}(s_{topo})$, $F_{ef,0,y}(s_{topo})$ e $F_{ef,0,z}(s_{topo})$ estivessem corretos, o que é improvável na primeira iteração.

Com o resultado da iteração anterior, podem-se variar as forças, em uma direção por vez, até que a coordenada final dessa direção coincida com a âncora. Em cada uma

destas direções, é encontrado um valor superior e um inferior para a força, de acordo com o comportamento da coordenada do início do *riser*. Encontrados estes valores, o intervalo é refinado até que se chegue à precisão pré-estabelecida.

2.3.6 CAMADA LIMITE

A configuração de equilíbrio de um *riser* pode ser obtida com boa aproximação usando um modelo de fio ideal, que despreza o efeito da rigidez flexional. Porém, o efeito da rigidez flexional é importante nas regiões próximas às extremidades, bem como nas regiões de mudança de trechos. Este efeito pode ser incluído corrigindo a solução posteriormente através de uma técnica do tipo camada limite, como a apresentada em Aranha et al. (1997) para uma análise bidimensional.

A seguir são apresentadas as equações que descrevem a camada limite para o comportamento de ângulos e curvaturas para cada ponto de interesse: região de toque (TDP), topo e junção de trechos.

No TDP

Pelo modelo de fio, há uma descontinuidade da curvatura na região do TDP, pois a curvatura na parte apoiada é zero e na parte suspensa, pela solução de cabo ideal,

é $\chi_0 = \frac{\gamma_{ef}}{T_{ef,0}}$. Definindo s'_{TDP} como a posição real do TDP, a equação que localmente

rege o equilíbrio é (Pesce, 1997):

$$\lambda_{TDP}^2 \frac{d^2 \theta_0(s)}{ds^2} \sec \theta_0(s) - \mathbf{tg} \theta_0(s) = -\frac{\gamma_{ef}}{T_{ef,0}} (s - s'_{TDP}) - \frac{V_0}{T_{ef,0}} \quad (76)$$

onde $\lambda_{TDP} = \sqrt{\frac{EI}{T_{ef,0}}}$ e V_0 é a força cortante no TDP.

No entanto, na região do TDP, pode-se considerar $\theta_0 \ll 1$ e a eq. (76) pode ser aproximada, com erro de segunda ordem, por:

$$\lambda_{TDP}^2 \frac{d^2 \theta_0(s)}{ds^2} - \theta_0(s) = -\frac{\gamma_{ef}}{T_{ef,0}} (s - s'_{TDP}) - \frac{V_0}{T_{ef,0}} \quad (77)$$

Derivando em relação a s , obtém-se:

$$\frac{d^2 \chi(s)}{ds^2} - \frac{1}{\lambda_{TDP}^2} \chi(s) = -\frac{1}{\lambda_{TDP}^2} \chi_0 \quad (78)$$

Integrando a eq. (78), pode-se obter a solução local:

$$\chi(s) = \chi_0(s) + C_1 e^{-\frac{s-s'_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} + C_0 e^{\frac{s-s'_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \quad (79)$$

A eq. (79) é válida somente para a parte anterior ao TDP, que é a parte mais próxima da âncora, da solução sem rigidez flexional, supondo que o solo seja plano e infinitamente rígido e impondo curvatura nula no s'_{TDP} . Quando se afasta do TDP na direção do topo, a solução deve tender para a de cabo, por isso, tem-se:

$$\chi(s) = (1 - e^{-\frac{s-s'_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) \quad (80)$$

Para a parte posterior ao TDP, ou seja, na direção do topo, não se pode garantir que a curvatura tenda para a solução de cabo, uma vez que a camada limite pode se sobrepor a outras. Portanto C_0 não é nulo e vale a expressão:

$$\chi(s) = (1 - e^{-\frac{s-s'_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-s'_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \quad (81)$$

No Topo

Na região do topo as equações do ângulo $\theta(s)$ e da curvatura ficam:

$$\begin{aligned}\theta(s) &= \theta_0(s) + C_n e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} \\ \chi(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}}\end{aligned}\tag{82}$$

onde C_n e C_{n+1} são constantes a determinar.

Nas junções

Usando procedimento análogo, é possível desenvolver as equações para os pontos onde há mudança de trechos. Dessa forma as equações para a região antes da junção ficam:

$$\begin{aligned}\theta^-(s) &= \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} \\ \chi^-(s) &= \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}}\end{aligned}\tag{83}$$

E para a região depois da junção:

$$\begin{aligned}\theta^+(s) &= \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}} \\ \chi^+(s) &= \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}}\end{aligned}\tag{84}$$

onde l_j é a coordenada curvilínea do ponto de junção entre os trechos estudados.

2.3.6.1 Condições de Contorno da Camada Limite

A extremidade superior do *riser* geralmente possui um elemento chamado *bending stiffener* cuja finalidade é enrijecer a linha limitando a curvatura local. Este elemento é representado no modelo por uma mola angular. Neste ponto é imposto o equilíbrio de momentos entre o *riser* e a mola angular.

Através da imposição das condições de contorno discutidas acima, podem-se obter as relações entre os coeficientes das equações anteriores. Três tipos de condições de contorno podem existir:

- Mola angular no topo;
- Continuidade de ângulos e curvaturas nas junções entre camadas limites;

Quatro tipos de junções podem ocorrer:

- Junção entre a camada limite do TDP e a de um trecho;
- Junção entre a camada limite do TDP e a do topo;
- Junção entre camadas limites de diferentes trechos;
- Junção entre a camada limite do topo e a de um trecho;
- Curvatura tendendo a zero na parte apoiada do *riser*, para o ângulo θ , e tendendo à de cabo para o ângulo ψ .

A última condição de contorno, para o ângulo θ , está implícita na eq. (81). As demais condições de contorno a serem impostas dependem de cada caso específico.

Na seção 2.3.6.1.1 é apresentada a dedução das relações entre constantes para cada um dos casos possíveis, para o ângulo θ .

2.3.6.1.1 Ângulo θ

No Topo

Considerando uma mola angular de rigidez constante no topo, pelo equilíbrio de momentos, tem-se:

$$EI\chi(s_{topo}) = k_{BS}(\theta(s_{topo}) - \theta_m) \quad (85)$$

Substituindo as eqs. (82) em (85), obtém-se:

$$\begin{aligned} \chi_0(s) &= \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} \\ &= \frac{k_{BS}}{EI} (\theta_0(s) + C_n e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} - \theta_m) \end{aligned} \quad (86)$$

onde n é o número da camada limite do topo, iniciando a contagem a partir do TDP.

$$\begin{aligned} & -\frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} - \frac{k_{BS}}{EI} C_n e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} - \frac{k_{BS}}{EI} C_{n+1} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} \\ &= \frac{k_{BS}}{EI} (\theta_0(s) - \theta_m) - \chi_0(s) \\ & \left(-\frac{1}{\lambda_{topo}} - \frac{k}{EI} \right) C_n e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \left(\frac{1}{\lambda_{topo}} - \frac{k_{BS}}{EI} \right) C_{n+1} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} \\ &= \frac{k_{BS}}{EI} (\theta_0(s) - \theta_m) - \chi_0(s) \end{aligned} \quad (87)$$

Junção de trechos

Em uma junção de trechos, impondo a compatibilidade de ângulos e curvaturas no ponto da junção, tem-se:

$$\theta^-(s) = \theta^+(s) \quad \text{em } s = l_j$$

onde o índice $-$ representa a grandeza na região anterior ao ponto de interesse e o índice $+$ representa a grandeza na região posterior.

Substituindo $s = l_j$ na equação de θ em (83) e (84), tem-se:

$$\theta^-(s,t) = \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i + C_{i+1} \quad (88)$$

$$\theta^+(s) = \theta_0(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+3} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} + C_{i+3}$$

onde i é a posição da camada limite no *riser*, iniciando pela do TDP e,

$$\theta_0^-(s) + C_i + C_{i+1} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} + C_{i+3} \quad (89)$$

$$C_i + C_{i+1} - C_{i+2} - C_{i+3} = \theta_0^+(s) - \theta_0^-(s)$$

Analogamente, para a curvatura:

$$\chi^-(s) = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j}$$

$$\chi^+(s) = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_{j+1}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} \quad (90)$$

$$-\frac{C_i}{\lambda_j} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} + \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} - \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} = \chi_0^+(s) - \chi_0^-(s)$$

Continuidade nos pontos médios

As expressões das camadas limites são exponenciais e se prolongam ao infinito. Dessa forma uma camada limite acaba se sobrepondo à outra. Por isso, considera-se aqui a continuidade de ângulos e curvatura no ponto médio entre as duas camadas limites igualando-se a expressão de cada uma nesse ponto.

Caso I - TDP – Trecho

Equação do TDP:

$$\chi^-(s) = (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \quad (91)$$

Equação do Trecho:

$$\begin{aligned}\chi^+(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} \\ &= \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}}\end{aligned}\quad (92)$$

Fazendo $\chi^-(s) = \chi^+(s)$ no encontro de camadas limites:

$$\begin{aligned}\chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} &= (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \\ C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} &= (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) - \chi_0^+(s)\end{aligned}\quad (93)$$

onde, neste caso, l_j é a posição do TDP e l_{j+1} é a coordenada s da primeira junção.

Caso II - TDP – Topo

Equação do TDP:

$$\chi^-(s) = (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}\quad (94)$$

Equação do Topo:

$$\chi^+(s) = \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}}\quad (95)$$

Fazendo $\chi^-(s) = \chi^+(s)$:

$$\begin{aligned} \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} &= (1 - e^{-\frac{s - s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s - s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \\ C_0 e^{\frac{s - s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} &= (1 - e^{-\frac{s - s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) - \chi_0^+(s) \end{aligned} \quad (96)$$

onde, neste caso, l_j é a posição do TDP e s_{topo} a do topo.

Caso III - Trecho – Trecho

Neste caso, a condição a ser imposta é: $\theta^-(s) = \theta^+(s)$

Da equação de θ em (83) e (84), tem-se:

$$\begin{aligned} \theta^-(s) &= \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s - l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s - l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} \\ \theta^+(s) &= \theta_0(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s - l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{\frac{s - l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} \end{aligned} \quad (97)$$

então:

$$\theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} \quad (98)$$

e

$$C_i e^{-\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{l_{j+1} - l_j}{2\lambda_j}} - C_{i+2} e^{-\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} - C_{i+3} e^{\frac{l_j - l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} = 0 \quad (99)$$

Analogamente, para a curvatura: $\chi^-(s) = \chi^+(s)$

Da equação de χ em (83) e (84), tem-se:

$$\begin{aligned}\chi^-(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} \\ \chi^+(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}}\end{aligned}\quad (100)$$

Igualando as duas expressões, obtém-se:

$$-\frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} - \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} = 0 \quad (101)$$

Caso IV - Trecho – Topo

Neste caso, a condição de contorno a ser imposta é: $\theta^-(s) = \theta^+(s)$

Da equação de θ em (82) e (84), tem-se:

$$\begin{aligned}\theta^-(s) &= \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l_j}{2\lambda_j}} \\ \theta^+(s) &= \theta_0^+(s) + C_n e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} = \theta_0^+(s) + C_n e^{-\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} + C_{n+1} e^{\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}}\end{aligned}\quad (102)$$

Igualando ambas as equações:

$$\begin{aligned}\theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} &= \theta_0^+(s) + C_n e^{-\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} + C_{n+1} e^{\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} \\ C_i e^{-\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} - C_n e^{-\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} - C_{n+1} e^{\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} &= \theta_0^+(s) - \theta_0^-(s)\end{aligned}\quad (103)$$

Analogamente, para a curvatura: $\chi^-(s) = \chi^+(s)$

Da equação de χ em (82) e (84), tem-se:

$$\begin{aligned}\chi^-(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{2\lambda_j}} \\ \chi^+(s) &= \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{s-s_{topo}}{\lambda_{topo}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}}\end{aligned}\quad (104)$$

Igualando as duas expressões:

$$-\frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s_{topo}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_n}{\lambda_{topo}} e^{-\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} - \frac{C_{n+1}}{\lambda_{topo}} e^{\frac{l_j-s_{topo}}{2\lambda_{topo}}} = 0 \quad (105)$$

2.3.6.1.2 Ângulo Ψ

As equações apresentadas na seção 2.3.6.1.1 para a camada limite foram propostas para o problema bidimensional. Porém, o problema em questão é tridimensional. Para obter uma solução tridimensional, adotou-se como hipótese que as camadas limites sejam desacopladas para θ e ψ . Dessa forma as equações obtidas na seção 2.3.6.1.1 para θ são válidas também para ψ , com exceção do TDP. O comportamento desses ângulos no TDP não é o mesmo, pois ao entrar em contato com o solo, a força normal do mesmo influencia a resposta em θ , o que não acontece em ψ .

Por causa do contato com o solo, θ é descrito pela eq. (81), já o ângulo ψ se comporta de maneira similar a uma mudança de trecho, descrita pelas eqs. (83) para a parte anterior ao TDP e (84) para a parte posterior.

Assim, os casos I e II da seção anterior se tornam iguais ao III e IV, respectivamente, devendo ser tomado como ponto de mudança de trecho o próprio TDP, com

curvatura e ângulo tendendo assintoticamente aos calculados através do modelo de cabo na região anterior ao TDP.

2.3.6.2 Montagem do Sistema

A montagem do sistema utilizando as equações apresentadas anteriormente será brevemente descrita nesta seção. Um sistema linear é montado para cada ângulo θ e ψ seguindo a ordem em que cada camada limite ocorre no *riser*. Esta ordem pode mudar de caso para caso, considerando que pode haver diferentes números de segmentos e o *riser* pode ter um trecho fora da água.

O número de coeficientes a determinar, será sempre igual ao número de equações, fazendo com que o sistema seja sempre determinado.

Uma vez determinados os coeficientes, as curvaturas e os ângulos podem, finalmente, ser calculados no ponto desejado.

2.4 ESTUDO DE CASO PARA ANÁLISE ESTÁTICA

Esta seção traz alguns resultados de casos que foram simulados com o modelo estático apresentado anteriormente. Foram escolhidas duas configurações para serem analisadas, uma catenária e uma *lazy-wave*. Ambas foram analisadas sob as mesmas condições ambientais e os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos com o OrcaflexTM.

2.4.1 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES

Nesta seção serão apresentados os dados das configurações analisadas neste capítulo, bem como os dados ambientais e geométricos.

2.4.1.1 Dados das Configurações

A primeira configuração consiste em um *riser* rígido em catenária com 16 polegadas de diâmetro externo e uma polegada de espessura. Os dados se encontram na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Dados da catenária

	Segmento 1
Diâmetro externo (m)	0,4064
Peso no ar (kN/m)	2,4927
EI (kN.m²)	78000
EA (kN)	4000000
Comprimento (m)	2500
C_{D,t}	0,1
C_{D,n}	1,1

A segunda configuração consiste no mesmo *riser* da configuração anterior, porém com flutuadores em um trecho intermediário. Os dados desta configuração estão apresentados na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Dados da *lazy-wave*

	Segmento 1	Segmento 2	Segmento 3
Diâmetro externo (m)	0,4064	0,8	0,4064
Peso no ar (kN/m)	2,4927	3,9044	2,4927
EI (kN.m²)	78000	78000	78000
EA (kN)	4000000	4000000	4000000
Comprimento (m)	800	400	1200
C_{D,t}	0,1	0,1	0,1
C_{D,n}	1,1	1,1	1,1

2.4.1.2 Dados Geométricos e Ambientais

A Tabela 2.3 mostra os dados geométricos e ambientais utilizados na análise.

Tabela 2.3 - Dados geométricos e ambientais

Geométricos	X_{topo}	1800 m
	Z_{topo}	1255 m

Ambientais	Profundidade	1255 m
	Densidade de água	1,024 t/m ³
	Aceleração da gravidade	9,807 m/s ²

O perfil de correnteza utilizado foi um perfil típico de mar extremo centenário da Baía de Campos, como mostrado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Perfil de correnteza

Z(m)	Fator	Ângulo (graus)
1255	1,96	0
1205	1,54	0
1155	1,39	0
1115	1,18	0
1025	0,72	0
915	0,78	0
840	0,72	45
710	0,41	135
615	0,52	135
505	0,76	135
340	0,71	135
0,5	0	135
0	0	135

2.4.2 COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O ORCAFLEX™

Aqui serão apresentadas comparações entre a análise estática com o modelo apresentado, chamado aqui de “Modelo Estático”, e o Orcaflex™.

A análise é feita inicialmente sem o efeito da rigidez flexional, posteriormente, seu efeito será inserido através da técnica da camada limite. Este efeito é incluído nos ângulos θ e ψ e na curvatura.

2.4.2.1 Catenária

Nesta seção serão apresentadas as comparações entre os resultados obtidos através do Orcaflex™ com os resultados obtidos com o Modelo Estático para a configuração em catenária. A Figura 2.9, a Figura 2.10 e a Figura 2.11 apresentam as projeções da linha elástica nos planos Oxy , Oyz e Oxz , respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura e tração efetiva. Nos gráficos dos ângulos θ , ψ e da curvatura estão incluídos também os resultados com a aplicação da Camada Limite. Em todas as comparações os resultados obtidos estão muito próximos aos obtidos com o Orcaflex™. Por último, a Figura 2.16 mostra a comparação do ângulo de torção própria ξ .

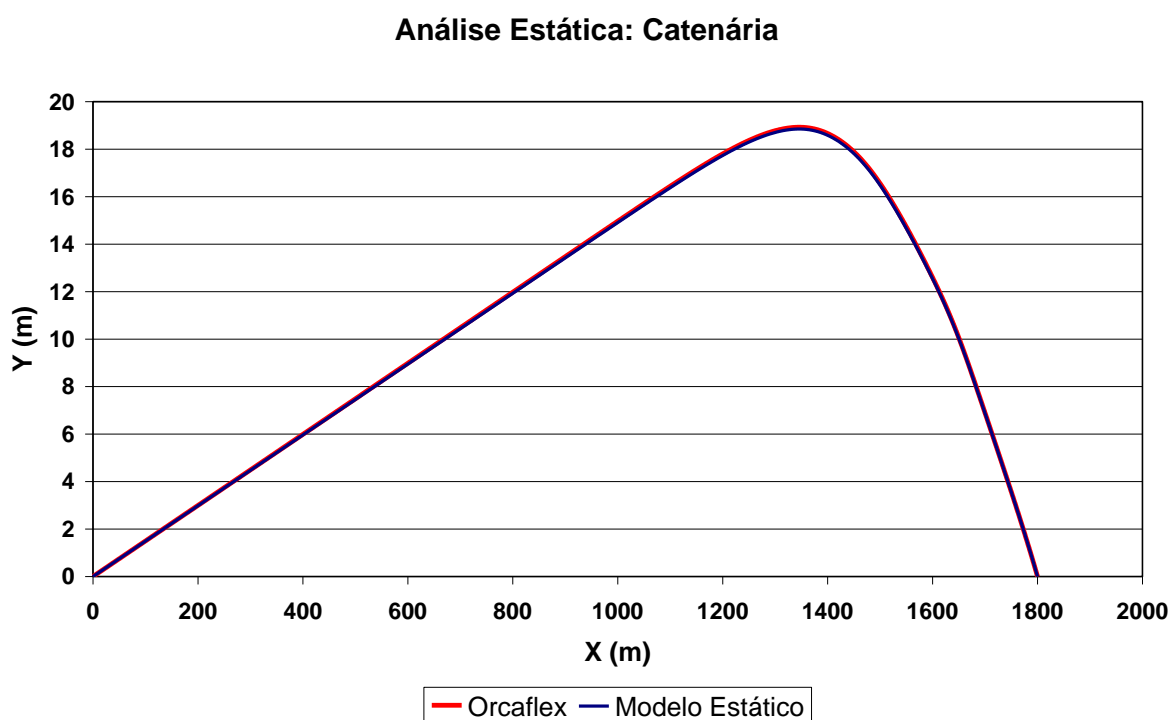


Figura 2.9 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxy

Análise Estática: Catenária

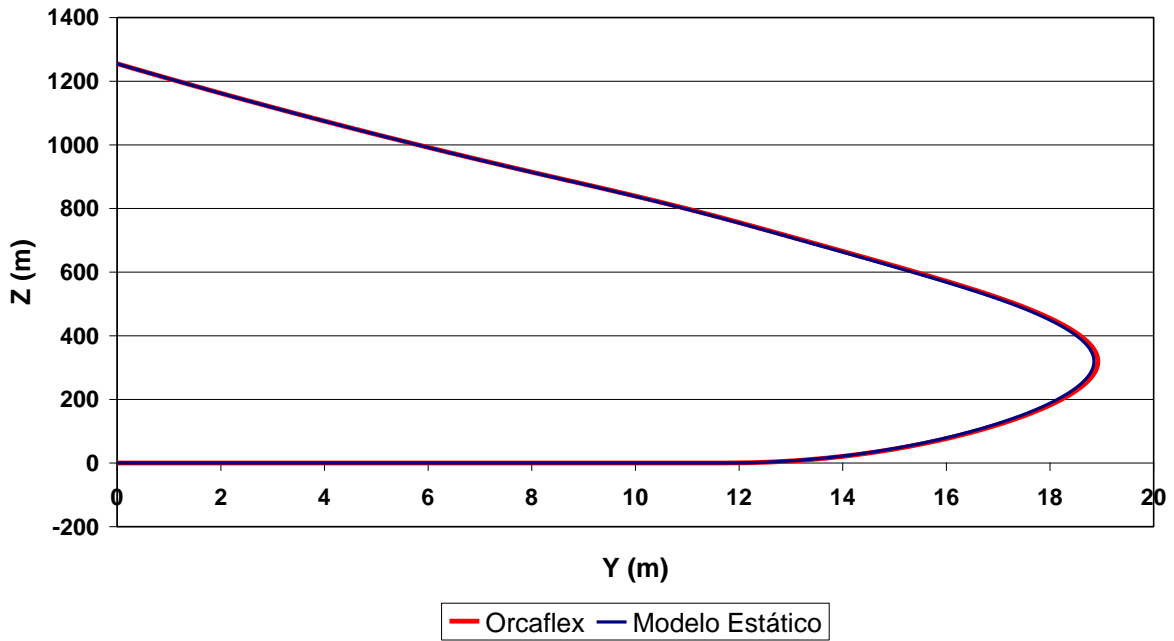


Figura 2.10 - Linha elástica da catenária vista do plano Oyz

Análise Estática: Catenária

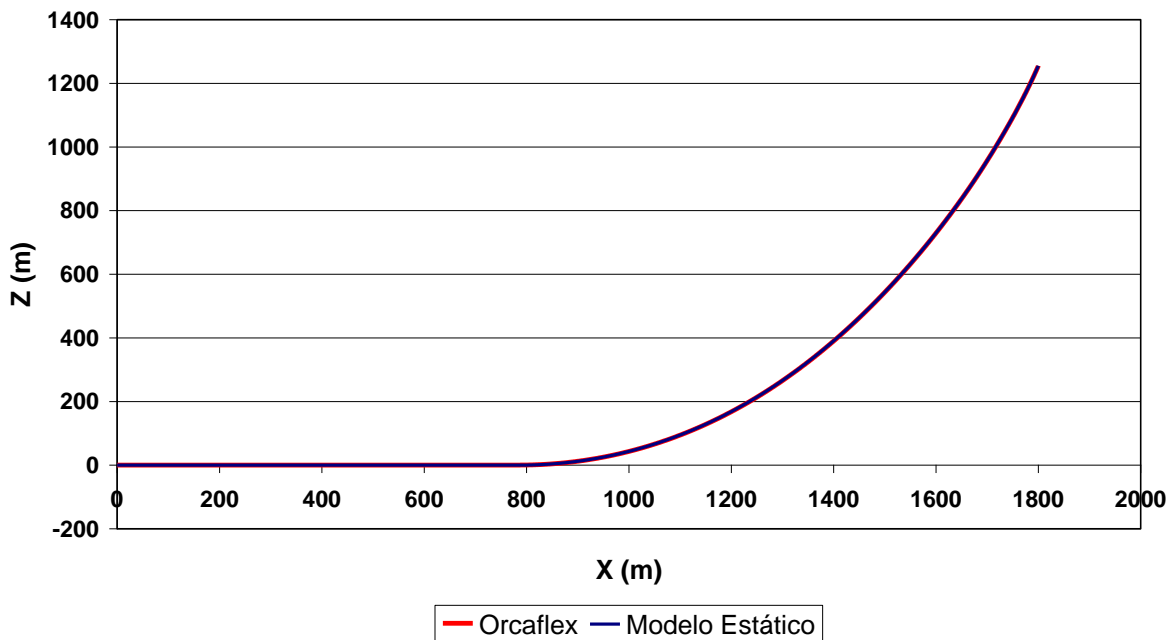


Figura 2.11 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz

Análise Estática: Catenária

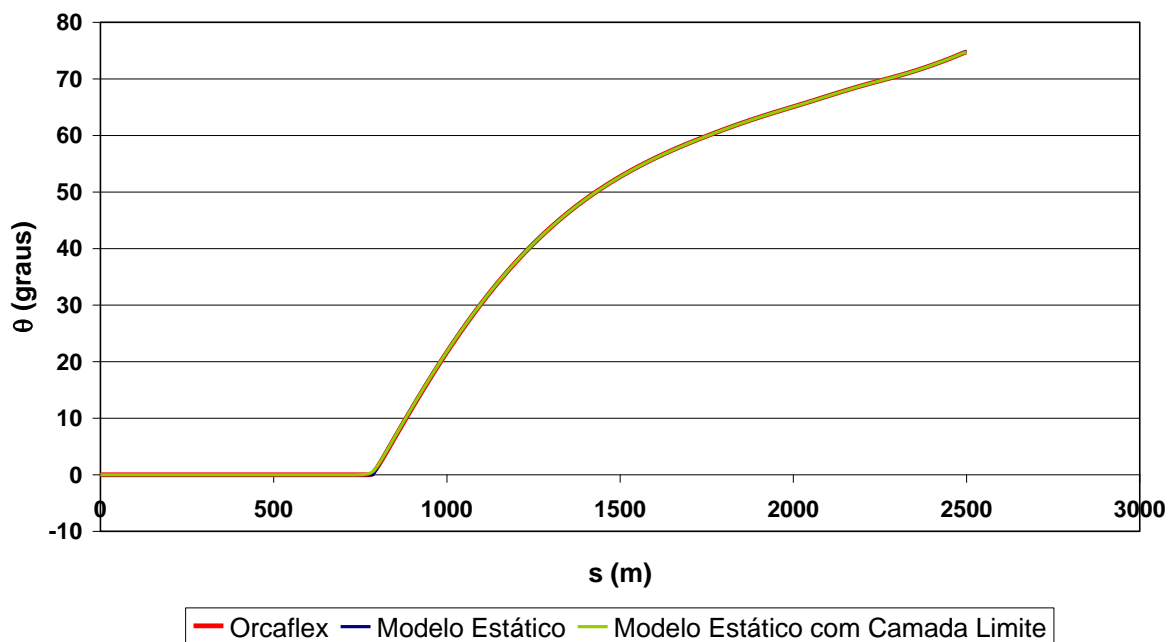


Figura 2.12 - θ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

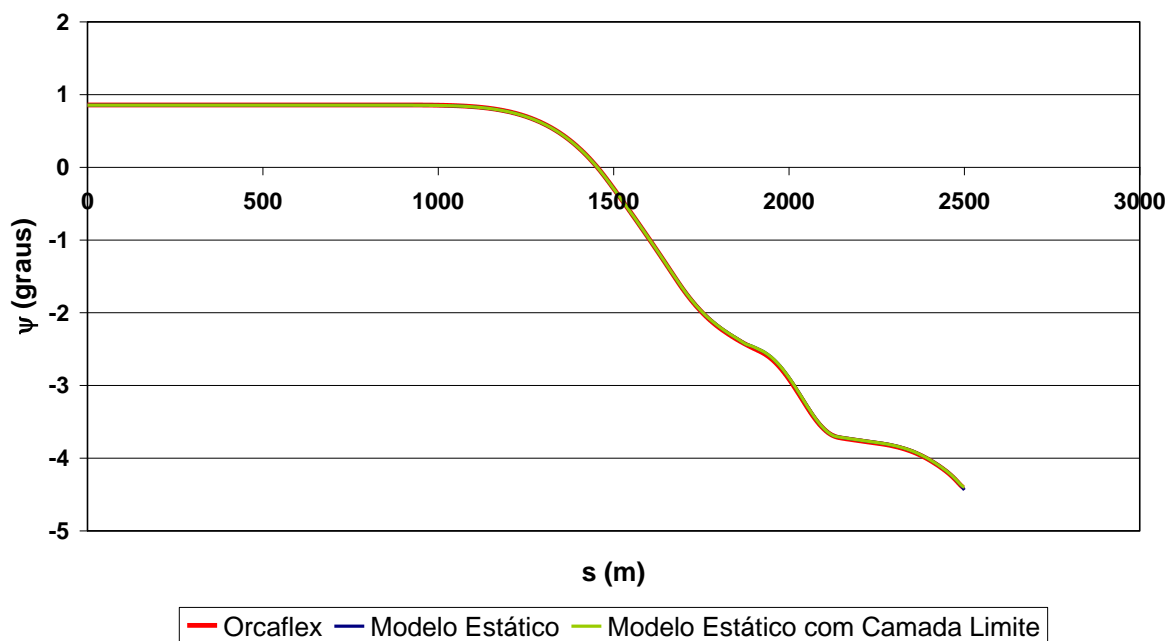


Figura 2.13 - ψ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

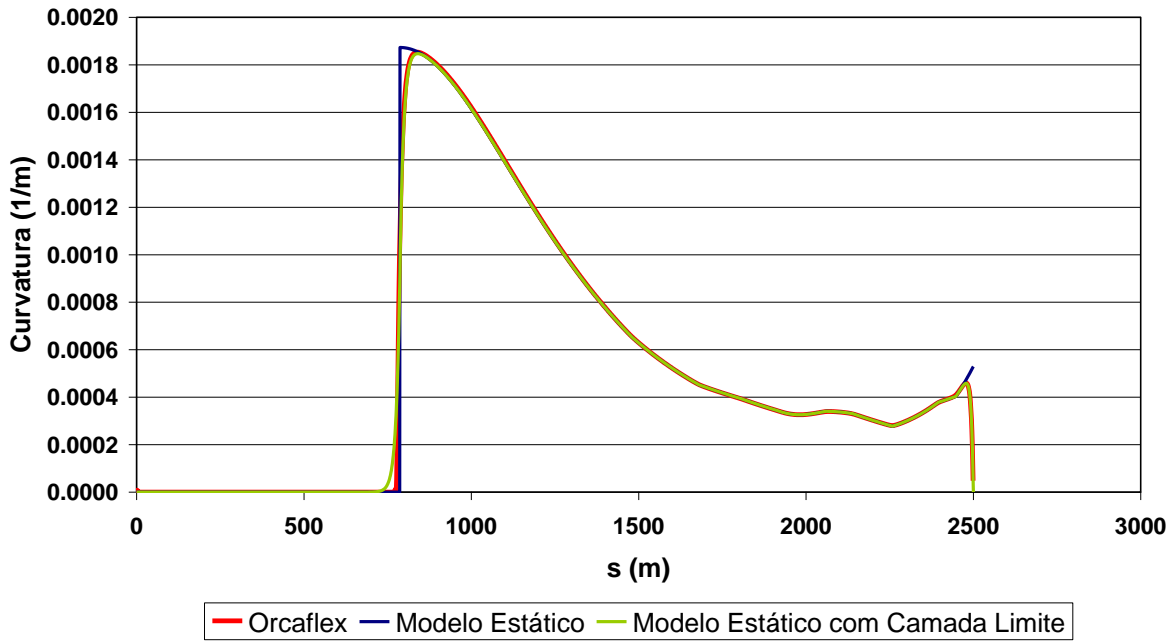


Figura 2.14 - Curvatura em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

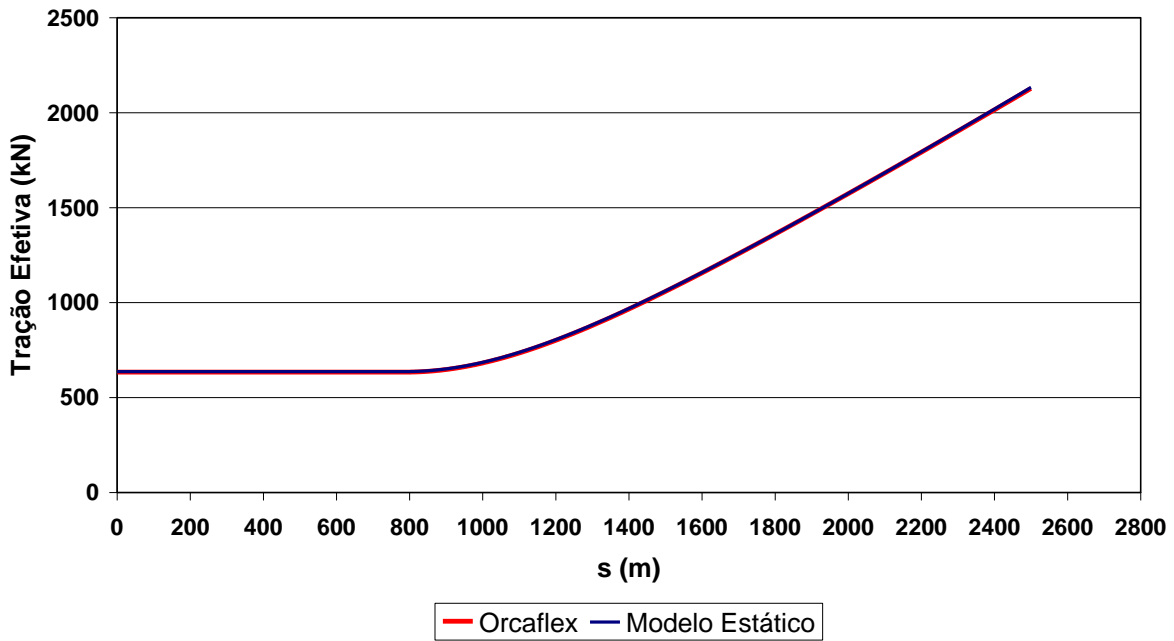


Figura 2.15 - Tração efetiva em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

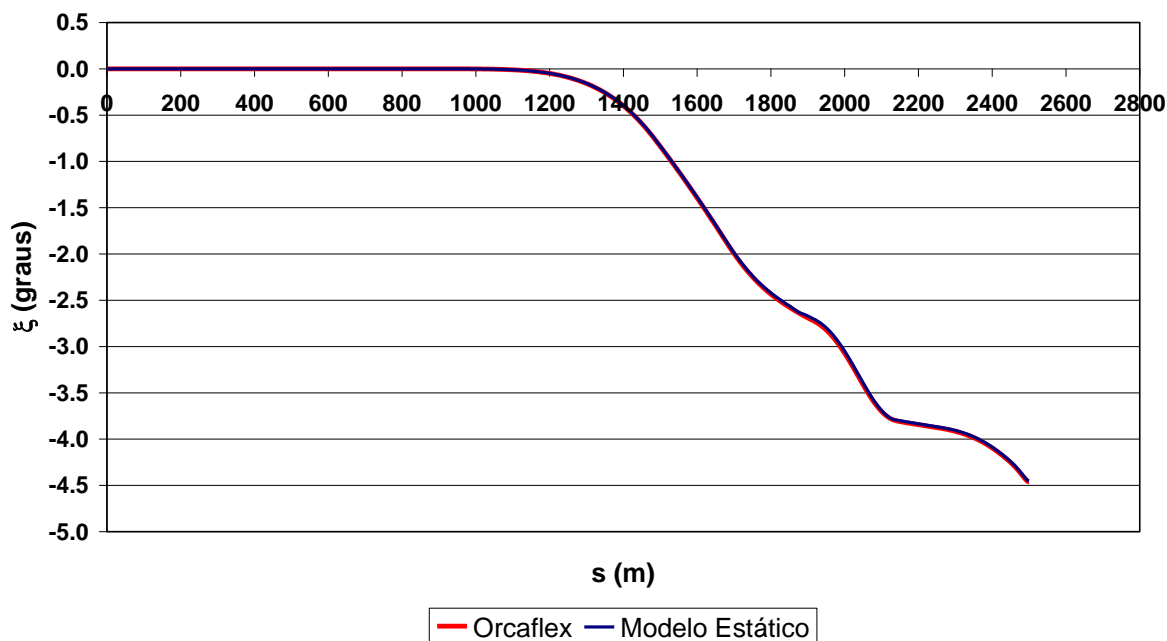


Figura 2.16 - ξ em função de s da catenária

2.4.2.2 Lazy-wave

Assim como na seção anterior, nesta seção serão apresentadas as comparações entre os resultados obtidos através do OrcaflexTM com os resultados obtidos com o Modelo Estático para a configuração *lazy-wave*. A Figura 2.17, a Figura 2.18 e a Figura 2.19 apresentam as projeções da linha elástica nos planos Oxy , Oyz e Oxz , respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura e tração efetiva. Nos gráficos dos ângulos θ , ψ e da curvatura estão incluídos também os resultados com a aplicação da Camada Limite. Em todas as comparações os resultados obtidos estão muito bons quando comparados com os resultados obtidos com o OrcaflexTM.

A Figura 2.22 mostra a curvatura sem a rigidez flexional e com a correção via camada limite. O efeito local da rigidez flexional pode ser visto nessa figura, assim como os resultados obtidos com a correção.

Por último, a Figura 2.23 mostra a comparação do ângulo ξ .

Análise Estática: Lazy-wave

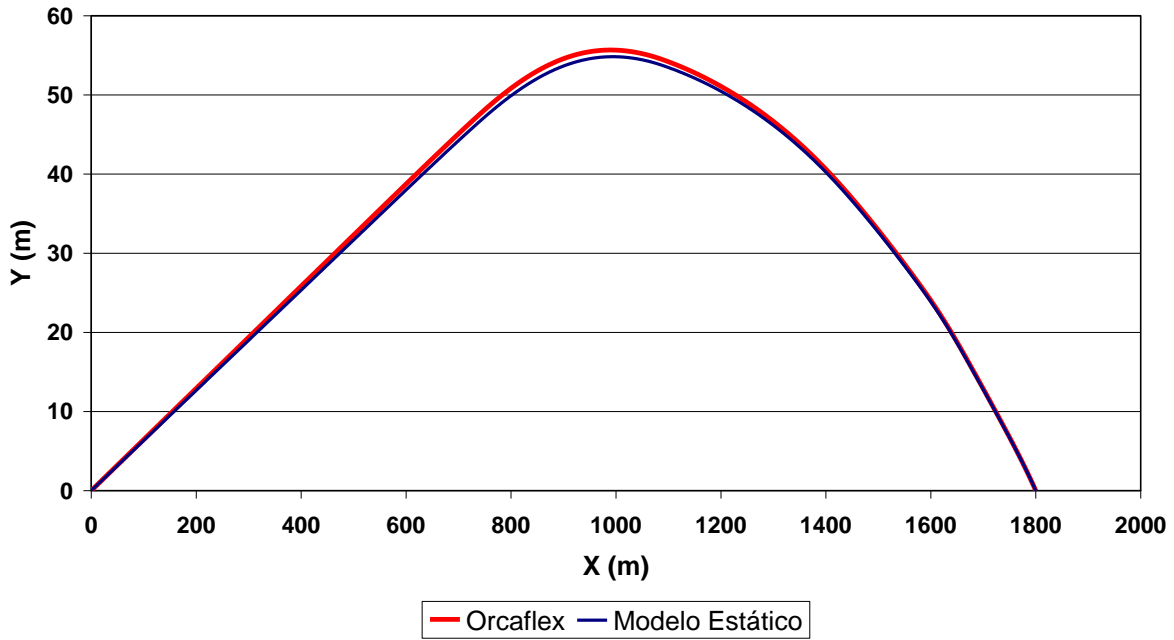


Figura 2.17 - Linha elástica da *lazy-wave* vista do plano Oxy

Análise Estática: Lazy-wave

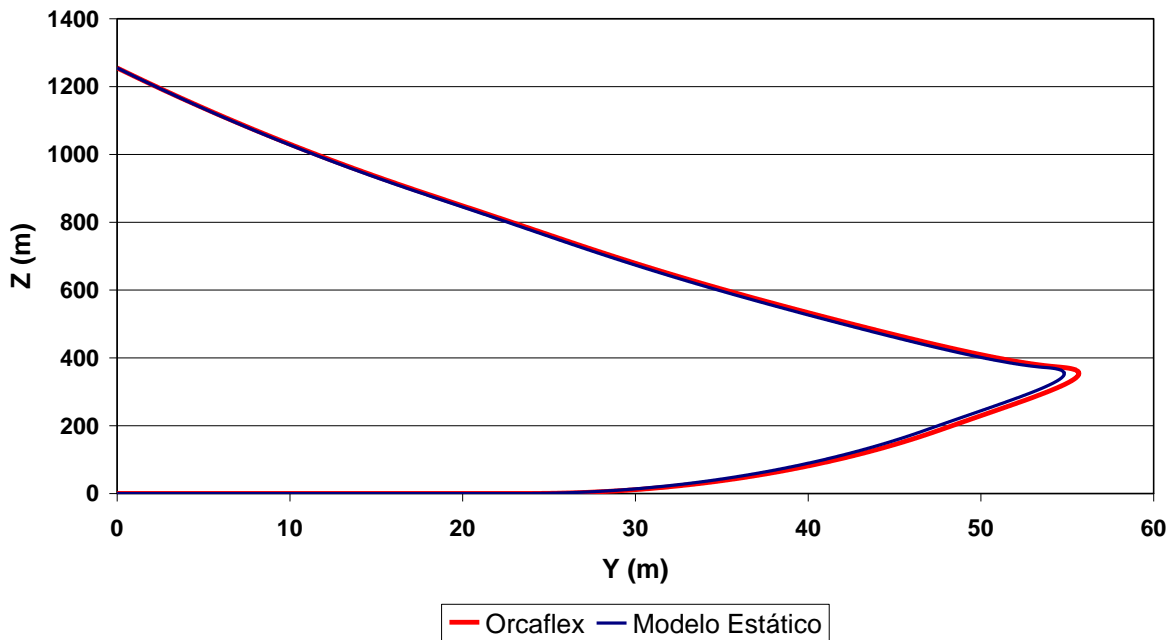


Figura 2.18 - Linha elástica da *lazy-wave* vista do plano Oyz

Análise Estática: Lazy-wave

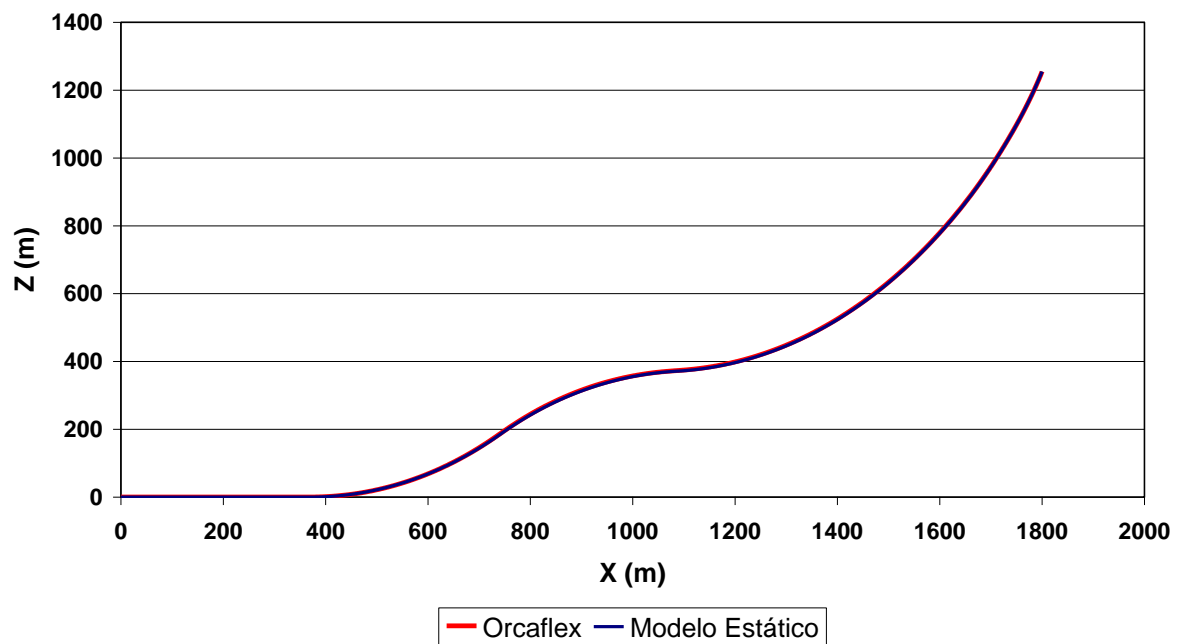


Figura 2.19 - Linha elástica da *lazy-wave* vista do plano *Oxz*

Análise Estática: Lazy-wave

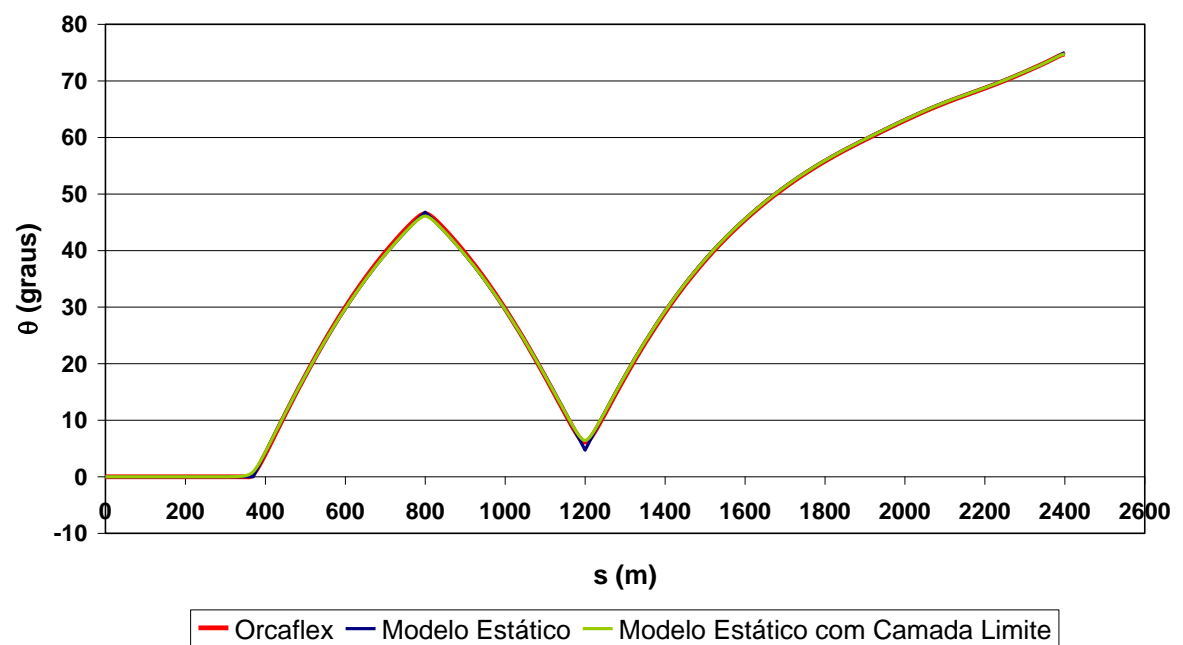


Figura 2.20 - θ em função de s da *lazy-wave*

Análise Estática: Lazy-wave

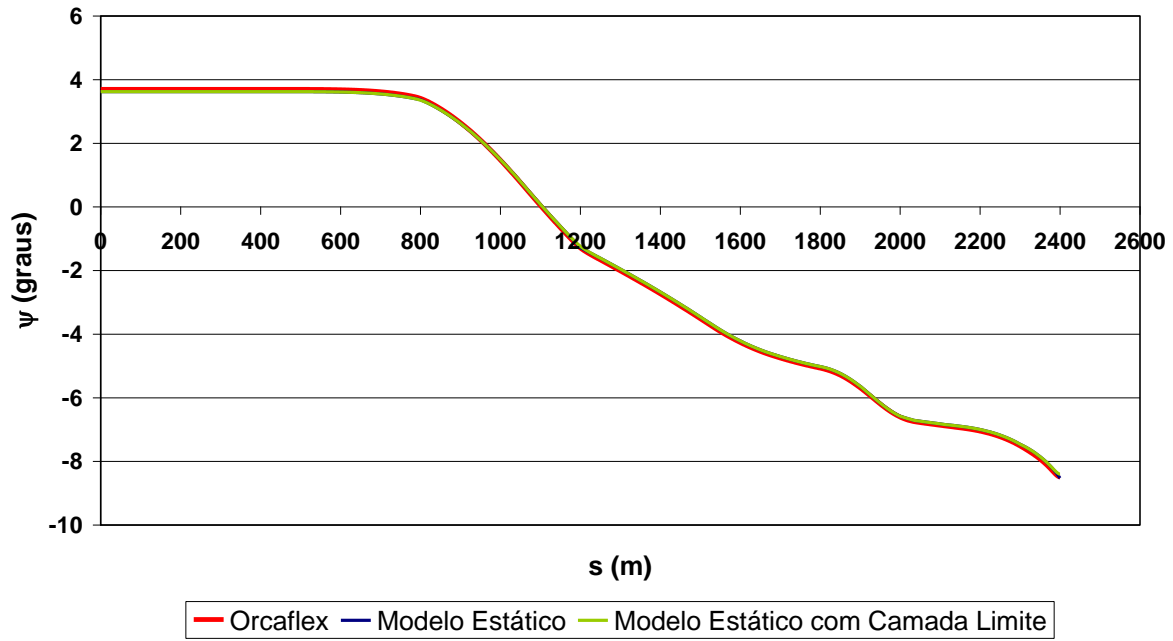


Figura 2.21 - ψ em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

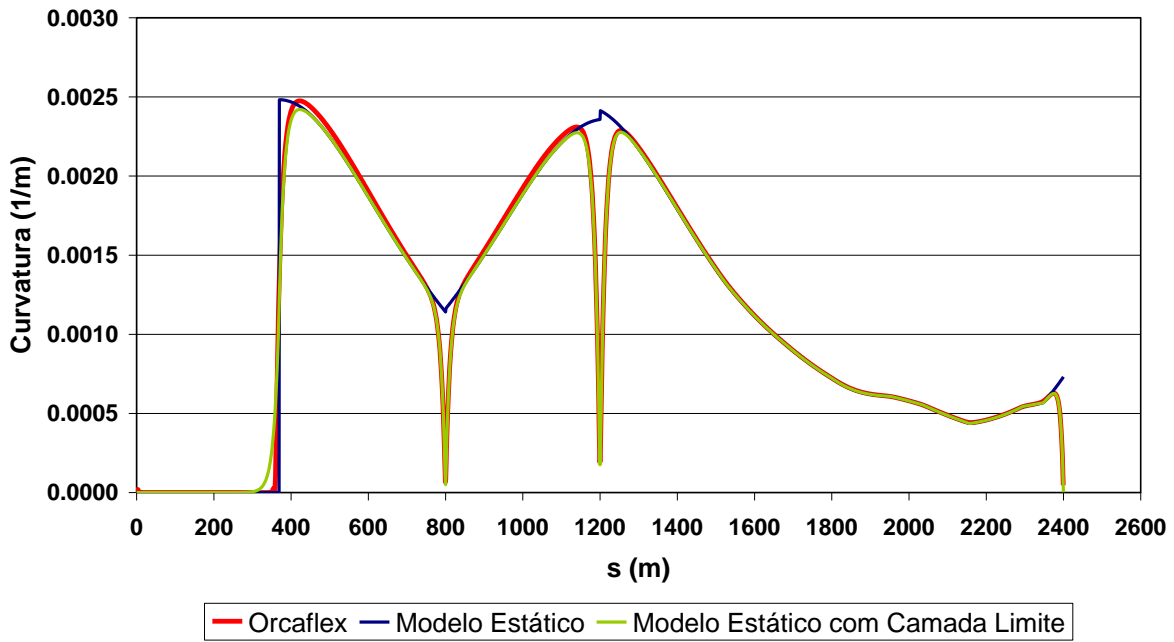


Figura 2.22 - Curvatura em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

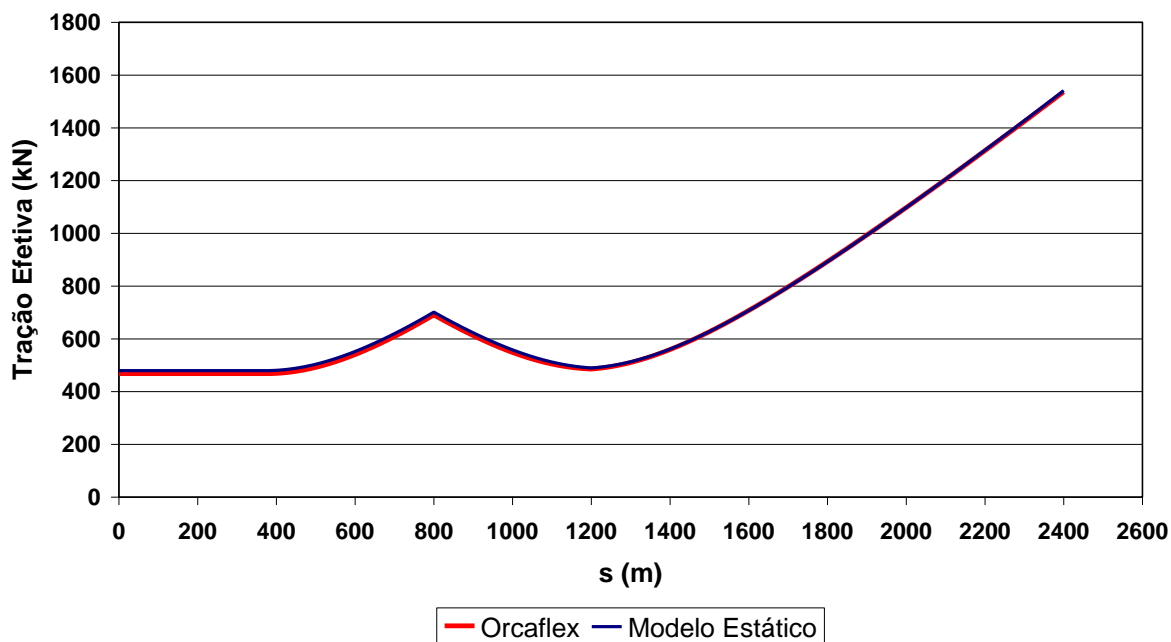


Figura 2.23 - Tração efetiva em função de s da *lazy-wave*

Análise Estática: Lazy-wave

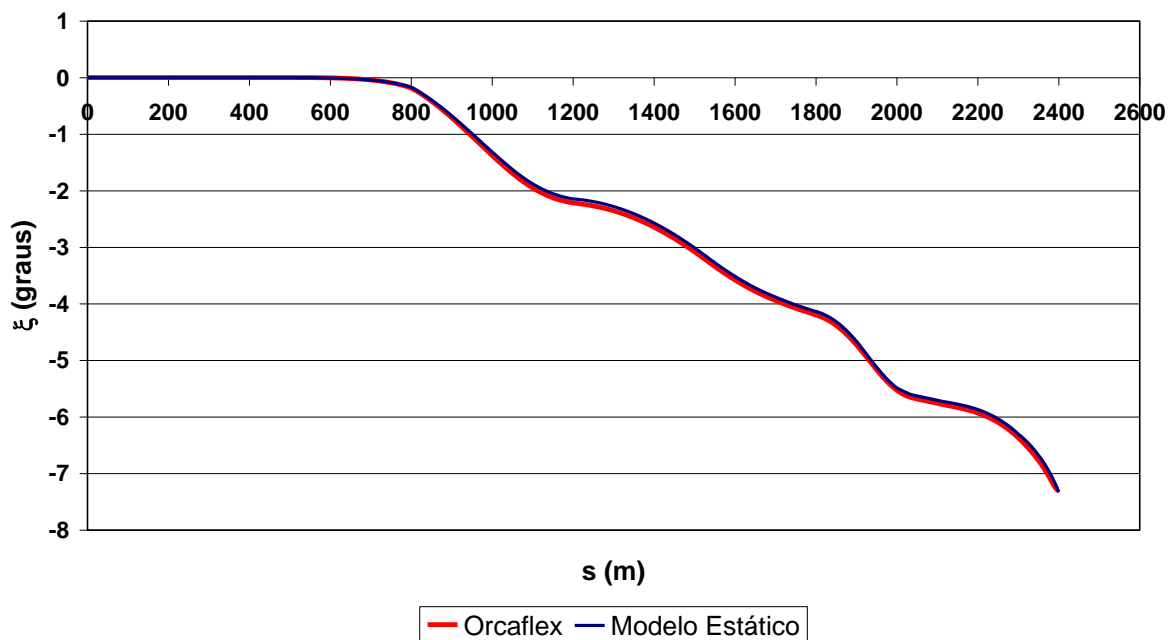


Figura 2.24 - ξ em função de s da *lazy-wave*

2.5 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS COM E SEM O EFEITO DA RIGIDEZ À TORÇÃO

Aqui serão apresentadas comparações entre a análise estática com e sem rigidez à torção, utilizando-se o *software* OrcaflexTM. Dois casos com rigidez à torção foram simulados: com momento de torção imposto no topo de $M_{topo} = 0$ e $M_{topo} = 20kN.m$, ambos com $GJ = 60000kN.m^2$ em todo o *riser*, equivalente a um *riser* rígido de diâmetro externo 0,4064m e espessura de uma polegada.

2.5.1.1 Catenária

Nesta seção serão apresentadas as comparações entre resultados obtidos para a configuração em catenária. A Figura 2.25, a Figura 2.26 e a Figura 2.27 apresentam as projeções da linha elástica nos planos Oxy , Oyz e Oxz , respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura, tração efetiva e ξ .

Análise Estática: Catenária

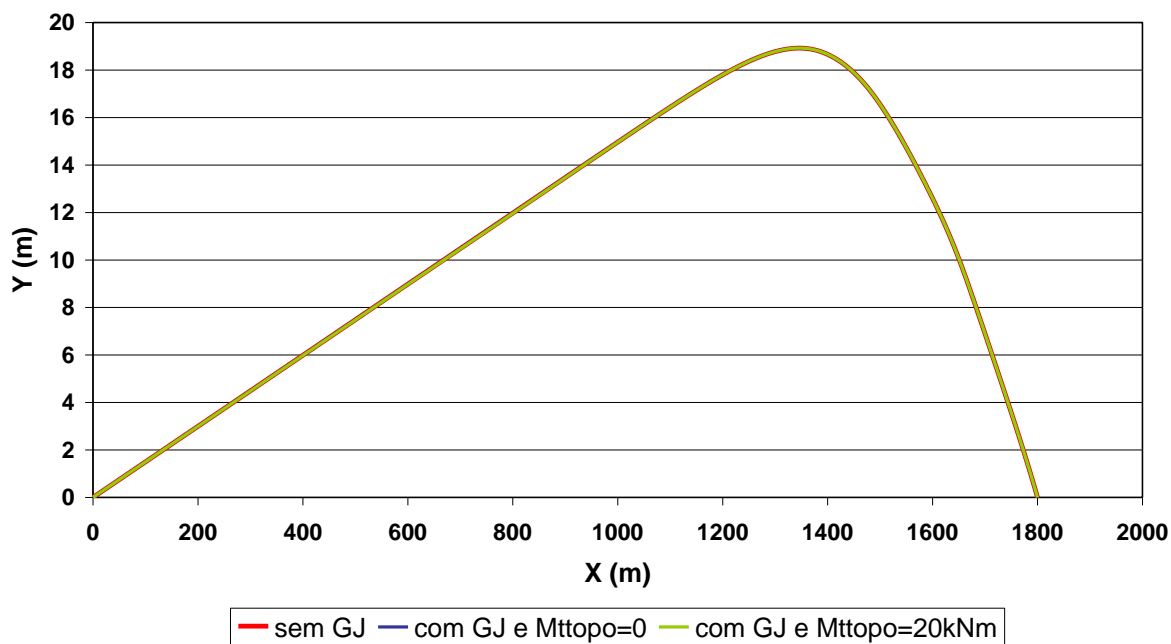


Figura 2.25 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxy

Análise Estática: Catenária

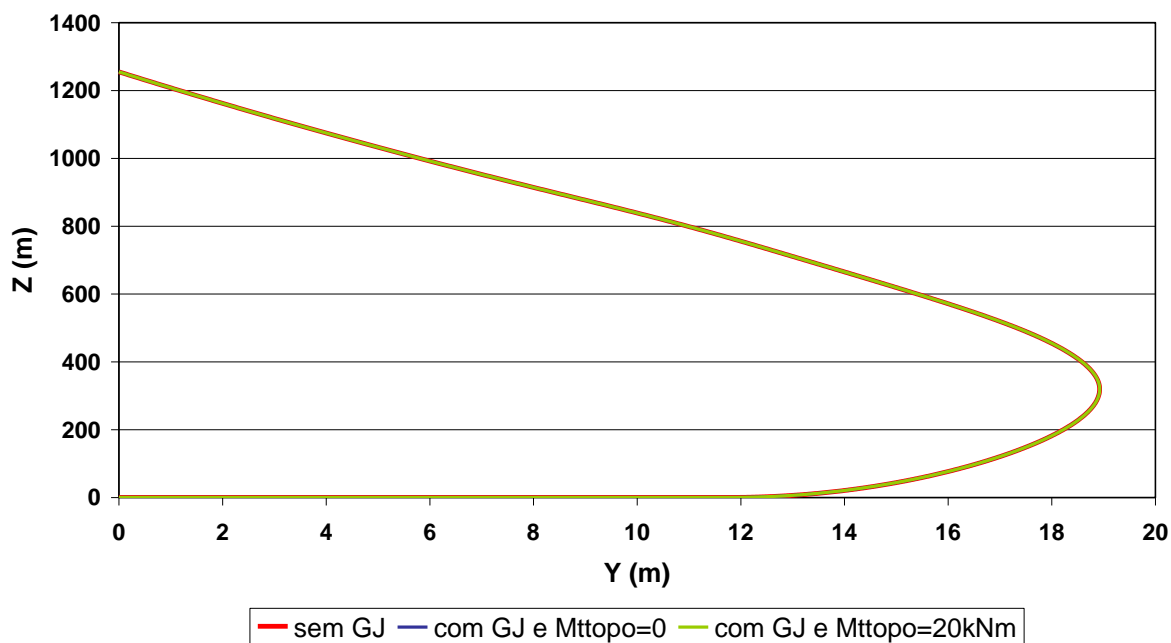


Figura 2.26 - Linha elástica da catenária vista do plano Oyz

Análise Estática: Catenária

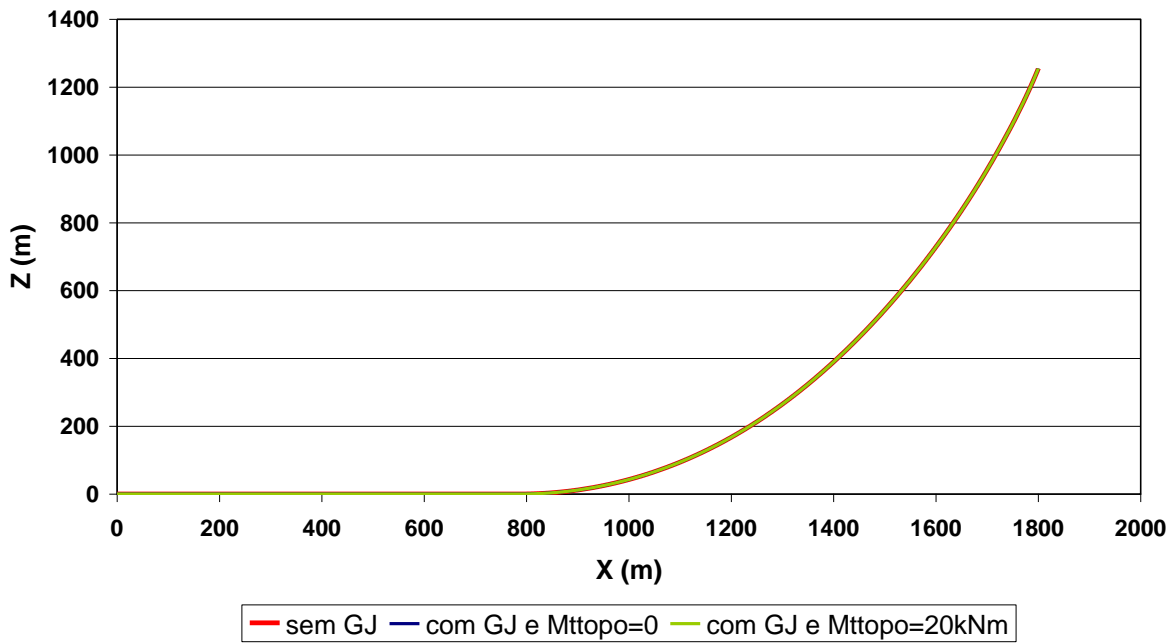


Figura 2.27 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz

Análise Estática: Catenária

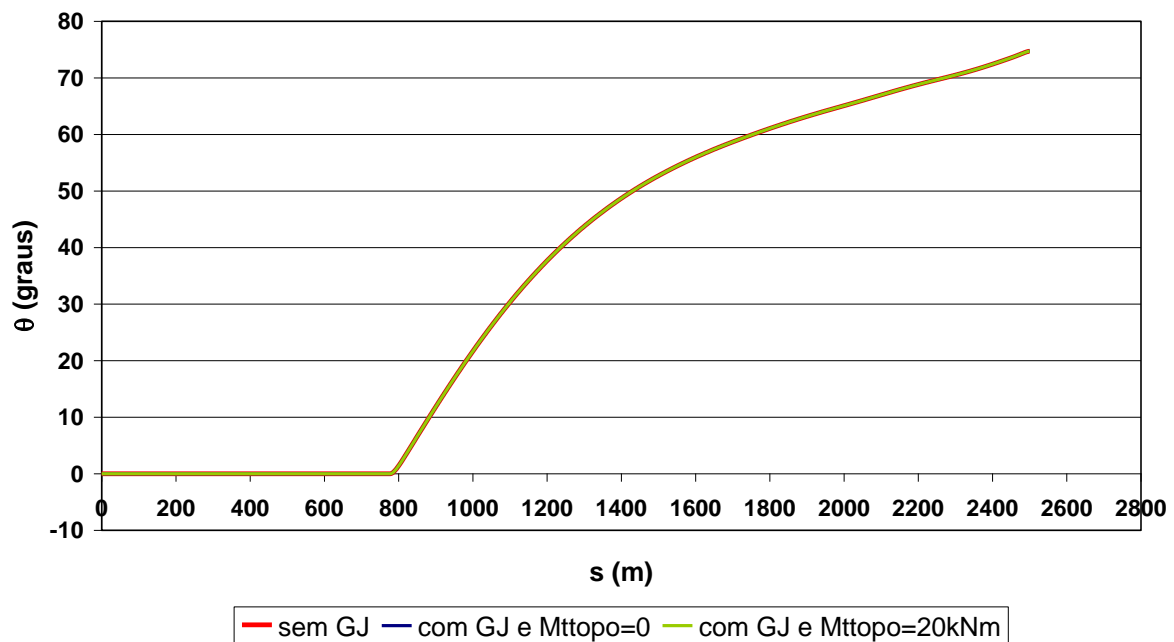


Figura 2.28 - θ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

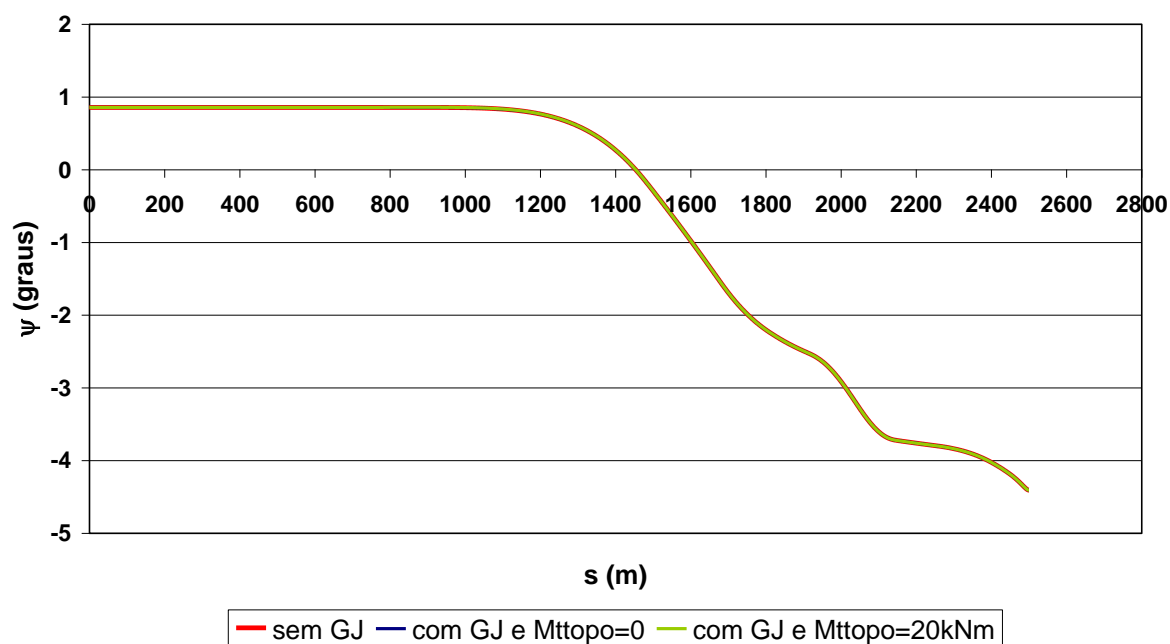


Figura 2.29 - ψ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

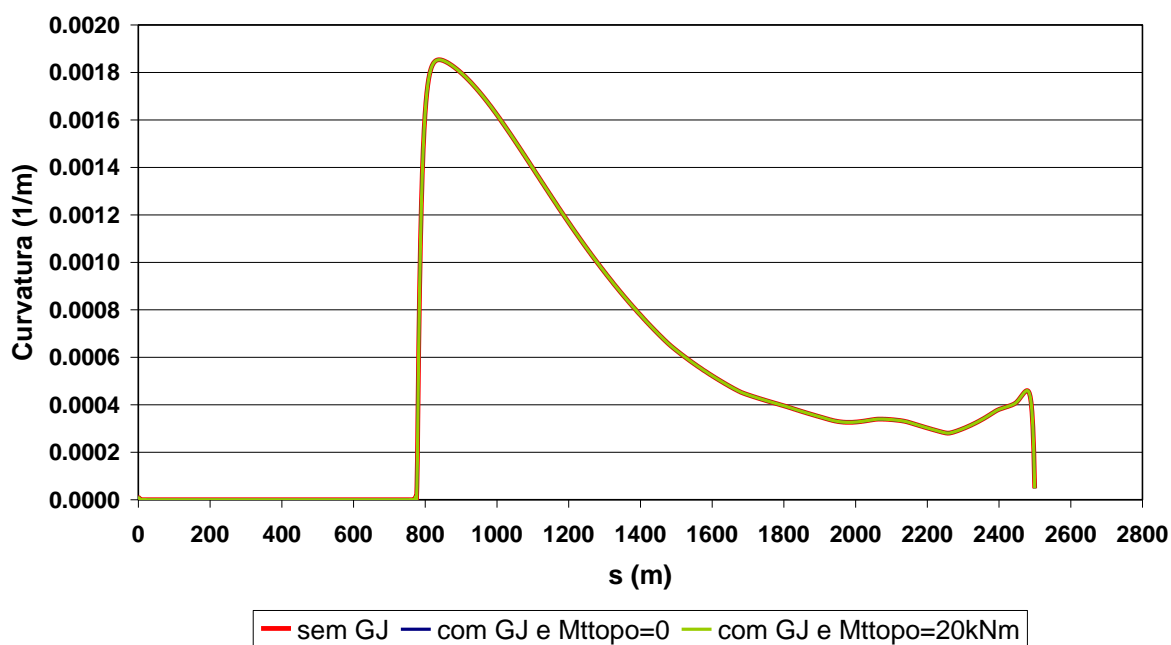


Figura 2.30 - Curvatura em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

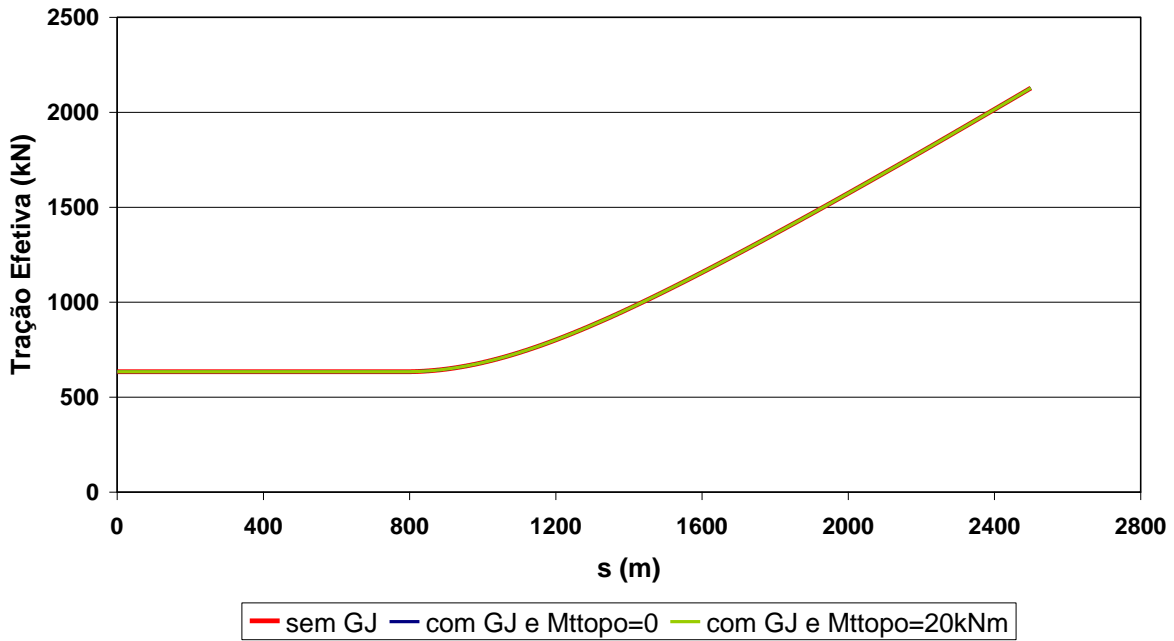


Figura 2.31 - Tração efetiva em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

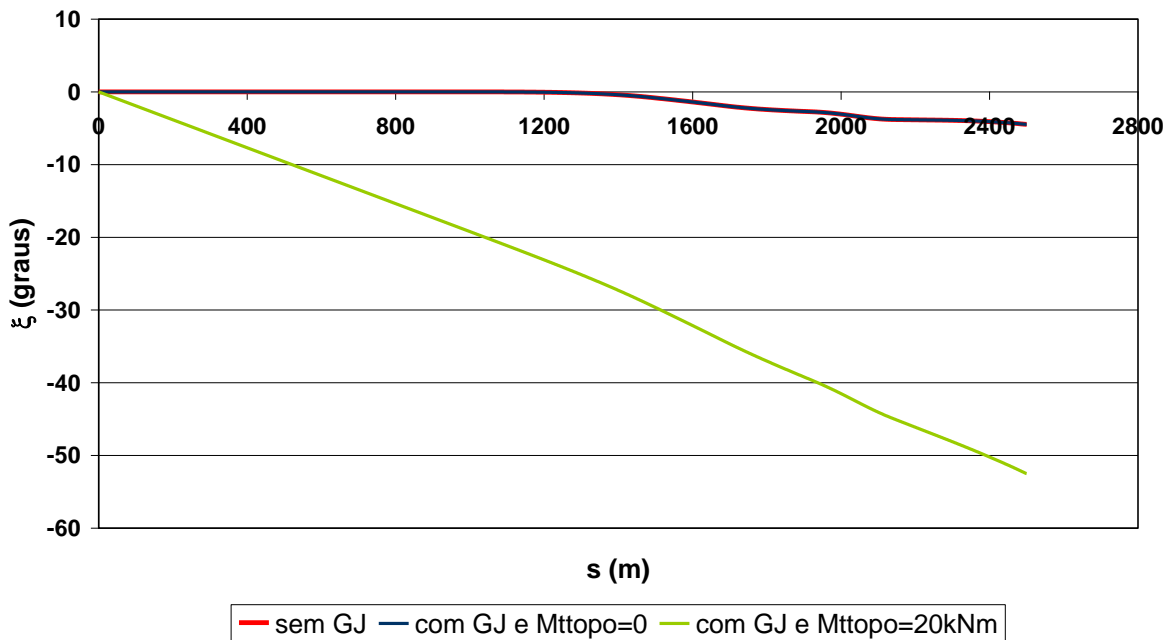


Figura 2.32 - ξ em função de s da catenária

Pode-se observar que todos os resultados, com exceção do ξ , não foram afetados pela inclusão da rigidez à torção. O ângulo ξ foi a única resposta diretamente afetada, já que ele representa a torção ao longo do *riser*.

A Figura 2.32 mostra claramente as duas parcelas da eq. (48) que compõem o ângulo ξ : quando não há momento aplicado no topo pode ser visto apenas o efeito da tortuosidade e quando há momento aplicado no topo pode ser visto o efeito linear do mesmo somado ao efeito da tortuosidade.

2.5.1.2 Lazy-wave

Assim como na seção anterior, nesta seção serão apresentadas as comparações entre resultados obtidos para a configuração em *lazy-wave*. A Figura 2.33, a Figura 2.34 e a Figura 2.35 apresentam as projeções da linha elástica nos planos *Oxy*, *Oyz* e *Oxz*, respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura, tração efetiva e ξ .

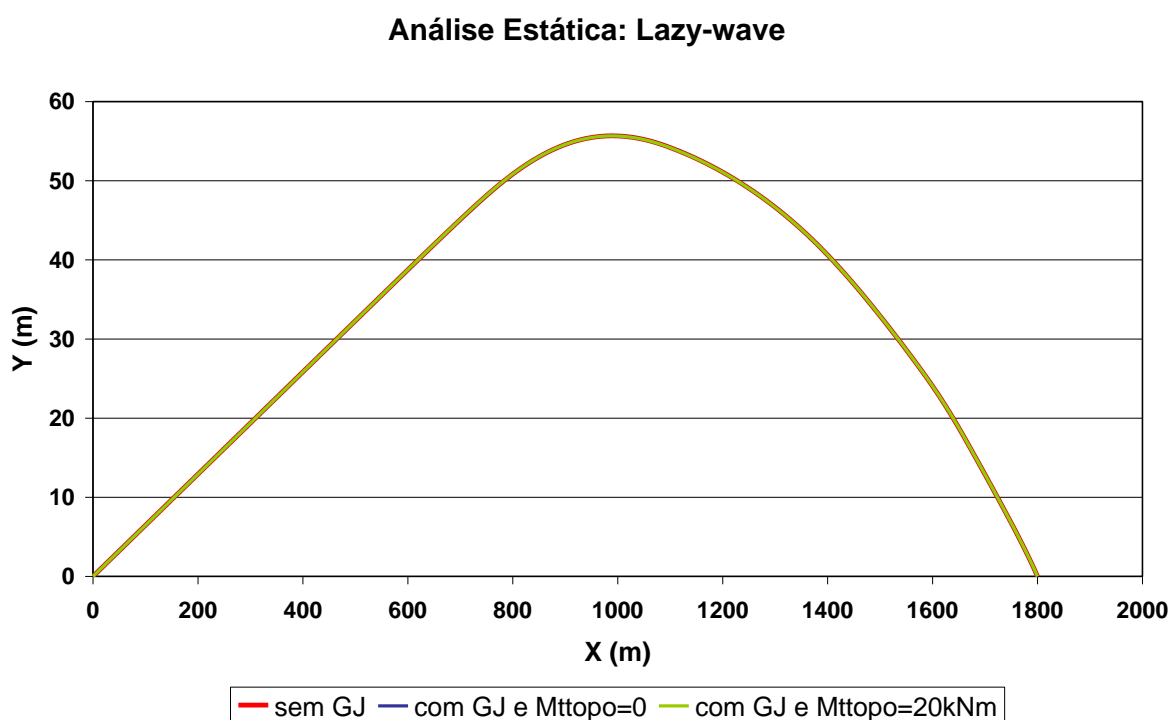


Figura 2.33 - Linha elástica da *lazy-wave* vista do plano *Oxy*

Análise Estática: Lazy-wave

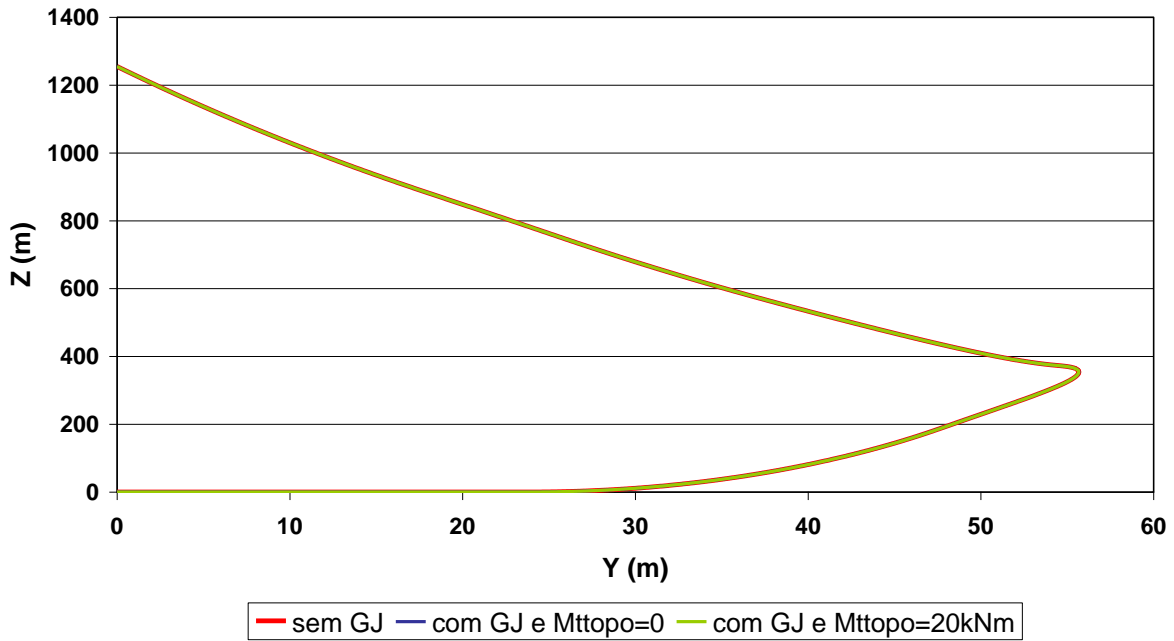


Figura 2.34 - Linha elástica da lazy-wave vista do plano Oyz

Análise Estática: Lazy-wave

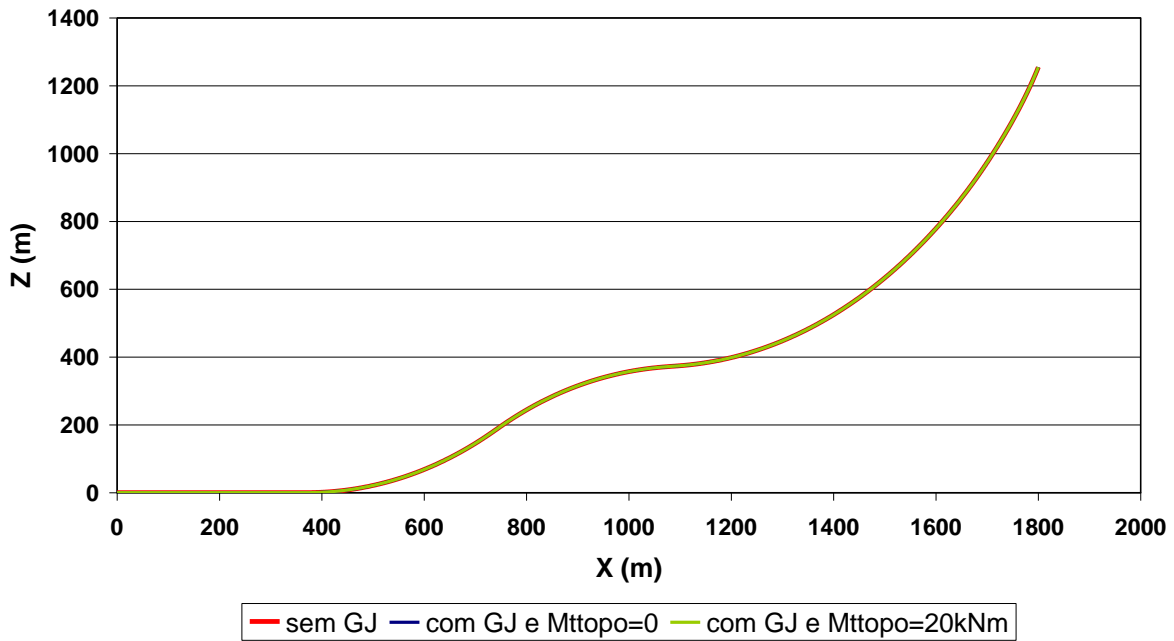


Figura 2.35 - Linha elástica da lazy-wave vista do plano Oxz

Análise Estática: Lazy-wave

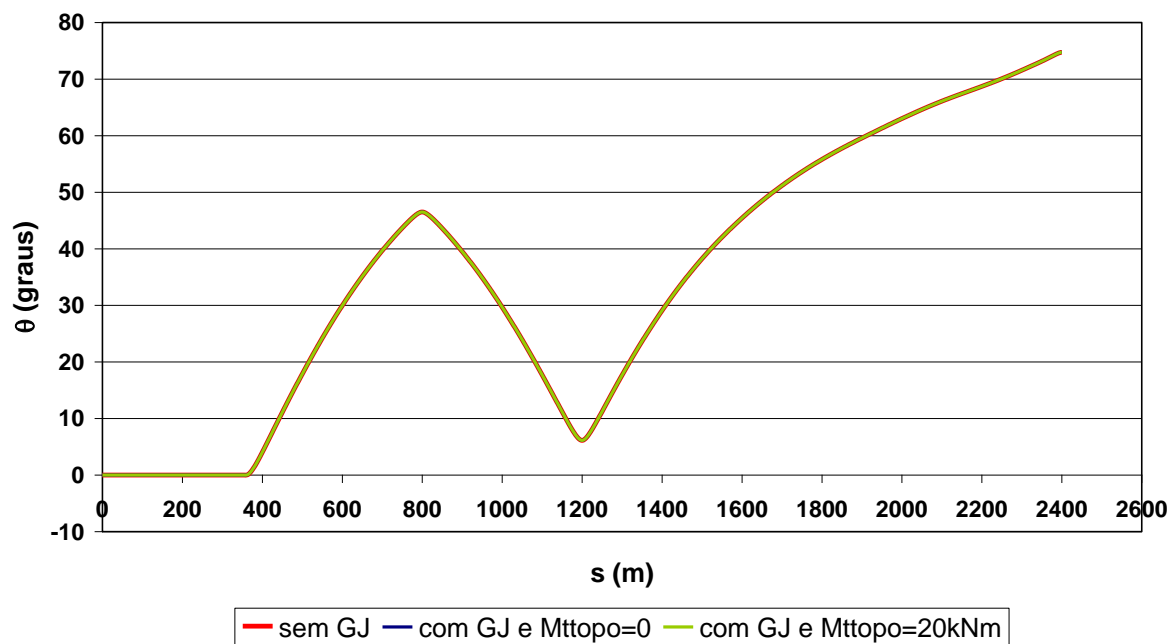


Figura 2.36 - θ em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

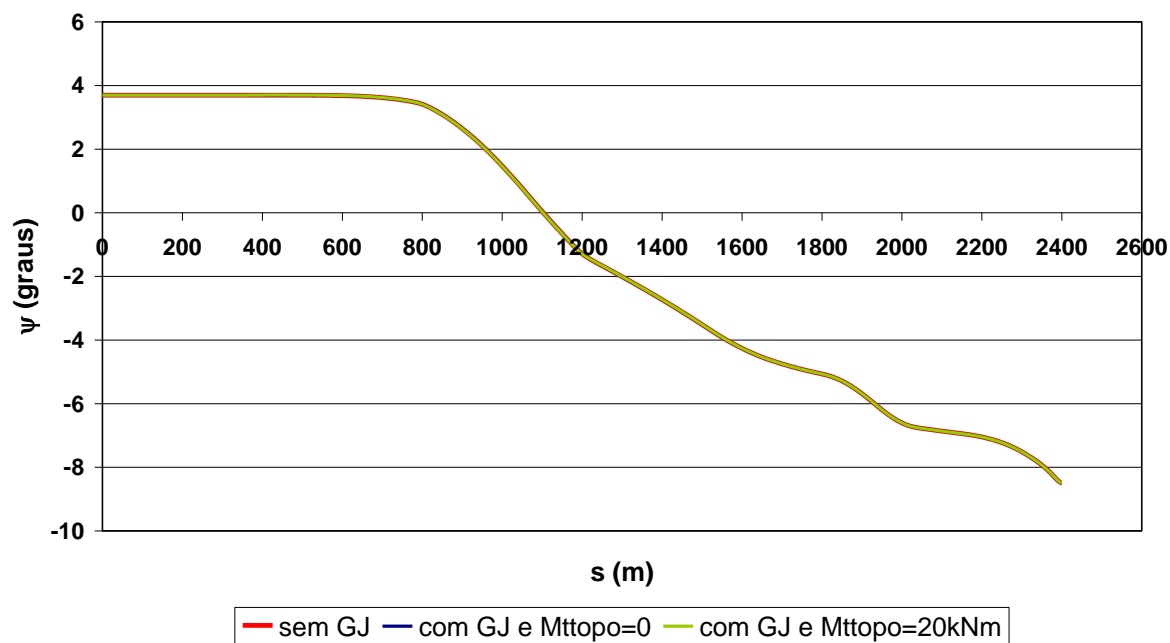


Figura 2.37 - ψ em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

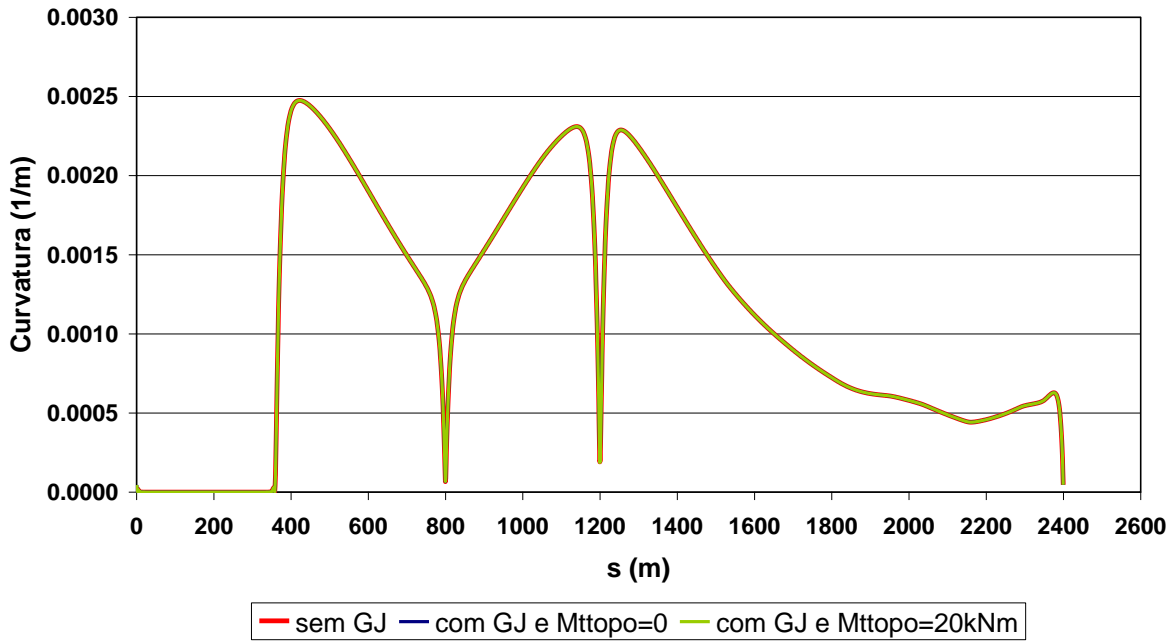


Figura 2.38 - Curvatura em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

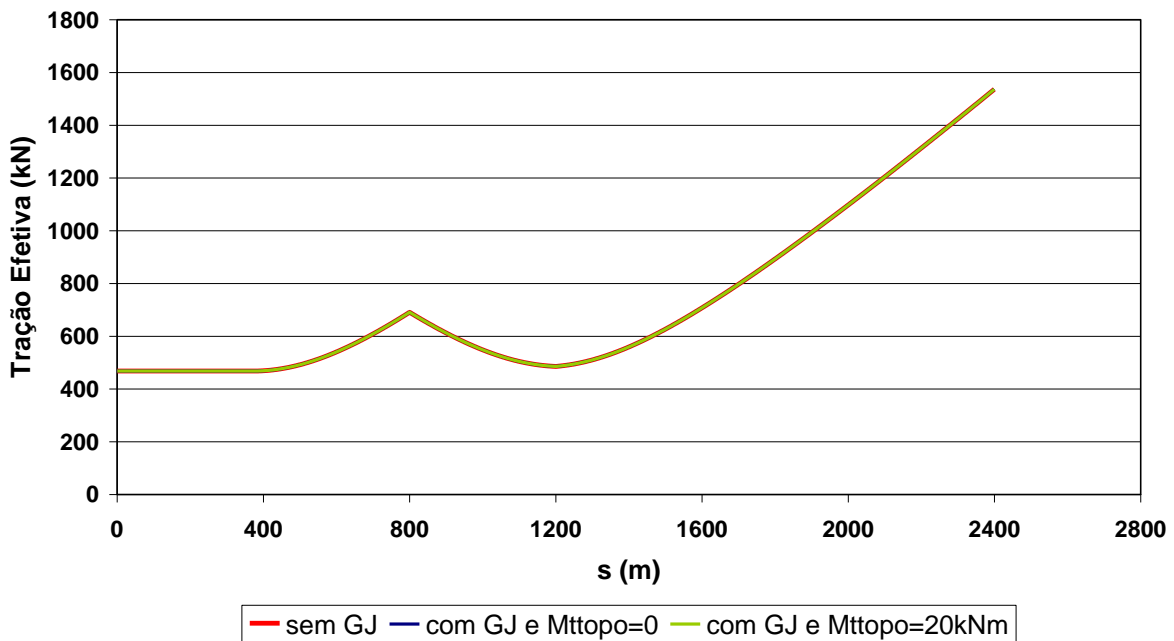


Figura 2.39 - Tração efetiva em função de s da lazy-wave

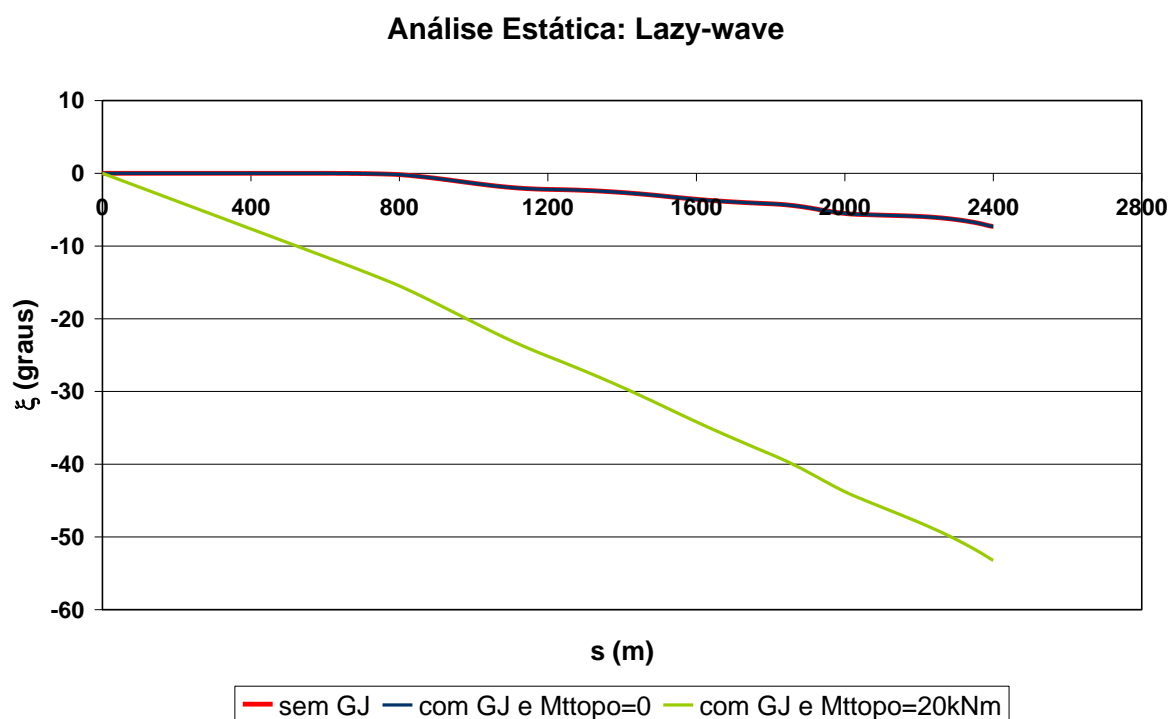


Figura 2.40 - ξ em função de s da catenária

Assim como no caso da catenária, pode-se observar que todos os resultados, com exceção do ângulo ξ , não foram afetados pela inclusão da rigidez à torção. O ângulo ξ foi a única resposta diretamente afetada, já que ele representa a torção ao longo do *riser*.

As duas parcelas que compõem o ângulo ξ também puderam ser vistas na Figura 2.40. Quando não há momento aplicado no topo pode ser visto apenas o efeito da tortuosidade e quando há momento aplicado no topo pode ser visto o efeito linear do mesmo somado ao efeito da tortuosidade.

2.6 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Foi descrita, neste capítulo, a análise estática utilizada neste trabalho. Primeiramente, foi feita uma apresentação do modelo e breve descrição da implementação. Em seguida, foi feita uma comparação entre os resultados de um estudo de caso obtidos com este modelo e resultados do Orcaflex™.

Todos os resultados foram bons quando comparados com os resultados obtidos através do OrcaflexTM. A ausência da rigidez flexional não afetou os resultados de x , y e z nem para a catenária nem para a *lazy-wave*. A correção pela Camada Limite foi implementada para os ângulos θ e ψ e para a curvatura. O resultado do ângulo ψ não foi visivelmente alterado, já uma pequena alteração pode ser observada no ângulo θ para a *lazy-wave* nos pontos onde há mudança de trecho. A influência na curvatura é mais visível, porém observa-se que a rigidez flexional é importante apenas em posições localizadas: próxima a mudança de trechos, na região do TDP e topo.

A ausência da rigidez à torção no modelo estático não acarretará prejuízos à análise dinâmica, conforme foi visto nas comparações dos resultados com e sem rigidez à torção. O único resultado que de fato mudaria com a inclusão do efeito da torção é o ângulo de torção, porém os *risers* são instalados sem torção inicial.

Considerando a consistência da modelagem e suas hipóteses e a boa comparação dos resultados com os resultados de um software comercial amplamente utilizado na área de engenharia *offshore* – OrcaflexTM – conclui-se que o equilíbrio estático obtido com o modelo aqui apresentado pode ser utilizado como entrada para a análise dinâmica sem ressalvas.

CAPÍTULO 3 ANÁLISE DINÂMICA

3.1 INTRODUÇÃO

A análise dinâmica de *risers* busca determinar os esforços e deslocamentos sofridos pelo mesmo, quando sujeito a esforços variáveis no tempo. Os esforços dinâmicos considerados neste trabalho são: força de arrasto causada pela onda e pela correnteza e movimento da unidade flutuante prescrito no topo. Uma parte do esforço de arrasto causado pela correnteza marítima já foi considerada na análise estática e não entrará nesta análise. A outra parte, que considera o efeito combinado com a velocidade do *riser* e da onda, será considerada aqui. Outro efeito dinâmico oriundo do escoamento da correnteza marítima ao redor do *riser* são as vibrações induzidas por vórtices, que serão consideradas fora do escopo deste trabalho já que o seu estudo, por si só, é assunto para várias teses.

O período da resposta do *riser* é da mesma ordem do período das ondas e do período do movimento do topo, o que justifica a necessidade da análise dinâmica, pois a força de inércia se torna importante.

Em Martins (2000) é proposto um modelo para a análise dinâmica bidimensional de *risers*. Naquele modelo, além das hipóteses levadas em conta na modelagem estática, foi considerado, também, que os esforços dinâmicos aplicados são harmônicos. Dessa forma, a onda tem amplitude e período conhecidos e o movimento do topo é prescrito através de amplitudes e fases em relação à onda e com o mesmo período.

Como as amplitudes de deslocamentos dinâmicos, da ordem de metros, são muito menores que o comprimento do *riser*, da ordem de centenas de metros, considerou-se a resposta dinâmica como uma perturbação da configuração estática. Isso sugeriu que fosse adotado um modelo estrutural linear para representar o *riser*.

Entretanto, a dinâmica possui outras não-linearidades. Duas das principais não-linearidades são: amortecimento viscoso, que pela Fórmula de *Morison* é quadrático com a velocidade relativa entre o *riser* e o fluido, e o contato com o solo, que é unilateral.

A análise dinâmica foi feita no domínio da frequência, e portanto, ambas as não-linearidades apresentadas anteriormente tiveram que ser removidas.

Aquele mesmo trabalho traz uma forma de linearizar a parcela da viscosidade da Fórmula de *Morison* utilizando o balanço da energia dissipada em um ciclo. Como o valor da velocidade relativa não é conhecido no início da análise, o processo se torna iterativo. Esse processo foi dividido em duas partes, um único fator é calculado para todo o *riser* para o caso sem correnteza e outro para o caso com correnteza dominante.

O contato unilateral, por sua vez, foi tratado através da restrição do movimento vertical e imposição de molas lineares no plano horizontal na posição do TDP estático. Essas molas servem para recuperar as deformações e deslocamentos da parte apoiada do *riser*. Para calcular a rigidez das mesmas, considera-se que o comportamento do pedaço do *riser* apoiado sobre o solo seja quasi-estático. Para recuperar o movimento vertical foi utilizada posteriormente uma técnica de camada limite.

O equacionamento foi feito de forma análoga ao feito na análise estática, considerando que o problema completo seja formado por uma parcela estática e uma parcela dinâmica. Naquele modelo foi considerado que o *riser* tenha rigidez axial finita, já que o alto grau de amortecimento não permitiria a acomodação geométrica da forma de catenária com o movimento da unidade flutuante.

A discretização das equações dinâmicas foi feita através do Método dos Elementos Finitos, utilizando-se o princípio dos trabalhos virtuais através de uma formulação fraca.

Uma forma tridimensional baseada no modelo descrito foi apresentada em Santos (2003), porém sem incluir o efeito da torção.

No presente trabalho, a idéia inicial era estudar os modelos desenvolvidos por Martins (2000) e Santos (2003) e adicionar os efeitos da rigidez flexional e à torção a esses modelos. Porém, na ausência de tais simplificações, o equacionamento se tornou mais complexo e o trabalho adicional maior do que o esperado. Por isso, decidiu-se recomeçar a modelagem através de uma abordagem mais tradicional do

Método dos Elementos Finitos, ou MEF. A principal diferença entre as duas formulações é que na primeira as matrizes globais do problema já saem rotacionadas, sem a necessidade de se utilizar uma matriz de rotação para cada elemento. Já na segunda abordagem, utilizada nesta tese, foram utilizadas matrizes de rotação para a montagem do sistema global.

Este capítulo traz a modelagem do problema dinâmico na seção 3.2 e a discretização através do Método dos Elementos Finitos pode ser encontrada na seção 3.3. O efeito do contato do *riser* com o solo será tratado no CAPÍTULO 5.

3.2 MODELO DINÂMICO

3.2.1 ORIGEM DO CARREGAMENTO DINÂMICO

Os esforços considerados na análise dinâmica são os causados pela onda e pelo movimento da unidade flutuante imposto ao topo do *riser*. Parte dos esforços causados pela correnteza já foram considerados no problema estático, porém seu efeito combinado com a velocidade da onda e do *riser* deverão ser considerados na análise dinâmica. Nesta seção serão apresentados o cálculo da velocidade da onda e o movimento da unidade flutuante.

3.2.1.1 Ondas

O potencial de velocidades ϕ associado a uma onda de superfície, suposta harmônica propagando-se em águas profundas, pode ser escrito na forma:

$$\phi = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} \text{sen}(K_w x \cos(\alpha_w) + K_w y \text{sen}(\alpha_w) - \omega t) \quad (106)$$

onde A_w é a amplitude da onda, ω é a frequência da onda, g é a aceleração da gravidade e α_w é o ângulo que a onda faz com o plano Oxz global. O número de

onda é $K_w = \frac{\omega^2}{g}$ para águas profundas, Lighthill (1978).

O campo de velocidade \vec{v}_w da onda incidente corresponde ao vetor gradiente do potencial de velocidades, ou seja:

$$\vec{v}_w(t) = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k} \quad (107)$$

Escrevendo o vetor velocidade na forma:

$$\vec{v}_w(t) = v_{w,x}(t) \vec{i} + v_{w,y}(t) \vec{j} + v_{w,z}(t) \vec{k} \quad (108)$$

cada componente fica:

$$\begin{aligned} v_{w,x} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} \cos(K_w d_w - \omega t) K_w \cos \alpha_w \\ v_{w,y} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} \cos(K_w d_w - \omega t) K_w \sin \alpha_w \\ v_{w,z} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} \sin(K_w d_w - \omega t) K_w \end{aligned} \quad (109)$$

onde $d_w = x \cos \alpha_w + y \sin \alpha_w$.

Reescrevendo a eq. (109):

$$\begin{aligned}
v_{w,x} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w \cos \alpha_w [\cos(K_w d_w) \cos(\omega t) + \sin(K_w d_w) \sin(\omega t)] \\
v_{w,y} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w \sin \alpha_w [\cos(K_w d_w) \cos(\omega t) + \sin(K_w d_w) \sin(\omega t)] \\
v_{w,z} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w [\sin(K_w d_w) \cdot \cos(\omega t) - \cos(K_w d_w) \cdot \sin(\omega t)]
\end{aligned} \tag{110}$$

Escrevendo na forma complexa, obtém-se:

$$\begin{aligned}
v_{w,x} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w \cos \alpha_w \cdot \operatorname{Re} \left\{ [\cos(K_w d_w) - i \cdot \sin(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\} \\
v_{w,y} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w \sin \alpha_w \cdot \operatorname{Re} \left\{ [\cos(K_w d_w) - i \cdot \sin(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\} \\
v_{w,z} &= \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w(z-h)} K_w \cdot \operatorname{Re} \left\{ [\sin(K_w d_w) + i \cdot \cos(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\}
\end{aligned} \tag{111}$$

Derivando a velocidade em t , obtém-se o campo de aceleração \vec{a}_w da onda incidente:

$$\vec{a}_w(t) = \frac{d\vec{v}_w(t)}{dt} = a_{w,x}(t)\vec{i} + a_{w,y}(t)\vec{j} + a_{w,z}(t)\vec{k} \tag{112}$$

Cada componente fica:

$$\begin{aligned}
a_{w,x} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w \cos \alpha_w [-\cos(K_w d_w) \sin(\omega t) + \sin(K_w d_w) \cos(\omega t)] \\
a_{w,y} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w \sin \alpha_w [-\cos(K_w d_w) \sin(\omega t) + \sin(K_w d_w) \cos(\omega t)] \\
a_{w,z} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w [-\sin(K_w d_w) \cdot \sin(\omega t) - \cos(K_w d_w) \cdot \cos(\omega t)]
\end{aligned} \tag{113}$$

Escrevendo na forma complexa, obtém-se:

$$\begin{aligned}
a_{w,x} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w \cos \alpha_w \cdot \text{Re} \left\{ [\text{sen}(K_w d_w) + i \cdot \text{cos}(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\} \\
a_{w,y} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w \text{sen} \alpha_w \cdot \text{Re} \left\{ [\text{sen}(K_w d_w) + i \cdot \text{cos}(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\} \\
a_{w,z} &= gA_w e^{K_w(z-h)} K_w \cdot \text{Re} \left\{ [-\text{cos}(K_w d_w) + i \cdot \text{sen}(K_w d_w)] e^{i\omega t} \right\}
\end{aligned} \tag{114}$$

3.2.1.2 Movimento da unidade flutuante

A extremidade superior do *riser* está conectada à unidade flutuante, a qual se movimenta com a passagem das ondas do mar. Esse movimento é transmitido ao topo do *riser*, fazendo com que todo o *riser* se movimente.

O movimento da unidade flutuante é função da frequência, da amplitude e da direção das ondas em relação ao seu eixo. Para cada ângulo de incidência, esse movimento é usualmente caracterizado pelo RAO, *Response Amplitude Operator*. O RAO é a função de transferência, que relaciona os movimentos da unidade flutuante causados por uma onda harmônica de amplitude unitária com o ângulo de aproamento da unidade flutuante e o ângulo de incidência da onda. Através do RAO é possível obter o movimento da unidade flutuante, conhecida a onda incidente, e calcular o movimento do topo do *riser*, cujas componentes serão consideradas como dados do problema.

$$\begin{aligned}
x_{topo,t}(t) &= \text{Re}(X_{topo} \cdot e^{i(\omega t + \phi_{x,topo})}) \\
y_{topo,t}(t) &= \text{Re}(Y_{topo} \cdot e^{i(\omega t + \phi_{y,topo})}) \\
z_{topo,t}(t) &= \text{Re}(Z_{topo} \cdot e^{i(\omega t + \phi_{z,topo})})
\end{aligned} \tag{115}$$

3.2.2 FORÇA DO FLUIDO

A Fórmula de *Morison*, já utilizada no problema estático, é amplamente utilizada para representar a força do fluido sobre o *riser*. Originalmente apresentada para um cilindro fixo, em Blevins (1990) é apresentada uma modificação para o escoamento ao redor de um cilindro que também pode se movimentar.

A expressão pode ser dividida em duas partes:

Uma delas é a força de inércia do fluido:

$$\vec{f}_{if} = \rho_a A \vec{a}_w(t) + c_a \rho_a A (\vec{a}_w(t) - \ddot{\vec{q}}(t)) \quad (116)$$

onde ρ_a é a massa específica do fluido, A é a área da seção transversal do *riser* e c_a é o coeficiente de massa adicional². A parcela que multiplica $\ddot{\vec{q}}(t)$ será considerada como de inércia adicional, as outras parcelas entrarão no sistema como carregamento externo. O efeito dessa força na direção axial ao *riser* será desprezado. Dessa forma a força por unidade de comprimento causada pela massa adicional fica na forma:

$$\vec{f}_{ia} = -c_a \rho_a A \ddot{\vec{q}}(t) \quad (117)$$

Além da força de inércia do fluido, a Fórmula de *Morison* contém uma força viscosa. A força viscosa surge do movimento relativo entre um corpo e o fluido em que está imerso. No estudo do comportamento de um *riser*, essa força pode ser dividida em duas componentes: axial e transversal.

A expressão por unidade de comprimento é dada por:

$$\hat{f}_{D,t} = -\frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} |\vec{v}_{r,t}(t)| \vec{v}_{r,t}(t) \quad (118)$$

² Em alguns trabalhos, utiliza-se o coeficiente de inércia c_m , tal que $c_m = 1 + c_a$. Dessa forma a expressão ficaria: $\vec{f}_{if} = c_m \rho_a A (\vec{a}_w(t) - \ddot{\vec{q}}(t)) + \rho_a A \ddot{\vec{q}}(t)$.

para a direção transversal e é dada por:

$$\hat{f}_{D,a} = -\frac{1}{2}\rho_a\pi DC_{D,a}|\vec{v}_{r,a}(t)|\vec{v}_{r,a}(t) \quad (119)$$

para a direção axial. Nessa expressão, ρ_a é a densidade do fluido, D é o diâmetro do riser, $C_{D,t}$ é o coeficiente de arrasto transversal, $C_{D,a}$ é o coeficiente de arrasto axial, $v_{r,t}(t)$ é a velocidade relativa entre o riser e o fluido na direção transversal e $v_{r,a}(t)$ é a velocidade relativa entre o riser e o fluido na direção axial.

A velocidade relativa entre o riser e o fluido é dada por:

$$\vec{v}_r(t) = \dot{\vec{q}}(t) - \vec{v}_c - \vec{v}_w(t) \quad (120)$$

onde \vec{v}_c é a velocidade da correnteza e $\vec{v}_w(t)$ é o campo associado à onda.

Substituindo a eq. (120) em (119) e (118), tem-se:

$$\hat{f}_{D,t} = -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t}|\dot{\vec{q}}_t(t) - \vec{v}_{c,t} - \vec{v}_{w,t}(t)|(\dot{\vec{q}}_t(t) - \vec{v}_{c,t} - \vec{v}_{w,t}(t)) \quad (121)$$

$$\hat{f}_{D,a} = -\frac{1}{2}\rho_a D\pi C_{D,a}|\dot{\vec{q}}_a(t) - \vec{v}_{c,a} - \vec{v}_{w,a}(t)|(\dot{\vec{q}}_a(t) - \vec{v}_{c,a} - \vec{v}_{w,a}(t)) \quad (122)$$

Reescrevendo e lembrando que as parcelas $\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t}|\vec{v}_{c,t}|\vec{v}_{c,t}$ da direção transversal e $\frac{1}{2}\rho_a\pi DC_{D,a}|\vec{v}_{c,a}|\vec{v}_{c,a}$ da direção axial já foram consideradas no problema estático e, portanto, devem ser subtraídas, tem-se:

$$\begin{aligned} \vec{f}_{D,t} = & -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t}|\dot{\vec{q}}_t(t) - \vec{v}_{c,t} - \vec{v}_{w,t}(t)|(\dot{\vec{q}}_t(t)) \\ & + \frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t}|\dot{\vec{q}}_t(t) - \vec{v}_{c,t} - \vec{v}_{w,t}(t)|(\vec{v}_{c,t} + \vec{v}_{w,t}(t)) - \frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t}|\vec{v}_{c,t}|\vec{v}_{c,t} \end{aligned} \quad (123)$$

$$\begin{aligned} \vec{f}_{D,a} = & -\frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} \left| \dot{\vec{q}}_a(t) - \vec{v}_{c,a} - \vec{v}_{w,a}(t) \right| (\dot{\vec{q}}_a(t)) \\ & + \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} \left| \dot{\vec{q}}_a(t) - \vec{v}_{c,a} - \vec{v}_{w,a}(t) \right| (\vec{v}_{c,a} + \vec{v}_{w,a}(t)) - \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} \left| \vec{v}_{c,a} \right| (\vec{v}_{c,a}) \end{aligned} \quad (124)$$

Ambas as eqs. (123) e (124) têm três parcelas. A primeira parcela corresponde à força de amortecimento e têm a forma:

$$\vec{f}_D = -c(\dot{q}, t) \dot{\vec{q}}(t) \quad (125)$$

As outras duas parcelas entrarão no problema como carregamento externo.

3.3 DISCRETIZAÇÃO PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

3.3.1 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO

O elemento que será utilizado para resolver o problema dinâmico será um pórtico de seção circular tridimensional de comprimento L e raio R com 12 graus de liberdade, como mostrado na Figura 3.1.

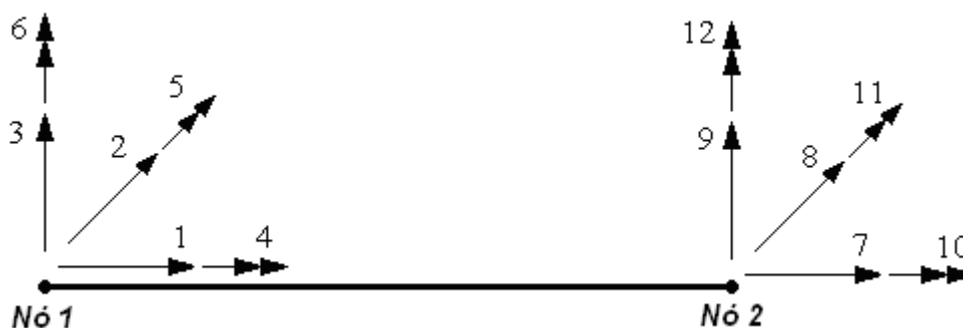


Figura 3.1 - Pórtico com 12 graus de liberdade

Sendo, $\mathbf{Q} = \{u_1(t), v_1(t), w_1(t), \alpha_1(t), \beta_1(t), \gamma_1(t), u_2(t), v_2(t), w_2(t), \alpha_2(t), \beta_2(t), \gamma_2(t)\}^T$ os graus de liberdade do elemento, conforme mostrado na Figura 3.2, onde o índice corresponde ao nó.

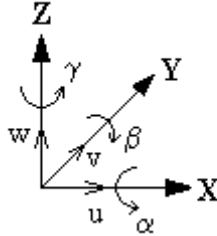


Figura 3.2 - Graus de liberdade de cada nó

Considera-se que os deslocamentos em v e γ sejam acoplados, assim como w e β . É adotado como hipótese que a torção e a flexão sejam desacopladas, assim como a torção e a tração.

Então, os deslocamentos podem ser escritos na forma:

$$\begin{aligned}
 u(x,t) &= \varphi_1(x)u_1(t) + \varphi_7(x)u_2(t) \\
 v(x,t) &= \varphi_2(x)v_1(t) + \varphi_6(x)\gamma_1(t) + \varphi_8(x)v_2(t) + \varphi_{12}(x)\gamma_2(t) \\
 w(x,t) &= \varphi_3(x)w_1(t) - \varphi_5(x)\beta_1(t) + \varphi_9(x)w_2(t) - \varphi_{11}(x)\beta_2(t) \\
 \alpha(x,t) &= \varphi_4(x)\alpha_1(t) + \varphi_{10}(x)\alpha_2(t)
 \end{aligned} \tag{126}$$

onde $\varphi_i(x)$ representam as funções de forma que serão apresentadas na seção 3.3.2.

γ e β têm sinais opostos já que têm influências opostas nos deslocamentos v e w .

Os ângulos são encontrados pela derivada dos deslocamentos, e ficam:

$$\begin{aligned}
 \gamma(x,t) &= \frac{dv(x,t)}{dx} = \frac{d\varphi_2(x)}{dx}v_1(t) + \frac{d\varphi_6(x)}{dx}\gamma_1(t) + \frac{d\varphi_8(x)}{dx}v_2(t) + \frac{d\varphi_{12}(x)}{dx}\gamma_2(t) \\
 \beta(x,t) &= -\frac{dw(x,t)}{dx} = -\frac{d\varphi_3(x)}{dx}w_1(t) + \frac{d\varphi_5(x)}{dx}\beta_1(t) - \frac{d\varphi_9(x)}{dx}w_2(t) + \frac{d\varphi_{11}(x)}{dx}\beta_2(t)
 \end{aligned} \tag{127}$$

3.3.2 FUNÇÕES DE FORMA

Pelo Método dos Elementos Finitos os deslocamentos e esforços são aplicados, ou calculados, apenas nos nós dos elementos. Para estimar os valores nos pontos entre os nós são utilizadas funções de interpolação, também chamadas de funções de forma.

Cada grau de liberdade poderá ter uma função de forma diferente de acordo com comportamento esperado para cada direção. Neste caso, as funções serão representadas por polinômios e seus parâmetros são determinados impondo-se de cada vez um deslocamento unitário para um grau de liberdade e zero para todos os demais, como mostrado adiante.

3.3.2.1 Direções u e α

Considerando que tanto a força axial quanto o momento de torção sejam constantes no elemento, as funções de interpolação de ambas as direções u e α podem ser representadas por um polinômio do primeiro grau, já que a força axial é proporcional à primeira derivada de u e o momento de torção é proporcional à primeira derivada de α .

Impondo-se um deslocamento unitário no primeiro nó, tem-se:

$$\varphi_1(x) = \varphi_4(x) = ax + b \quad (128)$$

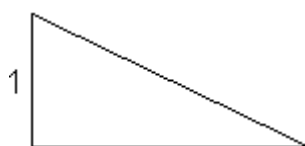


Figura 3.3 - Impondo deslocamento 1 no primeiro nó

Condições de contorno:

$$\varphi_1(0) = \varphi_4(0) = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$\varphi_1(L) = \varphi_4(L) = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{L}$$

Então,

$$\varphi_1(x) = \varphi_4(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad (129)$$

Agora, impondo-se um deslocamento unitário no segundo nó, tem-se:

$$\varphi_7(x) = \varphi_{10}(x) = ax + b \quad (130)$$

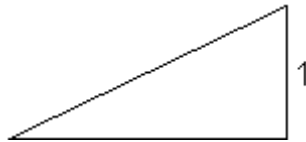


Figura 3.4 - Impondo deslocamento 1 no segundo nó

Condições de contorno:

$$\varphi_7(0) = \varphi_{10}(0) = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$\varphi_7(L) = \varphi_{10}(L) = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{L}$$

Então,

$$\varphi_7(x) = \varphi_{10}(x) = \frac{x}{L} \quad (131)$$

3.3.2.2 Direções v e w

Para inserir o efeito do momento fletor na análise, considera-se que haja força cortante no elemento e que ela seja constante. Por isso, as funções de forma de ambas as direções v e w serão representadas por um polinômio do terceiro grau.

Assim, a primeira derivada representará os ângulos β e γ , a segunda derivada representará a curvatura e a terceira derivada, que será constante, equivalerá à força cortante dividida pela rigidez flexional.

Impondo-se um deslocamento unitário no primeiro nó, tem-se:

$$\varphi_2(x) = \varphi_3(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (132)$$

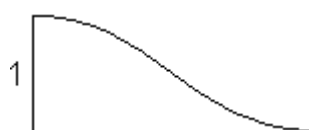


Figura 3.5 - Impondo deslocamento 1 no primeiro nó

Condições de contorno:

$$\varphi_2(0) = \varphi_3(0) = 1 \Rightarrow d = 1$$

$$\varphi_2(L) = \varphi_3(L) = 0 \Rightarrow aL^3 + bL^2 + cL + 1 = 0$$

$$\varphi'_2(0) = \varphi'_3(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\varphi'_2(L) = \varphi'_3(L) = 0 \Rightarrow 3aL^3 + 2bL^2 = 0$$

Então,

$$\varphi_2(x) = \varphi_3(x) = \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1 \quad (133)$$

Agora, impondo-se o deslocamento unitário no segundo nó, tem-se:

$$\varphi_8(x) = \varphi_9(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (134)$$

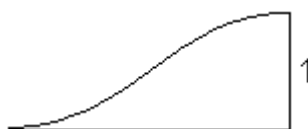


Figura 3.6 - Impondo deslocamento 1 no segundo nó

Condições de contorno:

$$\varphi_8(0) = \varphi_9(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\varphi_8(L) = \varphi_9(L) = 1 \Rightarrow aL^3 + bL^2 + cL = 1$$

$$\varphi'_8(0) = \varphi'_9(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\varphi'_8(L) = \varphi'_9(L) = 0 \Rightarrow 3aL^3 + 2bL^2 = 0$$

Então,

$$\varphi_8(x) = \varphi_9(x) = -\frac{2x^3}{L^3} + \frac{3x^2}{L^2} \quad (135)$$

3.3.2.3 Direções β e γ

Os ângulos β e γ estão diretamente relacionados com os deslocamentos w e v , respectivamente, de tal forma que: $\beta = \frac{dw}{dx}$ e $\gamma = \frac{dv}{dx}$.

As funções de interpolação do deslocamento causado pelas rotações β e γ serão representadas por um polinômio do terceiro grau. Assim, a primeira derivada representará os próprios ângulos β e γ , a segunda derivada representará a curvatura e a terceira derivada, que será constante, equivalerá à força cortante dividida pela rigidez flexional.

Impondo-se o ângulo (derivada da função de forma) unitário no primeiro nó, tem-se:

$$\varphi_5(x) = \varphi_6(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (136)$$



Figura 3.7 - Impondo ângulo 1 no primeiro nó

Condições de contorno:

$$\varphi_5(0) = \varphi_6(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\varphi_5(L) = \varphi_6(L) = 0 \Rightarrow aL^3 + bL^2 + cL = 0$$

$$\varphi'_5(0) = \varphi'_6(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

onde $\varphi'(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx}$.

$$\varphi'_5(L) = \varphi'_6(L) = 0 \Rightarrow 3aL^2 + 2bL + 1 = 0$$

Então,

$$\varphi_5(x) = \varphi_6(x) = \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x \quad (137)$$

Agora, impondo-se o ângulo unitário no segundo nó, tem-se:

$$\varphi_{11}(x) = \varphi_{12}(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (138)$$

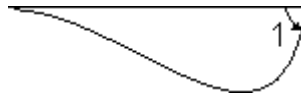


Figura 3.8 - Impondo ângulo 1 no segundo nó

Condições de contorno:

$$\varphi_{11}(0) = \varphi_{12}(0) = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$\varphi_{11}(L) = \varphi_{12}(L) = 0 \Rightarrow aL^3 + bL^2 + cL = 0$$

$$\varphi'_{11}(0) = \varphi'_{12}(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\varphi'_{11}(L) = \varphi'_{12}(L) = 1 \Rightarrow 3aL^2 + 2bL = 1$$

Então,

$$\varphi_{11}(x) = \varphi_{12}(x) = \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L} \quad (139)$$

3.3.3 FORMULAÇÃO DAS MATRIZES

Sendo $\mathbf{q}(x,t)$ os deslocamentos contínuos ao longo do elemento e $\mathbf{Q}(t)$ os deslocamentos discretos dos nós do elemento, a correspondência entre eles é dada pela matriz das funções de forma, tal que:

$$\mathbf{q}(x,t) = \mathbf{N}(x)\mathbf{Q}(t) \quad (140)$$

onde $\mathbf{q}(x,t) = \{u(x,t) \quad v(x,t) \quad w(x,t) \quad \alpha(x,t).r\}^T$, $\mathbf{N}(x)$ é a matriz das funções de forma, $\mathbf{Q}(t)$ é um vetor que contém os deslocamentos nodais e r é a coordenada radial do *riser*.

Assim, a eq. (140) pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{q}(x,t) = \mathbf{N}(x)\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_7(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_6(x) & 0 & \varphi_8(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_{12}(x) \\ 0 & 0 & \varphi_3(x) & 0 & -\varphi_5(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_9(x) & 0 & -\varphi_{11}(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_4(x)r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_{10}(x)r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \\ w_1(t) \\ \alpha_1(t) \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

Note-se que no vetor $\mathbf{q}(x,t)$ o ângulo $\alpha(x,t)$ aparece multiplicado por r , para que todas as suas componentes tenham a mesma dimensão de comprimento.

A seguir serão obtidas as matrizes de massa, massa adicional, rigidez e amortecimento e também o vetor carregamento.

3.3.3.1 Matriz de Massa

Já que um *riser* tem sempre o comprimento muito maior que seu raio e as rotações são pequenas, as inércias de rotação serão desprezadas como é usual na teoria de vigas. Entretanto, a inércia polar não será desprezada para evitar que se tenha

zeros na diagonal principal da matriz, evitando uma singularidade que poderia causar problemas numéricos na solução do sistema.

A matriz de massa pode ser calculada através da energia cinética, considerando a massa específica do *riser* ρ e o volume V :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{q}}(x,t)^T \dot{\mathbf{q}}(x,t) dV \quad (141)$$

Essa equação pode ser escrita na forma discreta como:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}(t)^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{Q}}(t) = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{q}}(x,t)^T \dot{\mathbf{q}}(x,t) dV \quad (142)$$

onde \mathbf{M} é a matriz de massa. Ou ainda,

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}^T(t) \mathbf{M} \dot{\mathbf{Q}}(t) = \frac{1}{2} \int_V \rho (\mathbf{N}(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T (\mathbf{N}(x) \dot{\mathbf{Q}}(t)) dV \quad (143)$$

Assim:

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{N}(x)^T \cdot \mathbf{N}(x) dV \quad (144)$$

Calculando a integral, obtém-se:

$$\mathbf{M} = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 35R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

3.3.3.2 Matriz de Massa Adicional

De forma análoga à forma feita para a obtenção da matriz de massa, calcula-se a energia cinética utilizando a expressão apresentada na eq. (117) para a inércia adicional:

$$T = \frac{1}{2} \int_V c_a \rho_a \dot{\mathbf{q}}_t(x,t)^T \dot{\mathbf{q}}_t(x,t) dV \quad (145)$$

onde $\dot{\mathbf{q}}_t(x,t)$ é a componente da velocidade na direção transversal. Escrevendo:

$$\mathbf{q}_t(x,t) = \mathbf{N}_t(x)\mathbf{Q}(t) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_6(x) & 0 & \varphi_8(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_{12}(x) \\ 0 & 0 & \varphi_3(x) & 0 & -\varphi_5(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_9(x) & 0 & -\varphi_{11}(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{cases} u_1(t) \\ v_1(t) \\ w_1(t) \\ \alpha_1(t) \\ \vdots \end{cases}$$

Essa equação pode ser escrita na forma discreta como:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}(t)^T \mathbf{M}_a \dot{\mathbf{Q}}(t) = \frac{1}{2} \int_V c_a \rho_a \dot{\mathbf{q}}_t(x,t)^T \dot{\mathbf{q}}_t(x,t) dV \quad (146)$$

Então.

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}^T(t) \mathbf{M}_a \dot{\mathbf{Q}}(t) = \frac{1}{2} \int_V c_a \rho_a (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t)) dV \quad (147)$$

Isolando a matriz de massa \mathbf{M}_a , tem-se:

$$\mathbf{M}_a = \int_V c_a \rho_a \mathbf{N}_t(x)^T \cdot \mathbf{N}_t(x) dV \quad (148)$$

Calculando a integral, obtém-se a matriz de massa adicional:

$$\mathbf{M}_a = \frac{c_a \rho_a AL}{420} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

A matriz de massa total é a soma das duas: $\mathbf{M}_r = \mathbf{M} + \mathbf{M}_a$

3.3.3.3 Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez será obtida através da energia de deformação U , conforme descrito em Timoshenko e Gere (1984). Este livro traz a dedução do Primeiro Teorema de Castigliano que diz que a derivada parcial da energia de deformação em relação a qualquer deslocamento δ_i , de translação ou rotação, resultará na força ou momento correspondente P_i . Considerando uma estrutura linear, a energia de deformação é função quadrática dos deslocamentos. Dessa forma, fazendo novamente a derivada parcial da energia de deformação, pode-se obter a relação entre cada carga e todos os deslocamentos, ou seja, obtêm-se os coeficientes da matriz de rigidez, de tal forma que:

$$K_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} \quad (149)$$

onde os índices i e j representam as linhas e as colunas da matriz, respectivamente.

Serão assumidas as hipóteses cinemáticas da teoria de viga de Euler-Bernoulli, ou Bernoulli-Euler. Uma das hipóteses diz que seções planas permanecem planas e perpendiculares à linha elástica depois da deformação. Será considerado também que as seções não se distorcem no plano, ou seja, a seção transversal é considerada rígida. Por isso as deformações nas direções radiais e as deformações por cisalhamento serão consideradas nulas.

Dessa forma a energia de deformação da barra fica:

$$U^e = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon_{xx}^2 dV + \frac{G}{2} \int_V (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2) dV \quad (150)$$

onde E é o módulo de elasticidade e G é o módulo de elasticidade ao cisalhamento.

O cálculo das deformações foi baseado no estudo apresentado em Souza (2000) e está descrito a seguir. O vetor de deslocamentos no sistema $Oxyz$ do elemento fica:

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \begin{Bmatrix} u_x(x, y, z) \\ u_y(x, y, z) \\ u_z(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x) - y \frac{dv(x)}{dx} - z \frac{dw(x)}{dx} \\ v(x) - z\alpha(x) \\ w(x) + y\alpha(x) \end{Bmatrix} \quad (151)$$

Desprezando a distorção no plano da seção transversal, as componentes do tensor de Green-Lagrange são:

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \\ E_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ E_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (152)$$

Como $\frac{\partial u_x}{\partial x}$ é pequeno, o termo $\left(\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)^2$ pode ser desprezado. Assumindo que o ângulo de torção seja pequeno, são considerados apenas os termos lineares em E_{xy} e E_{xz} .

Desta forma, obtém-se:

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \\ E_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ E_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (153)$$

Substituindo a eq. (151) na eq. (153), fica-se com:

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial u(x)}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v(x)}{\partial x} - z \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} + y \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \right)^2 \\ E_{xy} &= -\frac{1}{2} z \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \\ E_{xz} &= \frac{1}{2} y \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (154)$$

Desprezando os termos de torção na direção axial, as deformações podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u(x)}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} - z \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v(x)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w(x)}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_{xy} &= -\frac{1}{2} z \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} y \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (155)$$

Na forma matricial as deformações ficam:

$$\varepsilon(x, y, z) = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}(x, y, z) \\ 2\varepsilon_{xy}(x, y, z) \\ 2\varepsilon_{xz}(x, y, z) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}(x, y, z) \\ \gamma_{xy}(x, y, z) \\ \gamma_{xz}(x, y, z) \end{Bmatrix} \quad (156)$$

Daqui em diante, por questões de simplificações assume-se que:

$$\begin{aligned} u &= u(x) \\ v &= v(x) \\ w &= w(x) \\ \alpha &= \alpha(x) \end{aligned} \quad (157)$$

Há uma discussão em Souza (2000) sobre as hipóteses assumidas, onde ele afirma que o comportamento da torção do elemento é linear e desacoplado das direções axial e transversais. Este elemento é apropriado para estruturas com deformações relativamente grandes onde o efeito não linear mais importante é o efeito de segunda ordem do momento fletor.

Então, elevando as deformações da eq. (155) ao quadrado:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^2 &= \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 - 2y \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 - 2z \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + y^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)^2 \\ &\quad - y \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2yz \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - y \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^4 - z \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^4 \end{aligned} \quad (158)$$

$$4\varepsilon_{xy}^2 = z^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)^2 \quad (159)$$

$$4\varepsilon_{xz}^2 = y^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)^2 \quad (160)$$

A eq. (150) pode ser reescrita na forma:

$$U^e = \frac{E}{2} \iint_A \varepsilon_{xx}^2 dAdx + \frac{G}{2} \iint_A (4\varepsilon_{xy}^2 + 4\varepsilon_{xz}^2) dAdx \quad (161)$$

Considerando que y e z das eqs. (158), (159) e (160) são medidos a partir dos eixos principais, as integrais das formas $\int_A ydA$, $\int_A zdA$ e $\int_A yzdA$ são nulas. Desprezando os termos de 4ª ordem, pode-se substituir as eqs. (158), (159) e (160) na eq. (161), integrando na área da seção transversal.

$$\begin{aligned} U^e = & \frac{EA}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{EA}{2} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{EA}{2} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \\ & + \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 dx \end{aligned} \quad (162)$$

onde, usando a definição das funções de forma, seção 3.3.2:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{d\varphi_1}{dx} u_1 + \frac{d\varphi_7}{dx} u_2 = \frac{1}{L} (u_2 - u_1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial x} = & \frac{d\varphi_2}{dx} v_1 + \frac{d\varphi_6}{dx} \gamma_1 + \frac{d\varphi_8}{dx} v_2 + \frac{d\varphi_{12}}{dx} \gamma_2 \\ = & \left(\frac{6x^2}{L^3} - \frac{6x}{L^2} \right) (v_1 - v_2) + \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{4x}{L} + 1 \right) \gamma_1 + \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x}{L} \right) \gamma_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} = & \frac{d\varphi_3}{dx} w_1 - \frac{d\varphi_5}{dx} \beta_1 + \frac{d\varphi_9}{dx} w_2 - \frac{d\varphi_{11}}{dx} \beta_2 \\ = & \left(\frac{6x^2}{L^3} - \frac{6x}{L^2} \right) (w_1 - w_2) - \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{4x}{L} + 1 \right) \beta_1 - \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x}{L} \right) \beta_2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{d\varphi_4}{dx} \alpha_1 + \frac{d\varphi_{10}}{dx} \alpha_2 = \frac{1}{L} (\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = & \frac{d^2 \varphi_2}{dx^2} v_1 + \frac{d^2 \varphi_6}{dx^2} \gamma_1 + \frac{d^2 \varphi_8}{dx^2} v_2 + \frac{d^2 \varphi_{12}}{dx^2} \gamma_2 \\ = & \left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) (v_1 - v_2) + \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right) \gamma_1 + \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right) \gamma_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{d^2 \varphi_3}{dx^2} w_1 - \frac{d^2 \varphi_5}{dx^2} \beta_1 + \frac{d^2 \varphi_9}{dx^2} w_2 - \frac{d^2 \varphi_{11}}{dx^2} \beta_2 \\ &= \left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) (w_1 - w_2) - \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right) \beta_1 - \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right) \beta_2\end{aligned}$$

Considerando a hipótese usada na definição da função de forma de que a tração seja constante dentro do elemento, ou seja, $T = EA \frac{\partial u}{\partial x}$ e substituindo na eq. (162),

tem-se:

$$\begin{aligned}U^e &= \frac{EA}{2L} (u_2^2 - 2u_1 u_2 + u_1^2) + \frac{T}{2} \left(\frac{1}{5} v_1 \gamma_2 - \frac{1}{5} v_2 \gamma_2 - \frac{1}{5} v_2 \gamma_1 + \frac{1}{5} v_1 \gamma_1 - \frac{L}{15} \gamma_1 \gamma_2 \right. \\ &+ \frac{2L}{15} \gamma_2^2 + \frac{2L}{15} \gamma_1^2 + \frac{6}{5L} v_1^2 + \frac{6}{5L} v_2^2 - \frac{12}{5L} v_1 v_2 \left. \right) + \frac{T}{2} \left(-\frac{1}{5} w_1 \beta_2 + \frac{1}{5} w_2 \beta_2 + \frac{1}{5} w_2 \beta_{11} \right. \\ &- \frac{1}{5} w_1 \beta - \frac{L}{15} \beta_1 \beta_2 + \frac{2L}{15} \beta_2^2 + \frac{2L}{15} \beta_1^2 + \frac{6}{5L} w_1^2 + \frac{6}{5L} w_2^2 - \frac{12}{5L} w_1 w_2 \left. \right) + \frac{EI}{2} \left(\frac{4}{L} \gamma_1^2 \right. \\ &+ \frac{4}{L} \gamma_1 \gamma_2 + \frac{4}{L} \gamma_2^2 + \frac{12}{L^2} v_1 \gamma_2 - \frac{12}{L^2} v_2 \gamma_1 - \frac{12}{L^2} v_2 \gamma_2 + \frac{12}{L^2} v_1 \gamma_1 + \frac{12}{L^3} v_1^2 - \frac{24}{L^3} v_1 v_2 + \frac{12}{L^3} v_2^2 \left. \right) \\ &+ \frac{EI}{2} \left(\frac{4}{L} \beta_1^2 + \frac{4}{L} \beta_1 \beta_2 + \frac{4}{L} \beta_2^2 - \frac{12}{L^2} w_1 \beta_2 + \frac{12}{L^2} w_2 \beta_1 + \frac{12}{L^2} w_2 \beta_2 - \frac{12}{L^2} w_1 \beta_1 + \frac{12}{L^3} w_1^2 \right. \\ &\left. - \frac{24}{L^3} w_1 w_2 + \frac{12}{L^3} w_2^2 \right) + \frac{GJ}{2L} (\alpha_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_1^2)\end{aligned}\tag{163}$$

A matriz de rigidez pode ser encontrada aplicando-se o Primeiro Teorema de Castigliano, sendo que os termos que possuem T constituem a chamada matriz de rigidez geométrica \mathbf{K}_G , e os termos restantes fazem parte da matriz de rigidez elástica \mathbf{K}_E de tal forma que a matriz de rigidez do elemento fica:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G$$

Assim, as matrizes de rigidez ficam:

$$\mathbf{K}_E = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 \\ 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{TL}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & \frac{T}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 \\ 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2TL}{15} \end{bmatrix}$$

3.3.3.4 Matriz de Amortecimento e Vetor de Carregamento

Matriz de amortecimento viscoso

A parcela da força de arrasto, dada pelas eqs. (123) e (124), que multiplica $\dot{\bar{q}}$ constituirá a matriz de amortecimento viscoso. Sendo $\bar{\mathbf{v}}_{cabo,t}$ e $\bar{\mathbf{v}}_{cabo,a}$ os vetores velocidade do riser nas direções transversal e axial, essa parcela fica:

$$\bar{\mathbf{f}}_{D,t,amort} = \frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \bar{\mathbf{v}}_{c,t} - \bar{\mathbf{v}}_{w,t}(t)\| (\dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t)) \quad (164)$$

para a direção transversal, e:

$$\bar{\mathbf{f}}_{D,a,amort} = \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \bar{\mathbf{v}}_{c,a} - \bar{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\| (\dot{\bar{\mathbf{q}}}_a(x,t)) \quad (165)$$

para a direção axial. Essas velocidades podem ser escritas da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{v}}_{cabo,t}(x,t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_6(x) & 0 & \varphi_8(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_{12}(x) & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3(x) & 0 & -\varphi_5(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_9(x) & 0 & -\varphi_{11}(x) & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_1(t)}{dt} \\ \frac{dw_1(t)}{dt} \\ \frac{d\alpha_1(t)}{dt} \\ \vdots \end{array} \right.$$

e

$$\bar{\mathbf{v}}_{cabo,a}(x,t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_7(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_1(t)}{dt} \\ \frac{dw_1(t)}{dt} \\ \frac{d\alpha_1(t)}{dt} \\ \vdots \end{array} \right.$$

Primeiro será obtida a matriz de amortecimento para a direção transversal. Considerando a potência da componente transversal da força viscosa em um elemento:

$$P_{t,amort}^e = \int_0^L \bar{\mathbf{f}}_{D,t,amort} \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t) dx \quad (166)$$

onde

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t) = \mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_6(x) & 0 & \varphi_8(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_{12}(x) \\ 0 & 0 & \varphi_3(x) & 0 & -\varphi_5(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_9(x) & 0 & -\varphi_{11}(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_1(t)}{dt} \\ \frac{dw_1(t)}{dt} \\ \frac{d\alpha_1(t)}{dt} \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

que, substituindo a eq. (164), pode ser reescrita como:

$$P_{t,amort}^e = \int_0^L c_t \dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t)^T \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t) dx \quad (167)$$

onde $c_t = \frac{1}{2} \rho_a DC_{D,t} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \bar{\mathbf{v}}_{c,t} - \bar{\mathbf{v}}_{w,t}(t)\|$ e é considerado constante no elemento.

Na forma discreta fica:

$$P_{t,amort}^e = \dot{\mathbf{Q}}_t(t)^T \mathbf{C}_t \dot{\mathbf{Q}}_t(t) = \int_0^L c_t (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T \cdot (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t)) dx \quad (168)$$

onde \mathbf{C}_t é a matriz de amortecimento na direção transversal e pode ser calculada como:

$$\mathbf{C}_t = \int_0^L c_t \mathbf{N}_t(x)^T \mathbf{N}_t(x) dx \quad (169)$$

Calculando a integral, a matriz de amortecimento na direção transversal fica:

$$\mathbf{C}_t = \frac{c_t L}{420} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

De forma análoga, o amortecimento na direção axial pode ser calculado através da potência da componente axial da força viscosa em um elemento:

$$P_{a,amort}^e = \int_0^L \bar{\mathbf{f}}_{D,a,amort} \cdot \dot{\bar{\mathbf{q}}}_a(x,t) dx \quad (170)$$

onde

$$\dot{\bar{\mathbf{q}}}_a(x,t) = \mathbf{N}_a(x) \dot{\mathbf{Q}}(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_7(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{du_1(t)}{dt} \\ \frac{dv_1(t)}{dt} \\ \frac{dw_1(t)}{dt} \\ \frac{d\alpha_1(t)}{dt} \\ \vdots \end{Bmatrix}$$

Procedendo de forma análoga ao amortecimento na direção transversal, pode-se obter a matriz de amortecimento na direção axial:

$$\mathbf{C}_a = \frac{c_a L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

onde $c_a = \frac{1}{2} \rho_a DC_{D,a} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \bar{\mathbf{v}}_{c,a} - \bar{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\|$.

A matriz de amortecimento pode ser calculada como a superposição dos efeitos:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_t + \mathbf{C}_a \quad (171)$$

Vetor carregamento

As parcelas da eq. (123) e (124) que não foram consideradas no amortecimento somadas às parcelas de (116) que não foram consideradas na inércia adicional serão consideradas como carregamento, e são, por unidade de comprimento,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{f}}_{D,t,carreg} = & \frac{1}{2} \rho_a DC_{D,t} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \bar{\mathbf{v}}_{c,t} - \bar{\mathbf{v}}_{w,t}(t)\| (\bar{\mathbf{v}}_{c,t} + \bar{\mathbf{v}}_{w,t}(t)) \\ & - \frac{1}{2} \rho_a DC_{D,t} \|\bar{\mathbf{v}}_{c,t}\| (\bar{\mathbf{v}}_{c,t}) + \rho_a \frac{\pi D^2}{4} (c_a + 1) (\dot{\bar{\mathbf{v}}}_{w,t}(t)) \end{aligned} \quad (172)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{f}}_{D,a,carreg} = & \frac{1}{2} \rho_a \pi DC_{D,a} \|\bar{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \bar{\mathbf{v}}_{c,a} - \bar{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\| (\bar{\mathbf{v}}_{c,a} + \bar{\mathbf{v}}_{w,a}(t)) \\ & - \frac{1}{2} \rho_a \pi DC_{D,a} \|\bar{\mathbf{v}}_{c,a}\| (\bar{\mathbf{v}}_{c,a}) \end{aligned} \quad (173)$$

Procedendo da mesma forma feita na obtenção da matriz de amortecimento, calcula-se a potência em um elemento, que na direção transversal fica:

$$P_{t,carreg}^e = \int_0^L \vec{\mathbf{f}}_{D,t,carreg} \cdot \dot{\vec{\mathbf{q}}}_t(x,t) dx \quad (174)$$

que pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} P_{t,carreg}^e &= \int_0^L c_{t,carreg} \cdot \\ &\left(\left\| \vec{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \vec{\mathbf{v}}_{c,t} - \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right\| \left(\vec{\mathbf{v}}_{c,t} + \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right) - \left\| \vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right\| \left(\vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right) \right) \cdot \dot{\vec{\mathbf{q}}}_t(x,t) dx \\ &+ \int_0^L \frac{\rho_a \pi D^2}{4} \cdot (c_a + 1) \cdot \dot{\vec{\mathbf{v}}}_{w,t}(t) dx \end{aligned} \quad (175)$$

onde $c_{t,carreg} = \frac{1}{2} \rho_a DC_{D,t}$. Então, na forma discreta a eq. (175) fica:

$$\begin{aligned} P_{t,carreg}^e &= \dot{\mathbf{Q}}(t)^T \mathbf{P}_t(t) = \int_0^L c_{t,carreg} (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T \cdot (\mathbf{N}_t(x) \mathbf{V}_{t,carreg}(t)) \cdot dx \\ &+ \int_0^L \frac{\rho_a \pi D^2}{4} (c_a + 1) (\mathbf{N}_t(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T \cdot (\mathbf{N}_t(x) \mathbf{A}_{t,carreg}(t)) \cdot dx \end{aligned} \quad (176)$$

onde:

$$\mathbf{V}_{t,carreg}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \left\| \vec{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \vec{\mathbf{v}}_{c,t} - \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right\| (v_{c,y} + v_{w,y}(t)) - \left\| \vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right\| (v_{c,y}) \\ \left\| \vec{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \vec{\mathbf{v}}_{c,t} - \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right\| (v_{c,z} + v_{w,z}(t)) - \left\| \vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right\| (v_{c,z}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left\| \vec{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \vec{\mathbf{v}}_{c,t} - \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right\| (v_{c,y} + v_{w,y}(t)) - \left\| \vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right\| (v_{c,y}) \\ \left\| \vec{\mathbf{v}}_{cabo,t} - \vec{\mathbf{v}}_{c,t} - \vec{\mathbf{v}}_{w,t}(t) \right\| (v_{c,z} + v_{w,z}(t)) - \left\| \vec{\mathbf{v}}_{c,t} \right\| (v_{c,z}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_y \\ v_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_y \\ v_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e

$$\mathbf{A}_{t,carreg}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{v}_{w,y}(t) \\ \dot{v}_{w,z}(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{v}_{w,y}(t) \\ \dot{v}_{w,z}(t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ a_y \\ a_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_y \\ a_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

assumindo que $c_{t,carreg}$ e as velocidades da onda e correnteza sejam constantes para cada grau de liberdade de ambos os nós do elemento. O vetor carregamento na direção transversal fica:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_t(t) &= \int_0^L c_{t,carreg} (\mathbf{N}_t(x))^T \cdot (\mathbf{N}_t(x) \mathbf{V}_{t,carreg}(t)) \cdot dx \\ &+ \int_0^L \frac{\rho_a \pi D^2}{4} (c_a + 1) (\mathbf{N}_t(x))^T \cdot (\mathbf{N}_t(x) \mathbf{A}_{t,carreg}(t)) \cdot dx \end{aligned} \quad (177)$$

Calculando a integral, o vetor de carregamento para a direção transversal fica:

$$\mathbf{P}_t(t) = \frac{c_{t,carreg} \cdot L}{12} \begin{Bmatrix} 0 \\ 6v_y \\ 6v_z \\ 0 \\ -L.v_z \\ L.v_y \\ 0 \\ 6v_y \\ 6v_z \\ 0 \\ L.v_z \\ -L.v_y \end{Bmatrix} + \frac{\rho_a \pi D^2 \cdot L}{48} (c_a + 1) \begin{Bmatrix} 0 \\ 6a_y \\ 6a_z \\ 0 \\ -L.a_z \\ L.a_y \\ 0 \\ 6a_y \\ 6a_z \\ 0 \\ L.a_z \\ -L.a_y \end{Bmatrix}$$

Analogamente, o vetor carregamento na direção axial pode ser calculado através da potência:

$$P_{a,carreg}^e = \int_0^L \vec{\mathbf{f}}_{D,a,carreg} \cdot \dot{\vec{\mathbf{q}}}_a(x,t) dx \quad (178)$$

que pode ser reescrita como:

$$P_{a,carreg}^e = \int_0^L c_{a,carreg} \cdot \left(\|\vec{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \vec{\mathbf{v}}_{c,a} - \vec{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\|(\vec{\mathbf{v}}_{c,a} + \vec{\mathbf{v}}_{w,a}(t)) - \|\vec{\mathbf{v}}_{c,a}\|(\vec{\mathbf{v}}_{c,a}) \right) \cdot \dot{\vec{\mathbf{q}}}_a(x,t) dx \quad (179)$$

onde $c_{a,carreg} = \frac{1}{2} \rho_a D \pi C_{D,a}$. Então, na forma discreta a eq. (179) fica:

$$P_{a,carreg}^e = \dot{\mathbf{Q}}(t)^T \mathbf{P}_a(t) = \int_0^L c_{a,carreg} \cdot (\mathbf{N}_a(x) \dot{\mathbf{Q}}(t))^T (\mathbf{N}_a(x) \mathbf{V}_{a,carreg}(t)) \cdot dx \quad (180)$$

onde

$$\mathbf{V}_{a,carreg}(t) = \left\{ \begin{array}{c} \|\vec{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \vec{\mathbf{v}}_{c,a} - \vec{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\|(v_{c,x} + v_{w,x}(t)) - \|\vec{\mathbf{v}}_{c,a}\|(v_{c,x}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \|\vec{\mathbf{v}}_{cabo,a} - \vec{\mathbf{v}}_{c,a} - \vec{\mathbf{v}}_{w,a}(t)\|(v_{c,x} + v_{w,x}(t)) - \|\vec{\mathbf{v}}_{c,a}\|(v_{c,x}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} v_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

e assumindo que $c_{a,carreg}$ e a velocidade da onda e da correnteza sejam constantes no elemento. O vetor carregamento na direção axial fica:

$$\mathbf{P}_a(t) = \int_0^L c_{a,carreg} (\mathbf{N}_a(x))^T \cdot (\mathbf{N}_a(x) \mathbf{V}_{a,carreg}(t)) \cdot dx \quad (181)$$

Calculando a integral, o vetor de carregamento para a direção axial fica:

$$\mathbf{P}_a(t) = \frac{c_{a,carreg} \cdot L}{2} \begin{Bmatrix} v_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_x \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

O vetor carregamento será a superposição dos efeitos e fica:

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_t(t) + \mathbf{P}_a(t) \quad (182)$$

3.3.3.5 Matriz de Rotação

Como toda a formulação está sendo feita para um elemento horizontal, como na Figura 3.1, será necessário utilizar uma matriz de rotação para que as matrizes correspondentes à cada elemento sejam rotacionadas de ψ , θ e ξ . Em outras palavras, deve-se reescrever as matrizes, que estão em uma base local, em uma base global. Essa matriz é escrita de tal forma que os deslocamentos nodais ficam:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{Q}} \quad (183)$$

onde \sim representa a base global.

Analogamente, o carregamento fica:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{P}} \quad (184)$$

Portanto, a equação do movimento na base local é:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}\mathbf{Q} = \mathbf{P} \quad (185)$$

Transformando-se na base global, tem-se:

$$\mathbf{M}\mathbf{R}\ddot{\tilde{\mathbf{Q}}} + \mathbf{C}\mathbf{R}\dot{\tilde{\mathbf{Q}}} + \mathbf{K}\mathbf{R}\tilde{\mathbf{Q}} = \mathbf{R}\tilde{\mathbf{P}} \quad (186)$$

Como a matriz de rotação \mathbf{R} é ortogonal, equivale a escrever:

$$\mathbf{R}^T \mathbf{M}\mathbf{R}\ddot{\tilde{\mathbf{Q}}} + \mathbf{R}^T \mathbf{C}\mathbf{R}\dot{\tilde{\mathbf{Q}}} + \mathbf{R}^T \mathbf{K}\mathbf{R}\tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{P}} \quad (187)$$

Então,

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{R}^T \mathbf{M}\mathbf{R} \quad (188)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{R}^T \mathbf{C}\mathbf{R} \quad (189)$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{R}^T \mathbf{K}\mathbf{R} \quad (190)$$

Para se encontrar a posição de cada elemento, deve-se rotacioná-lo na seguinte ordem: ψ em torno do eixo Oz , θ em torno do eixo Oy e ξ em torno do eixo Ox . As rotações não são comutativas e, por isso, a ordem é importante. Assim, a matriz de rotação que relaciona a base local e a global é da forma:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_3 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1 \quad (191)$$

onde \mathbf{R}_1 , \mathbf{R}_2 e \mathbf{R}_3 são matrizes de rotação em torno de cada um dos eixos e são calculadas a seguir.

\mathbf{R}_1 corresponde à rotação em torno do eixo Oz, como mostra a Figura 3.9.

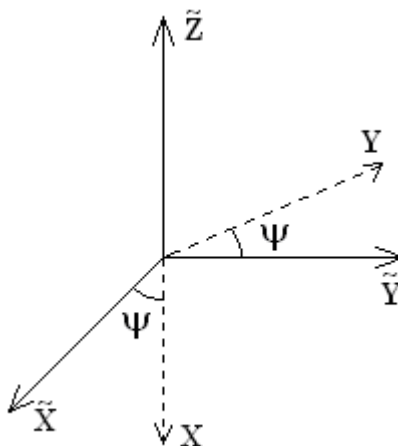


Figura 3.9 - Rotação em torno de z

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_1 \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix}, \text{ então } \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi & \text{sen } \psi & 0 \\ -\text{sen } \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\mathbf{R}_2 corresponde à rotação em torno do eixo Oy, como mostra a Figura 3.10.

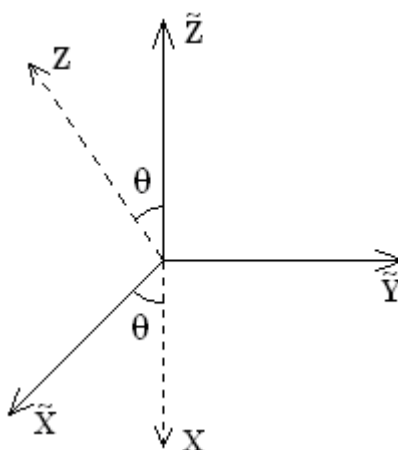


Figura 3.10 - Rotação em torno de y

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_2 \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix}, \text{ então } \mathbf{R}_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen } \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

\mathbf{R}_3 corresponde à rotação em torno do eixo Ox , como mostra a Figura 3.11.

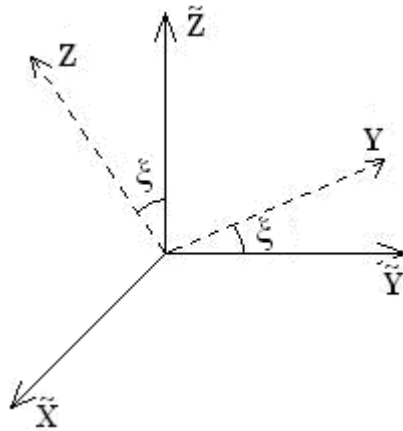


Figura 3.11 - Rotação em torno de x

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{R}_3 \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix}, \text{ então } \mathbf{R}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \xi & \sin \xi \\ 0 & -\sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix}$$

Assim, a matriz de rotação fica:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_3 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \xi \sin \theta \cos \psi - \cos \xi \sin \psi & \sin \psi \sin \theta \sin \xi + \cos \xi \cos \psi & \sin \xi \cos \theta \\ \cos \xi \sin \theta \cos \psi + \sin \xi \sin \psi & \sin \psi \sin \theta \cos \xi - \sin \xi \cos \psi & \cos \xi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Como cada elemento possui dois pares de eixos, um de deslocamentos e outro de rotações para ambos os nós, a matriz de rotação do elemento fica:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

3.3.4 MONTAGEM DO SISTEMA GLOBAL

Toda a formulação apresentada até aqui foi feita para a montagem do sistema para um único elemento. Porém, quando for utilizada para analisar um *riser*, a estrutura será dividida em diversos elementos. Por isso, nesta seção será brevemente descrito como é feita a montagem do sistema global para uma estrutura com mais de um elemento.

Considere uma estrutura com três elementos conforme mostra a Figura 3.12.

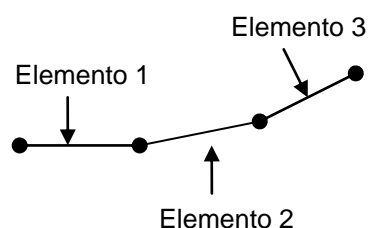


Figura 3.12 - Estrutura com três elementos

Dadas as matrizes \mathbf{A}_1 , \mathbf{A}_2 e \mathbf{A}_3 – representando a massa, o amortecimento ou a rigidez de cada elemento – já rotacionadas para o sistema global, onde o índice representa o número do elemento, a matriz $\mathbf{A}_{\text{global}}$ do sistema terá a forma mostrada na Figura 3.13

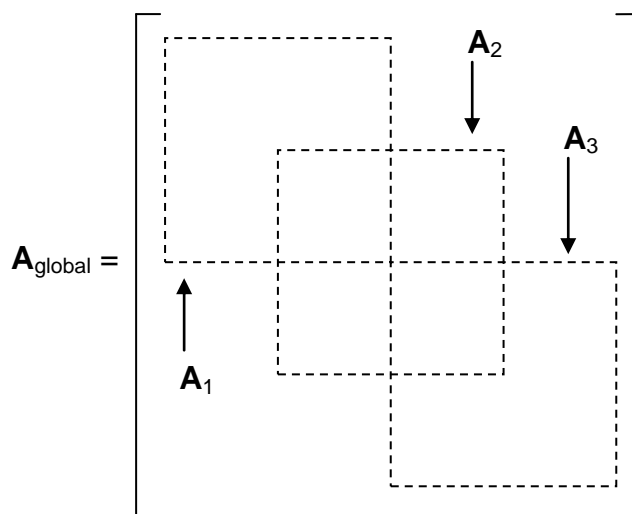


Figura 3.13 – Estrutura com três elementos

Na montagem do sistema global, as matrizes de cada elemento se sobrepõem de tal forma que as posições comuns correspondem aos graus de liberdade dos nós que são comuns aos dois elementos.

Uma matriz de conexão auxilia na montagem do sistema global. Ela contém a correspondência entre o grau de liberdade local no elemento com o grau de liberdade global da estrutura. A matriz de conexão se torna necessária, principalmente nos casos em que se utiliza a condensação estática – método que divide os graus de liberdade em dois grupos agrupando-os de tal forma que um grupo engloba os graus de liberdade onde os deslocamentos são conhecidos e as reações de vínculo não e o outro grupo engloba os graus de liberdade onde as forças são conhecidas e os deslocamentos não –, pois a correspondência deixa de ser seqüencial.

CAPÍTULO 4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DINÂMICO

4.1 INTRODUÇÃO

Depois de montado o sistema matricial para análise dinâmica, conforme descrito no CAPÍTULO 3, é possível obter a sua solução. A resposta pode ser obtida tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo. Este capítulo apresenta a solução em ambos os domínios e traz um método de linearização para tornar possível a solução no domínio da frequência. Ao final é apresentado um estudo de caso, onde as respostas foram comparadas com as respostas obtidas com o programa comercial Orcaflex™.

4.2 DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Uma possível forma de se resolver o problema dinâmico é tratá-lo no domínio da frequência. A vantagem da análise no domínio da frequência está no fato de que o tempo necessário para se obter a solução é muito menor quando comparado ao necessário para a solução no domínio do tempo, pois no domínio da frequência se obtém diretamente o estado estacionário enquanto no domínio do tempo é necessário vencer o transitório. Apesar desta vantagem, a solução no domínio da frequência tem suas limitações, pois o problema deve ser linearizado para ser resolvido.

O termo viscoso da Fórmula de *Morison*, geralmente utilizada para modelar a interação fluido-estrutura, é uma das não-linearidades existentes na modelagem da dinâmica de *risers*, pois é quadrático na velocidade relativa entre o *riser* e o fluido.

Outra não-linearidade presente é o contato com o solo. No domínio da frequência, o solo não é analisado, sendo simulada apenas a parte suspensa do *riser*. Para

simular o efeito do trecho apoiado sobre o solo são inseridas, na posição do TDP estático, molas lineares que permitem o movimento do *riser* no plano horizontal e o grau de liberdade de deslocamento vertical é restrito. A curvatura é corrigida para incluir o movimento do TDP depois de terminada a análise, através de um modelo de camada limite. Este assunto é discutido no CAPÍTULO 5, que trata da interação do *riser* com o solo.

Esta seção traz o equacionamento do problema no domínio da frequência, mostrando o método utilizado para linearizar o termo viscoso da Fórmula de *Morison*.

4.2.1 LINEARIZAÇÃO DO AMORTECIMENTO VISCOSO

Nesta seção, será apresentada uma forma para linearizar o amortecimento viscoso, que pela Fórmula de *Morison* é quadrático com a velocidade, através do balanço da energia dissipada, estendendo o método já utilizado em Martins (2000).

Além do termo da viscosidade, a Fórmula de *Morison* contém uma parcela proporcional à diferença de aceleração entre o fluido e o *riser*, considerada nesta tese no cálculo da massa adicional. Essa parcela já é linear e por isso a linearização foi aplicada apenas para o termo da viscosidade.

4.2.1.1 A Parcela da Viscosidade da Fórmula de Morison

O movimento relativo entre um corpo e o fluido onde está imerso faz com que surja uma força de natureza viscosa, de direção contrária à da velocidade relativa. Essa força aplicada sobre o *riser*, conhecida como força de arrasto, é geralmente calculada através da Fórmula de *Morison*. Esta força pode ser dividida em duas componentes, que têm ordens de magnitude diferentes, uma normal ao *riser*:

$$\vec{f}_{D,t} = -\frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} |\vec{v}_{r,t}(x,t)| \vec{v}_{r,t}(x,t) \quad (192)$$

e outra tangencial ao mesmo:

$$\vec{f}_{D,a} = -\frac{1}{2} \rho_a D \pi C_{D,a} |\vec{v}_{r,a}(x,t)| \vec{v}_{r,a}(x,t) \quad (193)$$

onde ρ_a é a massa específica do fluido, D é o diâmetro do riser, C_D é o coeficiente de arrasto e \vec{v}_r é a velocidade relativa entre o riser e o fluido, e os índices t e a referem-se às direções transversal e axial, respectivamente.

4.2.1.2 Método do Balanço de Energia

Em Martins (2000), é apresentado um método iterativo para linearização do termo viscoso da Fórmula de *Morison*. A forma linear apresentada nesse trabalho depende da amplitude do movimento relativo entre o riser e a onda, que não é conhecida no início da análise. Além disso, a forma linear possui um coeficiente de arrasto modificado, cujo valor deve ser estimado para que a linearização forneça bons resultados para a análise dinâmica.

O critério utilizado para calcular a expressão linear foi manter a mesma energia dissipada em um ciclo, já que esse é o principal efeito do amortecimento. Ou seja, impõe-se a seguinte igualdade:

$$\int_0^T \vec{f}_D(t) \cdot \dot{\vec{q}}(t) dt = \int_0^T \tilde{\vec{f}}_D(t) \cdot \dot{\vec{q}}(t) dt \quad (194)$$

onde \vec{f}_D é a força de arrasto não-linear, $\tilde{\vec{f}}_D$ é a força linearizada, $\dot{\vec{q}}(t)$ é a velocidade do riser e T é o período de movimento.

Com isso, chega-se a seguinte forma linear para a Fórmula de *Morison*:

$$\tilde{\vec{f}}_D = -\frac{4}{3\pi} \rho D C_d A_0 \vec{v}_m \quad (195)$$

onde A_0 é um coeficiente de linearização e \vec{v}_m é a velocidade relativa entre o *riser* e a onda.

Com o intuito de simplificar o problema, dois casos limites foram considerados nesse processo: o caso sem correnteza marítima e o caso com correnteza dominante. Nesse trabalho, um único coeficiente de linearização A_0 é utilizado por toda a extensão do *riser*.

Em Takafuji e Martins (2007), foi apresentada uma modificação desse critério, sendo estudada a possibilidade de se ter diferentes coeficientes A_0 ao longo do *riser*. A primeira abordagem se aplica para o caso em que o *riser* é composto por mais de um trecho, por exemplo, uma *lazy-wave*, adotando um coeficiente diferente para cada trecho. Outra abordagem foi calcular um coeficiente para cada elemento do *riser*.

Este método apresentou bons resultados, porém ele fica restrito ao caso bidimensional e não considera o caso em que haja correnteza não dominante. Por isso, na seção 4.2.1.3 será apresentada uma generalização desse método.

4.2.1.3 Linearização para o Problema Tridimensional

No problema tridimensional, não existe mais uma única direção ortogonal à tangente do *riser* em cada ponto, como acontece no problema bidimensional. Ao invés disso, existe um plano ortogonal a tangente do mesmo que varia ao longo do comprimento, chamado aqui de plano transversal. Por variar ao longo do comprimento, os cálculos da linearização serão feitos em uma base fixa $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, com a origem *Oxyz* na âncora, conforme pode ser visto no item 2.2.

As linearizações estão descritas a seguir, para ambas as direções.

4.2.1.3.1 Plano Transversal

A parte viscosa dinâmica da Fórmula de *Morison* não-linear na direção transversal é dada por:

$$\vec{f}_{D,t} = -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} |\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t}| (\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t}) - \frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} |\vec{v}_{c,t}| (\vec{v}_{c,t}) \quad (196)$$

onde \vec{v}_c corresponde à velocidade da correnteza. A primeira parcela corresponde à força total e a segunda à força da correnteza, que já foi considerada no equilíbrio estático.

Para resolver o problema no domínio da freqüência, é necessário que a força de amortecimento dinâmica seja aproximada por uma força harmônica, ou seja, se $\vec{v}_{m,t}$ for harmônico, é necessário escrever a força viscosa na forma:

$$\vec{f}_{D,t} \approx -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} K_t \vec{v}_{m,t} \quad (197)$$

onde K_t é um coeficiente de linearização.

Entretanto, esse coeficiente K_t não é conhecido de antemão e precisa ter seu valor calculado. Como a principal função do amortecimento é a dissipação de energia, o critério escolhido para encontrar a expressão linear equivalente é manter a energia dissipada em um ciclo. Ou seja, impor a igualdade:

$$\int_0^T \vec{f}_{D,t} \cdot \dot{\vec{q}}_t dt = \int_0^T \vec{f}_{D,t} \approx \int_0^T -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} K_t \vec{v}_{m,t} \cdot \dot{\vec{q}}_t dt \quad (198)$$

Substituindo as eqs. (196) e (197) em (198), obtém-se:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} \int_0^T \left(|\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t}| (\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t}) + |\vec{v}_{c,t}| (\vec{v}_{c,t}) \right) \dot{\vec{q}}_t \cdot dt \\ & = -\frac{1}{2}\rho_a DC_{D,t} K_t \int_0^T \vec{v}_{m,t} \cdot \dot{\vec{q}}_t \cdot dt \end{aligned} \quad (199)$$

que também pode ser escrita como:

$$\int_0^T \left(\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t} \right) \left(\vec{v}_{m,t} - \vec{v}_{c,t} \right) dt = K_t \int_0^T \vec{v}_{m,t} \cdot \dot{\vec{q}}_t dt \quad (200)$$

A velocidade relativa entre o *riser* e a onda na base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ pode ser escrita na forma harmônica:

$$\vec{v}_{m,t} = A_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_x) \vec{i} + A_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_y) \vec{j} + A_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_z) \vec{k} \quad (201)$$

A velocidade do *riser* na forma harmônica fica:

$$\dot{\vec{q}}_t = C_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_x) \vec{i} + C_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_y) \vec{j} + C_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_z) \vec{k} \quad (202)$$

e a velocidade da correnteza, pode ser escrita na forma:

$$\vec{v}_{c,t} = V_{t,x} \vec{i} + V_{t,y} \vec{j} + V_{t,z} \vec{k} \quad (203)$$

Substituindo as eqs. (201), (202) e (203) em (200):

$$\begin{aligned} & \int_0^T \left\{ \sqrt{\left(A_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{t,x} \right)^2 + \left(A_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{t,y} \right)^2 + \left(A_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{t,z} \right)^2} \right. \\ & \left[\left(A_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{t,x} \right) C_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_x) + \left(A_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{t,y} \right) C_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_y) \right. \\ & \left. + \left(A_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{t,z} \right) C_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_z) \right] + \sqrt{V_{t,x}^2 + V_{t,y}^2 + V_{t,z}^2} \left(V_{t,x} C_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_x) \right. \\ & \left. + V_{t,y} C_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_y) + V_{t,z} C_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_z) \right) \left. \right\} dt \\ & = K_t \int_0^T \left(A_x C_x \omega^2 \text{sen}(\omega t + \phi_x) \text{sen}(\omega t + \theta_x) + A_y C_y \omega^2 \text{sen}(\omega t + \phi_y) \text{sen}(\omega t + \theta_y) \right. \\ & \left. + A_z C_z \omega^2 \text{sen}(\omega t + \phi_z) \text{sen}(\omega t + \theta_z) \right) dt \end{aligned} \quad (204)$$

Considerando que:

$$\int_0^T \text{sen}(\omega t + k) dt = 0 \quad (205)$$

e

$$\int_0^T \text{sen}(\omega t + k_1) \cdot \text{sen}(\omega t + k_2) dt = \frac{\pi}{\omega} \cos(k_1 - k_2) \quad (206)$$

sendo k , k_1 e k_2 constantes, pode-se simplificar a expressão (204):

$$\begin{aligned} & \int_0^T \left\{ \sqrt{(A_x \omega \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{t,x})^2 + (A_y \omega \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{t,y})^2 + (A_z \omega \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{t,z})^2} \right. \\ & \left. [(A_x \omega \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{t,x}) C_x \omega \text{sen}(\omega t + \theta_x) + (A_y \omega \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{t,y}) C_y \omega \text{sen}(\omega t + \theta_y) \right. \\ & \left. + (A_z \omega \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{t,z}) C_z \omega \text{sen}(\omega t + \theta_z)] dt \right. \\ & \left. = K_t \pi \omega (A_x C_x \cos(\phi_x - \theta_x) + A_y C_y \cos(\phi_y - \theta_y) + A_z C_z \cos(\phi_z - \theta_z)) \right) \end{aligned} \quad (207)$$

Isolando-se K_t da eq. (207), chega-se a:

$$K_t = \frac{I_1}{I_2} \quad (208)$$

onde

$$\begin{aligned} I_1 = \int_0^T & \sqrt{(A_x \omega \sin(\omega t + \phi_x) - V_{t,x})^2 + (A_y \omega \sin(\omega t + \phi_y) - V_{t,y})^2 + (A_z \omega \sin(\omega t + \phi_z) - V_{t,z})^2} \\ & [(A_x \omega \sin(\omega t + \phi_x) - V_{t,x}) C_x \omega \sin(\omega t + \theta_x) + (A_y \omega \sin(\omega t + \phi_y) - V_{t,y}) C_y \omega \sin(\omega t + \theta_y) \\ & + (A_z \omega \sin(\omega t + \phi_z) - V_{t,z}) C_z \omega \sin(\omega t + \theta_z)] dt \end{aligned} \quad (209)$$

e

$$I_2 = \pi \omega (A_x C_x \cos(\phi_x - \theta_x) + A_y C_y \cos(\phi_y - \theta_y) + A_z C_z \cos(\phi_z - \theta_z)) \quad (210)$$

Lembrando que, como o cálculo de K_t depende da velocidade do *riser*, que não é conhecida de antemão, seu valor deve ser estimado iterativamente.

4.2.1.3.2 Direção Axial

Voltando, agora, para a força na direção axial, pode-se obter sua expressão linear aplicando-se o mesmo critério utilizado para a força transversal. A componente axial da força viscosa é dada por:

$$\tilde{f}_{D,a} = -\frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} |\vec{v}_{m,a} - \vec{v}_{c,a}| (\vec{v}_{m,a} - \vec{v}_{c,a}) - \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} |\vec{v}_{c,a}| (\vec{v}_{c,a}) \quad (211)$$

A expressão linear harmônica terá a forma:

$$\tilde{f}_{D,a} = -\frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} K_a \cdot \vec{v}_{m,a} \quad (212)$$

onde K_a é o coeficiente de linearização.

Escrevendo a velocidade relativa entre a estrutura e a onda na direção tangencial na forma:

$$\vec{v}_{m,a} = B_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \delta_x) \vec{i} + B_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \delta_y) \vec{j} + B_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \delta_z) \vec{k} \quad (213)$$

a velocidade do *riser* na direção tangencial na forma:

$$\dot{\vec{q}}_a = D_x \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \lambda_x) \vec{i} + D_y \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \lambda_y) \vec{j} + D_z \omega \cdot \text{sen}(\omega t + \lambda_z) \vec{k} \quad (214)$$

a velocidade da correnteza na direção tangencial ao *riser* na forma:

$$\vec{v}_{c,a} = V_{a,x} \vec{i} + V_{a,y} \vec{j} + V_{a,z} \vec{k} \quad (215)$$

e impondo-se a igualdade da energia dissipada, conforme já feito para a direção transversal, obtém-se:

$$K_a = \frac{I_3}{I_4} \quad (216)$$

onde,

$$I_3 = \int_0^T \sqrt{(B_x \omega \sin(\omega t + \delta_x) - V_{a,x})^2 + (B_y \omega \sin(\omega t + \delta_y) - V_{a,y})^2 + (B_z \omega \sin(\omega t + \delta_z) - V_{a,z})^2} \cdot \left[(B_x \omega \sin(\omega t + \delta_x) - V_{a,x}) D_x \omega \sin(\omega t + \lambda_x) + (B_y \omega \sin(\omega t + \delta_y) - V_{a,y}) D_y \omega \sin(\omega t + \lambda_y) + (B_z \omega \sin(\omega t + \delta_z) - V_{a,z}) D_z \omega \sin(\omega t + \lambda_z) \right] dt \quad (217)$$

e

$$I_4 = \pi \omega (B_x D_x \cos(\delta_x - \lambda_x) + B_y D_y \cos(\delta_y - \lambda_y) + B_z D_z \cos(\delta_z - \lambda_z)) \quad (218)$$

4.2.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Como a extremidade superior está fixada à unidade flutuante, seu movimento de translação acompanha o movimento desta. As suas rotações, porém, são limitadas pelo *bending stiffener*. A extremidade inferior do *riser* se apóia sobre o solo resultando em uma condição de contato unilateral que é essencialmente não linear e, portanto, não pode ser tratada diretamente no domínio da freqüência.

Assim, o *riser* é cortado na posição do TDP estático e o efeito do solo é substituído por condições de contorno lineares como molas e articulações. As condições de contorno adequadas serão discutidas no CAPÍTULO 5.

4.2.3 SOLUÇÃO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A solução do problema dinâmico no domínio da frequência só pode ser obtida se a equação do movimento for escrita na forma linear e a excitação for considerada harmônica, ou seja, se ela for escrita na forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Q}(t) = \mathbf{P}_0 e^{i\omega t} \quad (219)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são matrizes constantes.

A solução de um sistema linear submetido a um carregamento harmônico será harmônica. Assim, o deslocamento no estado estacionário pode ser escrito na seguinte forma:

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_0 e^{i\omega t} \quad (220)$$

onde \mathbf{Q}_0 é um vetor constante.

A velocidade, que é a primeira derivada do deslocamento em relação ao tempo, também será harmônica:

$$\dot{\mathbf{Q}}(t) = i\omega \mathbf{Q}_0 e^{i\omega t} \quad (221)$$

O mesmo acontece para a aceleração:

$$\ddot{\mathbf{Q}}(t) = -\omega^2 \mathbf{Q}_0 e^{i\omega t} \quad (222)$$

Assim a eq. (219) pode ser colocada na forma:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{Q}_0 e^{i\omega t} = \mathbf{P}_0 e^{i\omega t} \quad (223)$$

ou ainda,

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{Q}_0 = \mathbf{P}_0 \quad (224)$$

Definindo a matriz dinâmica \mathbf{D} :

$$\mathbf{D} = -\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \quad (225)$$

A eq. (224) pode ser colocada na forma:

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{Q}_0 = \mathbf{P}_0 \quad (226)$$

Assim, o sistema a ser resolvido está descrito pela eq. (226). Ou seja, resolver o problema no domínio da frequência é equivalente a resolver um sistema de equações algébricas lineares. Porém, deve-se lembrar que o amortecimento é linearizado de forma iterativa conforme o item 4.2.1.3.

No sistema matricial representado pela eq. (219), existem graus de liberdade para os quais o deslocamento é desconhecido e o carregamento é conhecido, e outros para os quais o deslocamento é conhecido – vínculos – mas a reação não é. Para separar as variáveis que representam incógnitas do problema daquelas cujo valor é conhecido, usa-se o Método da Condensação Estática.

Reordenando o vetor deslocamento de tal forma que os graus de liberdade e os vínculos fiquem agrupados, pode-se escrever:

$$\mathbf{Q}_0 = \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} \quad (227)$$

onde \mathbf{Q}_A contém os deslocamentos correspondentes aos graus de liberdade e \mathbf{Q}_B os deslocamento dos vínculos.

Da mesma forma, reorganizando o vetor carregamento, tem-se:

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_A \\ \mathbf{P}_B \end{Bmatrix} \quad (228)$$

onde \mathbf{P}_A corresponde ao carregamento aplicado e \mathbf{P}_B à reação nos vínculos.

Dessa forma, a eq. (226) pode ser reescrita, reordenando também as matrizes:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{AA} & \mathbf{D}_{AB} \\ \mathbf{D}_{BA} & \mathbf{D}_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_A \\ \mathbf{P}_B \end{Bmatrix} \quad (229)$$

Nessa equação \mathbf{Q}_A e \mathbf{P}_B são incógnitas e \mathbf{Q}_B e \mathbf{P}_A conhecidos. A eq.(229) pode ser separada nas duas equações matriciais:

$$\mathbf{D}_{AA}\mathbf{Q}_A + \mathbf{D}_{AB}\mathbf{Q}_B = \mathbf{P}_A \quad (230)$$

e

$$\mathbf{D}_{BA}\mathbf{Q}_A + \mathbf{D}_{BB}\mathbf{Q}_B = \mathbf{P}_B \quad (231)$$

Isolando \mathbf{Q}_A na eq. (230), é possível determinar os deslocamentos nos graus de liberdade:

$$\mathbf{Q}_A = \mathbf{D}_{AA}^{-1} \{ \mathbf{P}_A - \mathbf{D}_{AB}\mathbf{Q}_B \} \quad (232)$$

A substituição de \mathbf{Q}_A na eq. (231) permite o cálculo das reações:

$$\mathbf{P}_B = \mathbf{D}_{BA}\mathbf{Q}_A + \mathbf{D}_{BB}\mathbf{Q}_B \quad (233)$$

4.3 DOMÍNIO DO TEMPO

Como já visto anteriormente, a equação que rege o movimento da estrutura não é linear e é variável no tempo. Para se obter a resposta da estrutura ao longo do tempo é necessário o uso de um método de integração.

Vários métodos de integração direta são descritos em Bathe (1996). Analisando as vantagens e desvantagens de cada um, pode-se escolher dois para serem adotados neste trabalho.

Segundo Bathe (1996), a integração numérica direta está essencialmente baseada em duas idéias. A primeira idéia é que ao invés de tentar satisfazer a equação de equilíbrio em qualquer instante t , o objetivo é satisfazê-la apenas em intervalos discretos Δt . A outra idéia é que os métodos de integração direta produzem resultados discretos no tempo assumindo uma determinada variação nos deslocamentos, velocidades e acelerações dentro de cada intervalo Δt . Basicamente, a diferença entre os métodos está na forma como essa variação é definida.

Nos métodos de integração numérica direta, o tempo de integração vai de 0 à T , sendo dividido em n intervalos iguais no tempo de tal forma que: $\Delta t = T/n$. Para dar início à integração, os valores do deslocamento ${}^0\mathbf{Q}$, velocidade ${}^0\dot{\mathbf{Q}}$ e aceleração ${}^0\ddot{\mathbf{Q}}$ devem ser conhecidos.

O custo da integração direta é inversamente proporcional ao Δt escolhido, porém intervalos muito grandes podem diminuir a qualidade dos resultados e, em alguns casos, o sistema pode até se tornar instável.

Esta seção apresenta uma pequena discussão sobre alguns métodos de integração direta estudados com o intuito de justificar a escolha do método a ser usado neste trabalho e desenvolver o método escolhido para o problema em questão.

4.3.1 ESCOLHA DO MÉTODO DE INTEGRAÇÃO

O objetivo de um método de integração direta é obter a resposta ${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}$ a partir da equação de equilíbrio:

$$\mathbf{M}^t \ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C}^t \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^t \mathbf{Q} = {}^t \mathbf{P} \quad (234)$$

onde t representa o instante de tempo.

A escolha do método de integração a ser utilizado na análise dinâmica requer uma avaliação das vantagens e desvantagens de cada método para que o desempenho seja o melhor possível. Isso quer dizer que se deve balancear o tempo computacional com a qualidade dos resultados.

A seguir, será apresentada uma descrição sucinta dos seguintes métodos: Euler Explícito e Diferença Central, ambos explícitos, Método de Houbolt, Wilson θ e Newmark, métodos implícitos.

4.3.1.1 Método de Euler Explícito

Este é o método mais simples de integração. Neste método, assume-se que a velocidade em um instante $t + \Delta t$ seja:

$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = {}^t\dot{\mathbf{Q}} + {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t \quad (235)$$

E o deslocamento seja:

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} = {}^t\mathbf{Q} + {}^t\dot{\mathbf{Q}}\Delta t \quad (236)$$

Por ser um método explícito, o passo no tempo deve ser muito pequeno se comparado com os passos normalmente utilizados nos métodos implícitos.

4.3.1.2 Método da Diferença Central

Buscando a solução da equação representada por (234), no Método da Diferença Central é assumido que:

$${}^t\ddot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{\Delta t^2} \left({}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} - 2{}^t\mathbf{Q} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} \right) \quad (237)$$

sendo que o erro da expansão é da ordem de Δt^2 . Para se ter o erro da mesma ordem na expansão da velocidade, usa-se:

$${}^t\dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{2\Delta t} \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - {}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} \right) \quad (238)$$

Substituindo as eqs. (237) e (238) em (234), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} \\ &= {}^t\mathbf{P} - \left(\mathbf{K} + \frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} \right) {}^t\mathbf{Q} - \left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) {}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} \end{aligned} \quad (239)$$

Da eq. (239) pode-se obter ${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}$. Dessa mesma equação, pode-se observar que para calcular ${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}$ é necessário saber o valor de ${}^{t-\Delta t}\mathbf{Q}$, que não é conhecido no instante $t=0$. Por isso, faz-se necessário um procedimento inicial para calcular o deslocamento no instante $-\Delta t$, instante inexistente na análise. Outra característica deste método é a existência de um valor máximo para a escolha de Δt , abaixo do qual o método fica estável. Isso faz com que o intervalo de integração deva ser muito pequeno.

4.3.1.3 Método de Houbolt

Assim como o Método da Diferença Central utiliza uma expansão de diferenças finitas para aproximar a aceleração e a velocidade em termos do deslocamento, o Método do Houbolt emprega as seguintes expansões:

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{\Delta t^2} \left(2 {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - 5 {}^t\mathbf{Q} + 4 {}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} - {}^{t-2\Delta t}\mathbf{Q} \right) \quad (240)$$

e

$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{6\Delta t} \left(11 {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - 18 {}^t\mathbf{Q} + 9 {}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} - 2 {}^{t-2\Delta t}\mathbf{Q} \right) \quad (241)$$

que possuem erros da ordem de Δt^2 . Substituindo as eqs. (240) e (241) na eq.(242):

$$\mathbf{M} {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C} {}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K} {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{P} \quad (242)$$

e, rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{11}{6\Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right) {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} &= {}^{t+\Delta t}\mathbf{R} + \left(\frac{5}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{3}{\Delta t} \mathbf{C} \right) {}^t\mathbf{Q} \\ - \left(\frac{4}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{3}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) {}^{t-\Delta t}\mathbf{Q} &+ \left(\frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{3\Delta t} \mathbf{C} \right) {}^{t-2\Delta t}\mathbf{Q} \end{aligned} \quad (243)$$

O Método de Houbolt não apresenta o problema da estabilidade condicional. Porém, há um problema quando $t = 0$, pois os deslocamentos nos tempos $-\Delta t$ e $-2\Delta t$ não são conhecidos. Uma maneira de resolver essa questão é integrar a eq. (242) utilizando outro método para achar ${}^{\Delta t}\mathbf{Q}$ e ${}^{2\Delta t}\mathbf{Q}$, por exemplo o Método de Euler, e, a partir desses valores, utilizar o Método Houbolt.

4.3.1.4 Método Wilson θ

No Método Wilson θ , assume-se que a aceleração seja linear entre t e $t + \theta \Delta t$, sendo que para ele ser incondicionalmente estável é necessário que $\theta \geq 1,37$. O parâmetro θ , nesta seção, refere-se a uma constante do método e não deve ser confundida com o ângulo que o *riser* faz com o plano horizontal.

Chamando de τ o acréscimo no tempo, onde $0 \leq \tau \leq \theta \Delta t$, assume-se que nesse intervalo:

$${}^{t+\tau}\ddot{\mathbf{Q}} = {}^t\ddot{\mathbf{Q}} + \frac{\tau}{\theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} - {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right) \quad (244)$$

que integrado em relação ao tempo:

$${}^{t+\tau}\dot{\mathbf{Q}} = {}^t\dot{\mathbf{Q}} + {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\tau + \frac{\tau^2}{2\theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} - {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right) \quad (245)$$

e integrada mais uma vez resulta em:

$${}^{t+\tau}\mathbf{Q} = {}^t\mathbf{Q} + {}^t\dot{\mathbf{Q}}\tau + \frac{1}{2} {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\tau^2 + \frac{\tau^3}{6\theta \Delta t} \left({}^{t+\theta \Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} - {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right) \quad (246)$$

No instante $t + \theta \Delta t$, a velocidade e o deslocamento ficam:

$${}^{t+\theta \Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = {}^t\dot{\mathbf{Q}} + \frac{\theta \Delta t}{2} \left({}^{t+\theta \Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} - {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right) \quad (247)$$

e

$${}^{t+\theta \Delta t}\mathbf{Q} = {}^t\mathbf{Q} + \theta \Delta t {}^t\dot{\mathbf{Q}} + \frac{(\theta \Delta t)^2}{6} \left({}^{t+\theta \Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} - {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right) \quad (248)$$

A partir das eqs.(247) e (248), pode-se isolar a aceleração e a velocidade no instante $t + \theta \Delta t$:

$${}^{t+\theta\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2} ({}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{Q}) - \frac{6}{\theta\Delta t} {}^t\dot{\mathbf{Q}} - 2{}^t\ddot{\mathbf{Q}} \quad (249)$$

e

$${}^{t+\theta\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = \frac{3}{\theta\Delta t} ({}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{Q}) - 2{}^t\dot{\mathbf{Q}} - \frac{\theta\Delta t}{2} {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \quad (250)$$

Para obter a solução no instante $t + \Delta t$, considera-se o equilíbrio da eq. (234) no instante $t + \theta \Delta t$:

$$\mathbf{M} {}^{t+\theta\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C} {}^{t+\theta\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K} {}^{t+\theta\Delta t}\mathbf{Q} = {}^{t+\theta\Delta t}\bar{\mathbf{P}} \quad (251)$$

onde:

$${}^{t+\theta\Delta t}\bar{\mathbf{P}} = {}^t\mathbf{P} + \theta ({}^{t+\Delta t}\mathbf{P} - {}^t\mathbf{P}) \quad (252)$$

4.3.1.5 Método de Newmark

Este método, assim como o Método de Wilson θ , considera que a aceleração seja linear entre t e $t + \Delta t$.

Ele parte das seguintes relações:

$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = {}^t\dot{\mathbf{Q}} + (1 - \delta) {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t + \delta {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t \quad (253)$$

e

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} = {}^t\mathbf{Q} + {}^t\dot{\mathbf{Q}}\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t^2 + \alpha {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t^2 \quad (254)$$

Os dois parâmetros δ e α indicam o quanto a aceleração no final do intervalo Δt influenciará a velocidade e deslocamento nesse mesmo instante. A menos que $\delta = \frac{1}{2}$, um amortecimento numérico será introduzido de tal forma que para valores $\delta < \frac{1}{2}$ será introduzido um amortecimento negativo excitando a vibração na estrutura e para valores $\delta > \frac{1}{2}$ será introduzido um amortecimento positivo, reduzindo a magnitude da resposta mesmo quando não houver amortecimento no problema. Considerando $\delta = \frac{1}{2}$, está demonstrado em Newmark (1959) que α deve ser igual ou maior que $\frac{1}{4}$ para garantir a estabilidade incondicional do método.

As eqs. (253) e (254), podem ser rearranjadas para isolar a aceleração e a velocidade:

$${}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} \left({}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{Q} \right) - \frac{1}{\alpha\Delta t} {}^t\dot{\mathbf{Q}} - \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \quad (255)$$

e

$${}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{Q}} = {}^t\dot{\mathbf{Q}} + \Delta t(1 - \delta) {}^t\ddot{\mathbf{Q}} + \delta\Delta t {}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{Q}} \quad (256)$$

que serão úteis no cálculo da resposta da eq. (234), para o instante de tempo $t + \Delta t$.

4.3.1.6 Comparação Entre os Métodos

O intuito do trabalho não é comparar e analisar os métodos de integração numérica, mas, sim, utilizá-los como ferramenta para atingir o objetivo de fazer simulações da

dinâmica de *risers* no domínio do tempo. Busca-se, então, um método para obter o resultado da melhor forma possível em termos de tempo e estabilidade.

O custo computacional da integração do método implícito é mais alto que dos métodos explícitos, porém geralmente o passo no tempo utilizado é maior. Dessa forma não se sabe de antemão se compensa mais ter um custo por passo maior e menos passos ou mais passos com custo menor por passo. Segundo Cook et al. (2002), o método explícito é mais indicado para problemas com impacto na estrutura e o implícito é o mais adequado para carregamentos que variam mais devagar.

Inicialmente foi escolhido um método implícito para fazer a integração no problema apresentado nesta tese. O método implícito escolhido foi o de Newmark. É o método que pareceu ser a melhor opção (Silveira e Martins, 2003) e também foi o método utilizado em Pesce e Martins (2005). Esse método funcionou bem até o efeito do solo ser incluído no problema. Ao incluir esse efeito, foi inserida uma força de impacto no problema e, por isso, foi necessário utilizar um Δt tão pequeno que se tornou vantajoso utilizar um método explícito cujo custo computacional por passo de tempo é menor, confirmando a informação apresentada por Cook et al. (2002). Por esse motivo, foi também implementado o método de Euler explícito por ser o mais simples e ter menos operações a cada passo.

A aplicação e a implementação de ambos os métodos estão descritas a seguir.

4.3.2 APLICAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE NEWMARK

O Método de Newmark, apresentado em Newmark (1959), foi o método implícito escolhido para ser implementado na análise dinâmica no domínio do tempo no presente estudo.

A seguir, estão apresentados o algoritmo de implementação deste método, bem como a aplicação para o problema em questão.

4.3.2.1 Implementação do Método de Newmark

Aplicando-se o Método de Newmark para o problema em questão, pode-se chegar às equações a serem implementadas.

Voltando para a equação do movimento da estrutura que, para o instante de tempo $t + \Delta t$, pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{Q}} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{C} \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^{t+\Delta t} \mathbf{Q} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{P} \quad (257)$$

Substituindo as eqs. (255) e (256) em (257), chega-se à:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M} \left\{ \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \left[{}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{Q} - {}^t\dot{\mathbf{Q}}\Delta t - \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t^2 \right] \right\} + \\ & {}^{t+\Delta t}\mathbf{C} \left\{ {}^t\dot{\mathbf{Q}} + (1 - \delta) {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \left[{}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} - {}^t\mathbf{Q} - {}^t\dot{\mathbf{Q}}\Delta t - \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) {}^t\ddot{\mathbf{Q}}\Delta t^2 \right] \right\} + \\ & \mathbf{K}^{t+\Delta t} \mathbf{Q} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{P} \end{aligned} \quad (258)$$

Rearranjando a eq. (258), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{M} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{C} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K} \right) {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{P} + \mathbf{M} \left[{}^t\mathbf{Q} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^t\dot{\mathbf{Q}} \frac{1}{\alpha \Delta t} + \right. \\ & \left. {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] + {}^{t+\Delta t}\mathbf{C} \left[{}^t\mathbf{Q} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) {}^t\dot{\mathbf{Q}} + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t {}^t\ddot{\mathbf{Q}} \right] \end{aligned} \quad (259)$$

As matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} são constantes no tempo. Já a matriz de amortecimento \mathbf{C} , obtida através da Fórmula de *Morison*, não é, pois depende da velocidade relativa entre o *riser* e o fluido, e deve ser recalculada em cada instante.

Partindo da eq. (259) os deslocamentos no instante $t + \Delta t$ podem ser calculados. Com eles, calcula-se a aceleração e a velocidade para serem utilizados no cálculo do deslocamento do passo seguinte.

O esquema abaixo mostra, passo a passo, como fica a solução da integração através deste método, baseado na tabela 9.4 apresentada em Bathe (1996).

1) Cálculos iniciais:

a) Montar as matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} .

b) Inicializar as variáveis $\ddot{\mathbf{Q}}$, $\dot{\mathbf{Q}}$ e \mathbf{Q} no instante $t=0$.

c) Selecionar o passo de tempo Δt e os parâmetros: $\delta \geq 0,5$ e $\alpha \geq 0,25(0,5 + \delta)^2$.

d) Calcular as constantes de integração: $a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2}$, $a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t}$, $a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t}$,

$$a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1, \quad a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1, \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2 \right), \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta) \text{ e } a_7 = \delta \Delta t.$$

2) Em cada passo de tempo:

a) Montar a matriz \mathbf{C} .

b) Calcular a matriz de rigidez efetiva $\hat{\mathbf{K}}$: $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0 \mathbf{M} + a_1 \mathbf{C}$

c) Triangularizar a matriz $\hat{\mathbf{K}}$: $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{LDL}^T$.

d) Calcular o carregamento efetivo no instante $t + \Delta t$:

$${}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{P}} = {}^{t+\Delta t} \mathbf{P} + \mathbf{M} \left(a_0 {}^t \mathbf{Q} + a_2 {}^t \dot{\mathbf{Q}} + a_3 {}^t \ddot{\mathbf{Q}} \right) + \mathbf{C} \left(a_1 {}^t \mathbf{Q} + a_4 {}^t \dot{\mathbf{Q}} + a_5 {}^t \ddot{\mathbf{Q}} \right).$$

e) Calcular os deslocamentos no instante $t + \Delta t$: $\mathbf{LDL}^T {}^{t+\Delta t} \mathbf{Q} = {}^{t+\Delta t} \hat{\mathbf{P}}$.

f) Calcular a aceleração e a velocidade no instante $t + \Delta t$:

$${}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{Q}} = a_0 \left({}^{t+\Delta t} \mathbf{Q} - {}^t \mathbf{Q} \right) - a_2 {}^t \dot{\mathbf{Q}} - a_3 {}^t \ddot{\mathbf{Q}}$$

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{Q}} = {}^t \dot{\mathbf{Q}} + a_6 {}^t \ddot{\mathbf{Q}} + a_7 {}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{Q}}$$

4.3.2.2 Aplicação do Método de Newmark

Através da eq. (259), podem ser obtidos os deslocamentos no instante $t + \Delta t$, se forem conhecidos o deslocamento, a velocidade e a aceleração no instante t . Esse valor de ${}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}$ pode, então, ser substituído nas eqs. (255) e (256) para se obter ${}^{t+\Delta t} \ddot{\mathbf{Q}}$ e ${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{Q}}$ e, assim mais um passo no tempo poderá ser dado.

Porém, na estrutura em questão, existem os graus de liberdade, onde se conhece o carregamento e deseja-se obter o movimento, e os vínculos, onde já se conhece o movimento e deseja-se obter a força de reação. Para isso, pode ser utilizada a

Condensação Estática, que permitirá o cálculo do parâmetro desconhecido, através do parâmetro conhecido.

As matrizes e vetores podem ser rearranjados de tal maneira que agrupe os graus de liberdade e os vínculos. Chamando os graus de liberdade de A e os vínculos de B, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez podem ser divididas em quatro partes, ficando os vetores divididos em duas partes, ou seja:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{AA}] & [\mathbf{M}_{AB}] \\ [\mathbf{M}_{BA}] & [\mathbf{M}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{AA}] & [\mathbf{C}_{AB}] \\ [\mathbf{C}_{BA}] & [\mathbf{C}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{AA}] & [\mathbf{K}_{AB}] \\ [\mathbf{K}_{BA}] & [\mathbf{K}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_A \\ \mathbf{P}_B \end{Bmatrix} \quad (260)$$

Sendo conhecidos \mathbf{P}_A , \mathbf{Q}_B , $\dot{\mathbf{Q}}_B$ e $\ddot{\mathbf{Q}}_B$ e desconhecidos \mathbf{P}_B , \mathbf{Q}_A , $\dot{\mathbf{Q}}_A$ e $\ddot{\mathbf{Q}}_A$. Assim a eq. (259) pode ser reescrita na forma:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{AA}] & [\mathbf{M}_{AB}] \\ [\mathbf{M}_{BA}] & [\mathbf{M}_{BB}] \end{bmatrix} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{AA}] & [\mathbf{C}_{AB}] \\ [\mathbf{C}_{BA}] & [\mathbf{C}_{BB}] \end{bmatrix} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{AA}] & [\mathbf{K}_{AB}] \\ [\mathbf{K}_{BA}] & [\mathbf{K}_{BB}] \end{bmatrix} \right)^{t+\Delta t} \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} = \\ & {}^{t+\Delta t} \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_A \\ \mathbf{P}_B \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{AA}] & [\mathbf{M}_{AB}] \\ [\mathbf{M}_{BA}] & [\mathbf{M}_{BB}] \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \frac{1}{\alpha \Delta t} + \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] + \\ & \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{AA}] & [\mathbf{C}_{AB}] \\ [\mathbf{C}_{BA}] & [\mathbf{C}_{BB}] \end{bmatrix} \left[\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (261)$$

Dessa maneira a equação matricial representada pela eq. (261) pode ser separada em duas:

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{M}_{AA} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{C}_{AA} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K}_{AA} \right)^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_A = {}^{t+\Delta t} \mathbf{P}_A + \mathbf{M}_{AA} \left[\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_A \end{Bmatrix} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_B \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \frac{1}{\alpha \Delta t} + \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] \\ & + {}^{t+\Delta t} \mathbf{C}_{AA} \left[\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_A \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \right] + {}^{t+\Delta t} \mathbf{C}_{AB} \left[\begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_B \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_B \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_B \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \right] - \left(\mathbf{M}_{AB} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + \mathbf{C}_{AB} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K}_{AB} \right)^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_B \end{aligned} \quad (262)$$

e

$$\begin{aligned}
{}^{t+\Delta t}\mathbf{P}_B = & \left(\mathbf{M}_{BA} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}_{BA} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K}_{BA} \right) {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}_A + \left(\mathbf{M}_{BB} \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + \right. \\
& {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}_{BB} \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \mathbf{K}_{BB} \left. \right) {}^{t+\Delta t}\mathbf{Q}_B - \mathbf{M}_{BA} \left[{}^t\mathbf{Q}_A \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^t\dot{\mathbf{Q}}_A \frac{1}{\alpha \Delta t} + \right. \\
& {}^t\ddot{\mathbf{Q}}_A \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \left. \right] - \mathbf{M}_{BB} \left[{}^t\mathbf{Q}_B \frac{1}{\alpha \Delta t^2} + {}^t\dot{\mathbf{Q}}_B \frac{1}{\alpha \Delta t} + {}^t\ddot{\mathbf{Q}}_B \left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) \right] - \\
& {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}_{BB} \left[{}^t\mathbf{Q}_B \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) {}^t\dot{\mathbf{Q}}_B + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t {}^t\ddot{\mathbf{Q}}_B \right] - \\
& {}^{t+\Delta t}\mathbf{C}_{BA} \left[{}^t\mathbf{Q}_A \frac{\delta}{\alpha \Delta t} + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) {}^t\dot{\mathbf{Q}}_A + \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \Delta t {}^t\ddot{\mathbf{Q}}_A \right]
\end{aligned} \tag{263}$$

Da eq. (262) os valores dos deslocamentos podem ser obtidos no instante $t + \Delta t$, considerando conhecidos o carregamento e o deslocamento dos vínculos em $t + \Delta t$ e o deslocamento, a velocidade e a aceleração dos graus de liberdade e dos vínculos no instante t . Substituindo esses resultados na eq. (263), obtêm-se, finalmente, as reações nos vínculos para $t + \Delta t$.

4.3.3 APLICAÇÃO E IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE EULER EXPLÍCITO

O Método de Euler Explícito foi o método explícito escolhido para ser implementado na análise dinâmica no domínio do tempo no presente estudo.

A seguir, estão apresentados o algoritmo de implementação deste método, bem como a aplicação para o problema em questão.

4.3.3.1 Implementação do Método de Euler Explícito

Voltando para a equação do movimento da estrutura que, para o instante de tempo t , pode ser escrita na seguinte forma:

$$\mathbf{M}^t \ddot{\mathbf{Q}} + {}^t \mathbf{C}^t \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^t \mathbf{Q} = {}^t \mathbf{P} \quad (264)$$

O esquema abaixo mostra, passo a passo, como fica a solução da integração através deste método, baseado na discretização no tempo apresentada em Silveira (2009).

1) Cálculos iniciais:

- a) Montar as matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} .
- b) Triangularizar a matriz de massa \mathbf{M} com a decomposição \mathbf{LDL}^T .
- c) Inicializar as variáveis $\dot{\mathbf{Q}}$ e \mathbf{Q} no instante $t = 0$.

2) Em cada passo de tempo:

- a) Montar a matriz \mathbf{C} .
- b) Calcular o carregamento efetivo no instante t :

$${}^t \hat{\mathbf{P}} = {}^t \mathbf{P} - \mathbf{K}^t \mathbf{Q} - \mathbf{C}^t \dot{\mathbf{Q}}.$$

- c) Calcular as acelerações no instante t : $\mathbf{LDL}^T {}^t \ddot{\mathbf{Q}} = {}^t \hat{\mathbf{P}}$.

- d) Calcular a velocidade e o deslocamento no instante $t + \Delta t$:

$${}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{Q}} = {}^t \dot{\mathbf{Q}} + {}^t \ddot{\mathbf{Q}} \Delta t$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{Q} = {}^t \mathbf{Q} + {}^{t+\Delta t} \dot{\mathbf{Q}} \Delta t$$

4.3.3.2 Aplicação do Método de Euler Explícito

Da mesma forma feita para o Método de Newmark, aplicar-se-á aqui a condensação estática.

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{AA}] & [\mathbf{M}_{AB}] \\ [\mathbf{M}_{BA}] & [\mathbf{M}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\mathbf{Q}}_A\} \\ \{\ddot{\mathbf{Q}}_B\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{AA}] & [\mathbf{C}_{AB}] \\ [\mathbf{C}_{BA}] & [\mathbf{C}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{\mathbf{Q}}_A\} \\ \{\dot{\mathbf{Q}}_B\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{AA}] & [\mathbf{K}_{AB}] \\ [\mathbf{K}_{BA}] & [\mathbf{K}_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{Q}_A\} \\ \{\mathbf{Q}_B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{P}_A\} \\ \{\mathbf{P}_B\} \end{Bmatrix} \quad (265)$$

Sendo conhecidos \mathbf{P}_A , \mathbf{Q}_B , $\dot{\mathbf{Q}}_B$ e $\ddot{\mathbf{Q}}_B$ e desconhecidos \mathbf{P}_B , \mathbf{Q}_A , $\dot{\mathbf{Q}}_A$ e $\ddot{\mathbf{Q}}_A$. Assim a eq. (272) pode ser reescrita na forma:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{AA}] & [\mathbf{M}_{AB}] \\ [\mathbf{M}_{BA}] & [\mathbf{M}_{BB}] \end{bmatrix}^t \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}_A \\ \ddot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_A \\ \mathbf{P}_B \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{AA}] & [\mathbf{K}_{AB}] \\ [\mathbf{K}_{BA}] & [\mathbf{K}_{BB}] \end{bmatrix}^t \begin{Bmatrix} \mathbf{Q}_A \\ \mathbf{Q}_B \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{AA}] & [\mathbf{C}_{AB}] \\ [\mathbf{C}_{BA}] & [\mathbf{C}_{BB}] \end{bmatrix}^t \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}_A \\ \dot{\mathbf{Q}}_B \end{Bmatrix} \quad (266)$$

Dessa maneira a equação matricial representada pela eq. (266) pode ser separada em duas:

$$\mathbf{M}_{AA}^t \ddot{\mathbf{Q}}_A = \mathbf{P}_A - \mathbf{K}_{AA}^t \mathbf{Q}_A - \mathbf{C}_{AA}^t \dot{\mathbf{Q}}_A - \mathbf{M}_{AB}^t \ddot{\mathbf{Q}}_B - \mathbf{K}_{AB}^t \mathbf{Q}_B - \mathbf{C}_{AB}^t \dot{\mathbf{Q}}_B \quad (267)$$

e

$$\mathbf{P}_B = \mathbf{K}_{BA}^t \mathbf{Q}_A + \mathbf{C}_{BA}^t \dot{\mathbf{Q}}_A + \mathbf{M}_{BA}^t \ddot{\mathbf{Q}}_A + \mathbf{K}_{BB}^t \mathbf{Q}_B + \mathbf{C}_{BB}^t \dot{\mathbf{Q}}_B + \mathbf{M}_{BB}^t \ddot{\mathbf{Q}}_B \quad (268)$$

4.4 ESTUDO DE CASO PARA A ANÁLISE DINÂMICA

Esta seção traz alguns resultados de casos que foram simulados nos domínios da frequência e do tempo. Foram escolhidas duas configurações para serem analisadas, uma catenária e uma *lazy-wave*. Ambas foram analisadas sob três condições ambientais diferentes, sendo que a primeira não tem correnteza, a segunda tem o perfil de correnteza no plano do *riser* e a terceira possui correnteza fora do plano do *riser*.

Os resultados obtidos no domínio da frequência foram comparados com os resultados obtidos através da análise no domínio do tempo com o Método de Newmark e também comparados com os resultados do OrcaflexTM. As condições de contorno impostas em todas as simulações – inclusive no OrcaflexTM – foram as seguintes: movimento prescrito no topo e a posição do TDP estático articulada, não havendo contato do *riser* com o solo.

4.4.1 DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES

Nesta seção serão apresentados os dados das configurações analisadas neste capítulo, bem como os dados ambientais e geométricos.

4.4.1.1 Dados das Configurações

A primeira configuração consiste em um *riser* rígido em catenária com 16 polegadas de diâmetro externo e uma polegada de espessura. Os dados se encontram na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Dados da catenária

	Segmento 1
Diâmetro externo (m)	0,4064
Peso no ar (kN/m)	2,4927
EI (kN.m²)	78000
EA (kN)	4000000
GJ (kN.m²)	60000
Comprimento (m)	2500
C_{D,n}	1,1
C_m	1

A segunda configuração contém três trechos, sendo um deles flutuado. Os dados desta configuração estão apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Dados da *lazy-wave*

	Segmento 1	Segmento 2	Segmento 3
Diâmetro (m)	0,4064	0,8	0,4064
Peso no ar (kN/m)	2,4927	3,9044	2,4927
EI (kN.m²)	78000	78000	78000
EA (kN)	4000000	4000000	4000000
GJ (kN.m²)	60000	60000	60000
Comprimento (m)	800	400	1200
C_{D,n}	1,1	1,1	1,1
C_m	1	1	1

4.4.1.2 Dados Geométricos e Ambientais

A Tabela 4.3 mostra os dados geométricos e ambientais que permanecem iguais em todos os casos simulados.

Tabela 4.3 - Dados geométricos e ambientais

Geométricos	X_{topo}	1800 m
	Z_{topo}	1255 m
Ambientais	Profundidade	1255 m
	Densidade de água	1,024 t/m ³
	Aceleração da gravidade	9,807 m/s ²

Para a simulação da *lazy-wave*, o movimento prescrito no topo – mostrado na Tabela 4.4 – foi calculado considerando que o *riser* esteja instalado em um FPSO sujeito a uma onda típica centenária com base na altura máxima.

Tabela 4.4 - Onda e movimento no topo para a *lazy-wave*

	Período	11,7 s
Onda	Altura	8,7 m
	Ângulo	90°
Movimento em X	Amplitude	3,4926 m
	Fase	-95,1023 °
Movimento em Y	Amplitude	6,8493 m
	Fase	91,666 °
Movimento em Z	Amplitude	4,3638 m
	Fase	3,0899 °

Esse mesmo carregamento não pode ser utilizado na catenária, pois causou compressão dinâmica. Por isso, o movimento prescrito no topo – mostrado na Tabela 4.5 – foi calculado considerando que o *riser* esteja instalado em uma FPSO sujeito a uma onda típica decenária com base na altura significativa.

Tabela 4.5 - Onda e movimento no topo para a catenária

	Período	9,28 s
Onda	Altura	5,2 m
	Ângulo	180°
Movimento em X	Amplitude	2,784 m
	Fase	165,7194 °
Movimento em Y	Amplitude	2,7054 m
	Fase	-73,1998 °
Movimento em Z	Amplitude	2,6093 m
	Fase	3,2637 °

A diferença entre os casos simulados está na correnteza. O primeiro caso é sem correnteza, o segundo tem um perfil no mesmo plano do *riser*, conforme mostra a Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Perfil de correnteza do caso 2

Z(m)	Velocidade (m/s)	Ângulo (graus)
1255	1,96	0
1205	1,54	0
1155	1,39	0
1115	1,18	0
1025	0,72	0
915	0,78	0
840	0,51	0
775,1	0,00	0
774,9	0,00	180
710	0,29	180
615	0,37	180
505	0,54	180
340	0,50	180
0,5	0,00	180
0	0,00	180

E o terceiro caso tem o perfil de correnteza fora do plano do *riser*, como mostrado na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 - Perfil de correnteza do caso 3

Z(m)	Velocidade (m/s)	Ângulo (graus)
1255	1,96	0
1205	1,54	0
1155	1,39	0
1115	1,18	0
1025	0,72	0
915	0,78	0
840	0,72	45
710	0,41	135
615	0,52	135
505	0,76	135
340	0,71	135
0,5	0	135
0	0	135

4.4.2 COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O DOMÍNIO DO TEMPO

Aqui serão apresentadas comparações entre a análise no domínio da frequência (FD), no domínio do tempo (TD) usando os modelos desenvolvidos e o Orcaflex™, que também resolve no domínio do tempo. Combinando as configurações com as diferentes condições ambientais, chega-se a 6 casos diferentes cujos resultados se encontram a seguir.

4.4.2.1 Catenária – Caso 1

Este é o caso de um *riser* em catenária, conforme descrito anteriormente, sem o efeito da correnteza. A Figura 4.1 mostra a amplitude do movimento em X em função da coordenada curvilínea s .

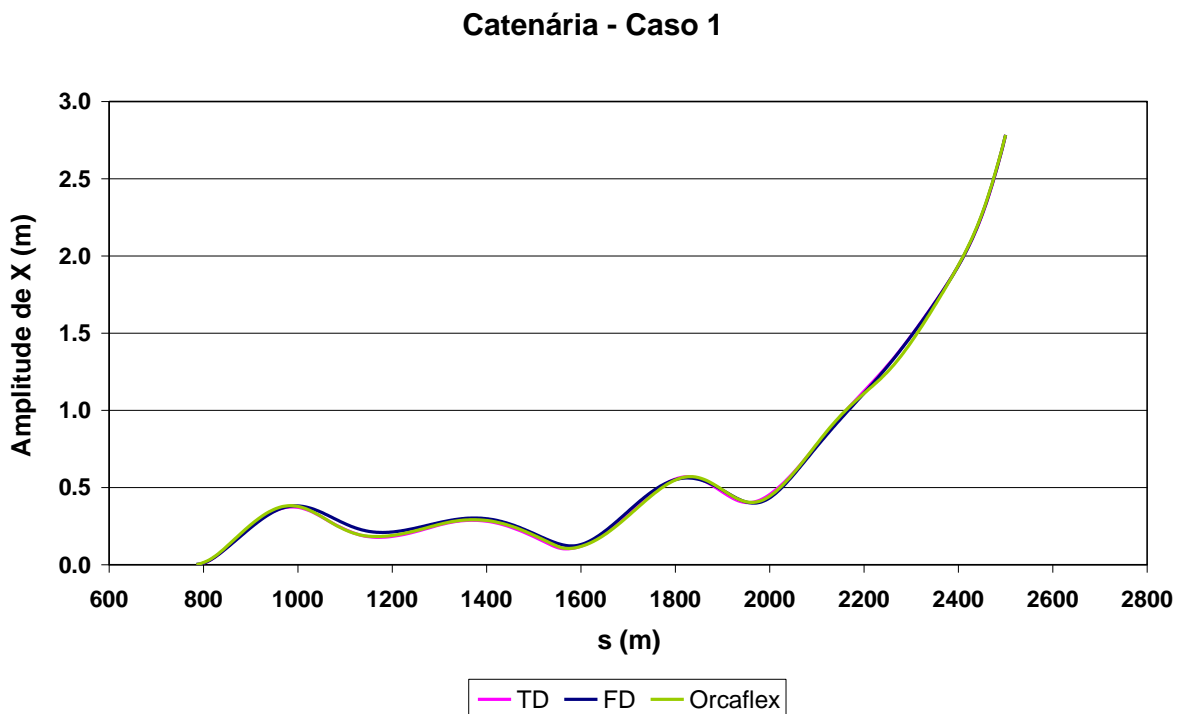


Figura 4.1 - Comparação da amplitude de X para a catenária sem correnteza

A Figura 4.2 mostra a comparação da amplitude de movimento em Y em função da coordenada s .

Catenária - Caso 1

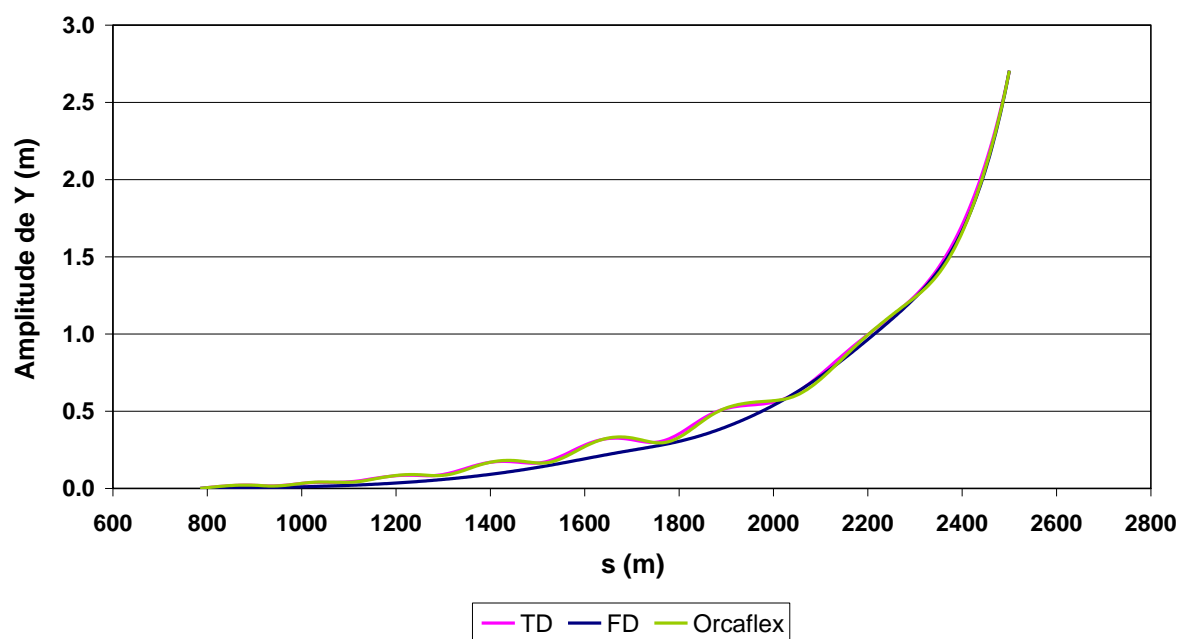


Figura 4.2 - Comparação da amplitude de Y para a catenária sem correnteza

A Figura 4.3 traz a comparação da amplitude de movimento em Z em função da coordenada s .

Catenária - Caso 1

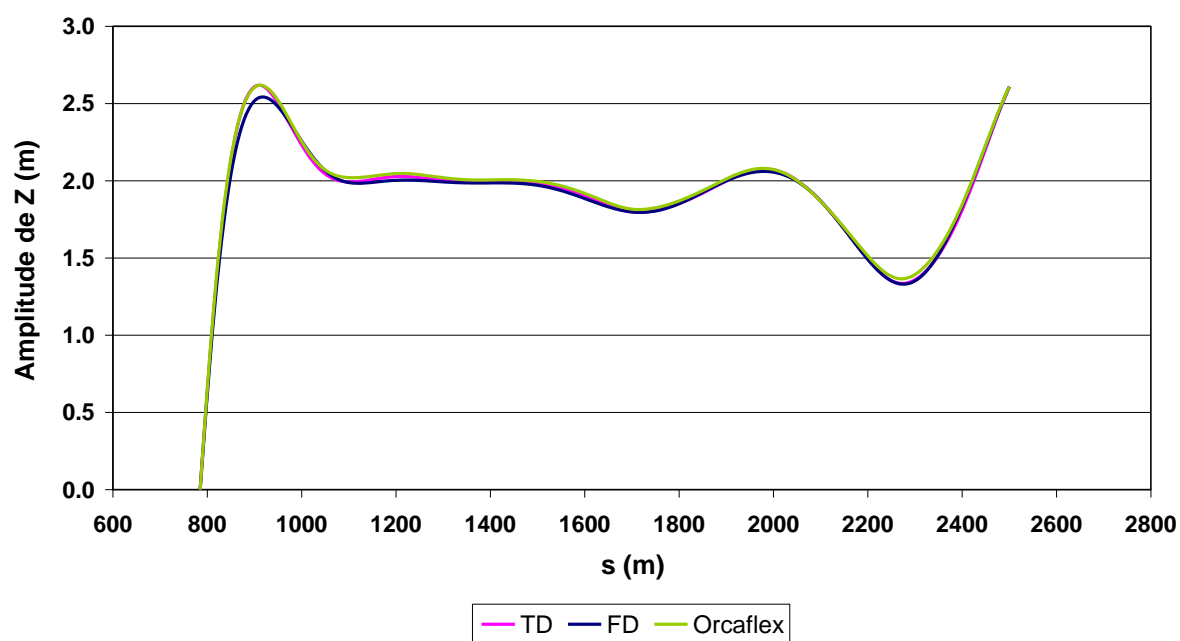


Figura 4.3 - Comparação da amplitude de Z para a catenária sem correnteza

Os resultados da amplitude de θ em função de s estão mostrados na Figura 4.4.

Catenária - Caso 1

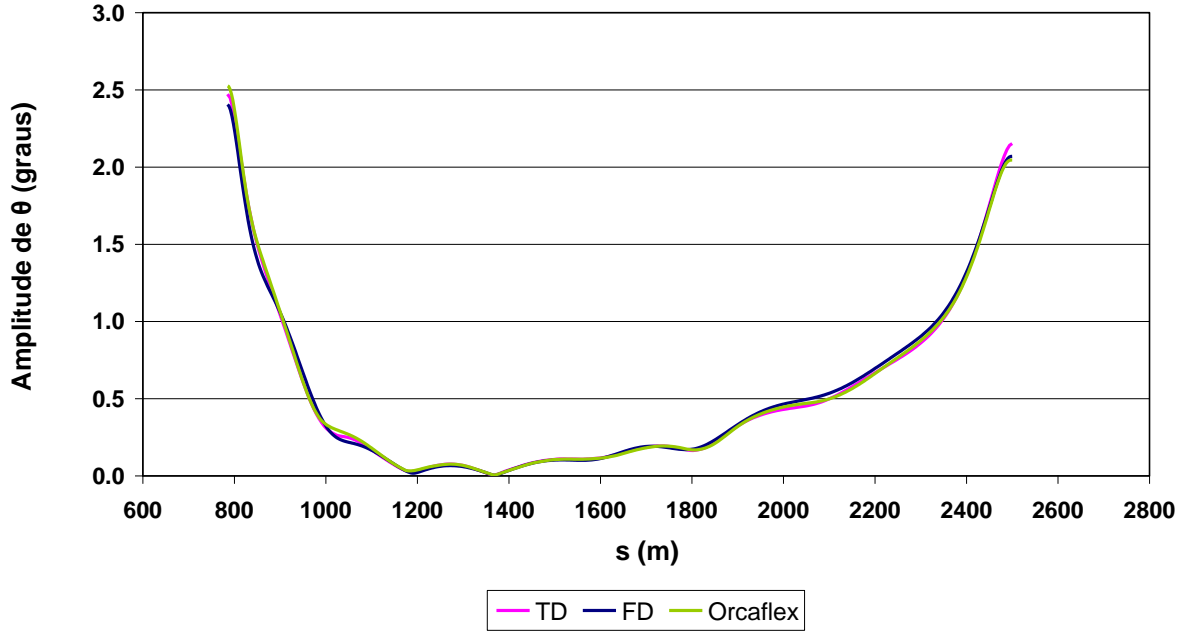


Figura 4.4 - Comparação da amplitude de θ para a catenária sem correnteza

Na Figura 4.5 a amplitude do ângulo ψ é comparada com o domínio do tempo.

Catenária - Caso 1

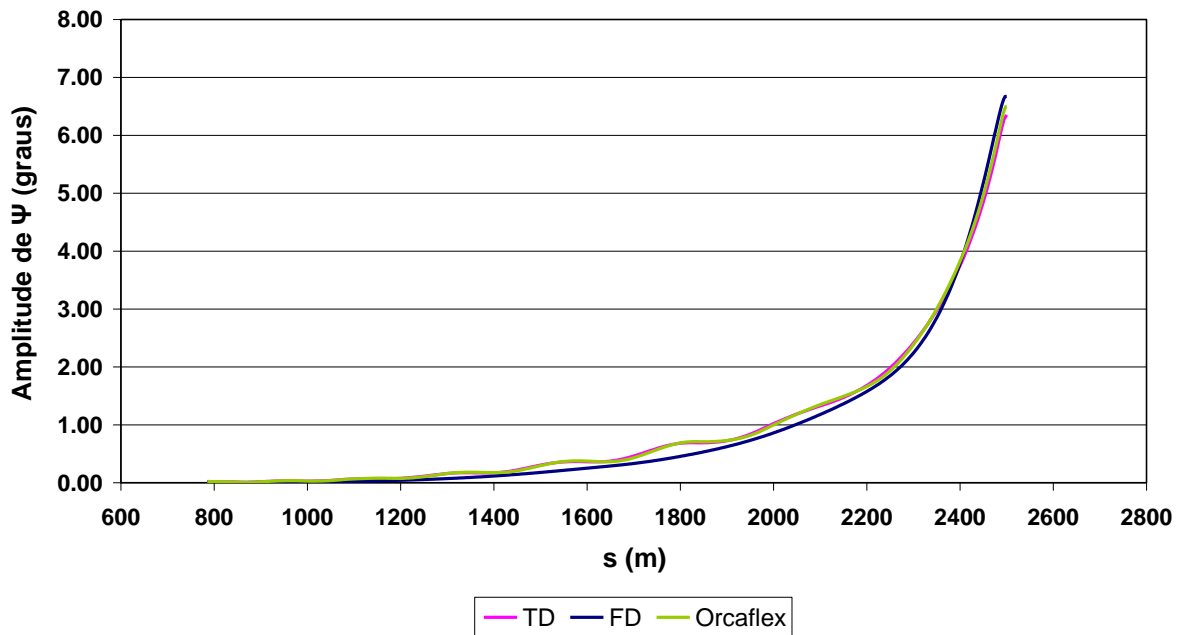


Figura 4.5 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária sem correnteza

A Figura 4.6 mostra a amplitude de curvatura em Y da base local – definida na seção 3.3.

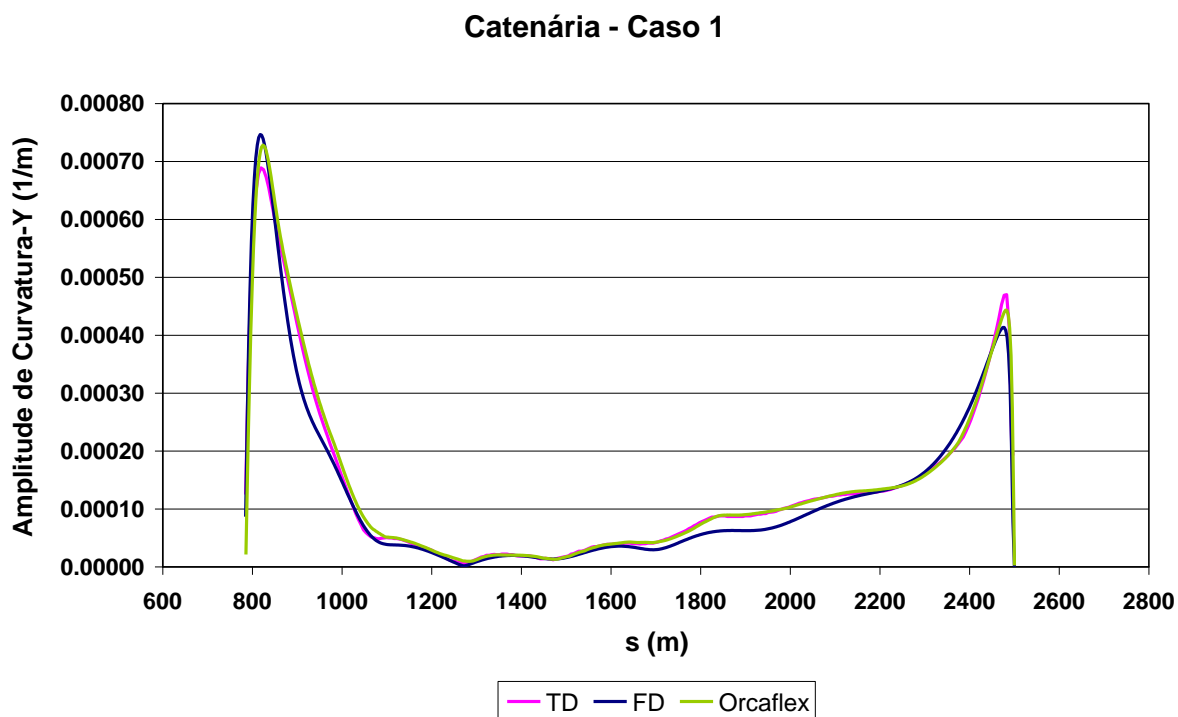


Figura 4.6 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a catenária sem correnteza

A Figura 4.7 mostra a amplitude de curvatura em Z local (direção w) – definida na seção 3.3.

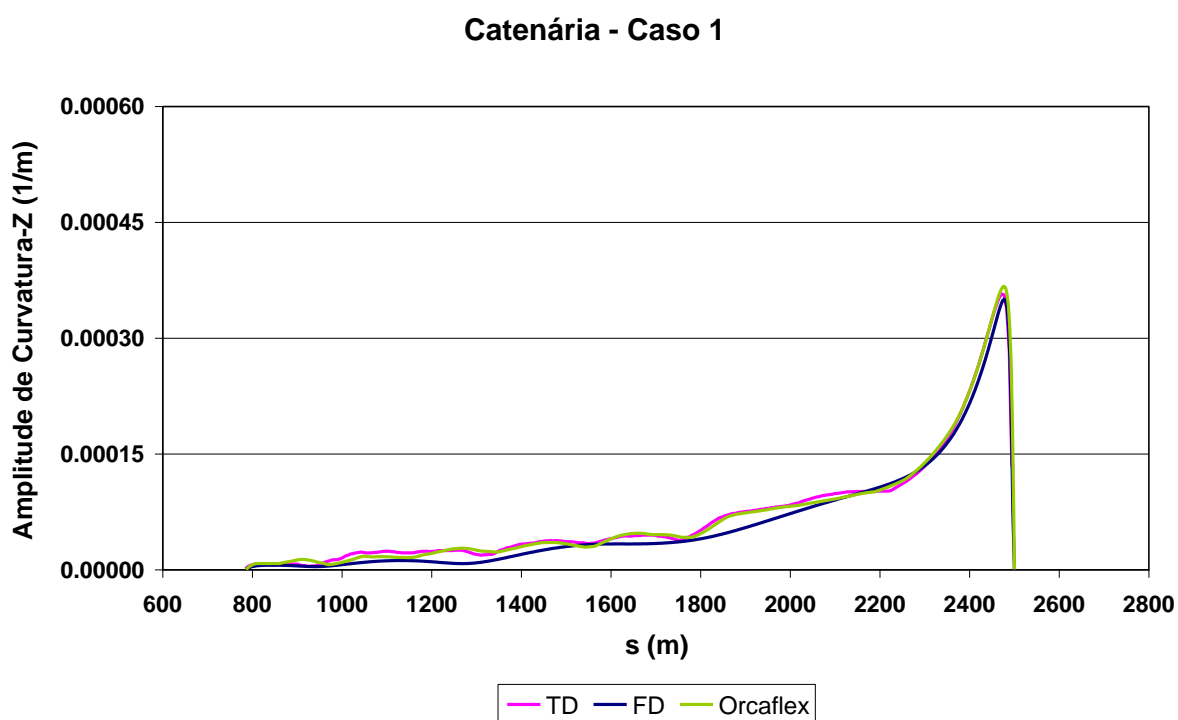


Figura 4.7 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a catenária sem correnteza

Por último, a Figura 4.8 traz a comparação da amplitude de tração efetiva.

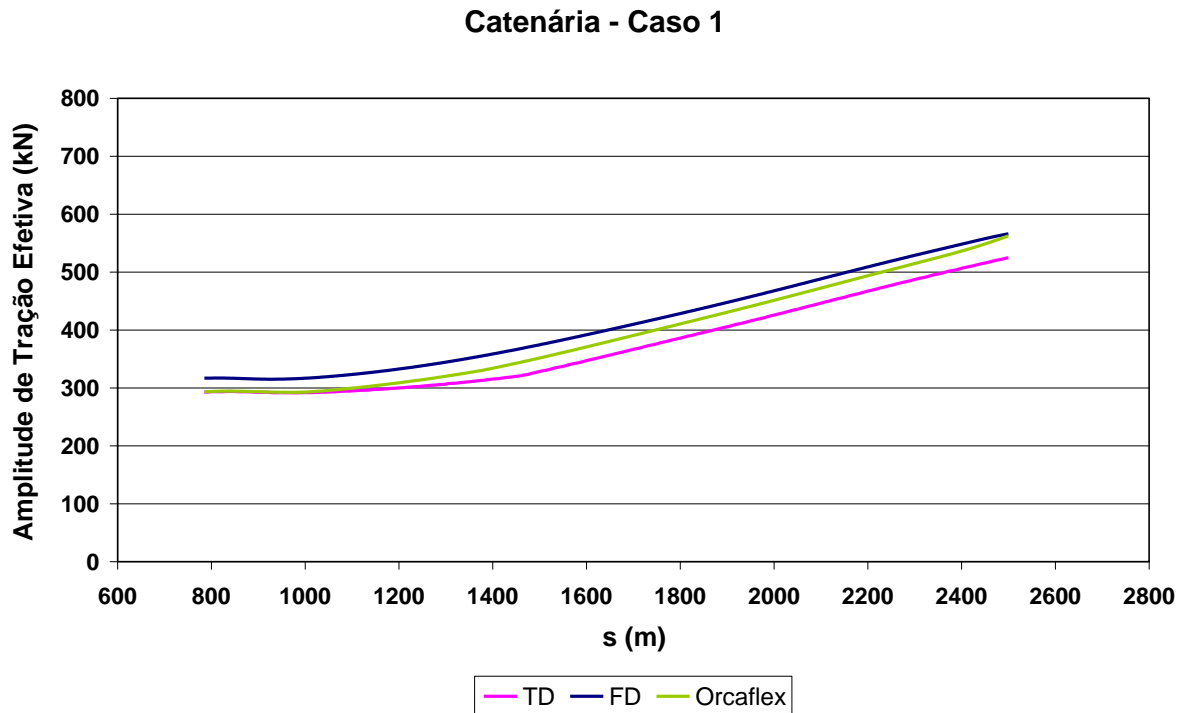


Figura 4.8 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a catenária sem correnteza

Observa-se que foram obtidos bons resultados em todas as comparações e apenas pequenas diferenças puderam ser vistas.

4.4.2.2 Catenária – Caso 2

Como os resultados comparativos obtidos na seção 4.4.2.1 foram bons, o mesmo caso será analisado aqui, mas inserindo uma força de correnteza no plano, como descrito para o Caso 2. A Figura 4.9 mostra a amplitude do movimento em X em função da coordenada curvilínea s .

Catenária - Caso 2

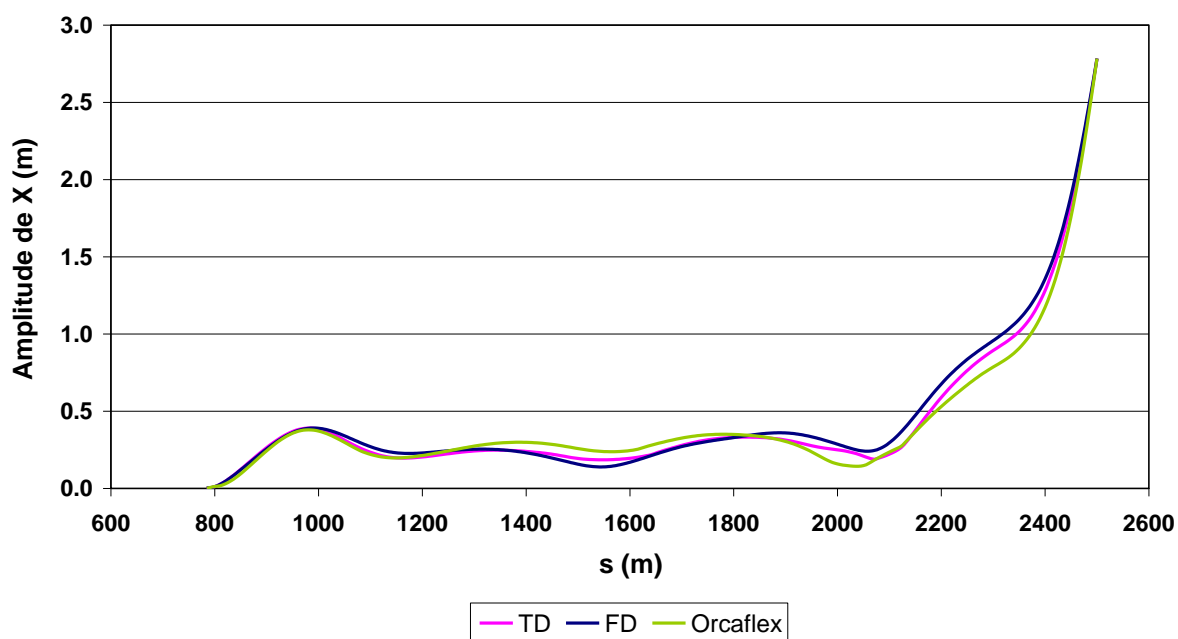


Figura 4.9 - Comparação da amplitude de X para a catenária com correnteza no plano

A comparação do Y pode ser vista na Figura 4.10.

Catenária - Caso 2

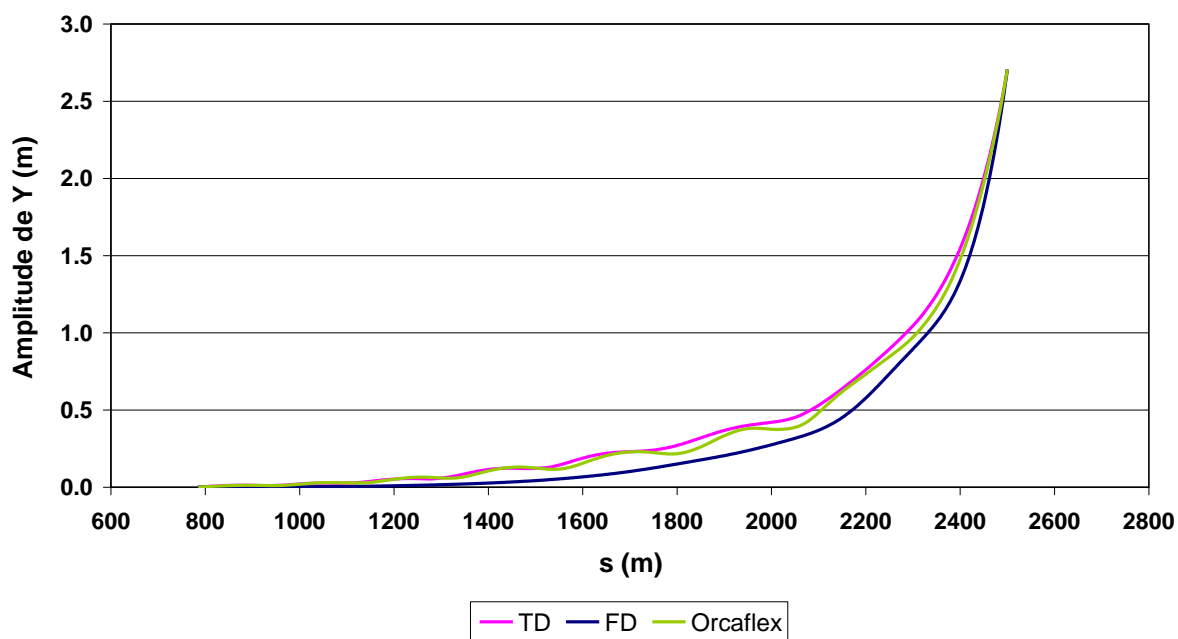


Figura 4.10 - Comparação da amplitude de Y para a catenária com correnteza no plano

A seguir a resposta da amplitude de Z pode ser vista, Figura 4.11.

Catenária - Caso 2

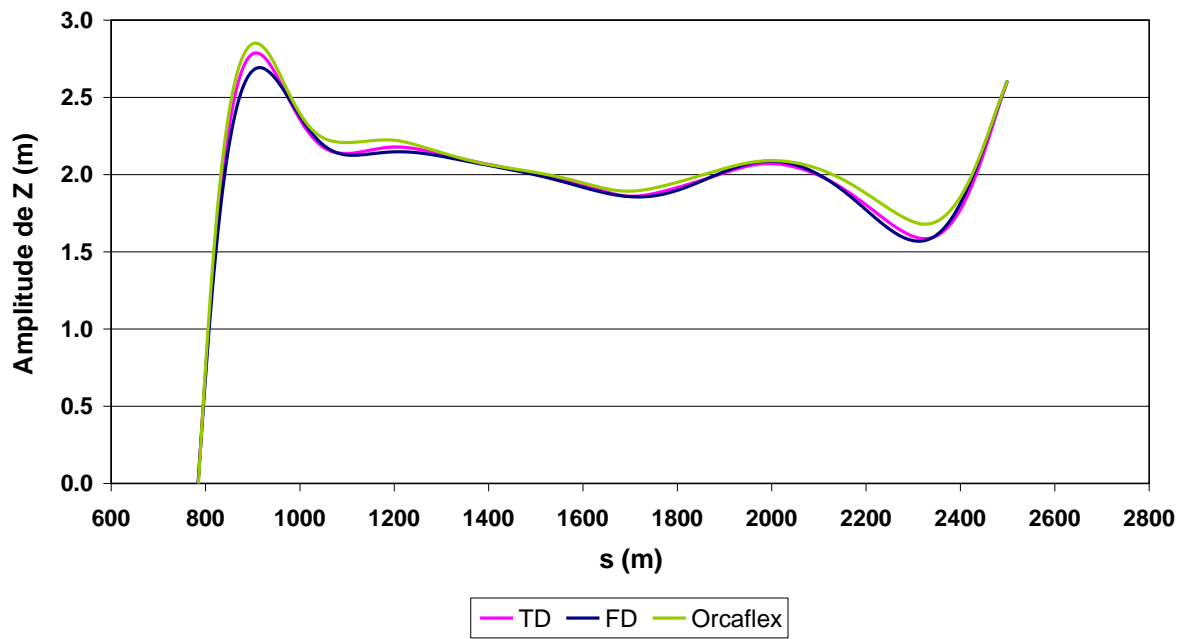


Figura 4.11 - Comparação da amplitude de Z para a catenária com correnteza no plano
A amplitude de θ pode ser vista na Figura 4.12.

Catenária - Caso 2

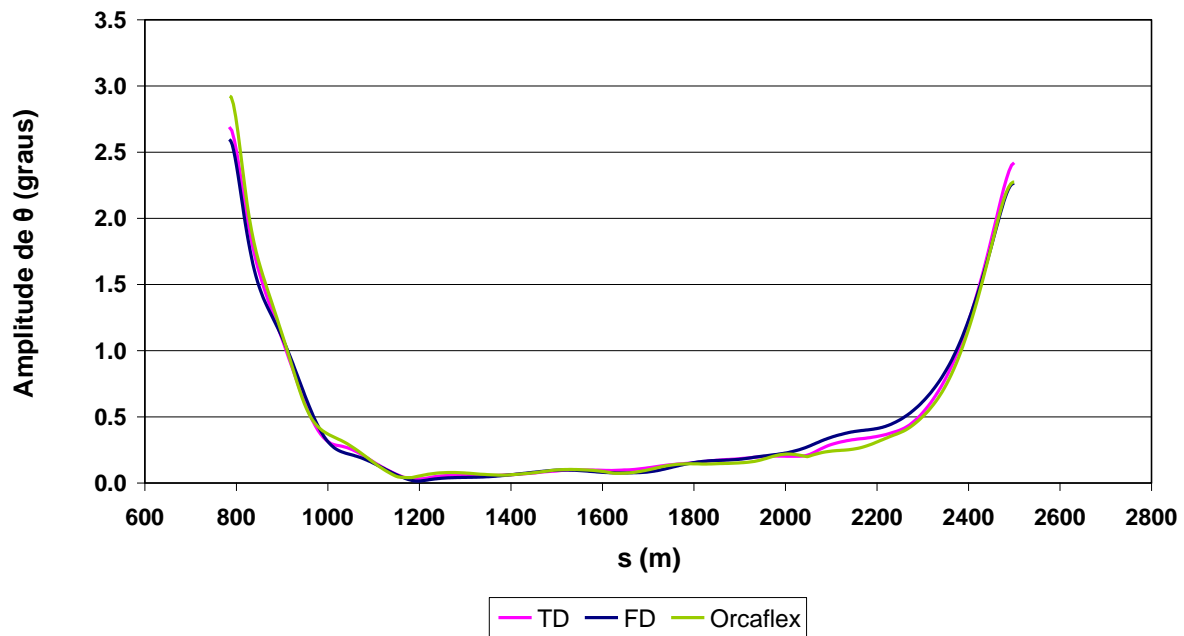


Figura 4.12 - Comparação da amplitude de θ para a catenária com correnteza no plano

A comparação de ψ está disponível na Figura 4.13.

Catenária - Caso 2

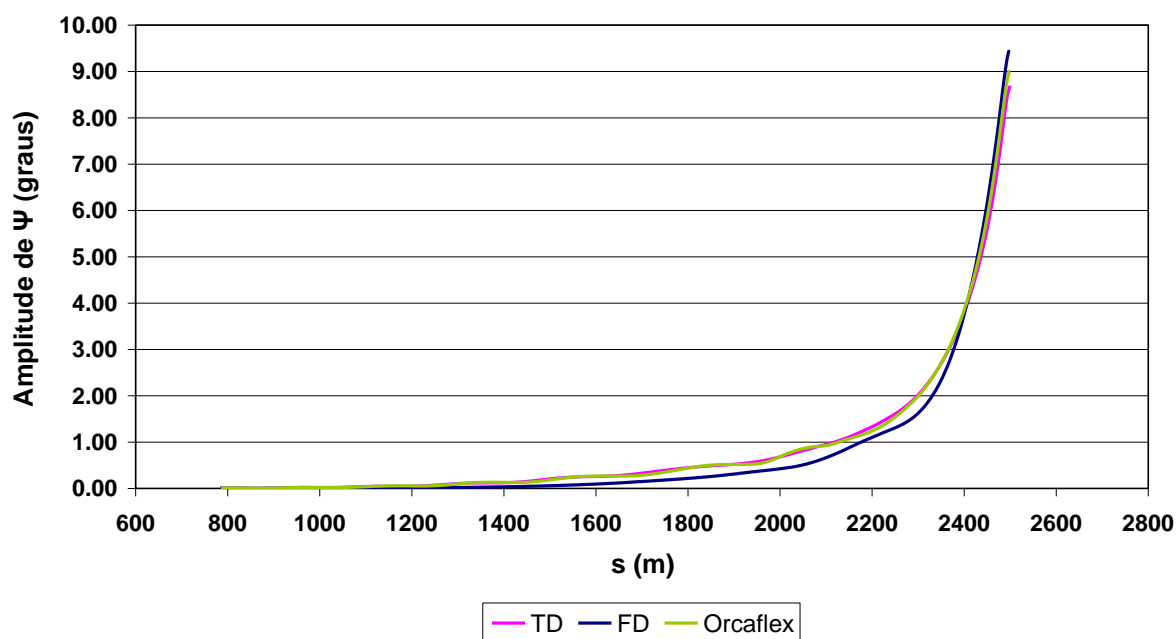


Figura 4.13 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária com correnteza no plano
A Figura 4.14 mostra a amplitude de curvatura em Y local (direção v) – definida na seção 3.3.

Catenária - Caso 2

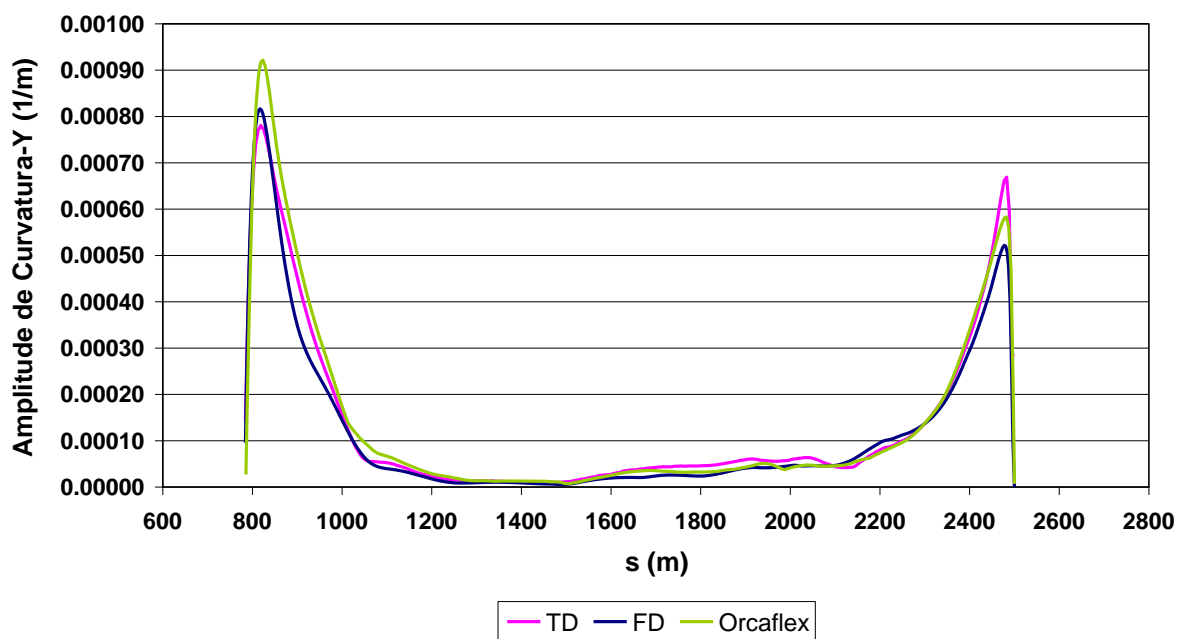


Figura 4.14 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a catenária com correnteza no plano

A Figura 4.15 mostra a amplitude de curvatura em Y local (direção v) – definida na seção 3.3.

Catenária - Caso 2

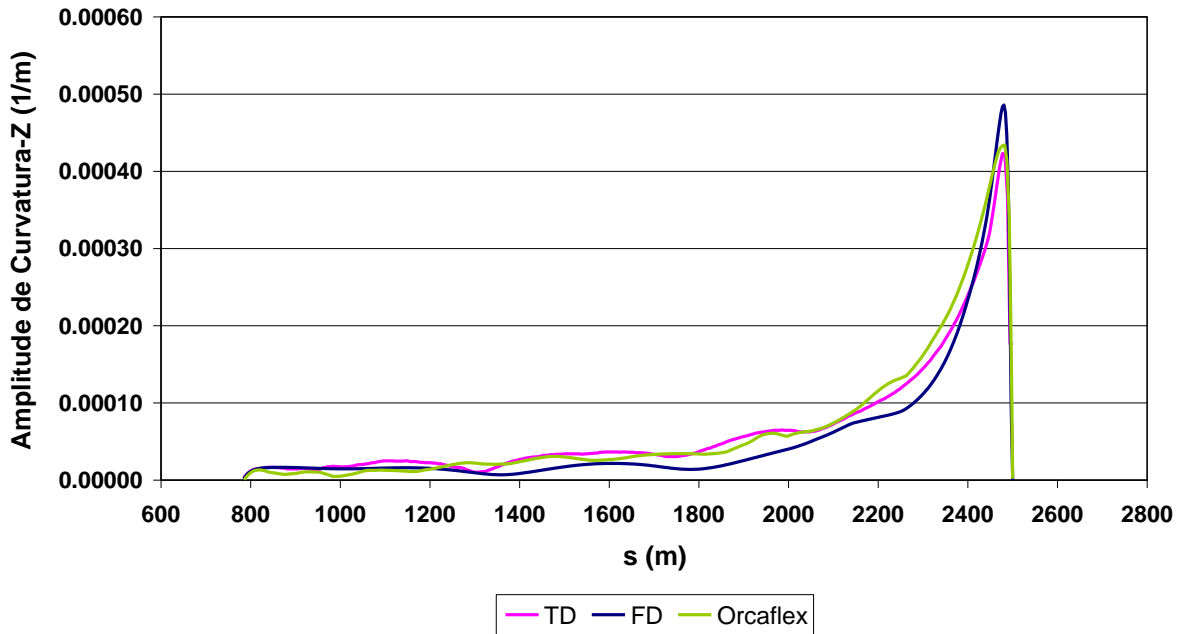


Figura 4.15 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a catenária com correnteza no plano

Por último, a Figura 4.16 traz a comparação da amplitude de tração efetiva.

Catenária - Caso 2

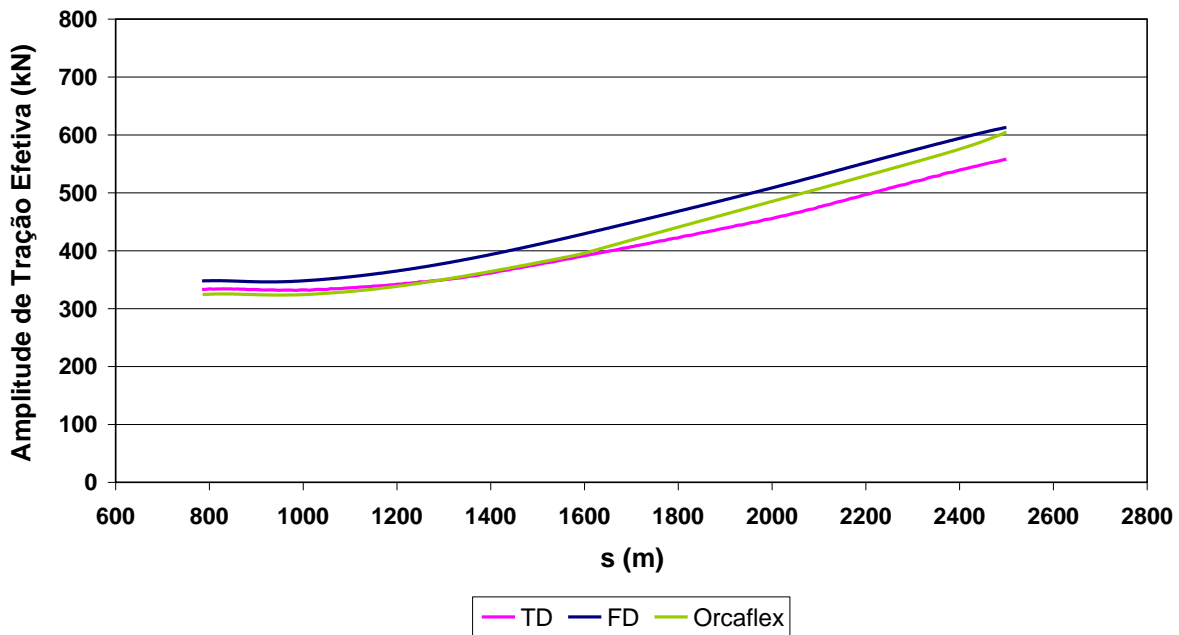


Figura 4.16 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a catenária com correnteza no plano

Assim como no caso sem correnteza, os resultados comparativos obtidos com correnteza no plano mostraram-se bastante bons, sendo visíveis apenas pequenas diferenças.

4.4.2.3 Catenária – Caso 3

Nesta seção será analisada a mesma configuração em catenária com o mesmo perfil de correnteza analisado na seção 4.4.2.2, porém a diferença é que o perfil de correnteza não está mais alinhado com o *riser*. A Figura 4.17 mostra a amplitude do movimento em X em função da coordenada curvilínea s .

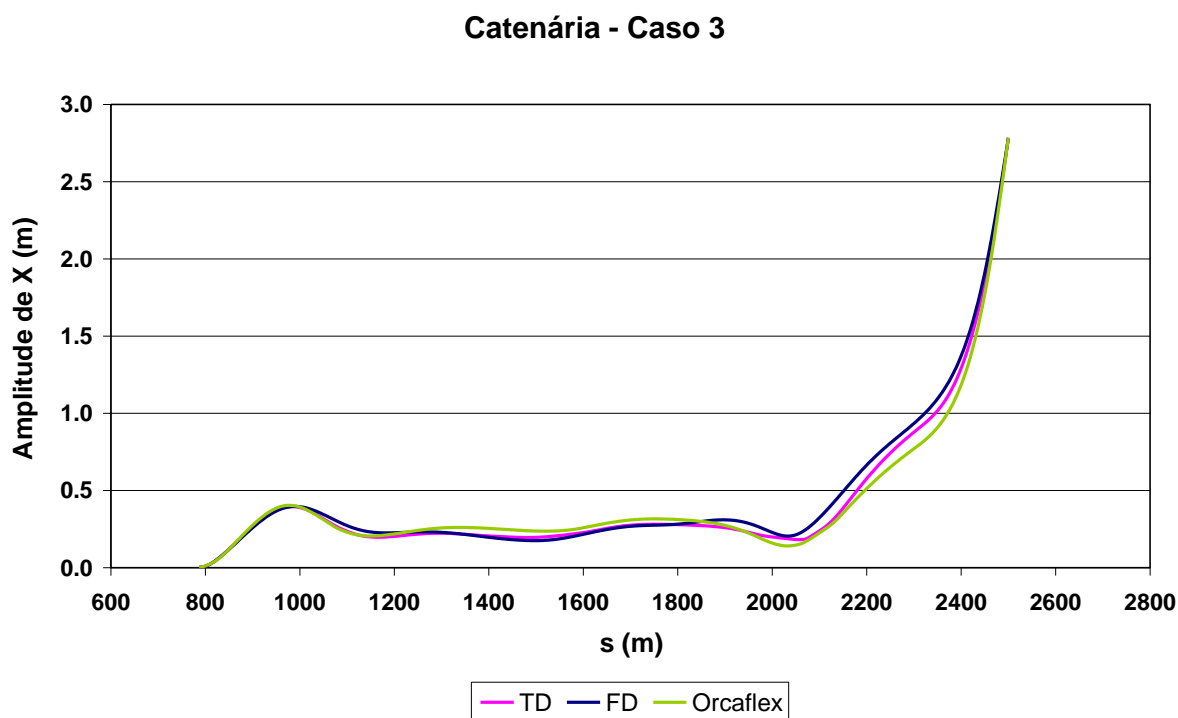


Figura 4.17 - Comparação da amplitude de X para a catenária com correnteza fora do plano

A amplitude de movimento em Y para a configuração em catenária com correnteza fora do plano está apresentada na Figura 4.18

Catenária - Caso 3

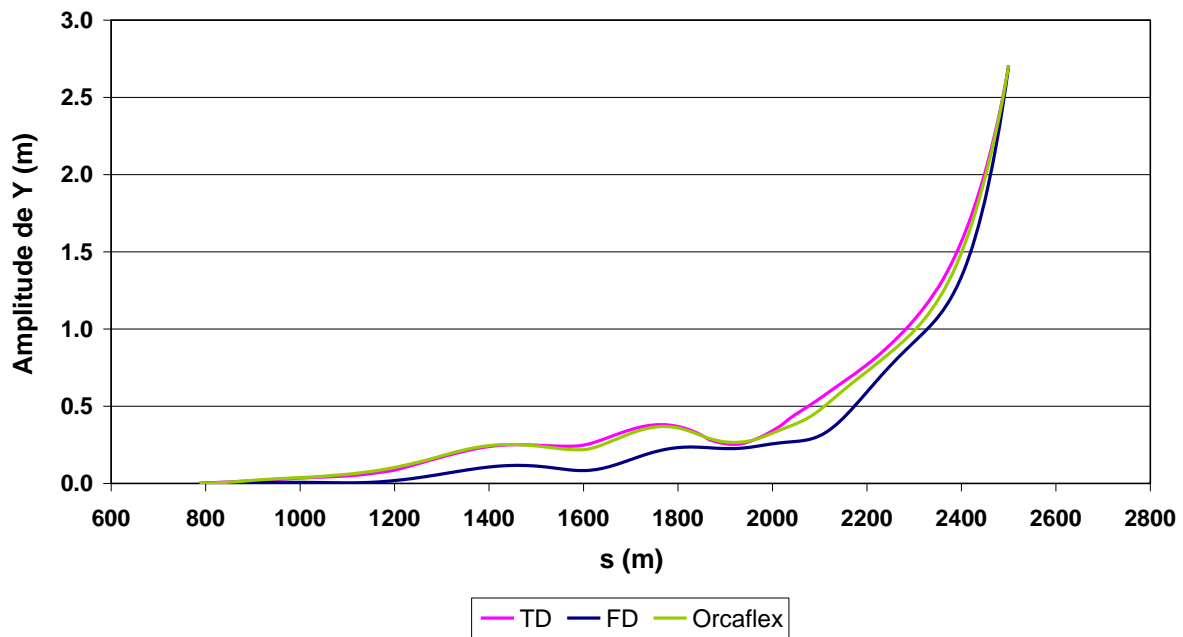


Figura 4.18 - Comparação da amplitude de Y para a catenária com correnteza fora do plano

Na Figura 4.19 a amplitude de Z está apresentada.

Catenária - Caso 3

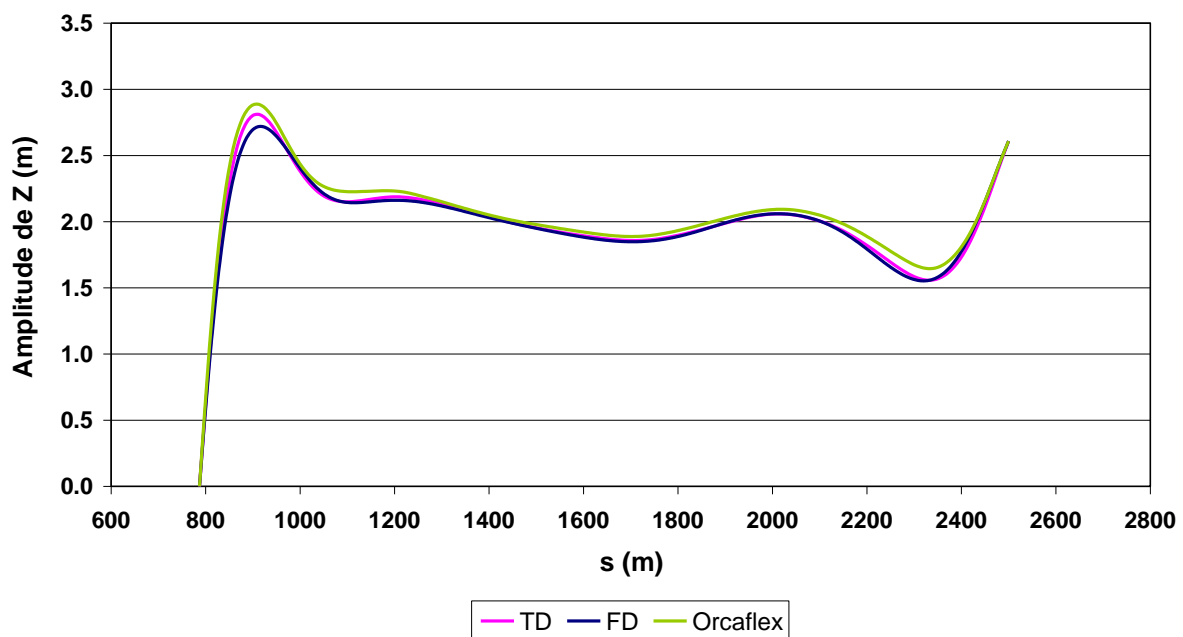


Figura 4.19 - Comparação da amplitude de Z para a catenária com correnteza fora do plano

A comparação da amplitude de θ pode ser encontrada na Figura 4.20.

Catenária - Caso 3

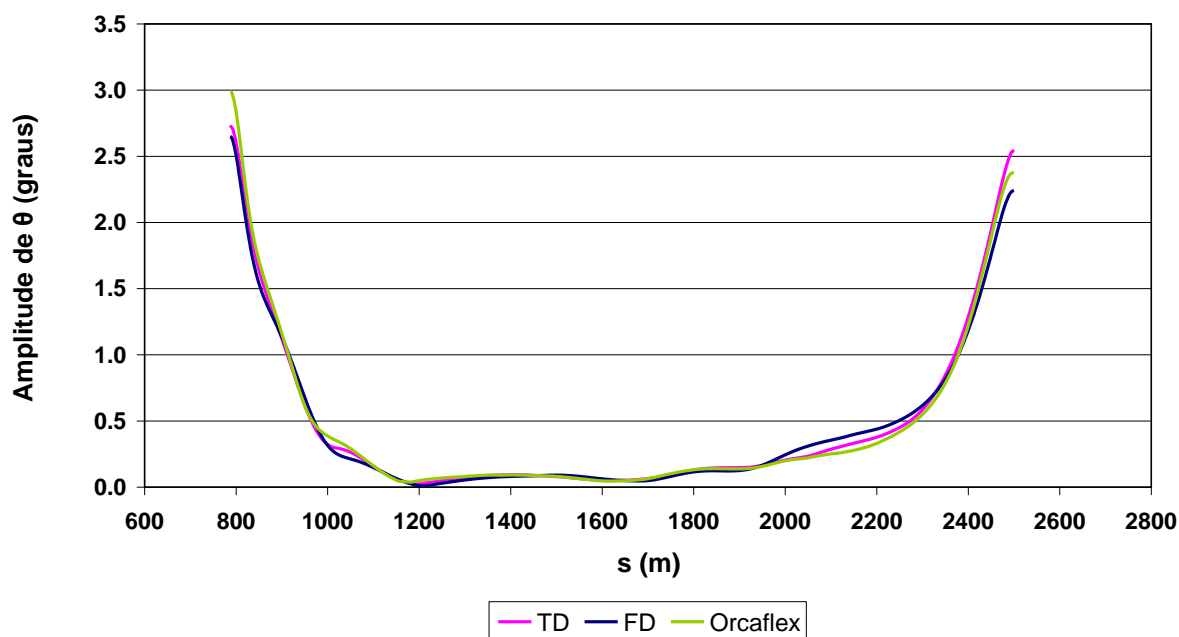


Figura 4.20 - Comparação da amplitude de θ para a catenária com correnteza fora do plano. A amplitude de ψ , por sua vez, está apresentada a seguir.

Catenária - Caso 3

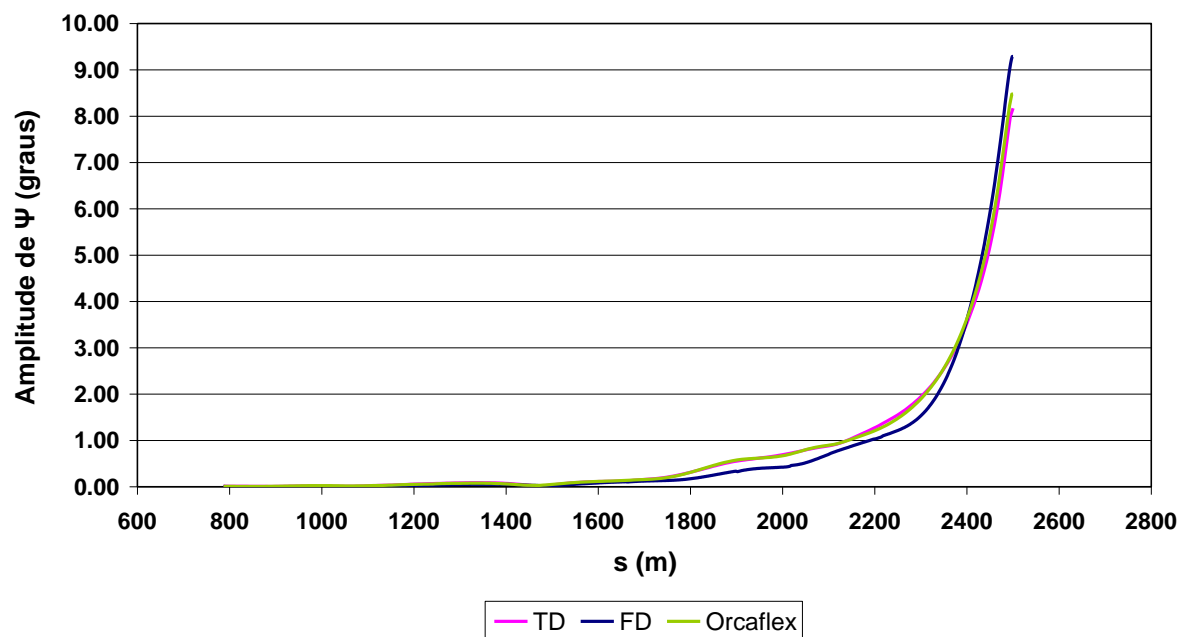


Figura 4.21 - Comparação da amplitude de ψ para a catenária com correnteza fora do plano

A Figura 4.22 traz a comparação da amplitude de curvatura.

Catenária - Caso 3

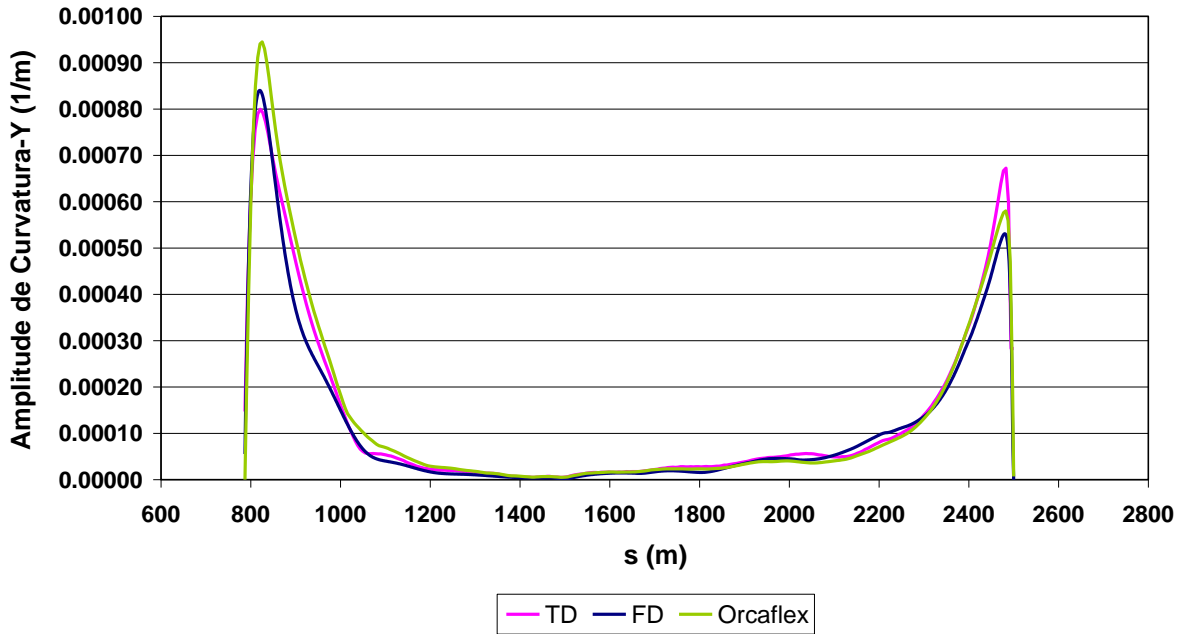


Figura 4.22 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a catenária com correnteza fora do plano

Catenária - Caso 3

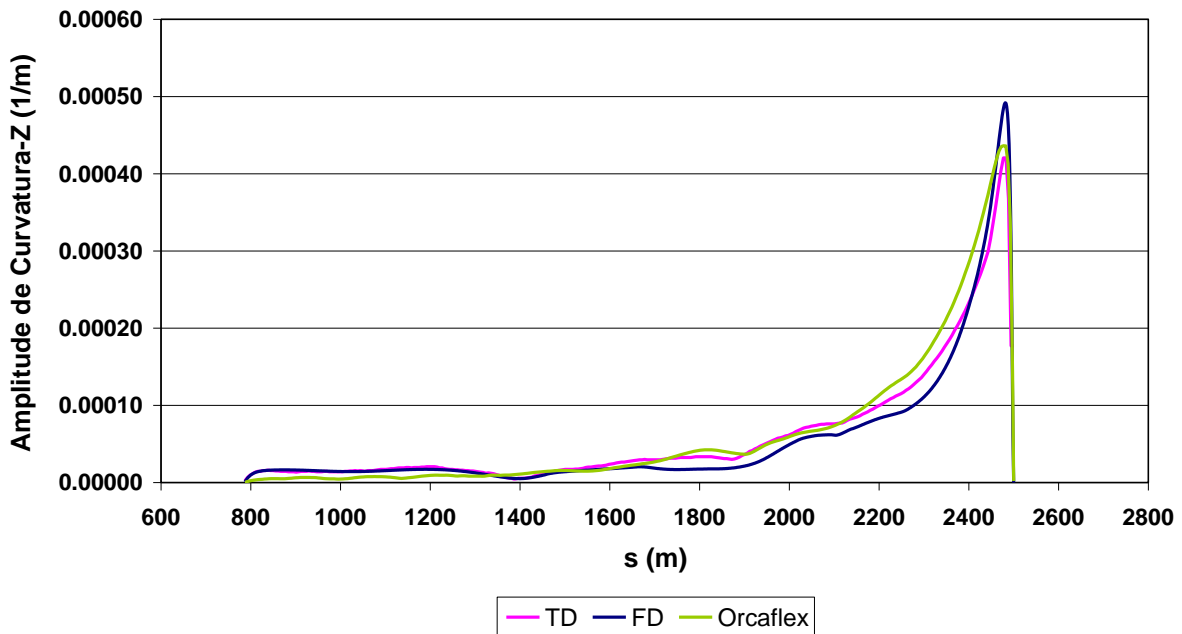


Figura 4.23 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a catenária com correnteza fora do plano

Por último, a Figura 4.25 traz a comparação da amplitude de tração efetiva.

Catenária - Caso 3

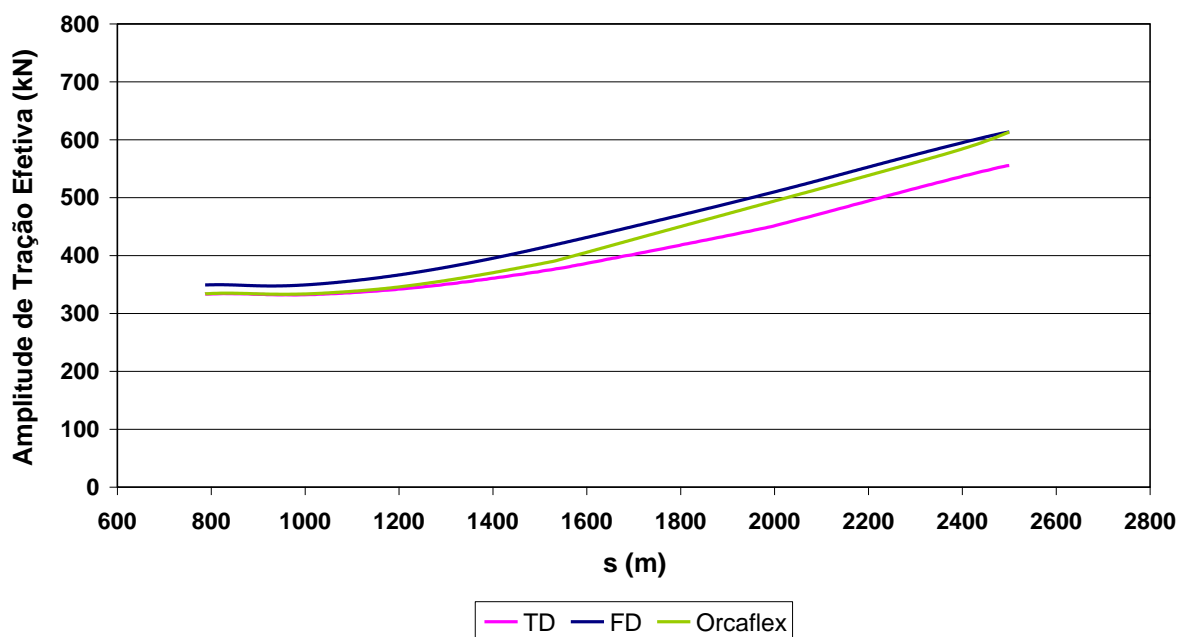


Figura 4.24 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a catenária com correnteza fora do plano

Pode-se dizer que todos os resultados para a catenária foram bons, sendo que pequenas diferenças puderam ser vistas nas comparações feitas até o momento. Observa-se em todos os casos que a resposta em Y fica mais próxima do limite inferior e também possui menos ondulações do que as respostas no domínio do tempo, o que também influencia o ângulo ψ . Isso é menos acentuado na região mais próxima do topo.

4.4.2.4 Lazy-wave – Caso 1

Com os bons resultados obtidos com a catenária, decidiu-se verificar se o mesmo aconteceria com uma configuração *lazy-wave*. Da mesma maneira que foi testada a catenária, a *lazy-wave* foi também simulada sem correnteza, com correnteza no plano e também fora do plano. A Figura 4.25 mostra a amplitude do movimento em X em função da coordenada curvilínea s

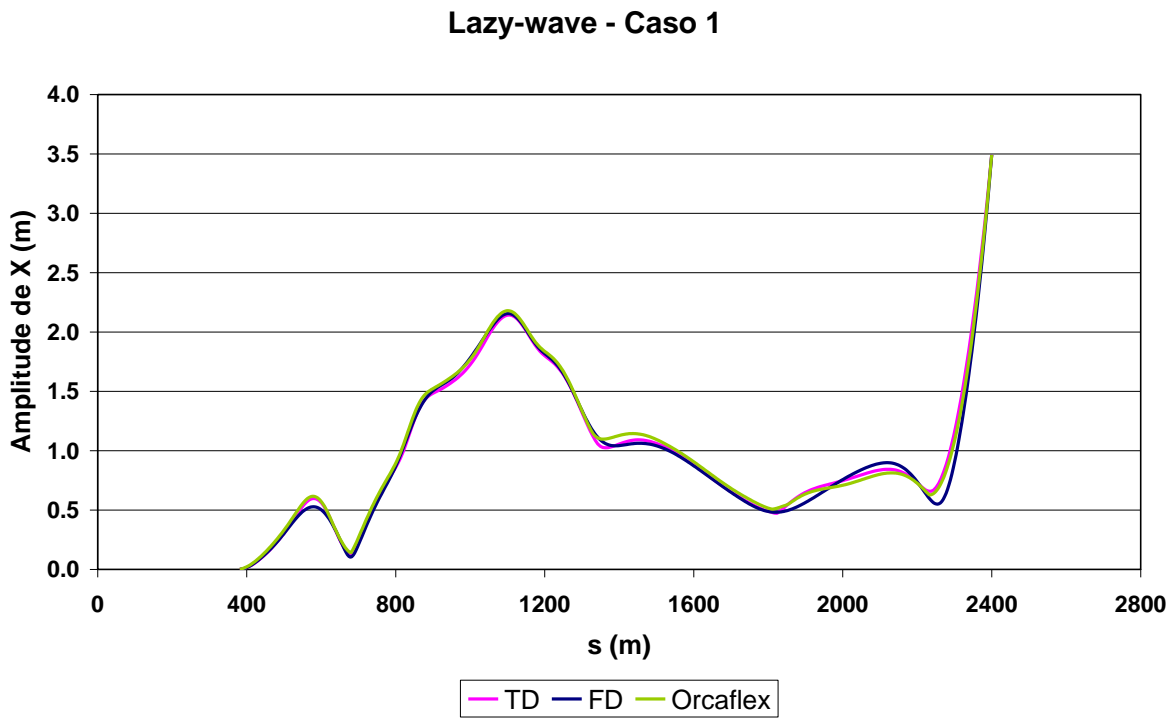


Figura 4.25 - Comparação da amplitude de X para a *lazy-wave* sem correnteza

A resposta da coordenada Y pode ser vista na Figura 4.26.

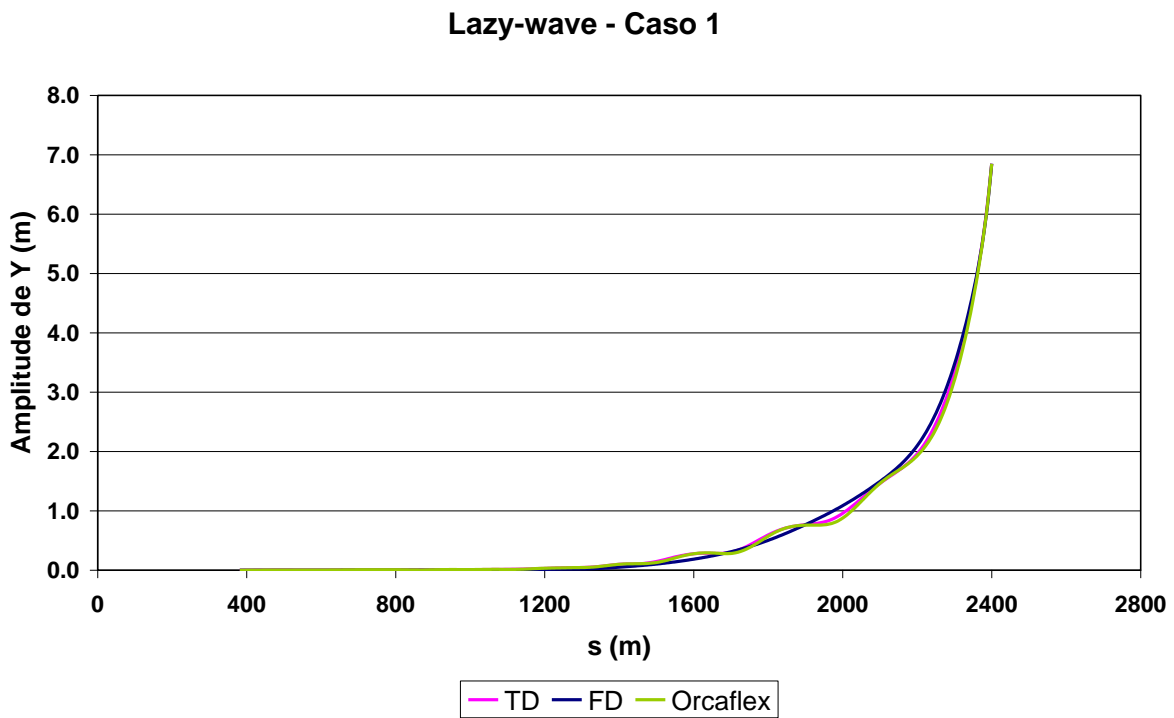


Figura 4.26 - Comparação da amplitude de Y para a *lazy-wave* sem correnteza

Já comparação da amplitude de Z pode ser encontrada na Figura 4.27.

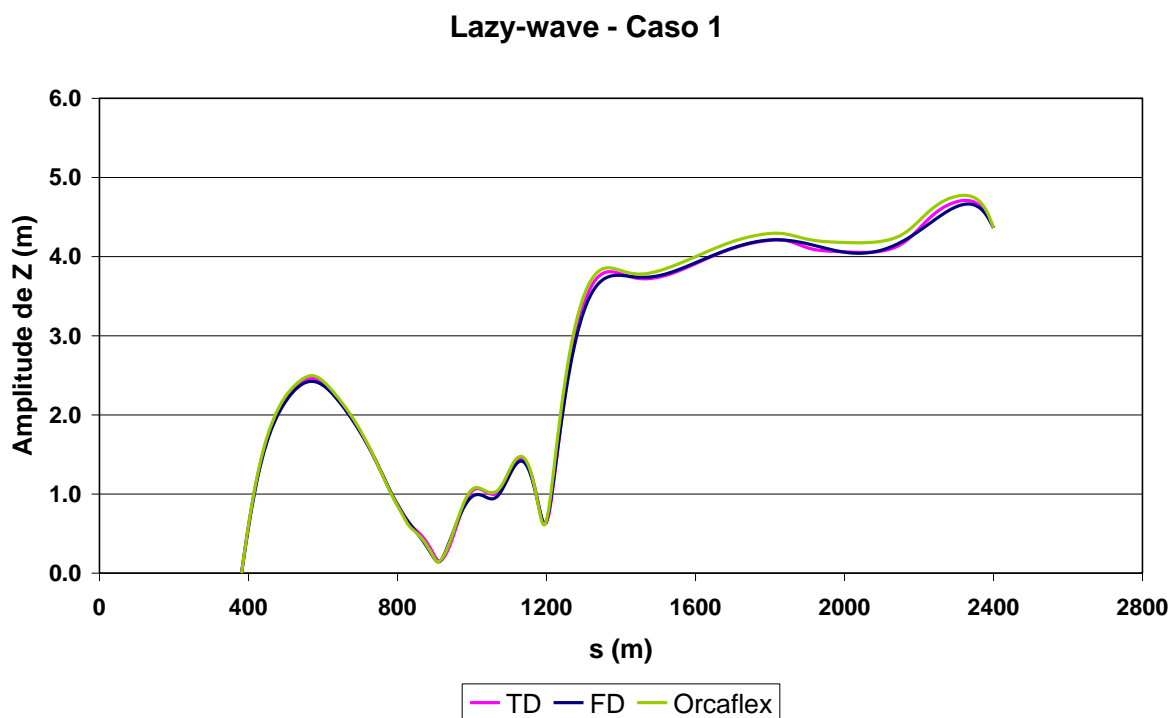


Figura 4.27 - Comparação da amplitude de Z para a *lazy-wave* sem correnteza

A amplitude de θ foi comparada na Figura 4.28.

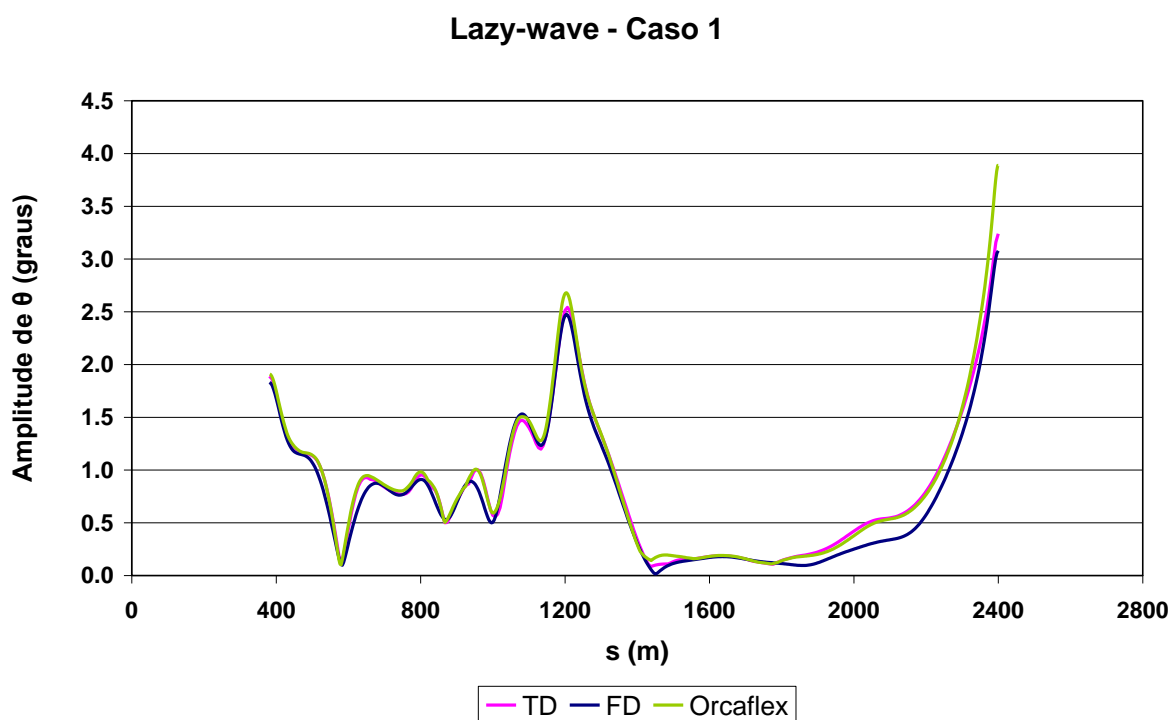


Figura 4.28 - Comparação da amplitude de θ para a *lazy-wave* sem correnteza

A figura a seguir mostra a amplitude da resposta de ψ .

Lazy-wave - Caso 1

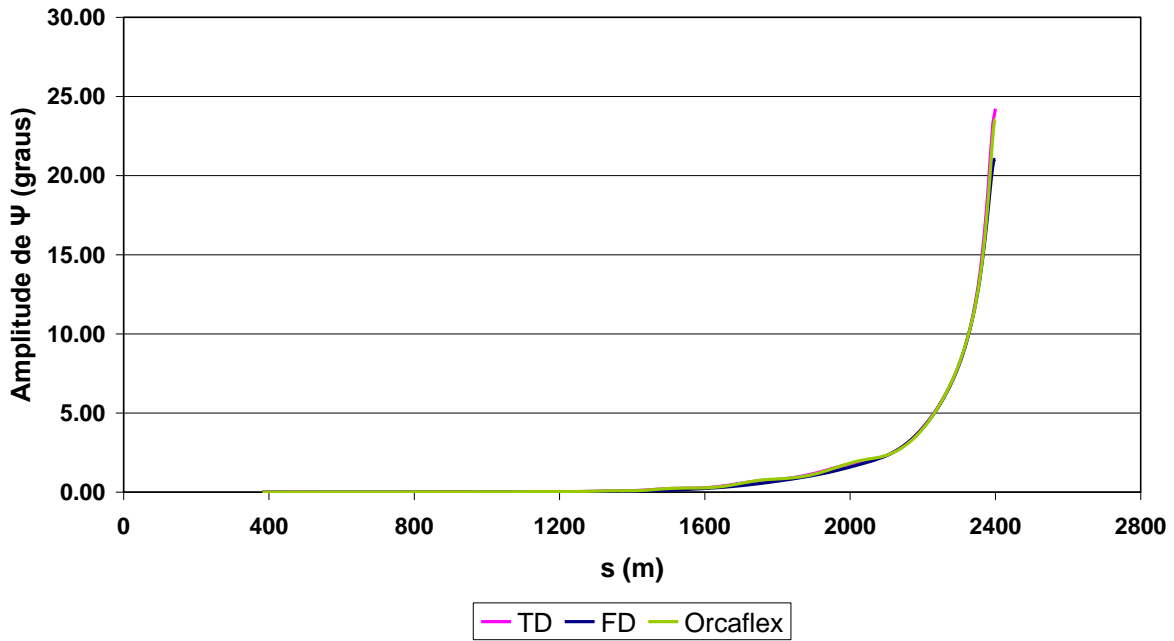


Figura 4.29 - Comparação da amplitude de ψ para a lazy-wave sem correnteza

Já a Figura 4.30 traz a comparação da curvatura para o caso em que não há força da correnteza.

Lazy-wave - Caso 1

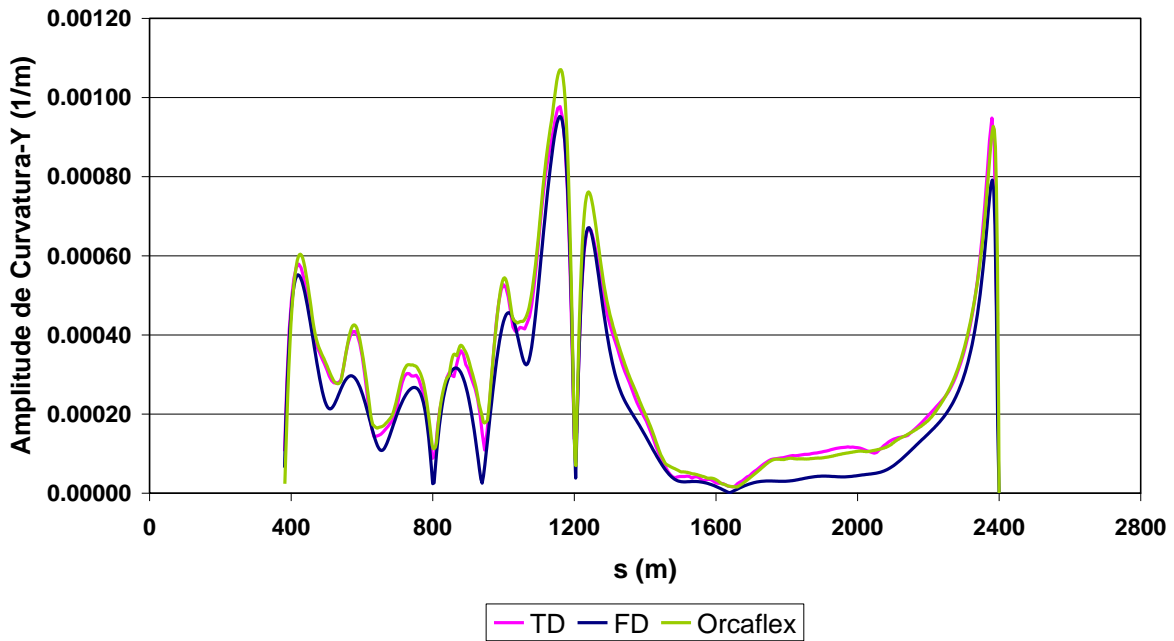
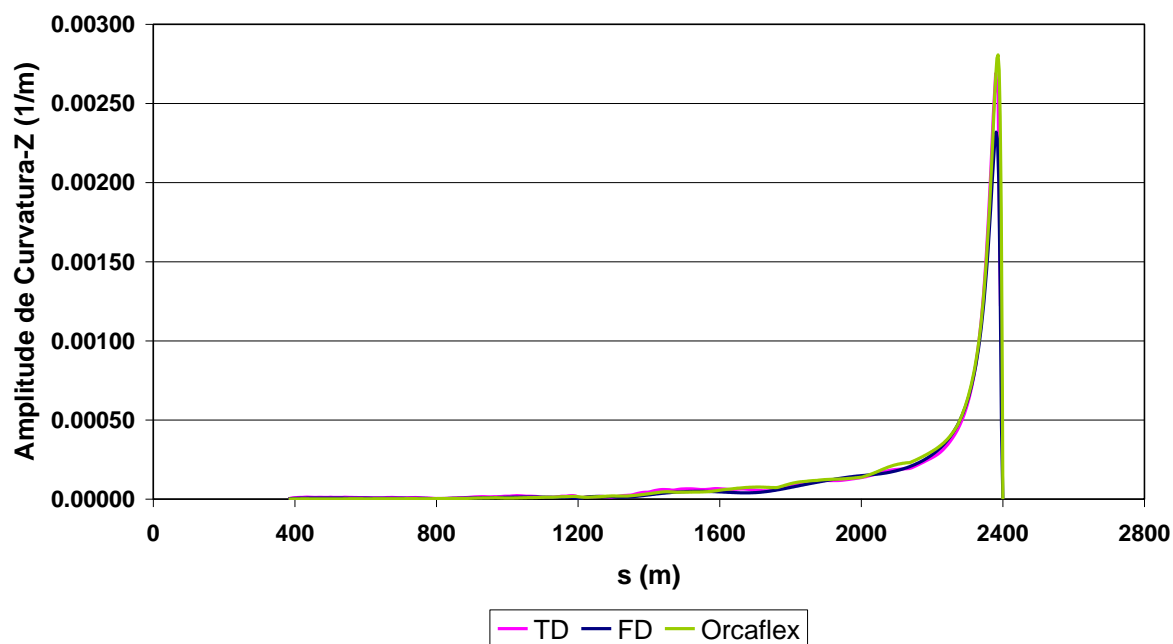


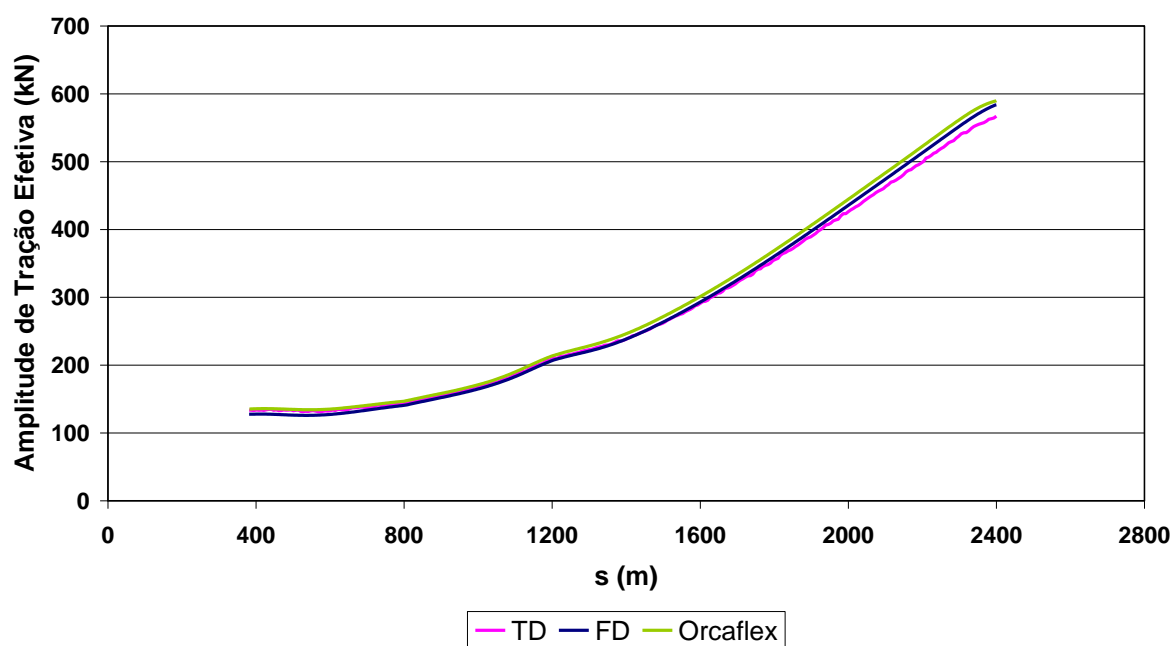
Figura 4.30 - Comparação da amplitude de curvatura-Y para a lazy-wave sem correnteza

Lazy-wave - Caso 1

Figura 4.31 - Comparação da amplitude de curvatura-Z para a *lazy-wave* sem correnteza

E, por último, Figura 4.32 mostra a comparação dos resultados da tração efetiva.

Lazy-wave - Caso 1

Figura 4.32 - Comparação da amplitude de tração efetiva para a *lazy-wave* sem correnteza

Assim como na catenária, foram obtidos bons resultados com a *lazy-wave* para o caso sem correnteza.

4.4.2.5 Lazy-wave – Caso 2

Os resultados obtidos com a correnteza no plano estão mostrados a seguir. A Figura 4.33 traz a comparação da amplitude de X.

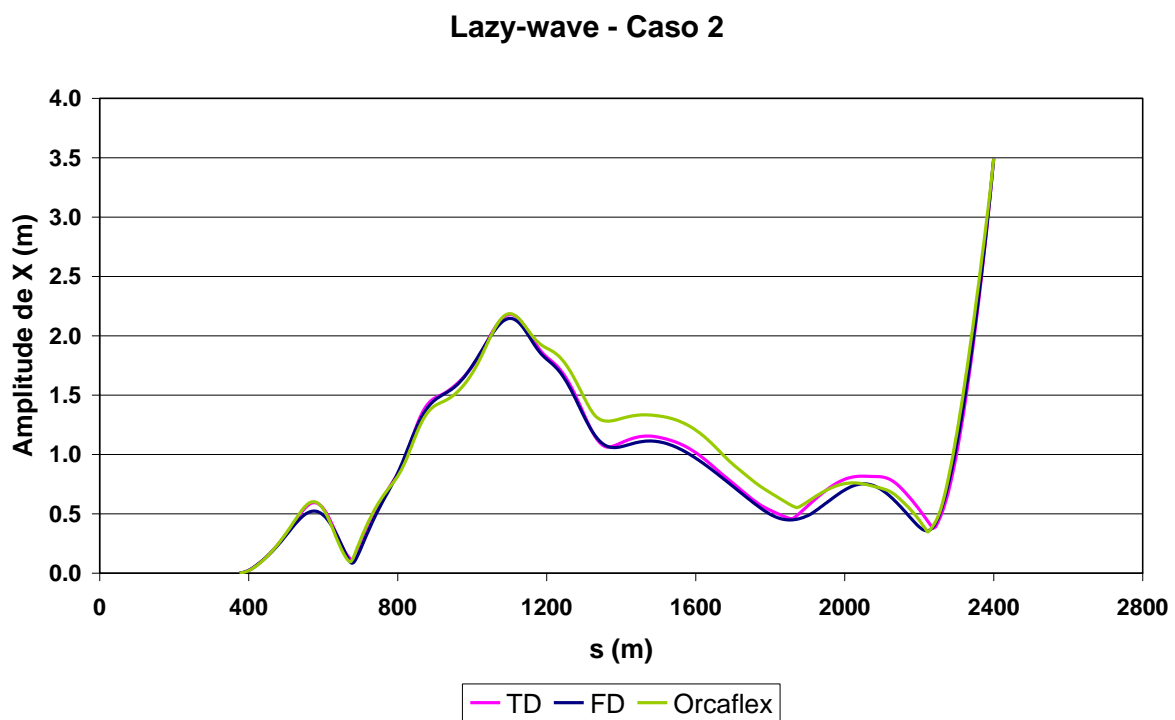


Figura 4.33 - Comparação da amplitude de X para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A comparação da amplitude de Y pode ser encontrada na figura a seguir.

Lazy-wave - Caso 2

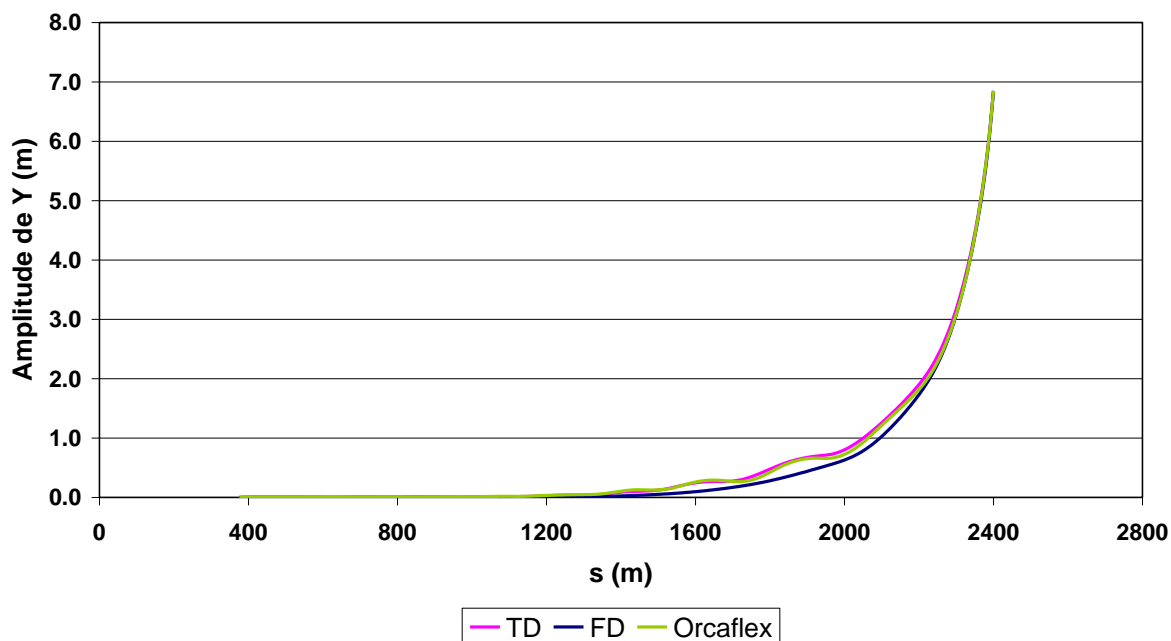


Figura 4.34 - Comparação da amplitude de Y para a *lazy-wave* com correnteza no plano

Já a amplitude de Z pode ser vista na Figura 4.35.

Lazy-wave - Caso 2

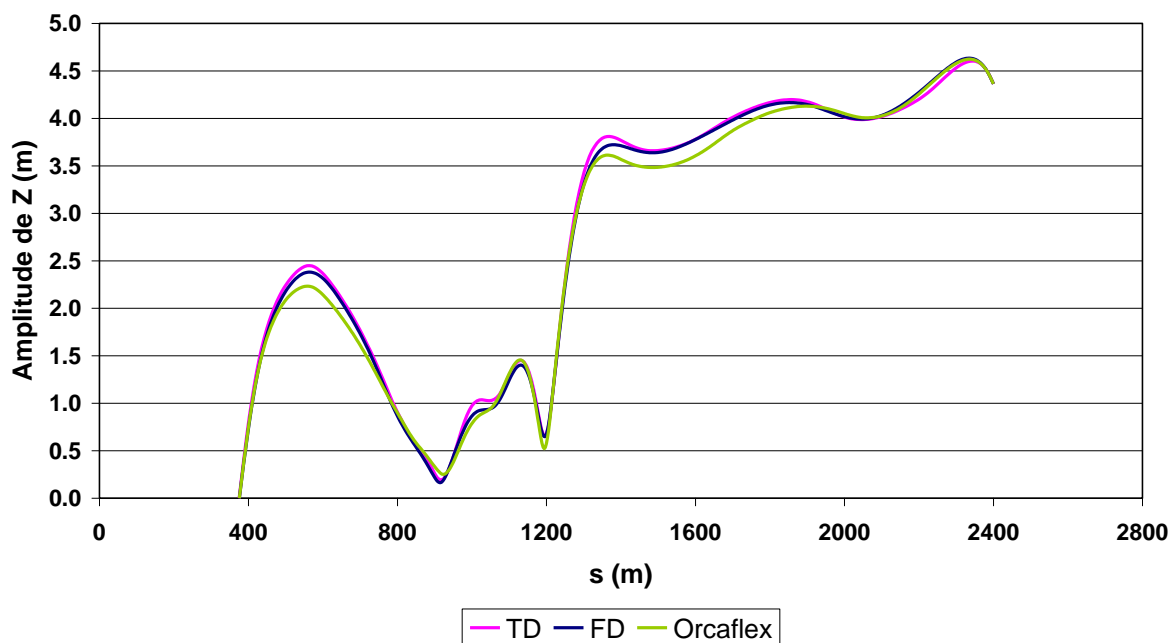


Figura 4.35 - Comparação da amplitude de Z para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A próxima figura traz os resultados obtidos para a amplitude do ângulo θ .

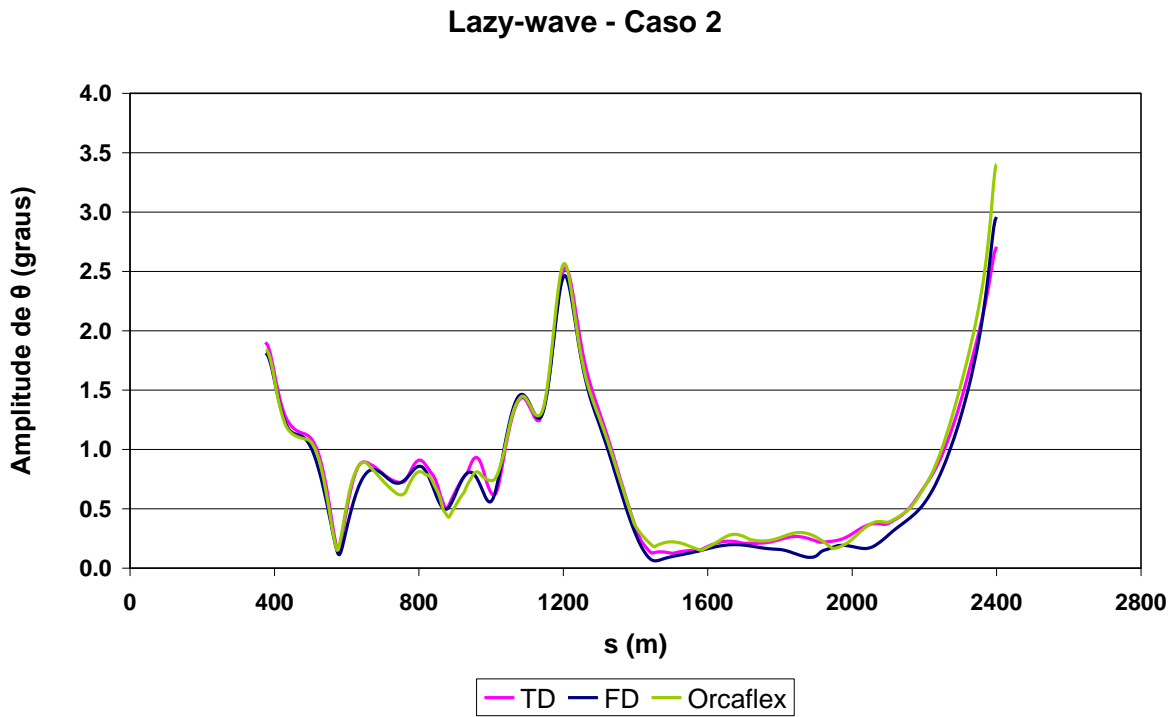


Figura 4.36 - Comparação da amplitude de θ para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A comparação da amplitude de movimento em ψ pode ser vista na Figura 4.37.

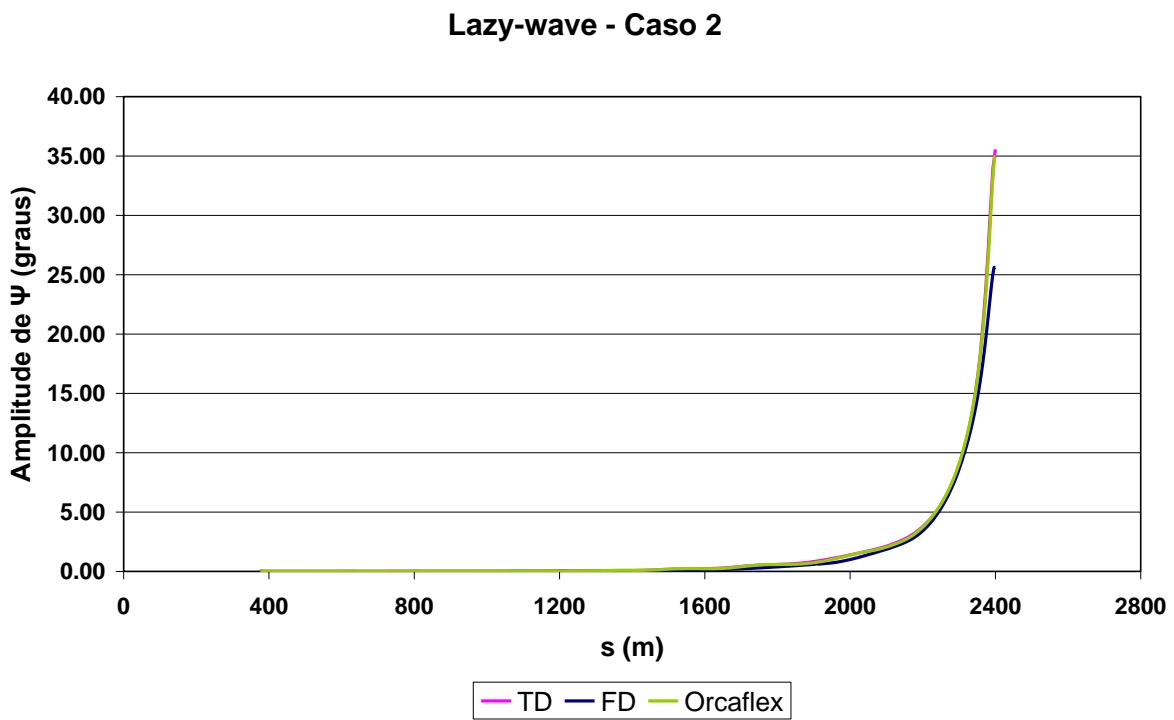


Figura 4.37 - Comparação da amplitude de ψ para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A Figura 4.38 mostra a comparação dos resultados da curvatura.

Lazy-wave - Caso 2

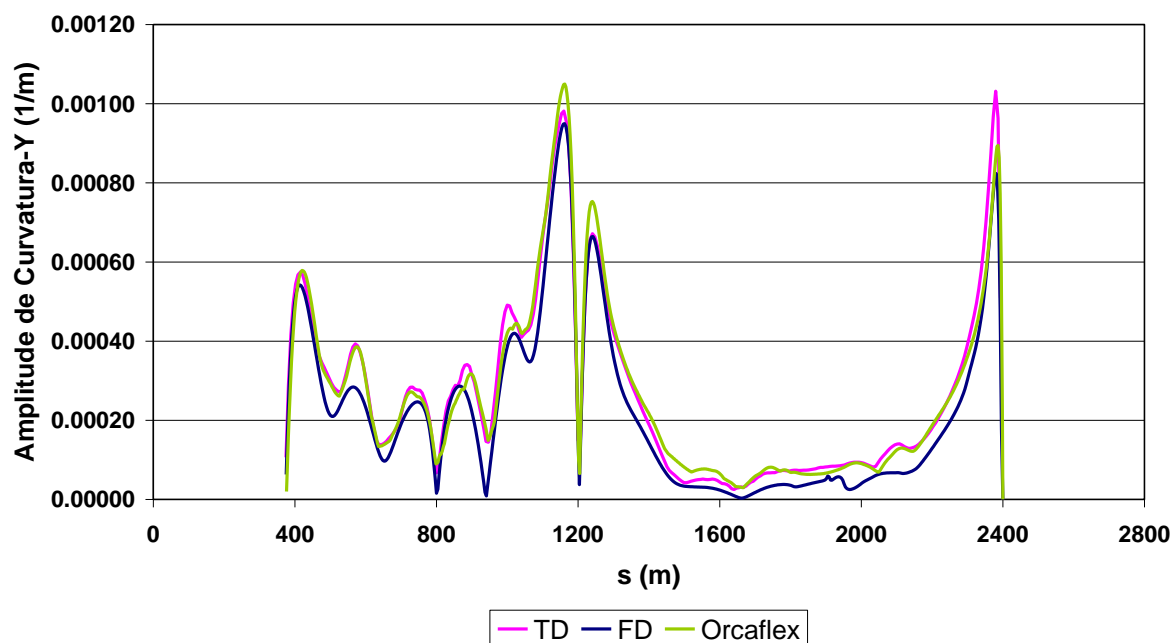


Figura 4.38 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a *lazy-wave* com correnteza no plano

Lazy-wave - Caso 2

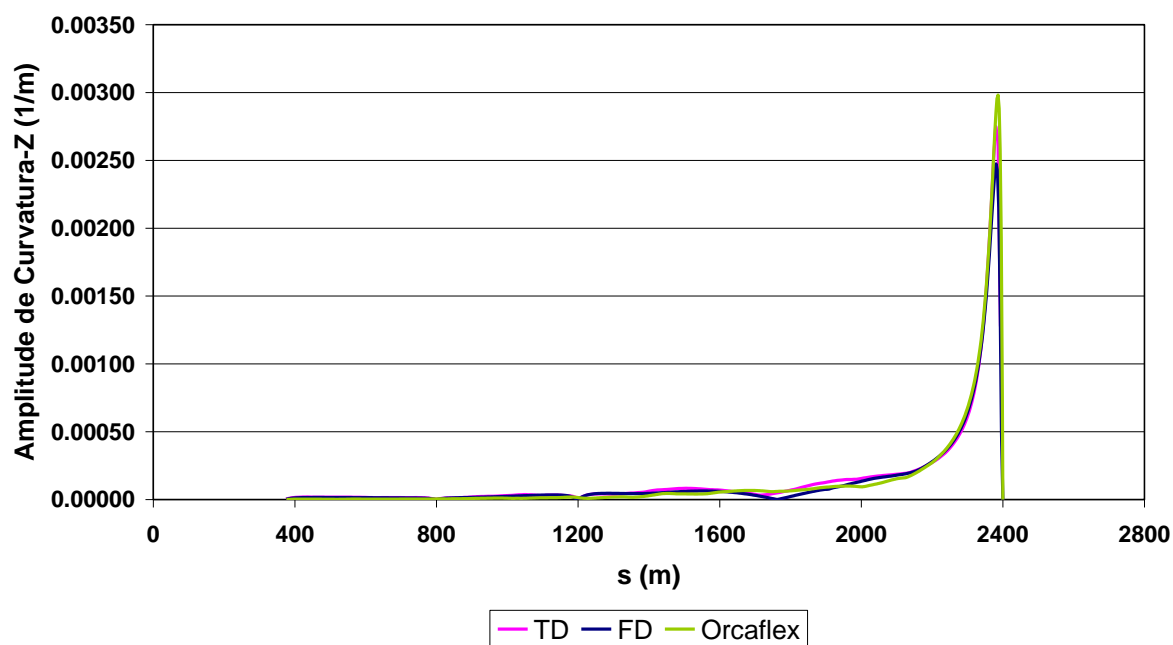


Figura 4.39 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a *lazy-wave* com correnteza no plano

E, por último, Figura 4.40 mostra a comparação dos resultados da tração efetiva.

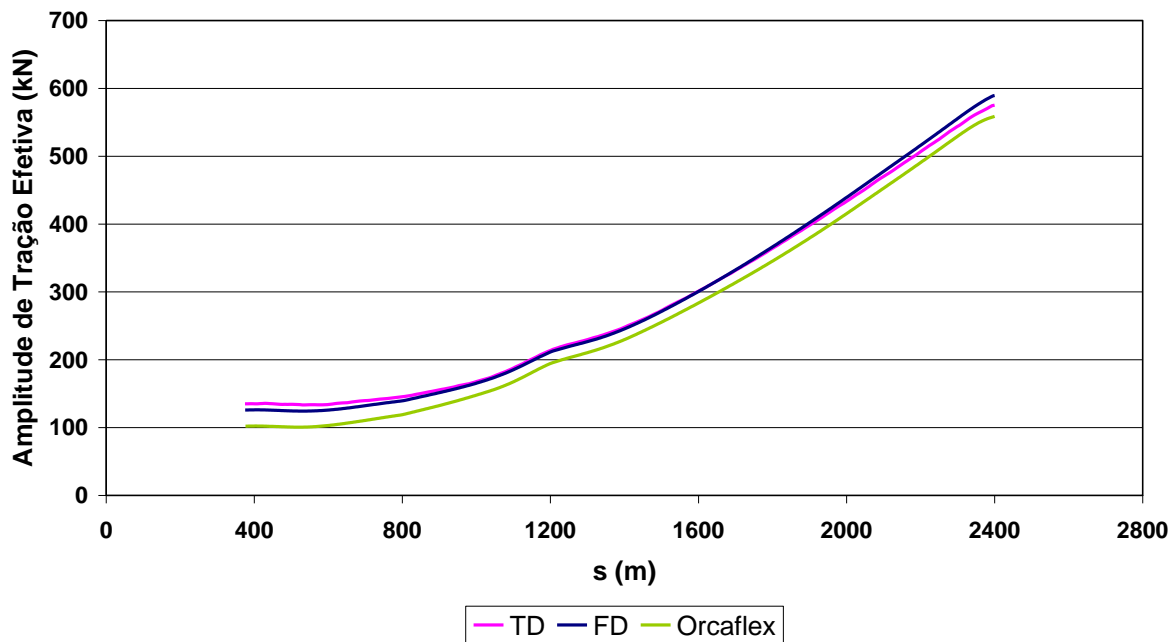
Lazy-wave - Caso 2

Figura 4.40 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a *lazy-wave* com correnteza no plano

Mais uma vez, os resultados obtidos foram bons, assim como os resultados obtidos com a simulação sem correnteza.

4.4.2.6 Lazy-wave – Caso 3

A última simulação feita para comparar os resultados foi uma configuração *lazy-wave* com perfil de correnteza fora do plano. A figura a seguir mostra a comparação da amplitude de movimento em X.

Lazy-wave - Caso 3

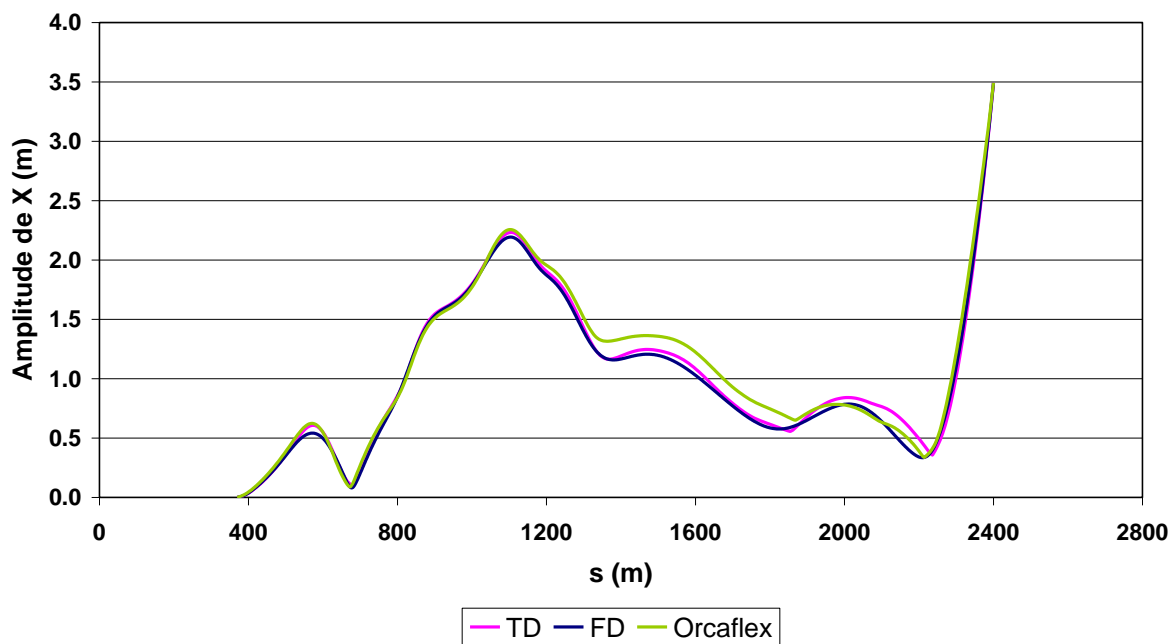


Figura 4.41 - Comparação da amplitude de X para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

A comparação da resposta em Y pode ser vista na Figura 4.42.

Lazy-wave - Caso 3

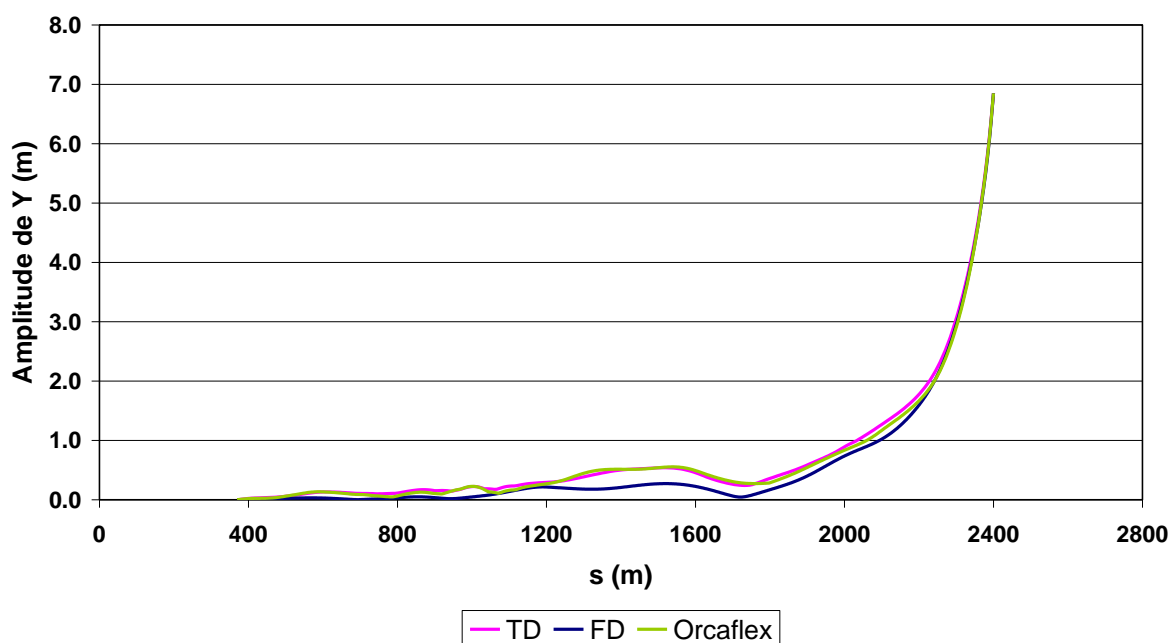


Figura 4.42 - Comparação da amplitude de Y para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

A comparação do movimento na direção Z pode ser encontrada na Figura 4.43.

Lazy-wave - Caso 3

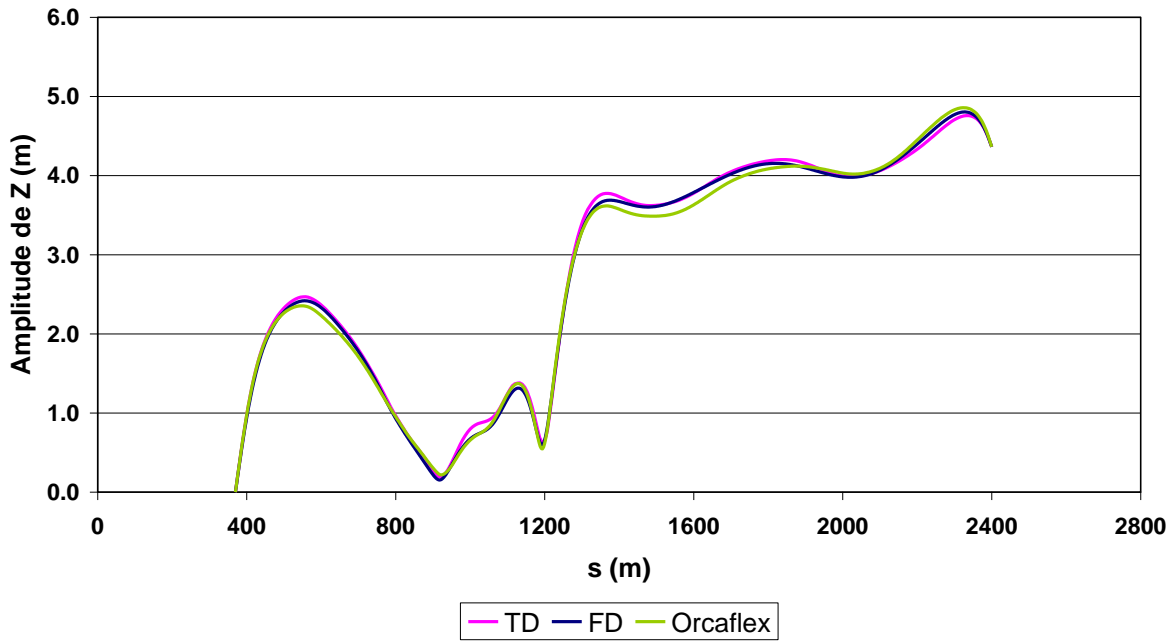


Figura 4.43 - Comparação da amplitude de Z para a lazy-wave com correnteza fora do plano

A Figura 4.44 mostra a comparação da amplitude de θ para este caso.

Lazy-wave - Caso 3

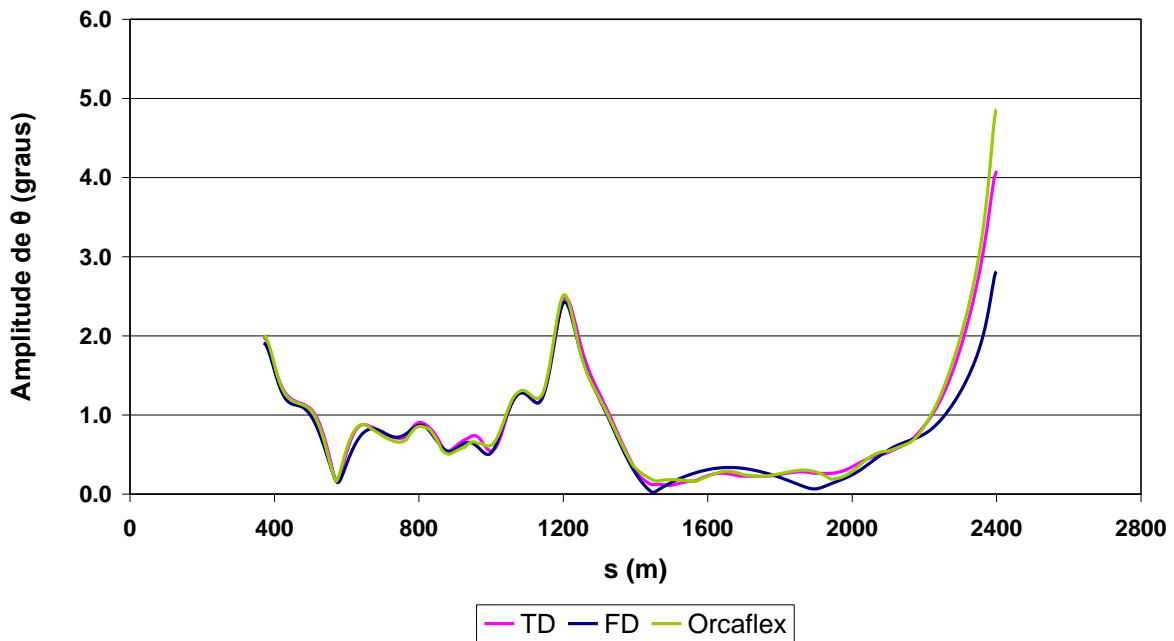


Figura 4.44 - Comparação da amplitude de θ para a lazy-wave com correnteza fora do plano

A amplitude de ψ pode ser vista na Figura 4.45.

Lazy-wave - Caso 3

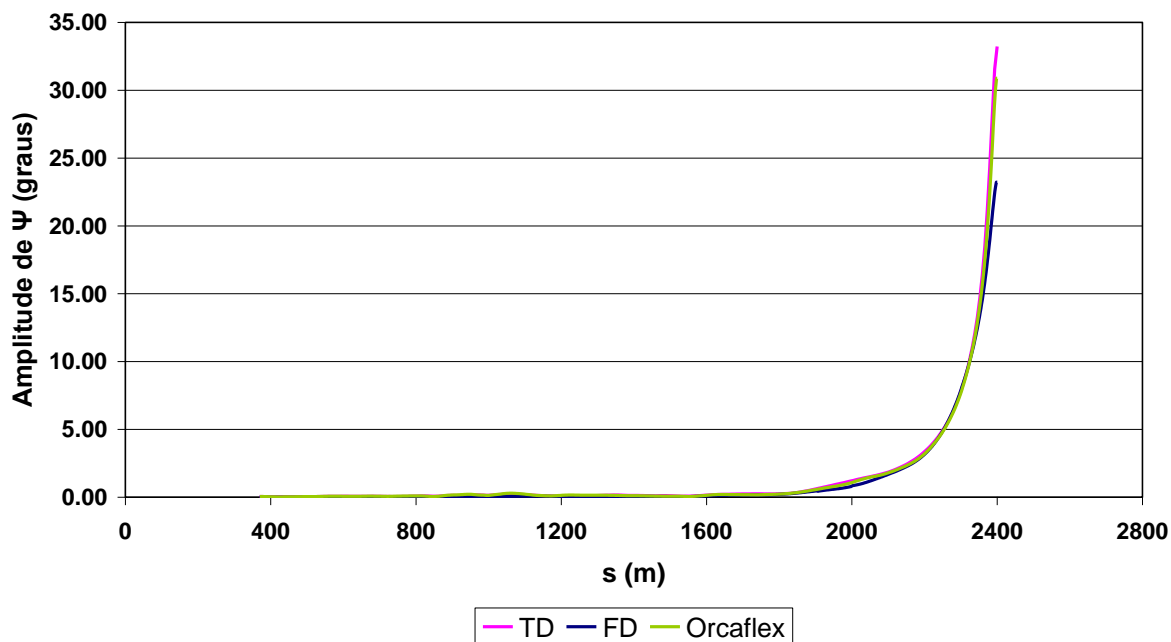


Figura 4.45 - Comparação da amplitude de ψ para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano. A comparação da amplitude de curvatura para o último caso pode ser encontrada na Figura 4.46.

Lazy-wave - Caso 3

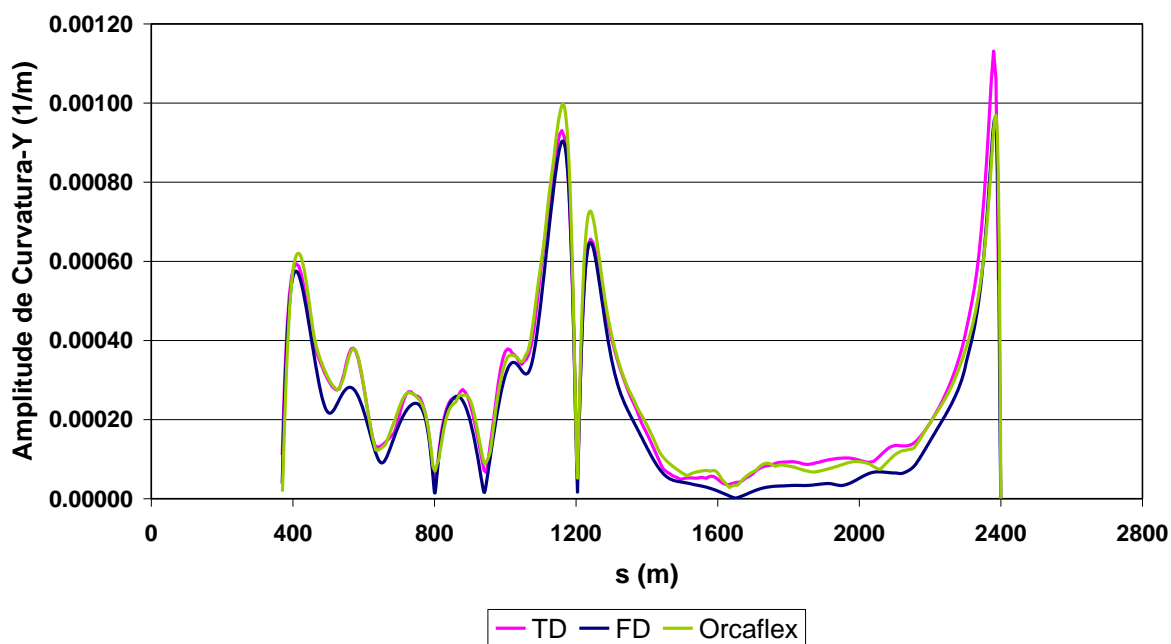


Figura 4.46 - Comparação da amplitude da curvatura-Y para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano.

Lazy-wave - Caso 3

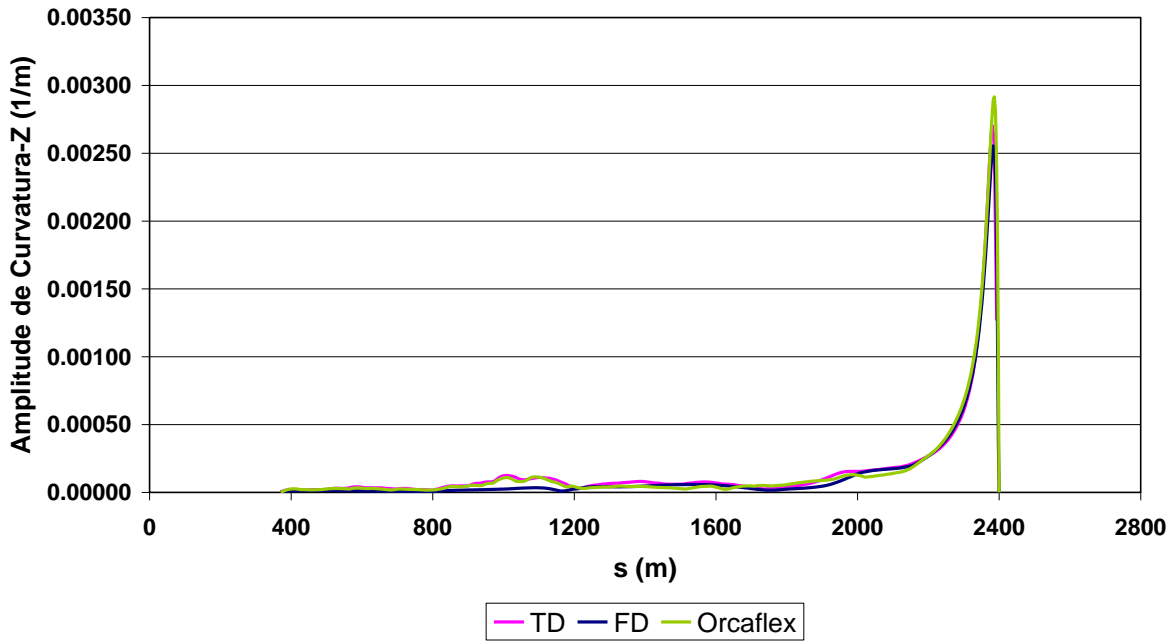


Figura 4.47 - Comparação da amplitude da curvatura-Z para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

Por último, a Figura 4.48 mostra a amplitude de tração efetiva para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano.

Lazy-wave - Caso 3

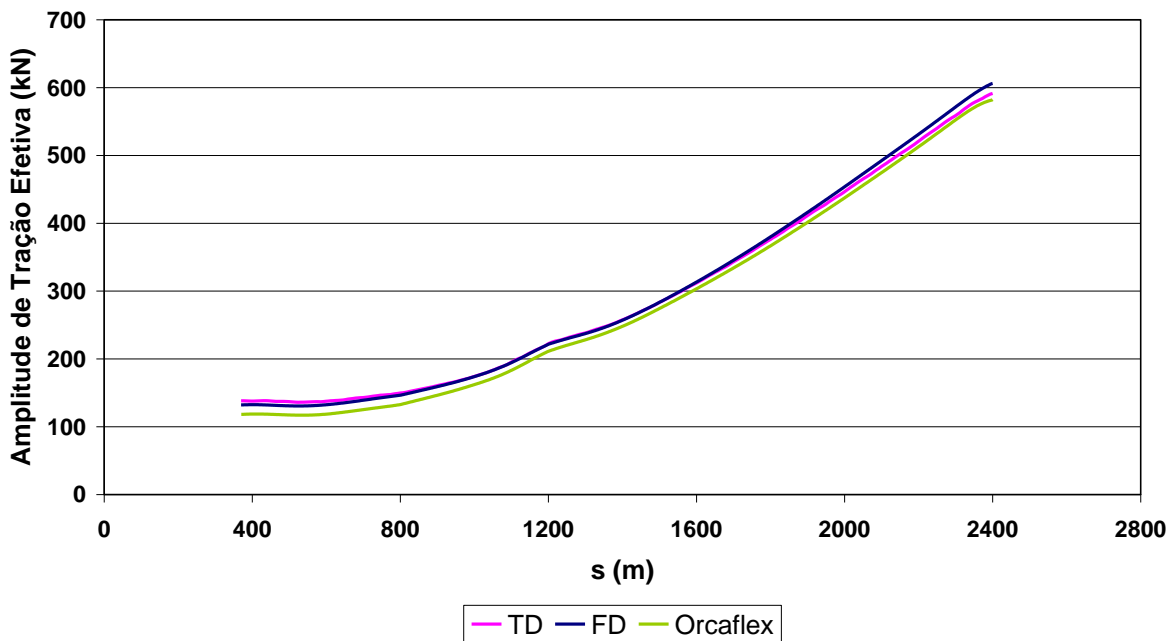


Figura 4.48 - Comparação da amplitude da tração efetiva para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

Mais uma vez, os resultados obtidos foram bons, assim como os resultados obtidos com a simulação sem correnteza.

Observa-se que nos gráficos de curvatura na direção Y local há alguns pontos em que a amplitude de curvatura vai para praticamente zero. Para verificar o que pode estar acontecendo nestes pontos, foi feito também o gráfico da fase da curvatura obtido diretamente da solução no domínio da frequência.

Assim como no caso da catenária, porém de forma bem menos acentuada, observa-se que a resposta em Y fica mais próxima do limite inferior e também possui menos ondulações do que as respostas no domínio do tempo.

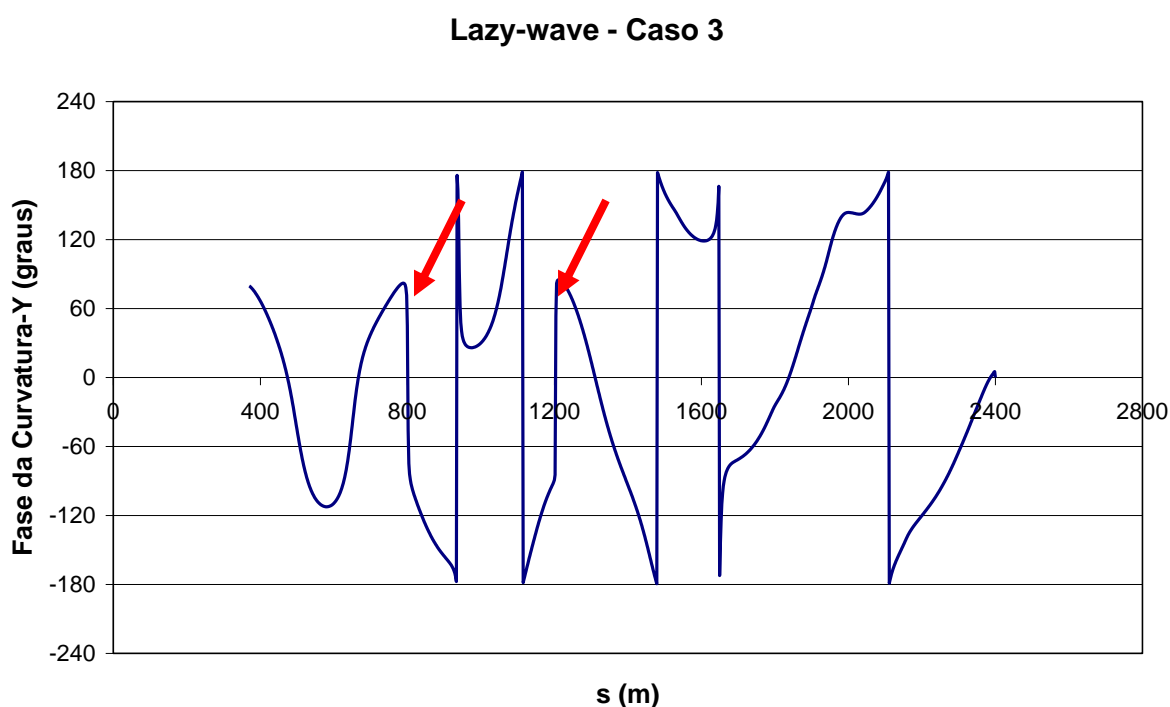


Figura 4.49 - Comparação da fase da curvatura-Y para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

Através da figura anterior, observa-se que há descontinuidade na fase da curvatura nos pontos onde há mudança de peso submerso e somente nesses pontos. Todos os outros “saltos” na fase são na verdade mudanças de -180° para 180° e vice-versa.

Analisando-se a região ao redor de $s=1200\text{m}$ – posição de uma das descontinuidades –, observa-se que há um salto na fase da curvatura de -85° a 85° ,

aproximadamente. Ou seja, a curvatura praticamente inverte de fase com a mudança do peso submerso. Para verificar essa inversão na curvatura, a Figura 4.50 mostra a curvatura em dois pontos antes de $s=1200\text{m}$ e dois pontos depois obtidos com o Orcaflex™. Observa-se que a fase dos dois pontos antes de $s=1200\text{m}$ é praticamente a mesma e dos dois pontos depois também, Porém, os pares praticamente têm fases inversas, o que verifica a fase apresentada no domínio da frequência.

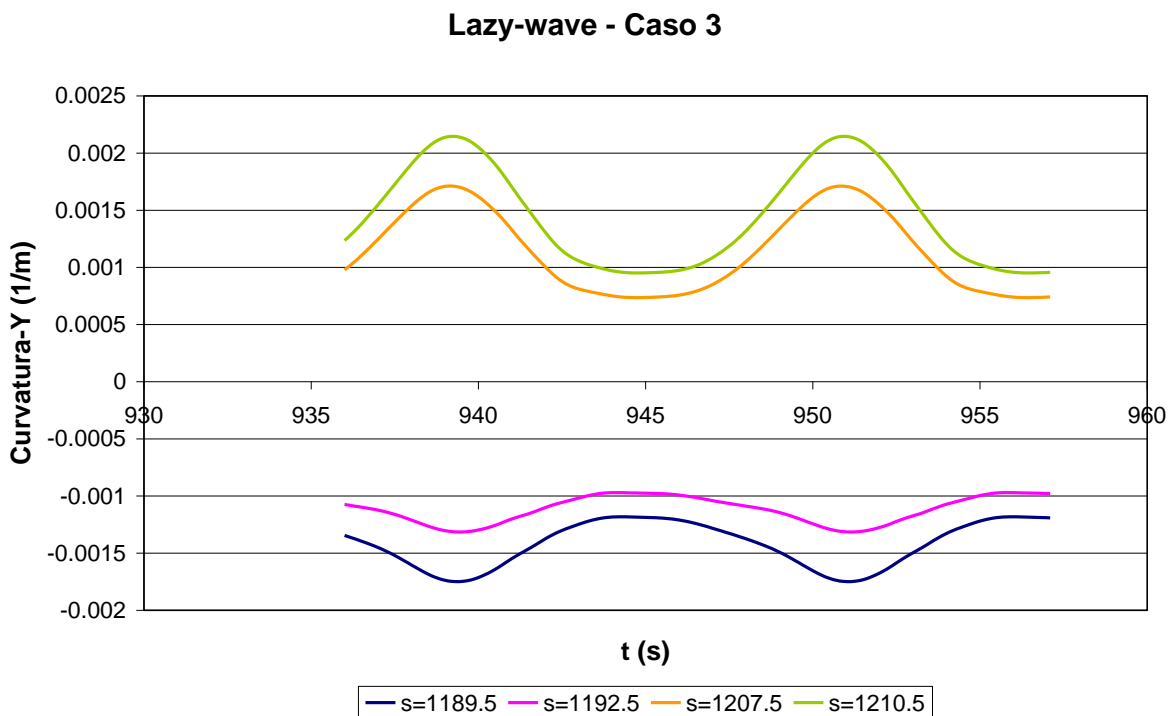


Figura 4.50 - Histórico da curvatura-Y no tempo de quatro pontos próximos à $s=1200\text{m}$ para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

4.5 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES

Neste capítulo, foi apresentada a solução da análise dinâmica no domínio da frequência e do tempo. Um método de linearização do amortecimento viscoso, baseado no balanço de energia dissipada apresentado em Martins (2000), foi apresentado. Em seguida, foram apresentados métodos de integração direta para análise no domínio do tempo, onde o Método de Newmark e de Euler Explícito foram

escolhidos para serem implementados. Um estudo de caso foi simulado para verificação dos modelos contidos neste trabalho. Foram apresentados os resultados de seis testes, sendo uma catenária e uma *lazy-wave* submetidos a três condições ambientais diferentes.

Todos os resultados ficaram muito parecidos. Como as condições de contorno são as mesmas, não houve outros efeitos que pudessem influenciar os resultados. A solução no domínio do tempo ficou praticamente idêntica à obtida com o OrcaflexTM, o que mostra que estruturalmente o problema foi tratado da forma desejada e algumas diferenças podem ser explicadas pelo fato de se considerar a dinâmica como uma perturbação da configuração estática. Porém, isso não prejudicou substancialmente a análise. Os mesmos elementos finitos utilizados no domínio do tempo foram utilizados no domínio da frequência. Dessa forma, a comparação com o domínio da frequência serviu para verificar a linearização do amortecimento viscoso. Observou-se que na parte inferior do *riser* o resultado em Y e ψ ficaram mais lisos e mais próximos do limite inferior das respostas no domínio do tempo, principalmente nos resultados da catenária. Isso deve ter ocorrido porque o método de linearização calcula um único fator para as direções que formam o plano transversal e a velocidade relativa é maior em uma das direções, fazendo com que a resposta em Y fique mais amortecida, pois o movimento nessa direção é menor nesses casos. Esse efeito é menos acentuado na *lazy-wave*, pois a flutuação intermediária diminuiu o movimento na parte inferior do *riser*. Entretanto, as respostas não ficaram prejudicadas de forma significativa e de forma geral, atenderam às expectativas.

CAPÍTULO 5 INTERAÇÃO SOLO-*RISER*

5.1 INTRODUÇÃO

Na modelagem apresentada nos capítulos anteriores a interação solo-*riser* foi desconsiderada e este assunto será tratado neste capítulo.

Neste trabalho, considera-se que a interação no problema estático se dê pelo contato com o fundo do mar, pois uma parte do *riser* fica apoiada sobre o solo, e também pela força de atrito que age no plano do solo. No caso dinâmico, o contato é tratado de formas diferentes para o domínio da frequência e para o domínio do tempo. No domínio da frequência a interação solo-estrutura, que não é linear, deve ser linearizada. Na seção 4.2, foi imposta uma articulação na posição do TDP estático, pois o efeito do solo não estava sendo considerado. Para considerá-lo, a articulação foi substituída por molas axiais lineares que permitem o movimento no plano horizontal e a curvatura é corrigida posteriormente, através da técnica de camada limite. No domínio do tempo, o problema pode ser tratado de forma não linear. Neste caso, é possível considerar a variação dinâmica da posição do TDP, o que faz com que uma parte do *riser* ora esteja suspensa ora esteja apoiada. É considerado também o atrito conforme o *riser* se movimenta sobre o solo. Além disso, foram estudados modelos de trincheira que comumente acontece em casos reais e também de força de sucção que ocorre quando o *riser* apoiado se levanta.

5.2 PROBLEMA ESTÁTICO

5.2.1 MODELAGEM

O solo, no problema estático, é considerado horizontal, plano e rígido. A força de atrito é inserida no equacionamento da parte apoiada sobre o solo. No problema estático, o histórico do movimento do *riser* não é conhecido e, por isso, não há solução única para o problema com o atrito. Para contornar este problema utilizou-se, neste trabalho, a hipótese de que o *riser* tenha sido lançado sobre a linha que liga a âncora à projeção do topo sobre o solo, chamada de linha de lançamento. Esta hipótese foi utilizada em Santos (2003), e também é utilizada no software OrcaflexTM, de acordo com seu manual, porém neste, o usuário pode definir a direção da linha de lançamento.

A força de atrito foi calculada através do modelo de *Coulomb* e o mesmo coeficiente de atrito foi utilizado para as direções axial e transversal. A implementação foi dividida em duas partes. Quando o *riser* está sobre a linha de lançamento, a força de atrito estará na direção axial do *riser*. Já no caso em que o *riser* esteja fora da linha de lançamento, a força de atrito é considerada perpendicular a ela. Dessa forma o algoritmo impõe que o *riser* esteja o mais perto possível da linha de lançamento de forma a encontrar uma única solução para o problema.

Como o modelo estático, neste trabalho, é considerado dado de entrada, a modelagem do problema estático foi baseada no trabalho de Santos (2003) e está descrita a seguir.

5.2.1.1 Atrito Axial

Considerando um pedaço de *riser* sobre o solo que se encontre sobre a linha de lançamento, surgirá uma força de resistência do contato com o solo, como mostrado na Figura 5.1.

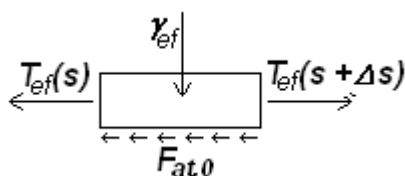


Figura 5.1 - Força de atrito axial

O cálculo da força de atrito é feito da seguinte forma:

(1) O valor da força de atrito é calculado: $F_{at,0} = -\mu.N$, onde N é a força normal por unidade de comprimento que o solo aplica ao *riser* e é dada por: $N = \gamma_{ef}$.

(2) Verifica-se qual o comprimento que a linha deveria ter para anular a força de tração: $s_{atrito} = \frac{T_{ef,0}}{\mu.N}$.

Se $s_{TDP} - s_{atrito} < 0$: a força não se anulará.

Se $s_{TDP} - s_{atrito} \geq 0$: a força será anulada em: $s_{nulo} = s_{TDP} - s_{atrito}$.

Isso significa que a força de atrito entre a âncora e s_{nulo} será zero e entre s_{nulo} e s_{TDP} será $F_{at,0} = -\mu.N$, que projetada fica:

$$F_{at,0,x} = -\mu.N \cos(\alpha_{lançamento}) \text{ e } F_{at,0,y} = -\mu.N \sin(\alpha_{lançamento})$$

onde $\alpha_{lançamento}$ é o ângulo que a linha de lançamento faz com o eixo Ox.

5.2.1.2 Atrito Transversal

Considerando um pedaço de *riser* sobre o solo fora da linha de lançamento, uma força de atrito $F_{at,0}$ surgirá, como mostra a Figura 5.2.

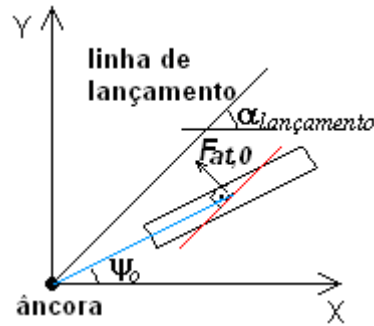


Figura 5.2 - Força de atrito perpendicular à linha de lançamento

Neste caso apareceriam forças de atrito não somente na direção axial, como também na direção transversal. Já que foi assumido como uma hipótese que o *riser* foi lançado sobre a linha de lançamento, a força de atrito é perpendicular a essa linha, com o objetivo de resistir ao movimento de afastamento do *riser*.

O valor da força de atrito é calculado em ambas as direções da seguinte maneira:

$$\text{Se } \psi_0 < \alpha_{\text{lançamento}}: F_{at,0,x} = \mu \cdot N \cdot \cos\left(\alpha_{\text{lançamento}} + \frac{\pi}{2}\right) \text{ e } F_{at,0,y} = \mu \cdot N \cdot \sin\left(\alpha_{\text{lançamento}} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Se } \psi_0 > \alpha_{\text{lançamento}}: F_{at,0,x} = \mu \cdot N \cdot \cos\left(\alpha_{\text{lançamento}} - \frac{\pi}{2}\right) \text{ e } F_{at,0,y} = \mu \cdot N \cdot \sin\left(\alpha_{\text{lançamento}} - \frac{\pi}{2}\right)$$

ψ_0 é o ângulo que o *riser* faz com o eixo Ox.

5.2.1.3 Equações de Compatibilidade Geométrica

Para a parte do *riser* que fica apoiada sobre o solo, as relações trigonométricas podem ser obtidas como na seção 2.3.2.2 considerando que $\theta_0(s) = 0$ e $z_0(s) = 0$:

$$\frac{dx_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \cdot \cos \psi_0 \quad (269)$$

e

$$\frac{dy_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \cdot \text{sen } \psi_0 \quad (270)$$

5.2.1.4 Equação de Equilíbrio de Forças

A Figura 5.3 mostra as forças agindo sobre um pedaço de *riser* sobre o solo.

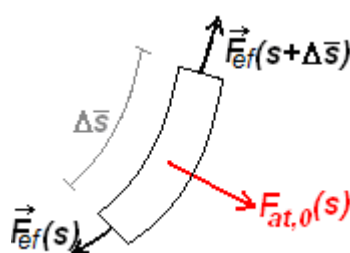


Figura 5.3 - Equilíbrio de forças de um *riser* sobre o solo

O equilíbrio de forças neste elemento fica:

$$\vec{F}_{ef}(s) - \vec{F}_{ef}(s + \Delta s) + \vec{F}_{at,0}(s) = \vec{0} \quad (271)$$

Dividindo essa equação por Δs e fazendo $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\frac{d\vec{F}_{ef}(s)}{ds} = \frac{d\vec{F}_{at,0}}{ds} \quad (272)$$

Substituindo a eq. (24) na (272), tem-se:

$$\frac{d\vec{F}_{ef}(s)}{ds} = \frac{d\vec{F}_{at,0}}{ds} \quad (273)$$

Que pode ser separado nas direções Ox e Oy :

$$\frac{d\vec{F}_{ef,x}(s)}{ds} = \frac{d\vec{F}_{at,0,x}}{ds} \quad (274)$$

e

$$\frac{d\vec{F}_{ef,y}(s)}{ds} = \frac{d\vec{F}_{at,0,y}}{ds} \quad (275)$$

5.2.1.5 Equação de Equilíbrio de Momentos

Como no modelo de fio não há rigidez flexional, o momento fletor do *riser*, assim como a força cortante, é nulo. Sendo a força atuante no elemento de *riser*:

$$\vec{F}_{ef}(s) = \vec{F}_{ef,x}(s)\vec{i} + \vec{F}_{ef,y}(s)\vec{j} \quad (276)$$

O vetor tangente ao *riser* que está sobre o solo é:

$$\vec{t}_0(s) = \cos \psi_0(s)\vec{i} + \sin \psi_0(s)\vec{j} \quad (277)$$

Como a força cortante é nula, então:

$$\vec{F}_{ef}(s) \wedge \vec{t}_0(s) = \vec{0} \quad (278)$$

Ou seja,

$$F_{ef,x}(s) \cdot \sin \psi_0(s) - F_{ef,y}(s) \cdot \cos \psi_0(s) = 0 \quad (279)$$

Derivando a eq. (279) em s , tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{dF_{ef,x}(s)}{ds} \cdot \text{sen}\psi_0(s) - \frac{dF_{ef,y}(s)}{ds} \cdot \text{cos}\psi_0(s) + \\ & + \left(F_{ef,x}(s) \cdot \text{cos}\psi_0(s) + F_{ef,y}(s) \cdot \text{sen}\psi_0(s) \right) \cdot \frac{d\psi_0(s)}{ds} = 0 \end{aligned} \quad (280)$$

OU

$$\frac{d\psi_0(s)}{ds} = \frac{\frac{dF_{ef,y}(s)}{ds} \cdot \text{cos}\psi_0(s) - \frac{dF_{ef,x}(s)}{ds} \cdot \text{sen}\psi_0(s)}{F_{ef,x}(s) \cdot \text{cos}\psi_0(s) + F_{ef,y}(s) \cdot \text{sen}\psi_0(s)} \quad (281)$$

5.2.1.6 Sistema de Equações

Para se determinar a configuração da linha sobre o solo, deve ser resolvido um sistema de equações diferenciais dado por:

$$\begin{aligned} \frac{dx_0}{ds} &= \text{cos}\psi_0 \\ \frac{dy_0}{ds} &= \text{sen}\psi_0 \\ \frac{dF_{ef,x}(s)}{ds} &= \frac{dF_{at,0,x}}{ds} \\ \frac{dF_{ef,y}(s)}{ds} &= \frac{dF_{at,0,y}}{ds} \\ \frac{d\psi_0(s)}{ds} &= \frac{\frac{dF_{ef,y}(s)}{ds} \cdot \text{cos}\psi_0(s) - \frac{dF_{ef,x}(s)}{ds} \cdot \text{sen}\psi_0(s)}{F_{ef,x}(s) \cdot \text{cos}\psi_0(s) + F_{ef,y}(s) \cdot \text{sen}\psi_0(s)} \\ \varepsilon_0(s) &= \frac{T_0(s)}{EA(s)} \end{aligned} \quad (282)$$

5.2.2 ESTUDO DE CASO PARA ANÁLISE ESTÁTICA COM ATRITO

Esta seção traz alguns resultados de casos que foram simulados com o modelo estático apresentado neste trabalho incluindo o atrito. Foram escolhidas duas configurações para serem analisadas, uma catenária e uma *lazy-wave*. Ambas foram analisadas sob as mesmas condições ambientais e os resultados obtidos foram comparados com os resultados obtidos com o Orcaflex™. Os resultados dos mesmos casos já foram apresentados na seção 2.4, porém sem o efeito do atrito.

5.2.2.1 Dados das Configurações

Os dados das análises podem ser encontrados no CAPÍTULO 2 e, por isso, não serão repetidos aqui.

A primeira configuração consiste em um *riser* em catenária cujos dados se encontram na Tabela 2.1. A segunda configuração contém três trechos, sendo um deles flutuado. Os dados desta configuração estão apresentados na Tabela 2.2. A Tabela 2.3 mostra os dados geométricos e ambientais utilizados na análise. O perfil de correnteza é tridimensional, como mostrado na Tabela 2.4, e o coeficiente de atrito utilizado nas análises foi de $\mu = 0,3$.

5.2.3 COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS COM O ORCAFLEX™

Aqui serão apresentadas comparações entre a análise estática com o modelo apresentado e o Orcaflex™.

Como a análise é feita inicialmente sem o efeito da rigidez flexional, os resultados apresentados serão sem rigidez flexional e, posteriormente, através da técnica da camada limite, este efeito é incluído nos ângulos θ e ψ e na curvatura.

5.2.3.1 Catenária

Nesta seção serão apresentadas as comparações entre resultados obtidos através do Orcaflex™ com os resultados obtidos com o Modelo Estático para a configuração em catenária. A Figura 5.4, a Figura 5.5 e a Figura 5.6 apresentam as projeções da linha elástica nos planos Oxy , Oyz e Oxz , respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura e tração efetiva. Nos gráficos dos ângulos θ , ψ e da curvatura estão incluídos também os resultados com a aplicação da Camada Limite. Em todas as comparações os resultados obtidos estão muito próximos aos obtidos com o Orcaflex™.

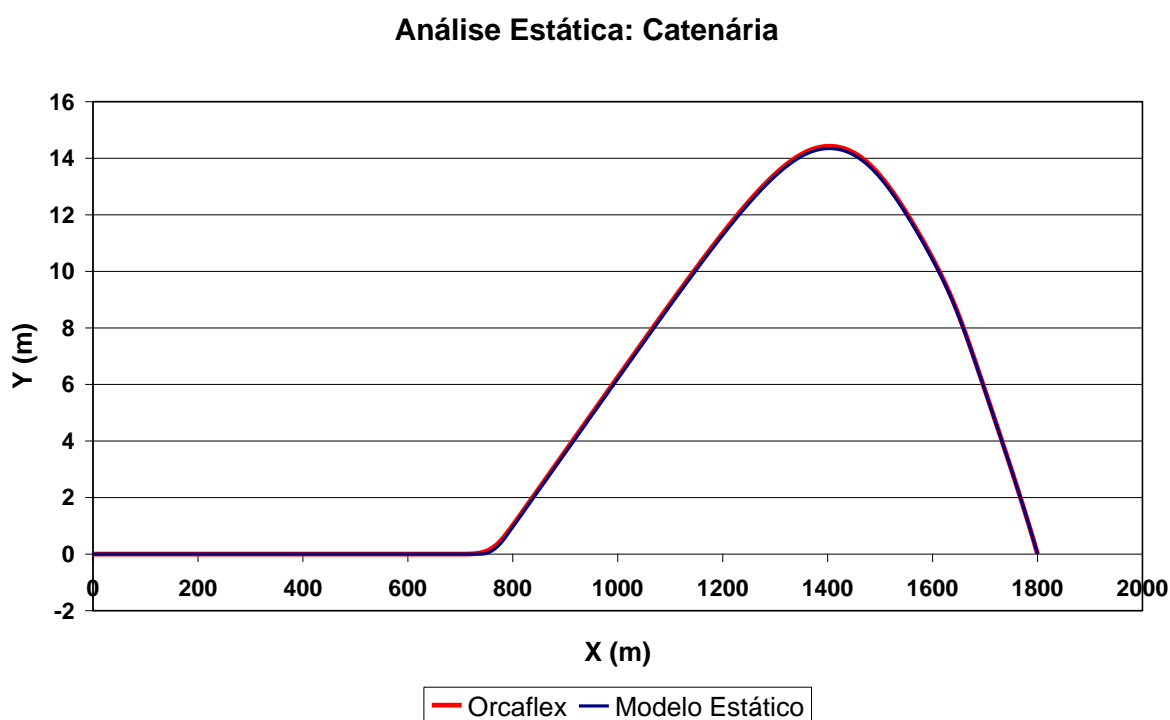


Figura 5.4 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxy

Análise Estática: Catenária

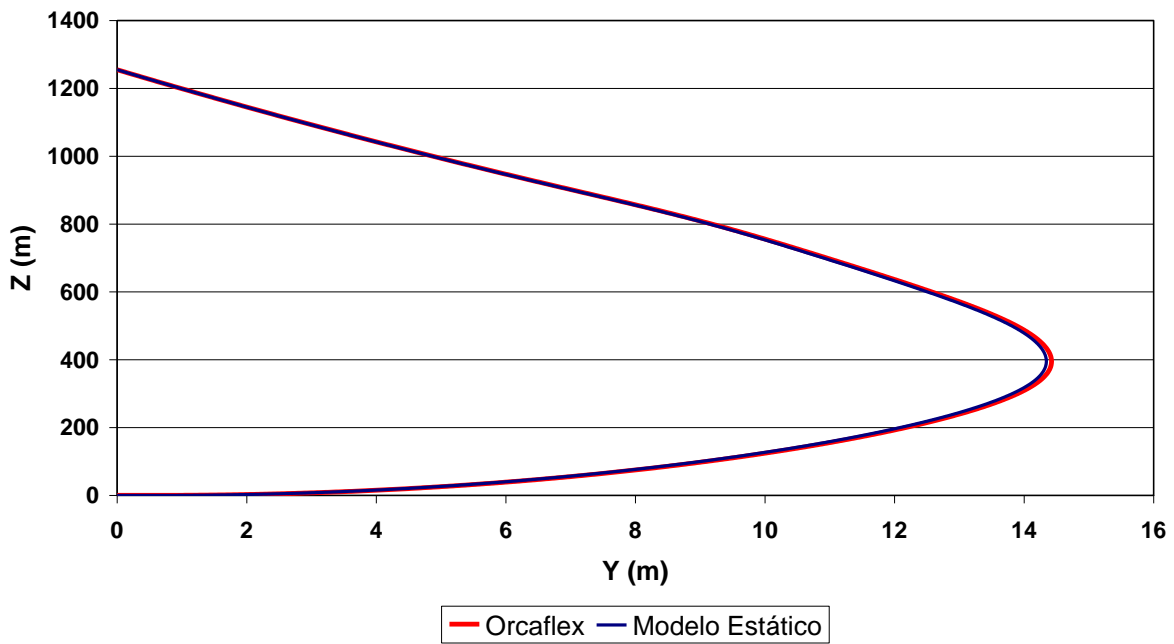


Figura 5.5 - Linha elástica da catenária vista do plano Oyz

Análise Estática: Catenária

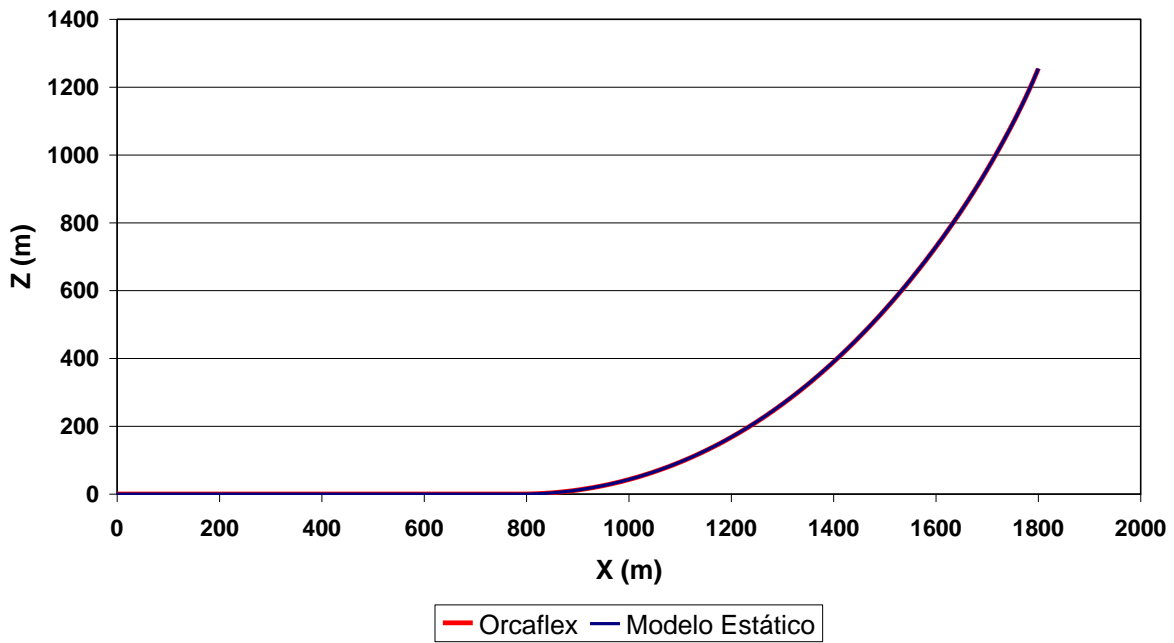


Figura 5.6 - Linha elástica da catenária vista do plano Oxz

Análise Estática: Catenária

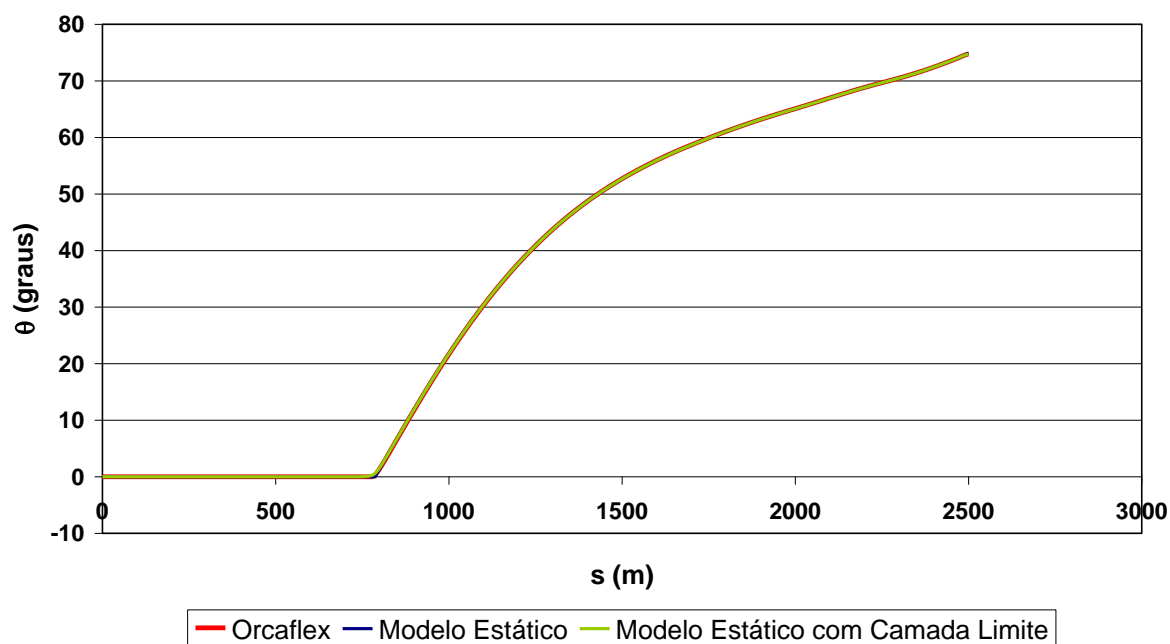


Figura 5.7 - θ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

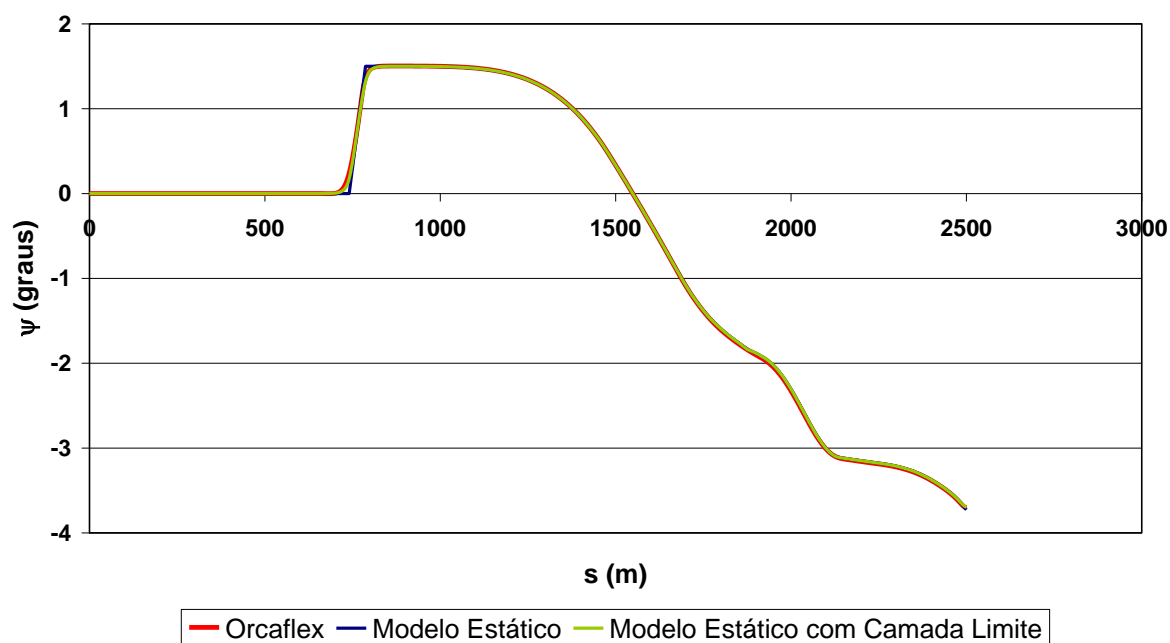


Figura 5.8 - ψ em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

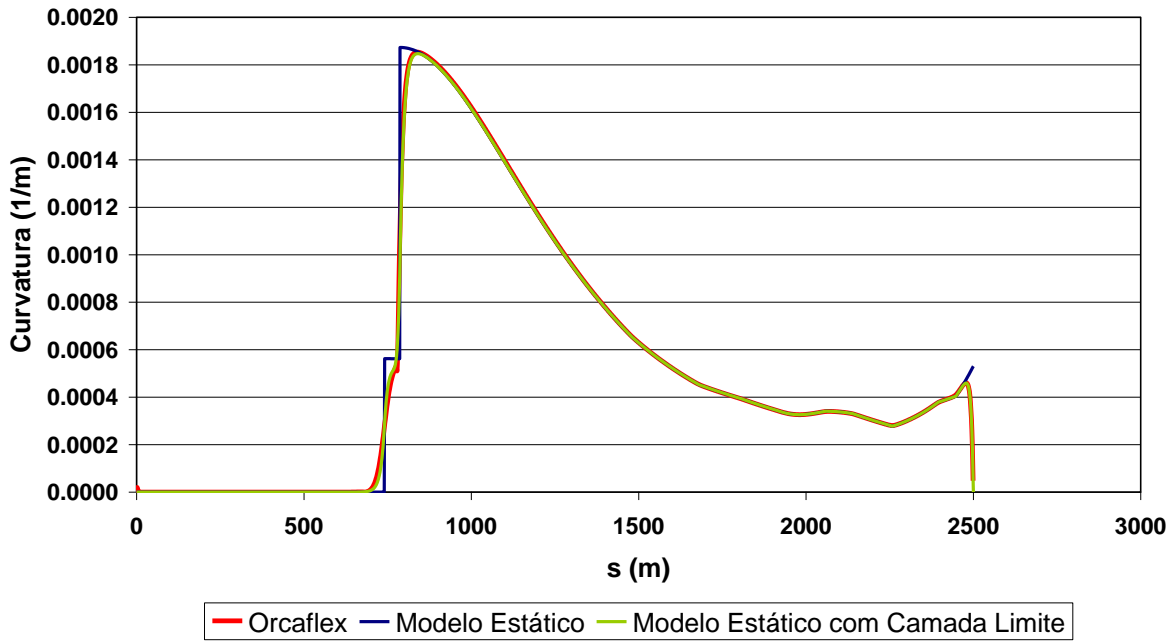


Figura 5.9 - Curvatura total em função de s da catenária

Análise Estática: Catenária

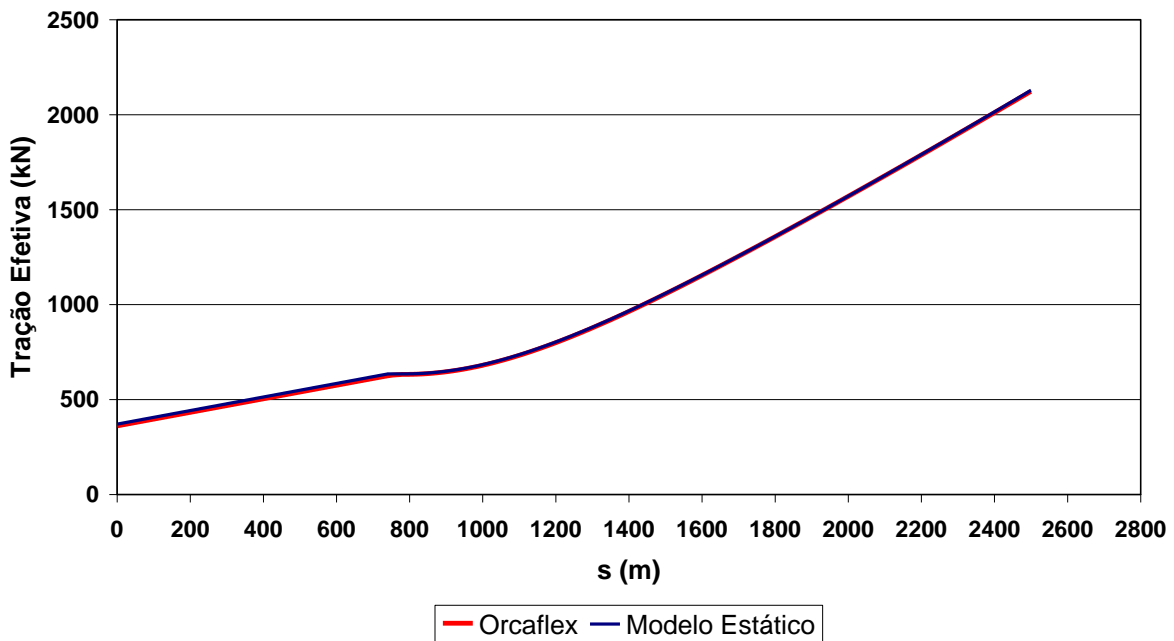


Figura 5.10 - Tração efetiva em função de s da catenária

Os resultados ficaram idênticos aos do Orcaflex™, inclusive a correção pela técnica de camada limite corrigiu bem os ângulos e a curvatura na região do TDP e do topo.

A curvatura na região do TDP apresentou um degrau no modelo sem a Camada Limite. Esse degrau ficou um pouco mais arredondado com a correção pela Camada Limite da mesma forma que o resultado obtido pelo Orcaflex™. Essa saliência foi causada pela curvatura em torno de Z. Observando-se o gráfico do ângulo ψ , Figura 5.8, na região entre $s=700\text{m}$ e $s=800\text{m}$, verifica-se que a curva dá um salto de 0 para 1,5 graus de forma quase abrupta. Esse salto foi causado pelo atrito que segurou a parte apoiada do *riser* na posição da linha de lançamento. O ângulo ψ na parte não apoiada próxima a região do TDP volta para os valores do caso sem atrito, Figura 2.13.

5.2.3.2 Lazy-wave

Assim como na seção anterior, nesta seção serão apresentadas as comparações entre resultados obtidos através do Orcaflex™ com os resultados obtidos com o Modelo Estático, porém aqui para a configuração *lazy-wave*. A Figura 5.11, a Figura 5.12 e a Figura 5.13 apresentam as projeções da linha elástica nos planos Oxy , Oyz e Oxz , respectivamente. Em seguida, estão apresentados os resultados de θ , ψ , curvatura e tração efetiva. Nos gráficos dos ângulos θ , ψ e da curvatura estão incluídos também os resultados com a aplicação da Camada Limite. Em todas as comparações os resultados obtidos estão muito bons quando comparados com os resultados obtidos com o Orcaflex™.

Análise Estática: Lazy-wave

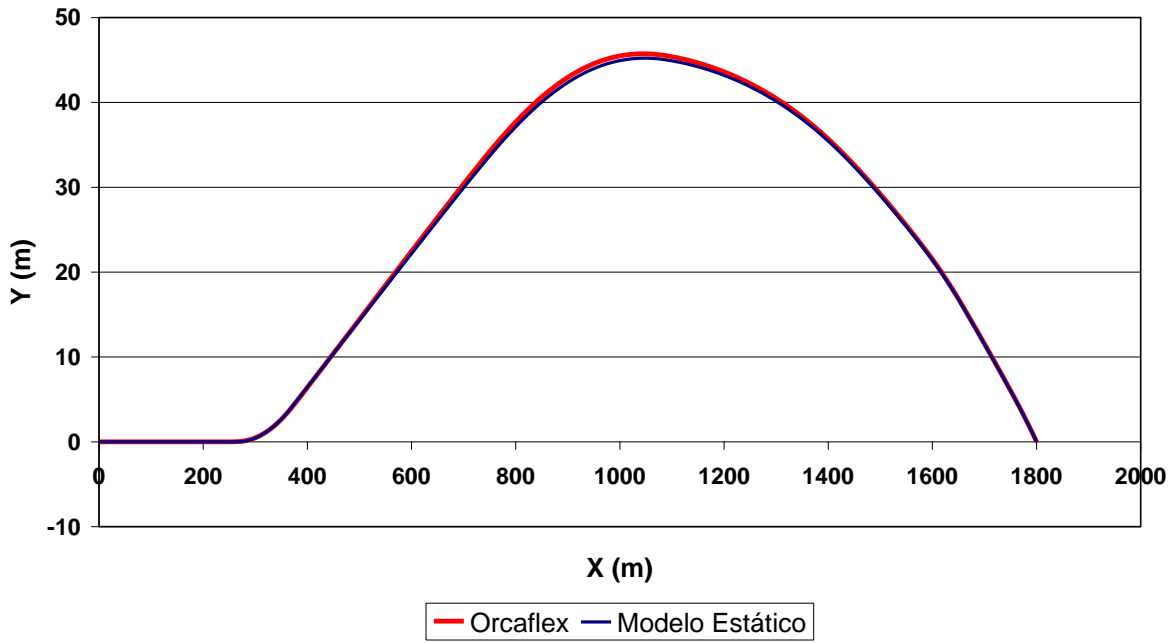


Figura 5.11 - Linha elástica da lazy-wave vista do plano Oxy

Análise Estática: Lazy-wave

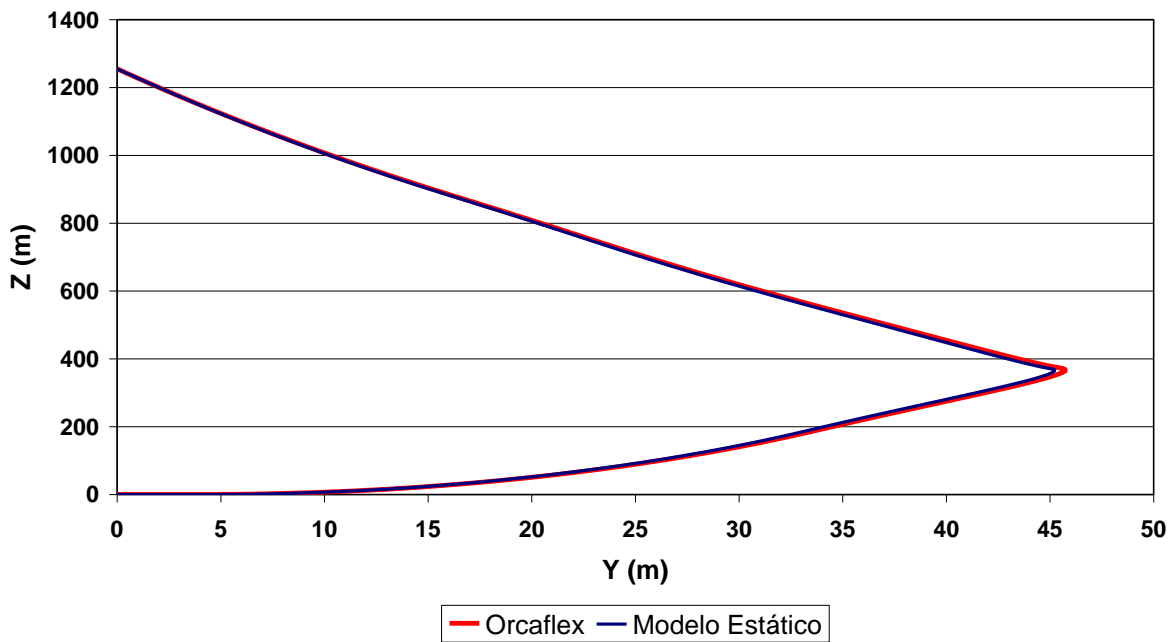


Figura 5.12 - Linha elástica da lazy-wave vista do plano Oyz

Análise Estática: Lazy-wave

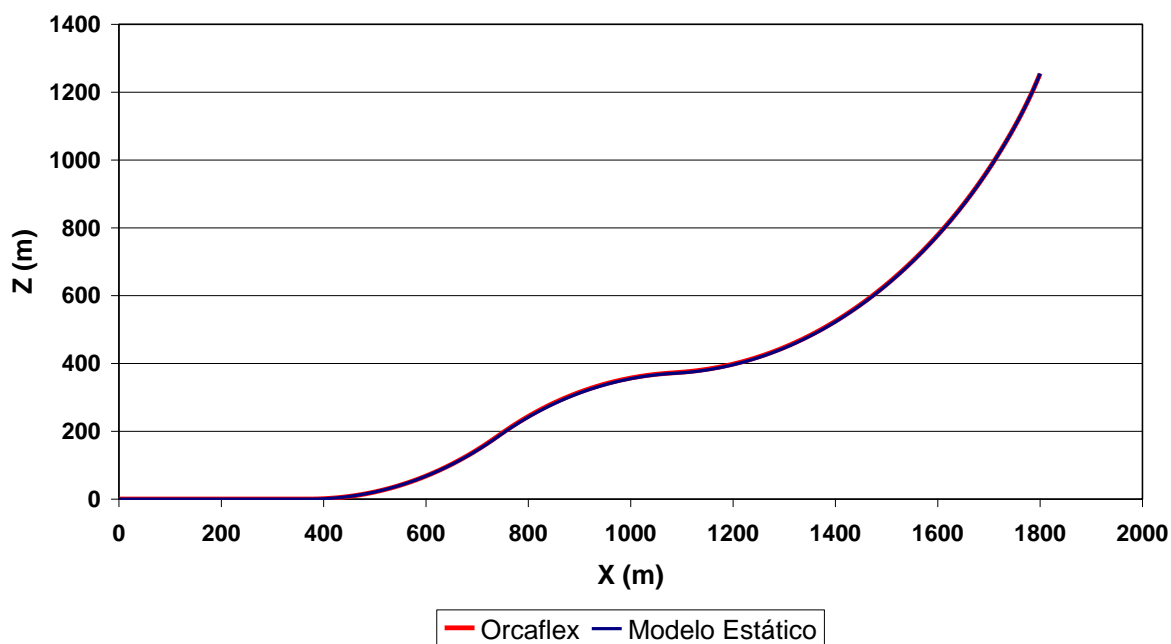


Figura 5.13 - Linha elástica da *lazy-wave* vista do plano *Oxz*

Análise Estática: Lazy-wave

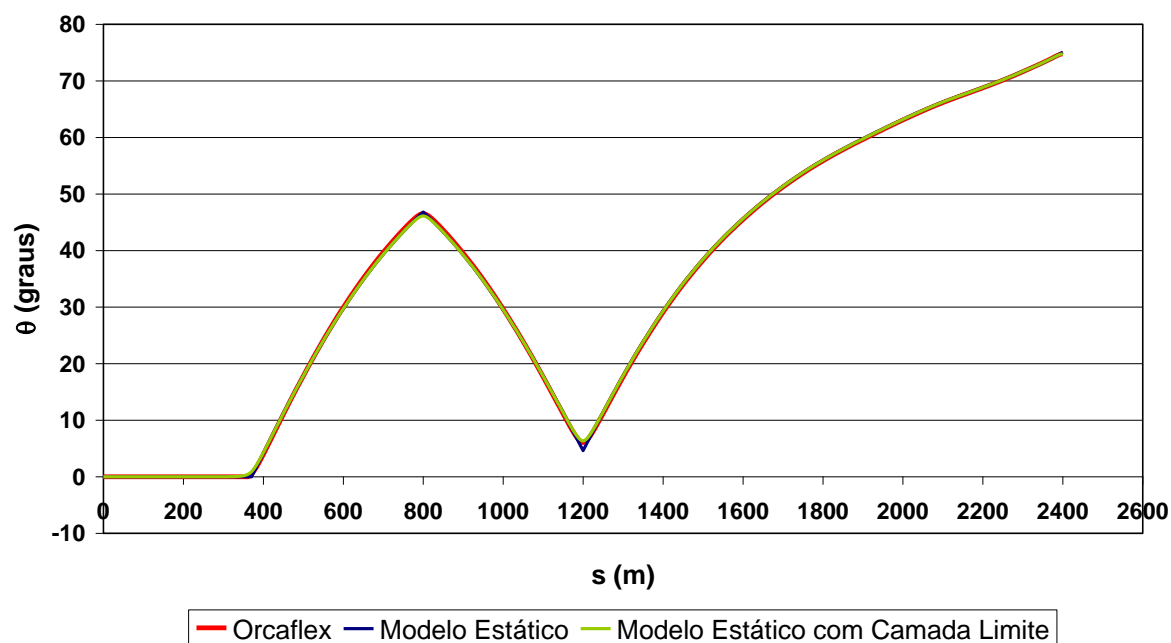


Figura 5.14 - θ em função de s da *lazy-wave*

Análise Estática: Lazy-wave

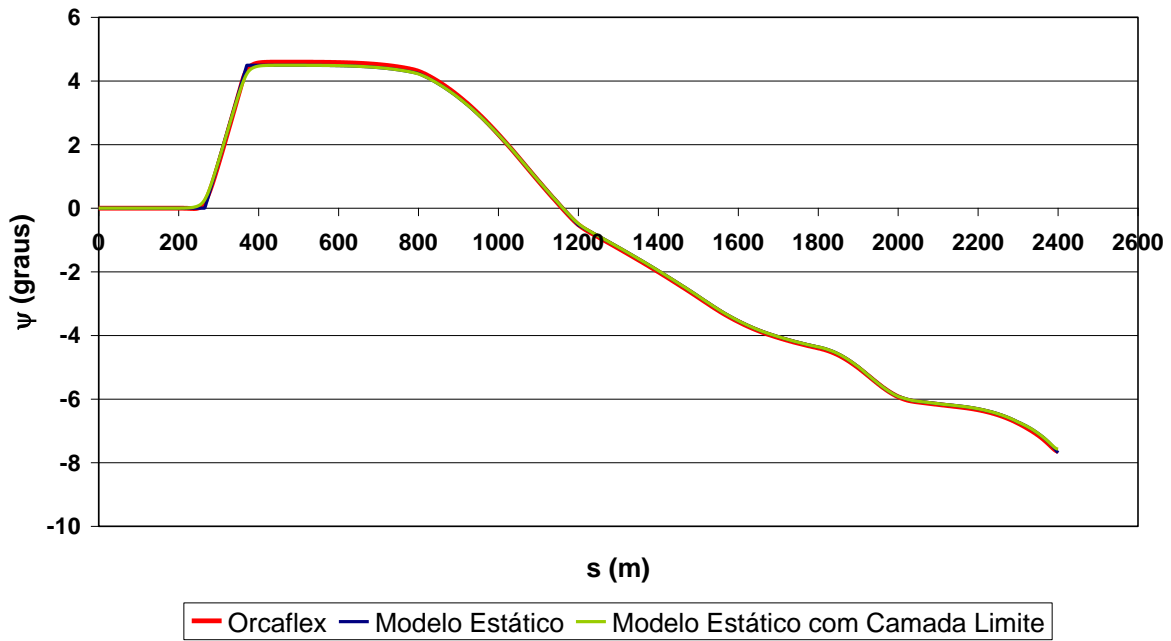


Figura 5.15 - ψ em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

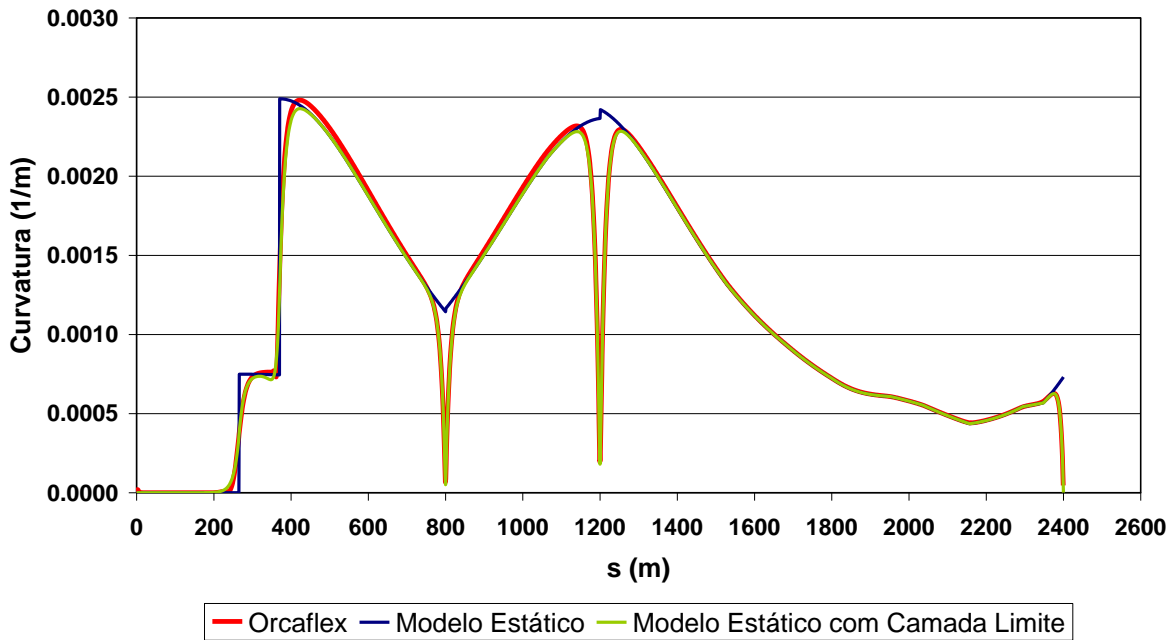


Figura 5.16 - Curvatura total em função de s da lazy-wave

Análise Estática: Lazy-wave

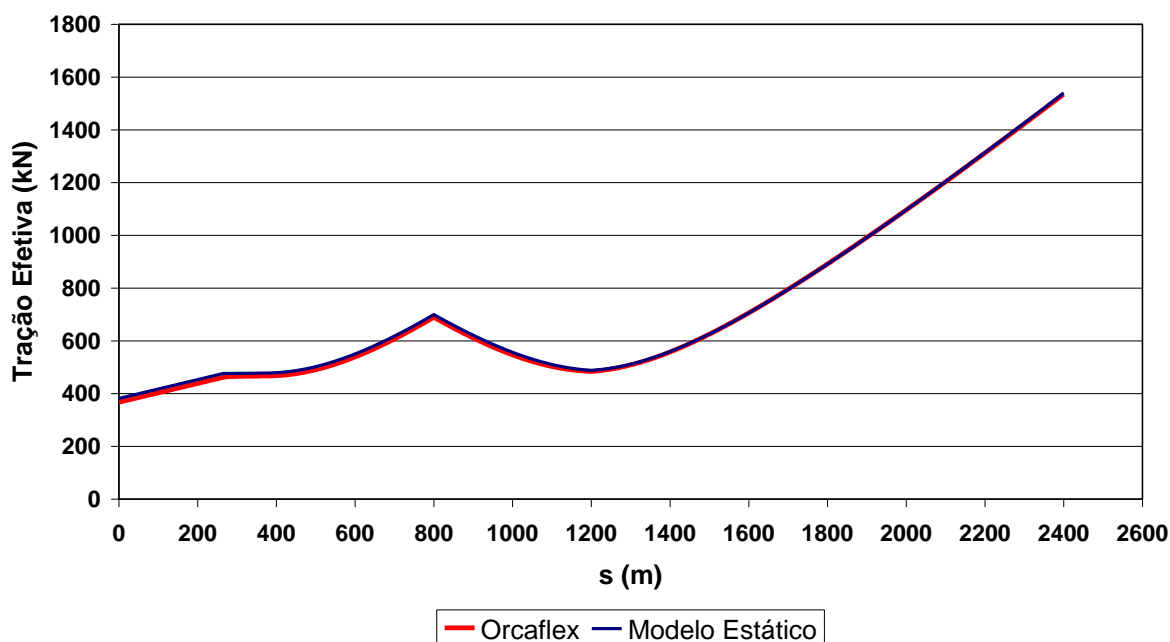


Figura 5.17 - Tração efetiva em função de s da *lazy-wave*

Observam-se diferenças bem pequenas na linha elástica; o modelo utilizado neste trabalho apresentou um deslocamento um pouco menor na direção Oy . Isso pode ter ocorrido pelo fato de ter sido considerado que a força de atrito seja sempre perpendicular à linha de lançamento – hipótese assumida por não se conhecer o histórico do movimento do *riser* desde o lançamento. De qualquer maneira, as diferenças foram pequenas e não prejudicam a qualidade dos resultados.

Da mesma forma que ocorreu na catenária, observa-se uma saliência na curvatura na região do TDP. A causa é a mesma já descrita no caso da catenária e os gráficos do ângulo ψ podem ser observados na Figura 5.15 com atrito e na Figura 2.21 sem atrito.

5.3 PROBLEMA DINÂMICO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

No CAPÍTULO 4 foi apresentada uma solução do problema dinâmico no domínio da frequência, onde o amortecimento viscoso foi linearizado e a não-linearidade do solo

foi removida impondo-se um pino na posição do TDP estático. Essa solução leva a erros locais, conforme descrito em Martins (2000), mas não altera significativamente o comportamento global do *riser*. Martins (2000) propôs a substituição do pino na posição do TDP por uma mola linear na direção horizontal para recuperar o deslocamento causado pela deformação da parte apoiada. Santos (2003) estendeu esta formulação para o caso tridimensional. Aqui neste trabalho, a formulação tridimensional foi estendida para considerar uma mola de torção resistindo ao movimento do ângulo ψ e também seus termos cruzados.

Estas molas recuperam o movimento no plano horizontal, porém o movimento vertical do TDP estático continua restrito. Essa restrição causa um efeito na curvatura, a qual é corrigida posteriormente através da técnica da camada limite.

Esta seção apresenta a formulação das molas equivalentes e também da camada limite para o problema em questão.

5.3.1 MOLAS EQUIVALENTES

O objetivo destas molas é recuperar o movimento no plano horizontal causado pelo movimento da parte do *riser* apoiada sobre o solo. A restrição da coordenada Z foi mantida e o *riser* também continua livre para girar em θ .

São impostas molas nas direções Ox , Oy e ψ . As molas são obtidas de forma quase-estática através da lei de *Hooke*. Considerando os termos cruzados, a equação pode ser escrita na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T_{0,x} \\ \Delta T_{0,y} \\ \Delta M_{0,z} \end{bmatrix} \quad (283)$$

A rigidez de cada mola será inserida na matriz de rigidez dinâmica, no ponto do TDP estático. Como a matriz utilizada na análise dinâmica é simétrica, a matriz da eq. (283) será aproximada por uma matriz simétrica. Então, ela fica:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T_{0,x} \\ \Delta T_{0,y} \\ \Delta M_{0,z} \end{bmatrix} \quad (284)$$

Dessa forma, têm-se 3 equações e 6 incógnitas. Para solucionar este problema, esses valores são obtidos numericamente através do procedimento descrito a seguir.

Foram simulados três casos estáticos, em cada um deles impõe-se um deslocamento pequeno à unidade flutuante. Para que os resultados de cada simulação não sejam proporcionais entre si, formando um sistema linearmente dependente, no caso A, impõe-se um deslocamento na direção axial, no caso B, impõe-se um deslocamento transversal e no caso C um deslocamento em ambas as direções. Para cada um dos casos calculam-se Δx , Δy , $\Delta \psi$, $\Delta T_{0,x}$, $\Delta T_{0,y}$ e $\Delta M_{0,z}$, que são a diferença de x , y , z e esforços no TDP original entre a configuração perturbada e a configuração original.

Dessa forma, monta-se o sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_A & \Delta y_A & \Delta \psi_A \\ \Delta x_B & \Delta y_B & \Delta \psi_B \\ \Delta x_C & \Delta y_C & \Delta \psi_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T_{0,x,A} \\ \Delta T_{0,x,B} \\ \Delta T_{0,x,C} \end{bmatrix}$$

Da mesma forma, calculam-se os coeficientes da segunda linha da eq. (284), porém k_{12} já é conhecido, então:

$$\begin{bmatrix} \Delta y_B & \Delta \psi_B \\ \Delta y_C & \Delta \psi_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{22} \\ k_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta T_{0,y,B} - k_{12} \Delta x_B \\ \Delta T_{0,y,C} - k_{12} \Delta x_C \end{bmatrix}$$

E, por último, como k_{13} e k_{23} já são conhecidos, calcula-se:

$$k_{33} = \frac{\Delta M_{0,z,C} - k_{13} \Delta T_{0,x,C} - k_{23} \Delta T_{0,y,C}}{\Delta \psi_C}$$

5.3.2 CAMADA LIMITE DINÂMICA

Com a remoção da não-linearidade do contato entre *riser* e o solo, a resposta dinâmica, principalmente a curvatura, fica prejudicada na região do TDP. A resposta da curvatura acaba não representando um pico que geralmente acontece na região apoiada próxima ao TDP.

Uma forma de corrigir essa limitação da análise no domínio da frequência pode ser feita através de um modelo de camada limite. A única correção que deve ser feita é na curvatura correspondente ao ângulo θ , por causa do contato com o solo. No ângulo ψ não é realizada correção, pois não há uma condição não-linear de contato e a parte apoiada do *riser* já está sendo representada por molas equivalentes.

Baseando-se no modelo apresentado em Martins (2000), a curvatura corrigida através de uma solução assintótica local pode ser escrita da seguinte forma:

$$\chi(s,t) = \frac{1}{2} \left((1 + \mathbf{sinal} \beta_{CL}(s,t)) (1 - e^{-\beta_{CL}(s,t)}) \right) \chi_{0,TDP} \quad (285)$$

onde,

$$\beta_{CL}(s,t) = \frac{s - s_{TDP} - (x_0(t) - \hat{\lambda})}{\hat{\lambda}} \quad (286)$$

$$\hat{\lambda}(t) = \sqrt{\frac{EI}{T_0}} \cdot \left(1 + \frac{T_{din}(t)}{T_{ef,0}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (287)$$

e s_{TDP} é a posição do TDP da solução estática do *riser* decrescido de λ_{TDP} , que é o deslocamento do ponto de tangência devido à rigidez flexional e $x_0(t)$ é dado por:

$$x_0(t) = -\frac{T_{ef,0}}{\gamma_{ef}} \theta(s,t) \quad (288)$$

onde $\theta(s,t)$ é resultado da solução no domínio da frequência com a articulação no TDP.

Segundo este modelo, há um pico de amplitude de variação dinâmica da curvatura, que ocorre em $s = s_{TDP} + \max(x_0(t) - \hat{\lambda})$, a seção mais longe do TDP para a qual em algum instante ocorre a condição $\beta_{CL}(s,t) \leq 0$. Esta seção fica suspensa durante todo o ciclo e é apoiada no solo apenas quando $x_0(t)$ está no seu ponto máximo, apresentando curvatura nula neste instante. Isto torna essa seção a de maior amplitude de curvatura dinâmica.

Observando a eq. (284), nota-se que quando $s \rightarrow \infty$ o valor da curvatura corrigida tende para $\chi_{0,TDP}$, o que já não corresponde ao valor esperado. Por isso, essa curvatura corrigida será calculada apenas nos arredores do TDP, que é a região de interesse, para que seja recuperado o pico de curvatura perdido com a solução articulada.

5.3.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Para verificar os modelos tanto das molas lineares quanto da correção via camada limite foram simulados alguns casos e seus resultados foram comparados com o OrcaflexTM. Como a intenção é verificar os modelos apresentados para o contato com o solo, os casos foram simulados no OrcaflexTM com o *riser* completo, sem ser cortado na posição do TDP estático e não foi incluído o atrito.

A camada limite está representada por CL na legenda do gráfico. Os resultados estão apresentados a seguir.

Os resultados apresentados são para a *lazy-wave* já simulada na seção 4.4. Para aumentar o movimento do *riser* sobre o solo, o trecho apoiado sobre o mesmo foi aumentado em 2000m. Da mesma forma, a posição X da unidade flutuante ficou 2000m mais longe da origem do sistema de coordenadas.

5.3.3.1 Lazy-wave – Caso 1

A Figura 5.18 mostra a amplitude do movimento em X em função da coordenada curvilínea s .

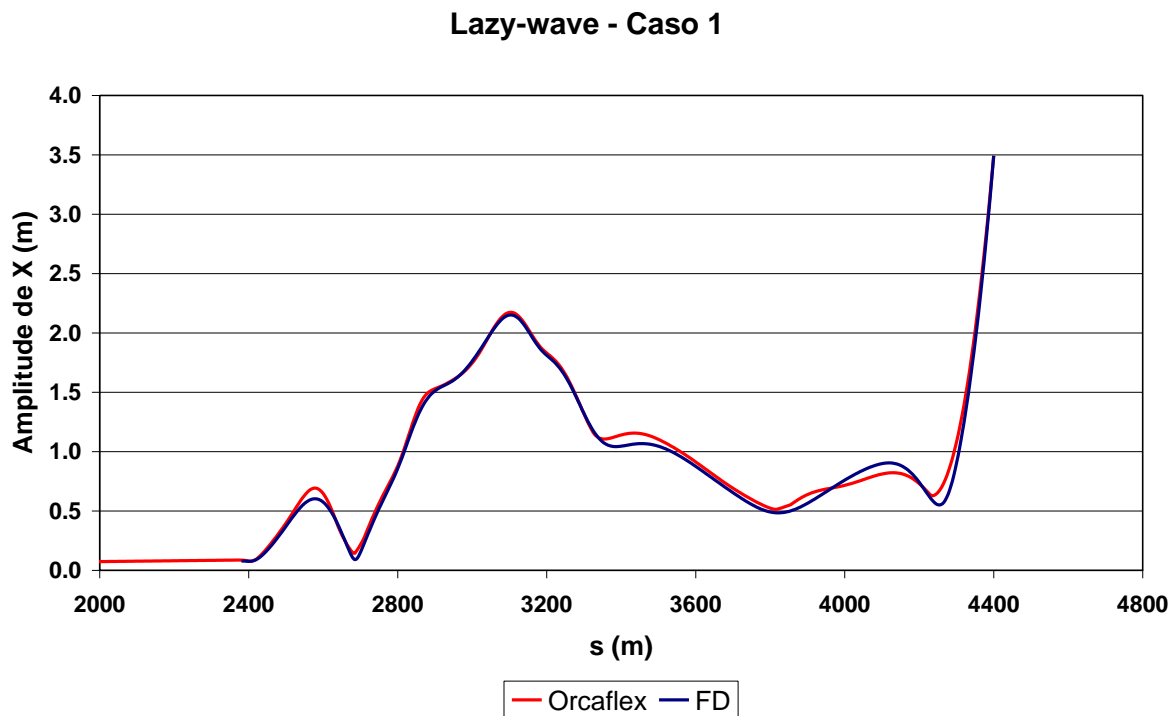
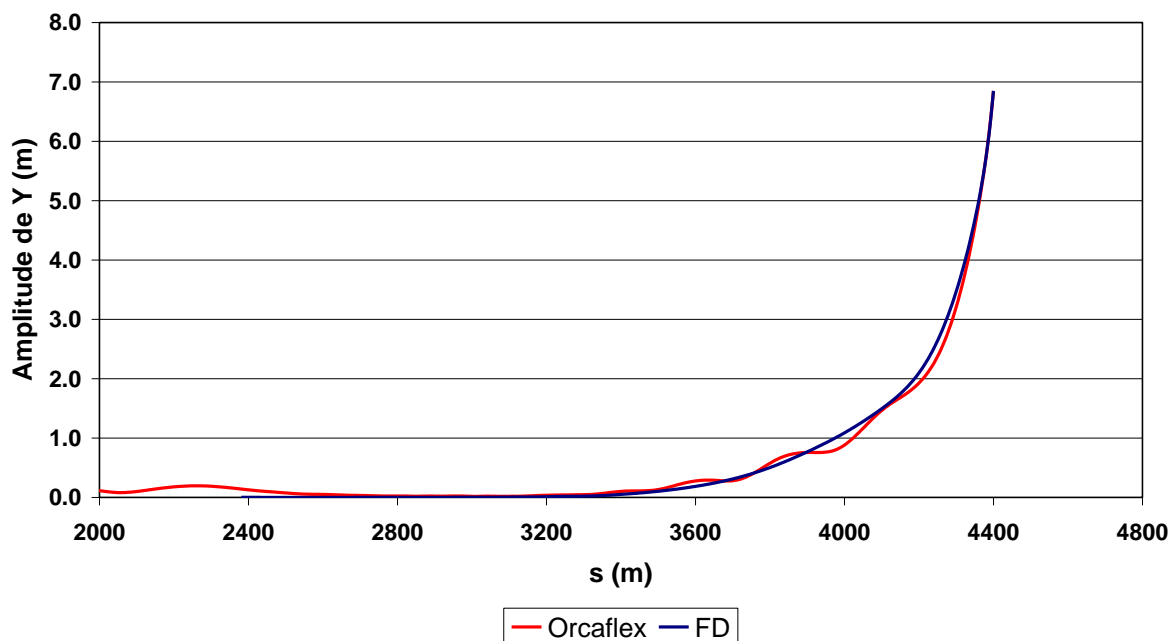


Figura 5.18 - Comparação da amplitude de X para a *lazy-wave* sem correnteza

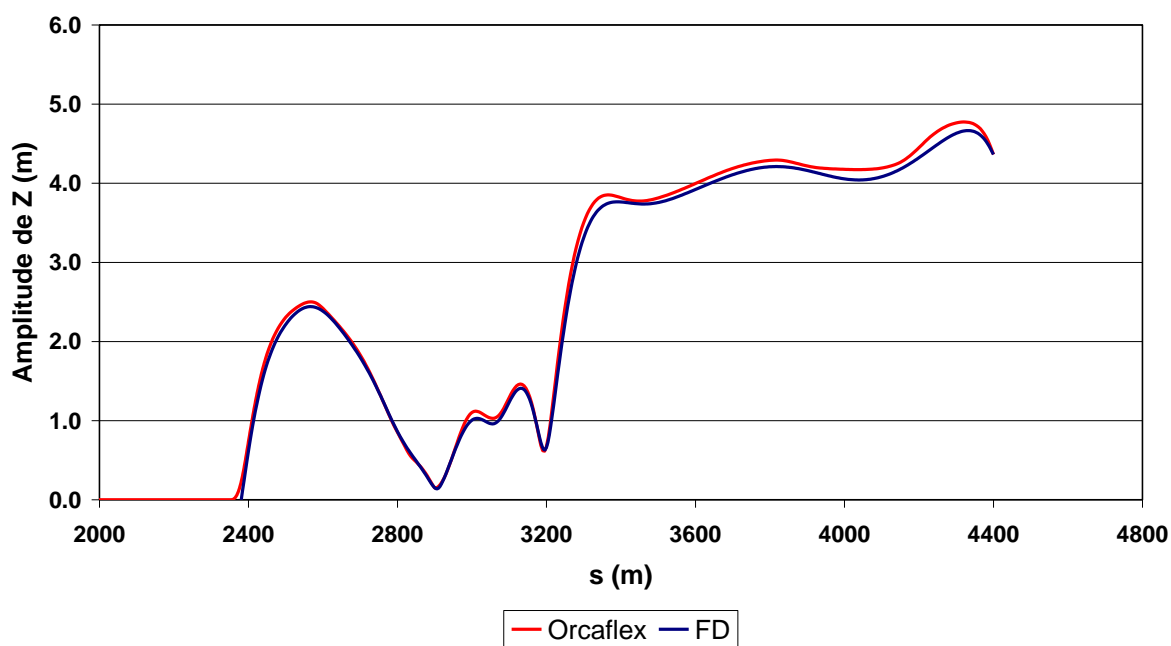
A resposta da coordenada Y pode ser vista na figura a seguir.

Lazy-wave - Caso 1

Figura 5.19 - Comparação da amplitude de Y para a *lazy-wave* sem correnteza

Já comparação da amplitude de Z pode ser encontrada na Figura 5.20.

Lazy-wave - Caso 1

Figura 5.20 - Comparação da amplitude de Z para a *lazy-wave* sem correnteza

A amplitude de θ foi comparada na Figura 5.21.

Lazy-wave - Caso 1

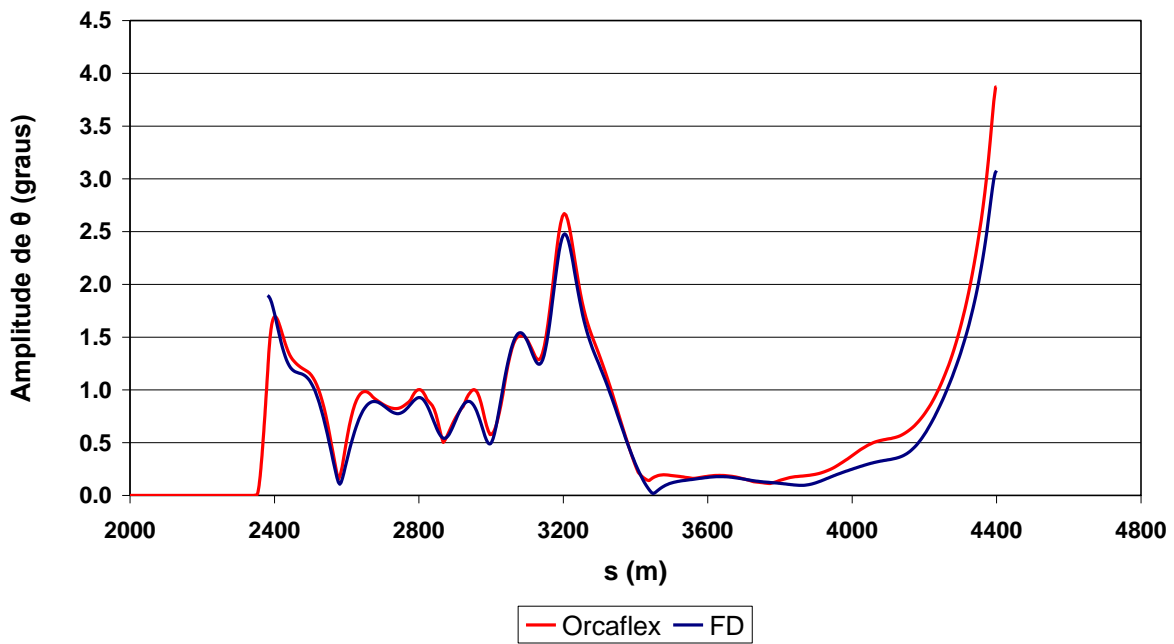


Figura 5.21 - Comparação da amplitude de θ para a lazy-wave sem correnteza

A figura a seguir mostra a amplitude da resposta de ψ .

Lazy-wave - Caso 1

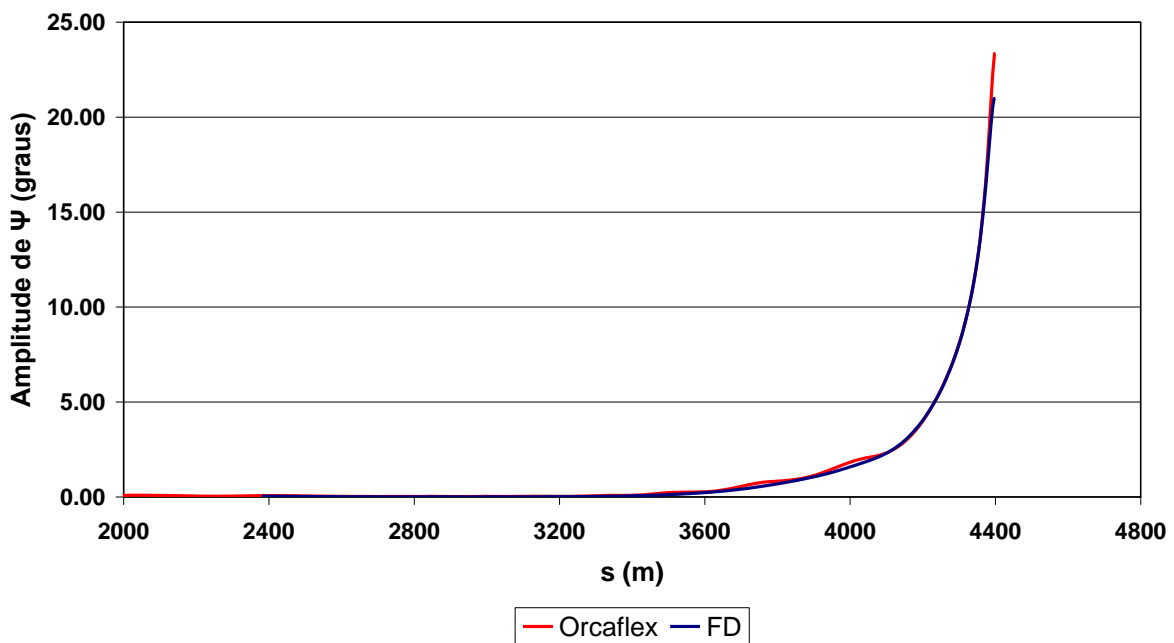


Figura 5.22 - Comparação da amplitude de ψ para a lazy-wave sem correnteza

Já a Figura 5.23 traz a comparação da curvatura para o caso em que não há força da correnteza.

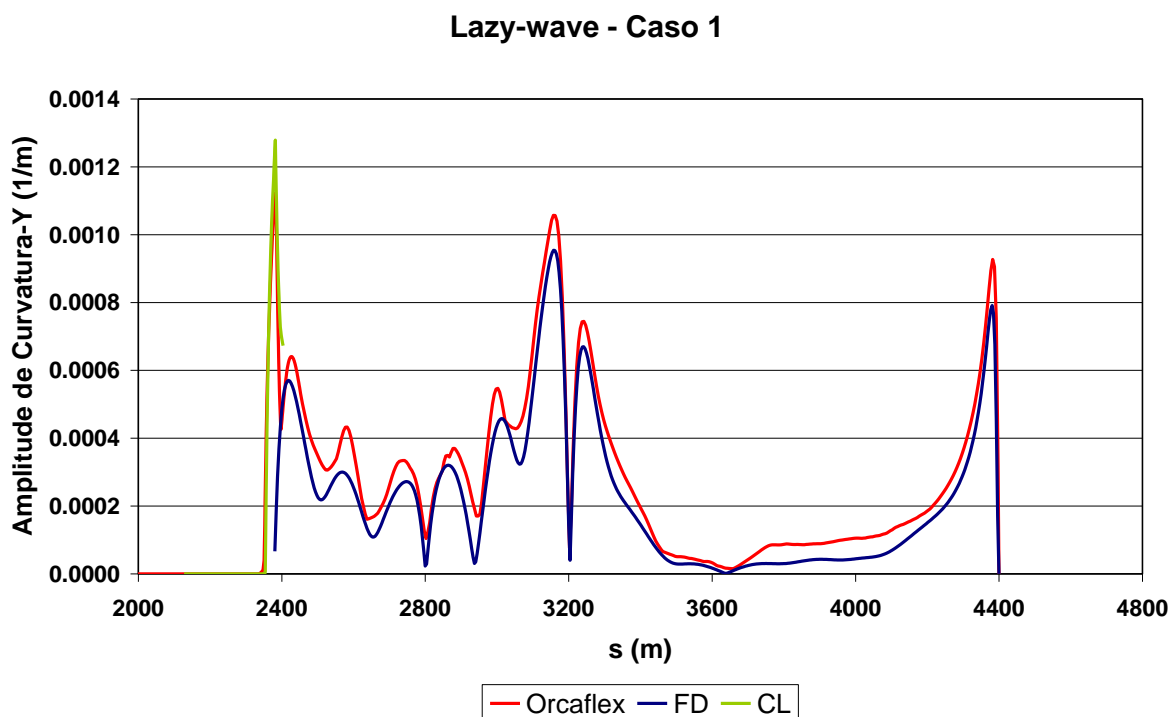


Figura 5.23 - Comparação da amplitude de curvatura para a *lazy-wave* sem correnteza

Observando as comparações, pode-se ver que as molas recuperaram muito bem o movimento do TDP, assim como a correção pela camada limite recuperou o pico de curvatura e o passeio do TDP.

5.3.3.2 Lazy-wave – Caso 2

Os resultados obtidos com a correnteza no plano estão mostrados a seguir. A Figura 5.24 traz a comparação da amplitude de X.

Lazy-wave - Caso 2

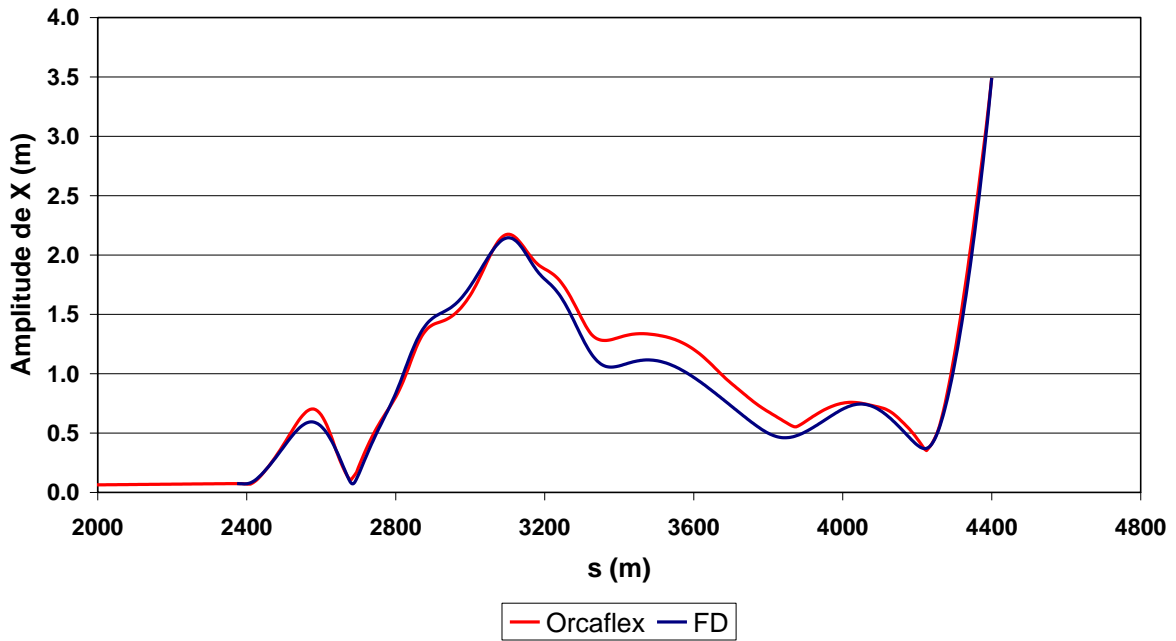


Figura 5.24 - Comparação da amplitude de X para a lazy-wave com correnteza no plano

A comparação da amplitude de Y pode ser encontrada na figura a seguir.

Lazy-wave - Caso 2

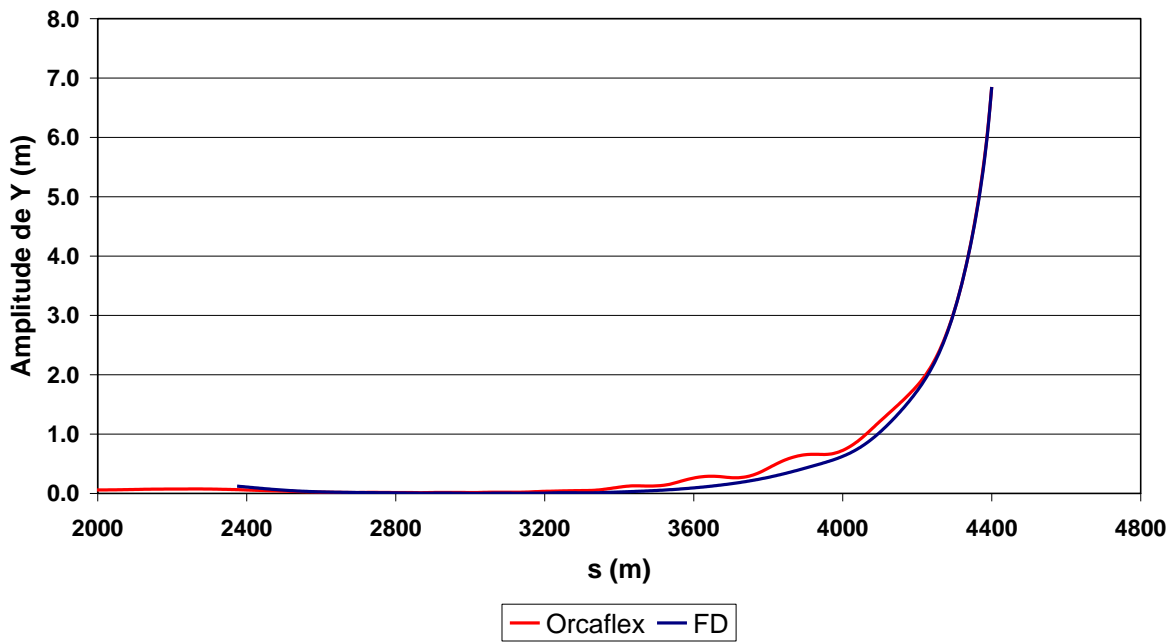


Figura 5.25 - Comparação da amplitude de Y para a lazy-wave com correnteza no plano

Já a amplitude de Z pode ser vista na Figura 5.26.

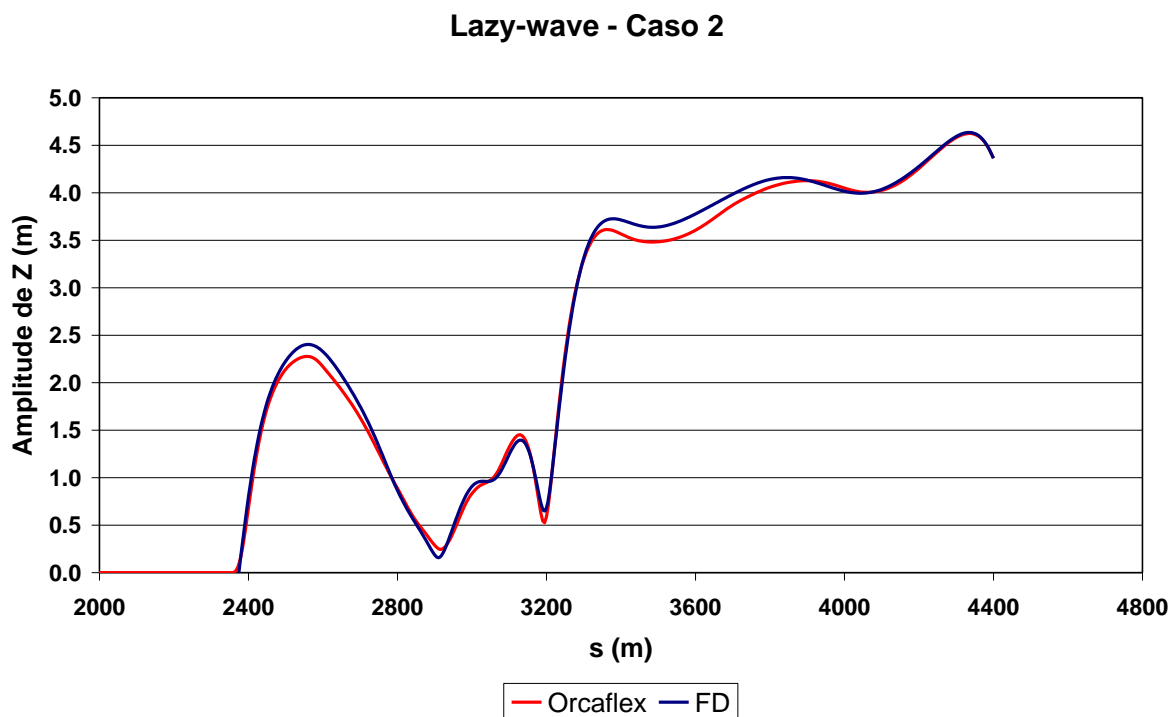


Figura 5.26 - Comparação da amplitude de Z para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A próxima figura traz os resultados obtidos para a amplitude do ângulo θ .

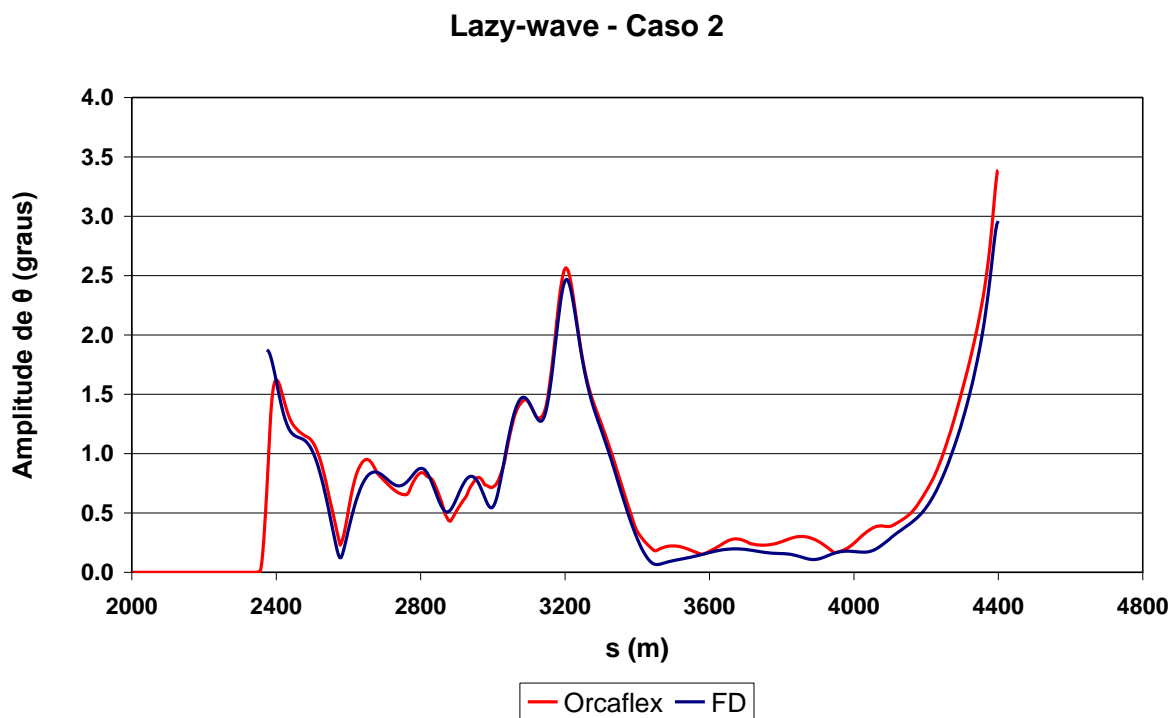


Figura 5.27 - Comparação da amplitude de θ para a *lazy-wave* com correnteza no plano

A comparação da amplitude de movimento em ψ pode ser vista na figura a seguir.

Lazy-wave - Caso 2

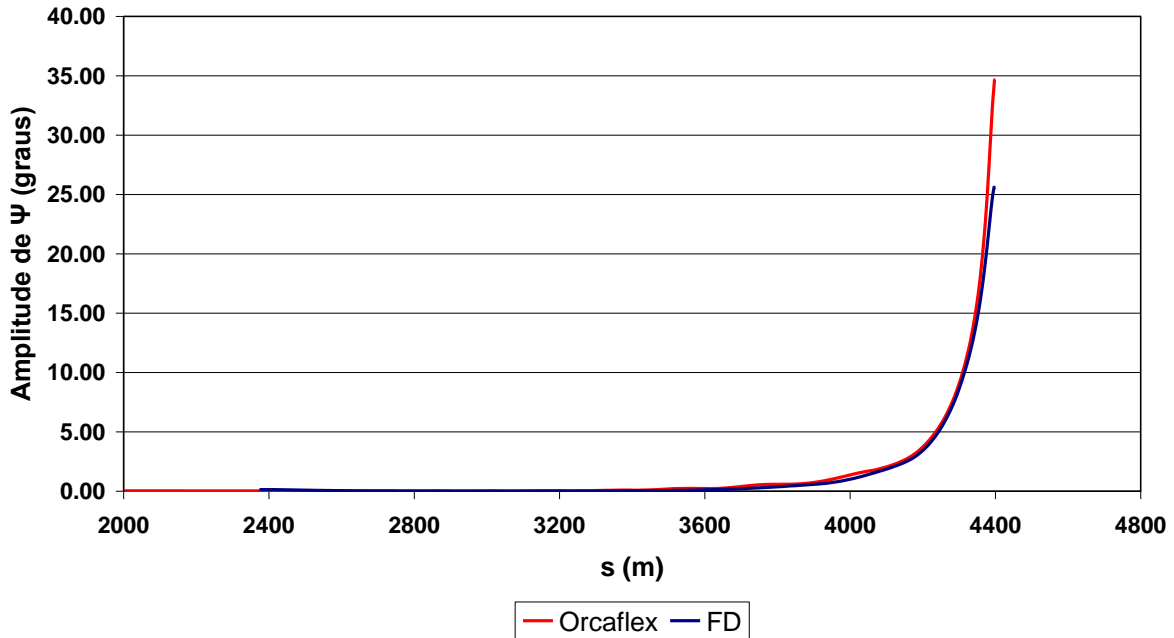


Figura 5.28 - Comparação da amplitude de ψ para a *lazy-wave* com correnteza no plano

E, por último, a Figura 5.29 mostra a comparação dos resultados da curvatura.

Lazy-wave - Caso 2

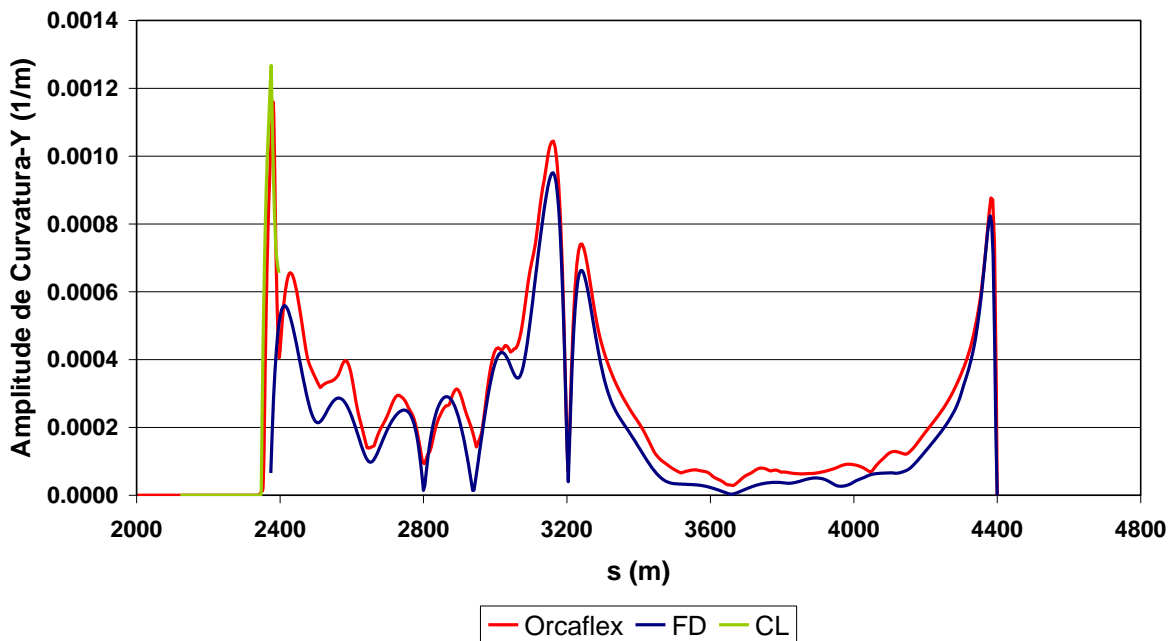


Figura 5.29 - Comparação da amplitude da curvatura para a *lazy-wave* com correnteza no plano

Observando as comparações, pode-se ver que novamente as molas recuperaram muito bem o movimento do TDP, assim como a correção pela camada limite recuperou o pico de curvatura e o passeio do TDP.

5.3.3.3 Lazy-wave – Caso 3

A última simulação feita para comparar os resultados foi uma configuração *lazy-wave* com perfil de correnteza fora do plano. A figura a seguir mostra a comparação da amplitude de movimento em X.

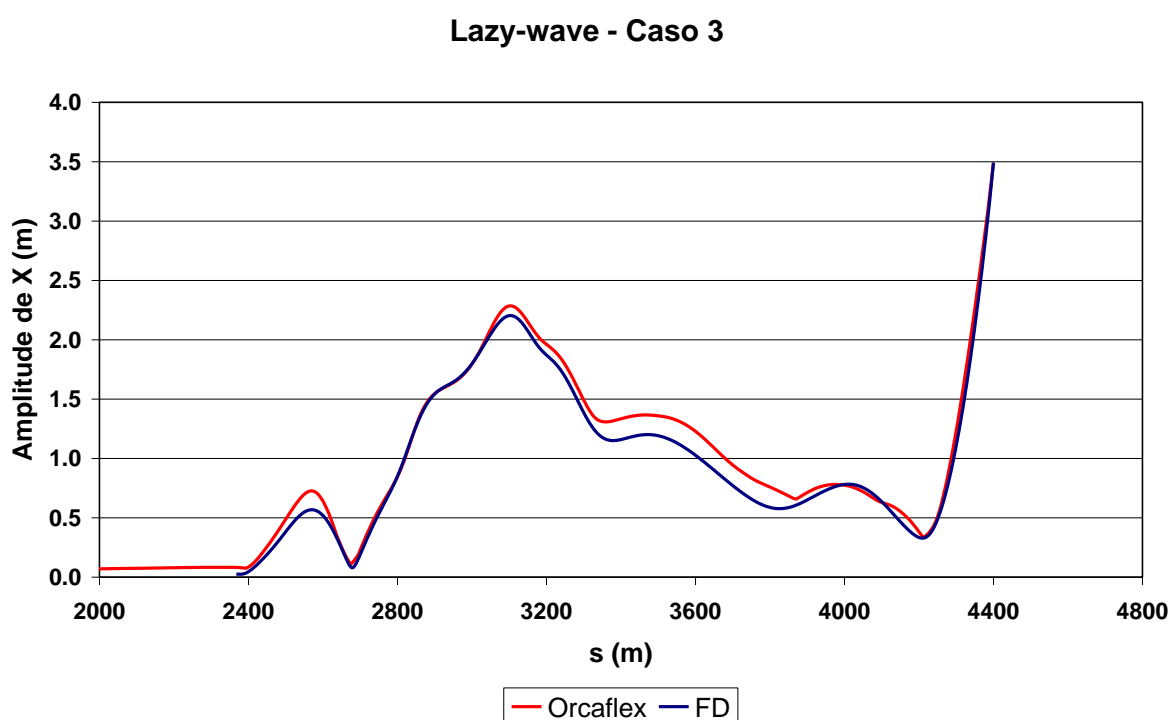


Figura 5.30 - Comparação da amplitude de X para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

A comparação da resposta em Y pode ser vista na Figura 5.31.

Lazy-wave - Caso 3

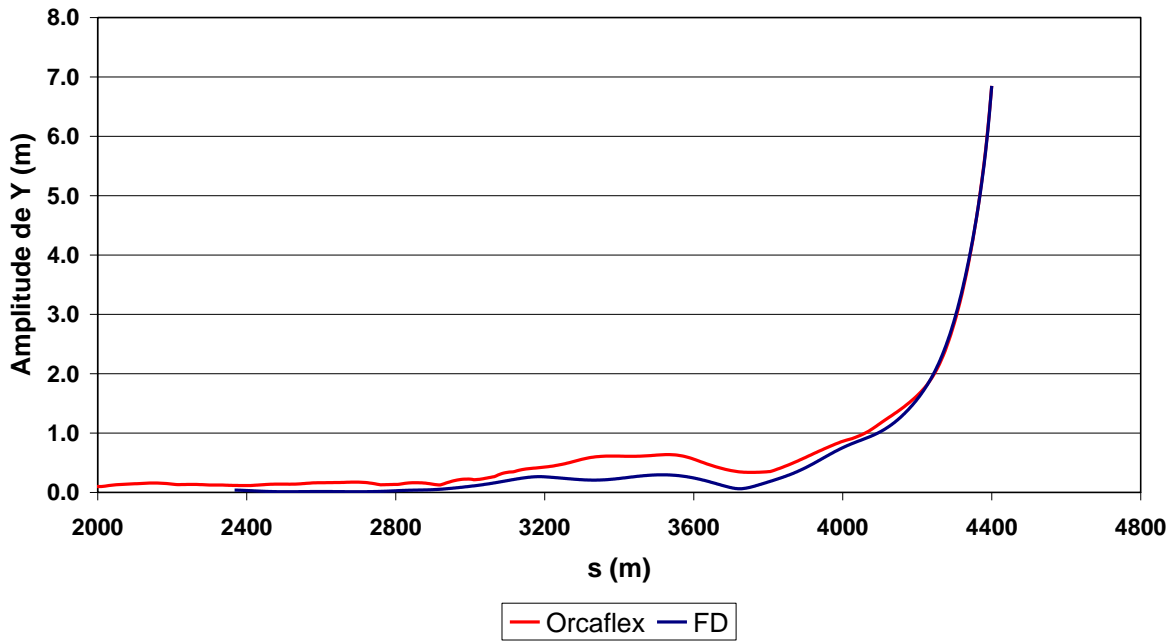


Figura 5.31 - Comparação da amplitude de Y para a lazy-wave com correnteza fora do plano. A comparação do movimento na direção Z pode ser encontrada na Figura 5.32.

Lazy-wave - Caso 3

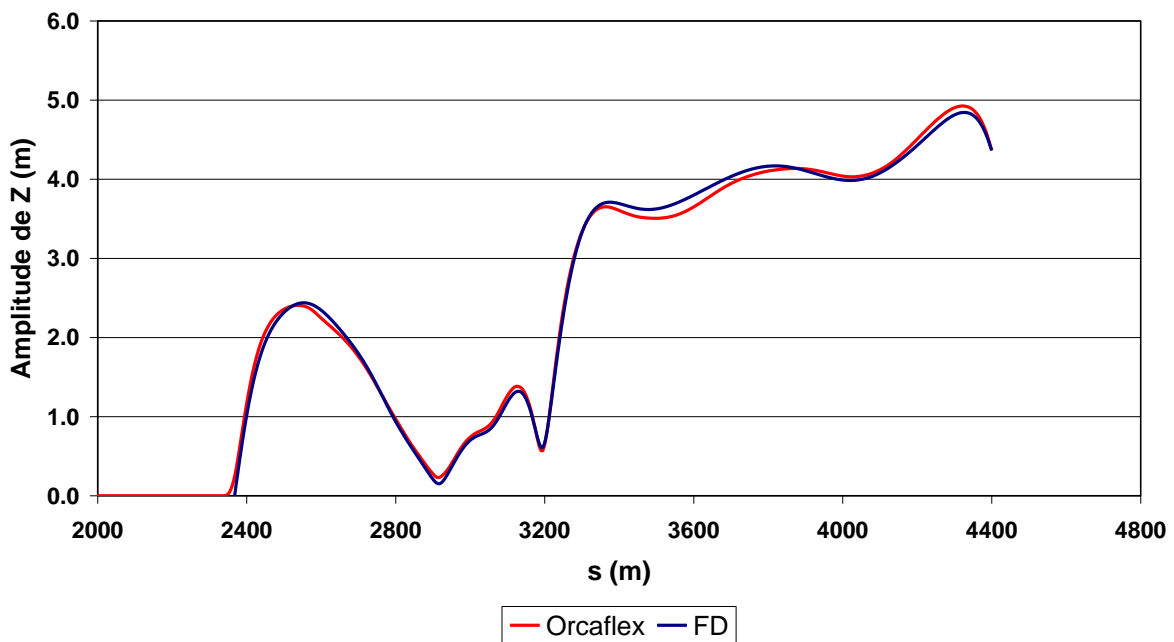


Figura 5.32 - Comparação da amplitude de Z para a lazy-wave com correnteza fora do plano. A Figura 5.33 mostra a comparação da amplitude de θ para este caso.

Lazy-wave - Caso 3

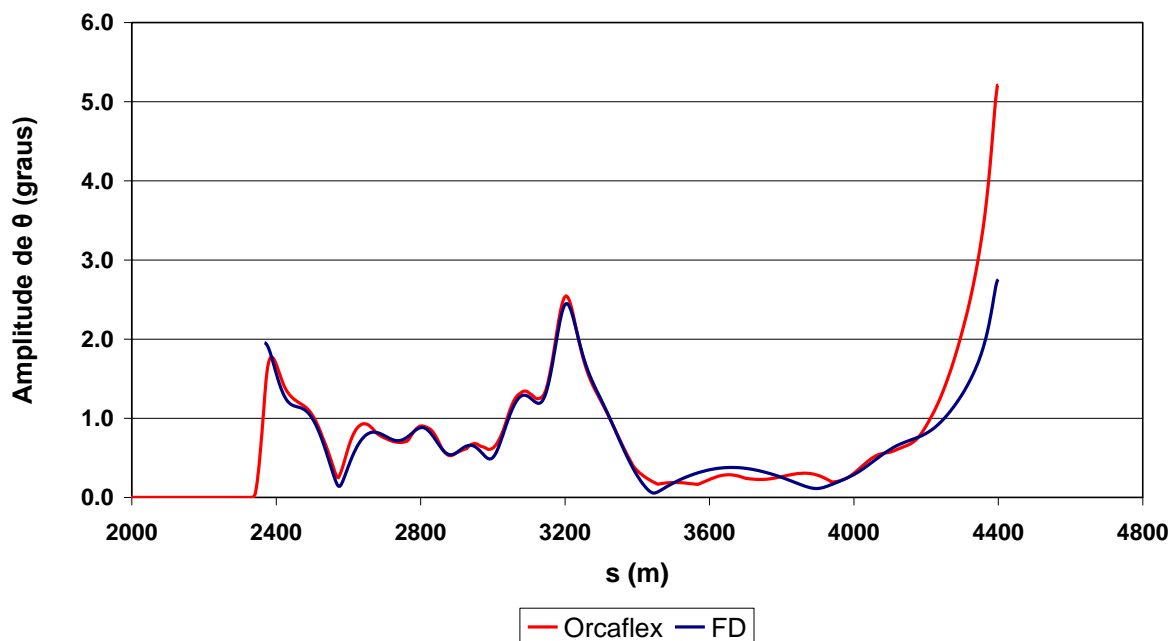


Figura 5.33 - Comparação da amplitude de θ para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano. A amplitude de ψ pode ser vista na Figura 5.34.

Lazy-wave - Caso 3

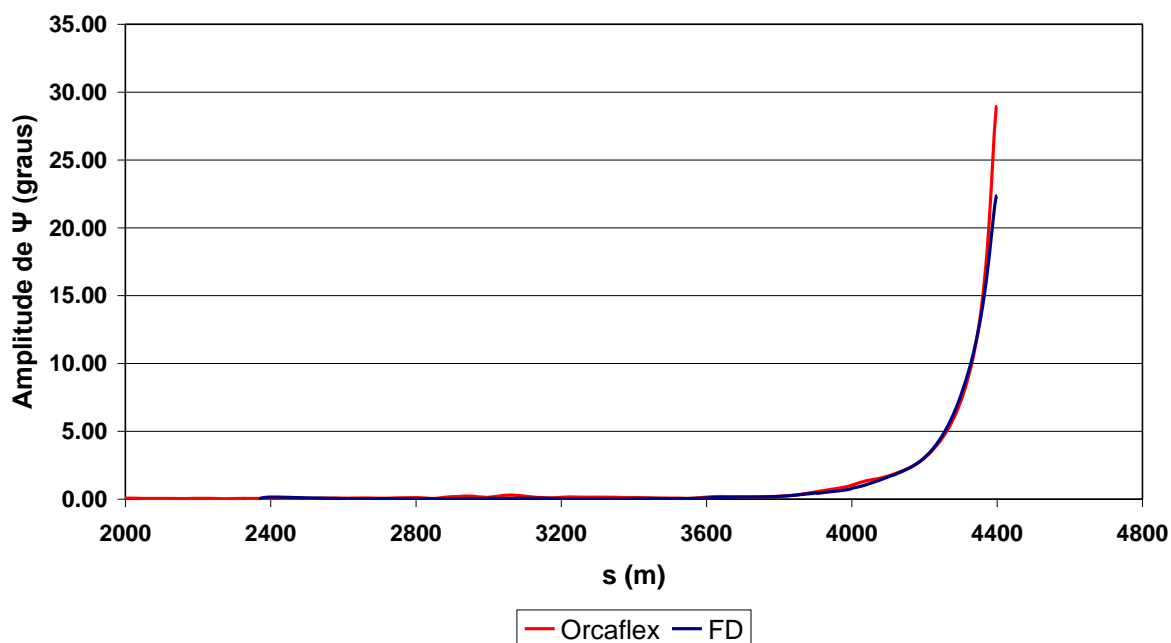


Figura 5.34 - Comparação da amplitude de ψ para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano. Finalmente, a comparação da amplitude de curvatura para o último caso pode ser encontrada na Figura 5.35.

Lazy-wave - Caso 3

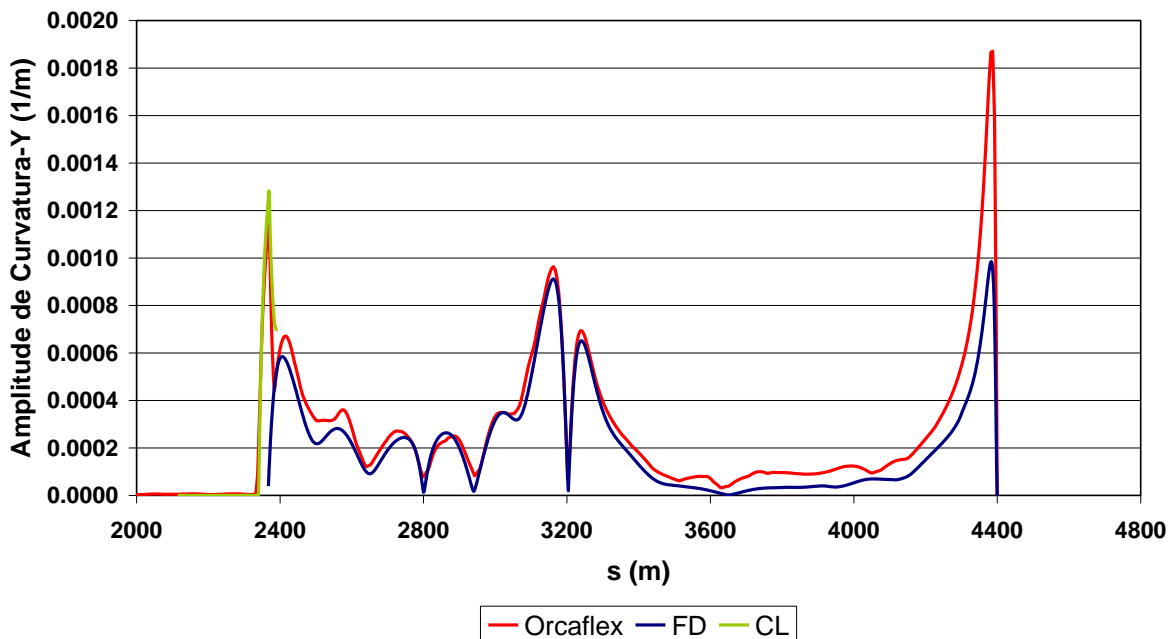


Figura 5.35 - Comparação da amplitude da curvatura para a *lazy-wave* com correnteza fora do plano

Neste caso, o movimento em X e Y na região do TDP ficaram levemente menores que a resposta no domínio da frequência, porém isso não alterou a resposta global do *riser*.

De forma geral, a técnica de camada limite recuperou bem o pico de curvatura no TDP. Tanto a posição do pico de curvatura quanto sua amplitude foram recuperados. As molas do solo também recuperaram bem o movimento no plano horizontal. Pequenas diferenças na resposta dinâmica no TDP eram esperadas por dois motivos principais. O primeiro deles é o fato de que a matriz que aparece na eq. (284) não ser simétrica e ter sido considerada como tal, pois a matriz do problema dinâmico já era simétrica. Outro motivo é a forma de obtenção das molas. Elas foram obtidas através da resposta estática da estrutura, não considerando a dinâmica do TDP. Apesar disso foram obtidos bons resultados nos três casos simulados e o movimento do TDP não influencia de forma global a resposta da estrutura.

5.4 PROBLEMA DINÂMICO NO DOMÍNIO DO TEMPO

Os esforços de interação solo-estrutura podem ser de diferentes naturezas. Os que serão tratados aqui são: contato unilateral, atrito, sucção e trincheira.

O solo foi tratado como molas e amortecedores que agem unilateralmente quando o *riser* toca o fundo do mar. Ao se movimentar sobre o solo surge uma força de atrito, que neste trabalho foi tratado através de uma variação do atrito de *Coulomb*. Porém, a interação entre *riser*-solo não é composta apenas do contato unilateral e atrito, podem surgir trincheiras, onde a deformação plástica do solo causada pelo movimento do *riser* faz com que haja uma restrição no movimento lateral. Além disso, conforme o *riser* se levanta do solo podem surgir forças de sucção.

Não foram encontradas muitas referências na literatura sobre a modelagem das trincheiras e da força de sucção do solo. O que foi encontrado e estudado foram artigos sobre o projeto CARISIMA. O artigo de Giertsen, Verley e Schroder (2004) traz um panorama geral sobre as principais atividades desse projeto. O desenvolvimento do modelo CARISIMA foi baseado em testes de escala reduzida realizados pela NGI (*Norwegian Geotechnical Institute*) para solos argilosos. Na primeira fase desse projeto, foram executados testes na vertical e na horizontal separadamente. Dessa forma, foram obtidos os modelos para a força de sucção e o efeito da trincheira, respectivamente.

A seguir, encontram-se os modelos estudados para a implementação na análise global já desenvolvida e apresentada.

5.4.1 CONTATO UNILATERAL

A solução dinâmica, nesta tese, parte de uma configuração estática que não leva em consideração a flexibilidade do solo. Para tentar corrigir essa solução durante a simulação dinâmica, a estratégia descrita a seguir foi adotada.

A configuração estática inicial considera que haja equilíbrio dos esforços estáticos. Isso significa que o peso da parte apoiada está equilibrado com a força normal aplicada pelo solo. Porém, considerando que o solo não seja infinitamente rígido –

caso real – há um deslocamento vertical causado pelo peso do *riser*. Por isso, considera-se, no modelo dinâmico, que a parte apoiada não esteja em equilíbrio. Dessa forma, impõe-se a força peso no trecho apoiado e deixa-se que o *riser* interaja e se equilibre com o solo até haver equilíbrio. O solo é representado por molas e amortecedores lineares na direção vertical acoplados a cada nó da parte que está apoiada no solo.

Em $z = 0$ não há força na mola, e as mesmas agem quando a força resultante sobre elas na direção vertical da parte apoiada do *riser* for negativa, ou seja, pressionando o solo. Já os amortecedores só agem quando a velocidade do nó apoiado na direção vertical for negativa. Conforme descrito em Chai, Y. T et al. (2002) e Chai, Y. T., Varyani, K. S. (2006), os amortecedores fazem com que haja uma perda na energia causada pelo impacto do *riser* com o solo e ajudam a diminuir problemas numéricos que podem resultar do contato com as molas do solo. Por esse motivo, foram incluídos amortecedores no modelo deste trabalho.

Considerando a ação do solo sobre um nó, Figura 5.36, a equação do movimento vertical do nó sobre o solo fica:

$$m \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + c \frac{dz(t)}{dt} + kz(t) = F(t) \quad (289)$$

onde m é a massa do objeto apoiado, c é o amortecimento causado pelo movimento em direção do solo, k é a rigidez do solo e z é a coordenada vertical para cima.

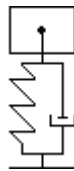


Figura 5.36 - Representação de um elemento sobre o solo

A eq. (289) pode ser reescrita como:

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dz(t)}{dt} + \omega_0^2 z(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (290)$$

onde $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ e ζ é a taxa de amortecimento.

A força de rigidez é calculada da seguinte forma:

$$F_k(t) = m\omega_0^2 z(t) = k \cdot z(t) \quad (291)$$

E a força de amortecimento:

$$F_d = m \cdot 2\zeta\omega_0 \frac{dz(t)}{dt} = 2\zeta \sqrt{k \cdot m} \frac{dz(t)}{dt} \quad (292)$$

Para o contato com o solo, algumas condições devem ser impostas, já que a restrição é válida apenas em um sentido do movimento.

A magnitude da força de rigidez deve ser considerada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_k(t) &= k \cdot z(t) && \text{para } z < 0 \\ F_k(t) &= 0 && \text{para } z \geq 0 \end{aligned} \quad (293)$$

A magnitude da força de amortecimento é dada por:

$$\begin{aligned} F_d(t) &= 2\zeta \sqrt{k \cdot m} \cdot \frac{dz(t)}{dt} && \text{para } \frac{dz(t)}{dt} < 0 \\ F_d(t) &= 0 && \text{para } \frac{dz(t)}{dt} \geq 0 \end{aligned} \quad (294)$$

A seguir serão feitas comparações paramétricas com diferentes valores de rigidez do solo e amortecimento do solo. De acordo com a DNV-RP-F105, a ordem de grandeza dos valores da rigidez estática do solo está mostrada na Tabela 5.1, onde K_s multiplicado pelo deslocamento vertical do solo resulta em uma força por unidade de comprimento do *riser*.

Tabela 5.1 - Valores de rigidez do solo

	Ks(kN/m/m)
Areia	250 a 1350
Argila	50 a 4200

Como neste trabalho, a unidade de K é kN/m/m^2 , os valores apresentados na Tabela 5.1 foram divididos pelo diâmetro do *riser* utilizado como exemplo e foram obtidos os seguintes valores:

Tabela 5.2 - Valores de rigidez do solo

	$K(\text{kN/m/m}^2)$
Areia	615 a 3322
Argila	123 a 10335

Esses valores foram apresentados para a rigidez estática do solo. Entretanto, no trabalho de Clukey et al. (2007) é utilizado $K=170,1\text{kN/m/m}$ para um solo flexível e $K=850,7\text{kN/m/m}$ para um solo rígido. Dividindo esses valores pelo diâmetro do *riser* utilizado como exemplo, obtêm-se: $K=418,6\text{kN/m/m}^2$ e $K=2093,3\text{kN/m/m}^2$, que são valores abrangidos pela faixa apresentada anteriormente.

Para a análise paramétrica, os valores considerados neste trabalho foram: 10kN/m/m^2 , 100kN/m/m^2 , 1000kN/m/m^2 e 10000kN/m/m^2 . Para o amortecimento, os valores utilizados de ζ foram: 0, 0,5, 1, 1,5 e 2.

5.4.1.1 Resultados

Como teste inicial foi feita uma simulação de um *riser* sem forças dinâmicas para verificar se a solução tende para a configuração estática esperada.

Trata-se do mesmo *riser* em catenária já simulado nos capítulos anteriores, seção 4.4, com os mesmos dados geométricos. A única diferença está no movimento do topo, que aqui será plano e não há correnteza agindo sobre o *riser*. Isso porque a idéia é observar o contato vertical do *riser* com o solo e para isso ele não precisa sair do plano. Além disso, aqui o *riser* será inteiro simulado, e não apenas a parte suspensa. A Tabela 5.3 mostra o carregamento utilizado nesta seção.

Tabela 5.3 - Onda e movimento no topo para a catenária

	Período	9,28 s
Movimento em X	Amplitude	2,784 m
	Fase	165,7194 °

Movimento em Z	Amplitude	2,6093 m
	Fase	3,2637 °

Para verificar a estratégia de se recuperar a configuração estática com solo flexível durante a simulação dinâmica, foi feito um teste. Esse teste consiste na simulação dinâmica do *riser* sem nenhum carregamento dinâmico, deixando apenas que ele se equilibre com as molas do solo. Foi escolhida a rigidez do solo de $K=100\text{kN/m/m}^2$, dessa forma, espera-se que o deslocamento vertical do *riser* causado pelo peso próprio se equilibre com as molas do solo. O valor desse deslocamento pode ser calculado através de:

$$K \cdot z \cdot D = -\gamma_{ef} \quad (295)$$

$$\text{onde } \gamma_{ef} = \gamma_t - A\rho_a g = 2,4927 - \frac{\pi 0,4064^2}{4} \cdot 1,024 \cdot 9,87 = 1,1817 \text{ kN/m}$$

Então,

$$100 \cdot z \cdot 0,4064 = -1,1817 \quad (296)$$

$$z = -0,029 \text{ m}$$

Esse valor foi verificado no gráfico de comparação dessa simulação sem carregamentos dinâmicos, chamada de *TD*, com o Orcaflex™, Figura 5.37.

A Figura 5.38 mostra a comparação do ângulo θ e a Figura 5.39 traz a comparação da curvatura para a região apoiada sobre o solo. A solução do Orcaflex™ apresentada é da configuração estática.

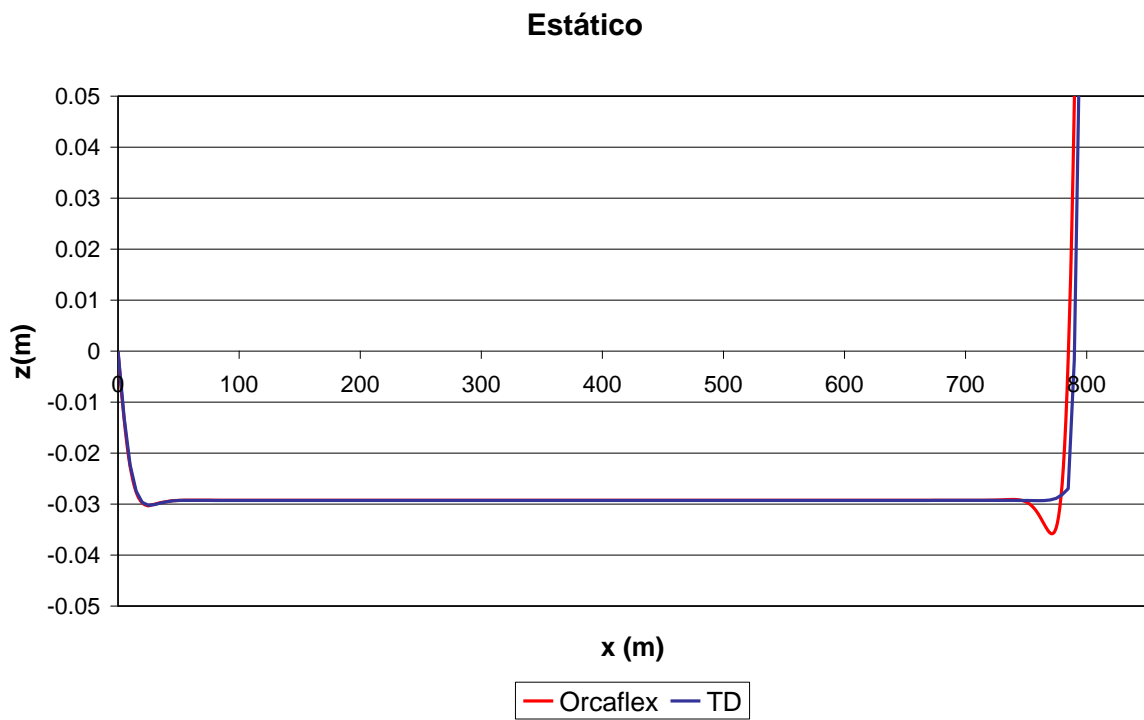


Figura 5.37 - Comparação entre a linha elástica no plano Oxz na região do solo

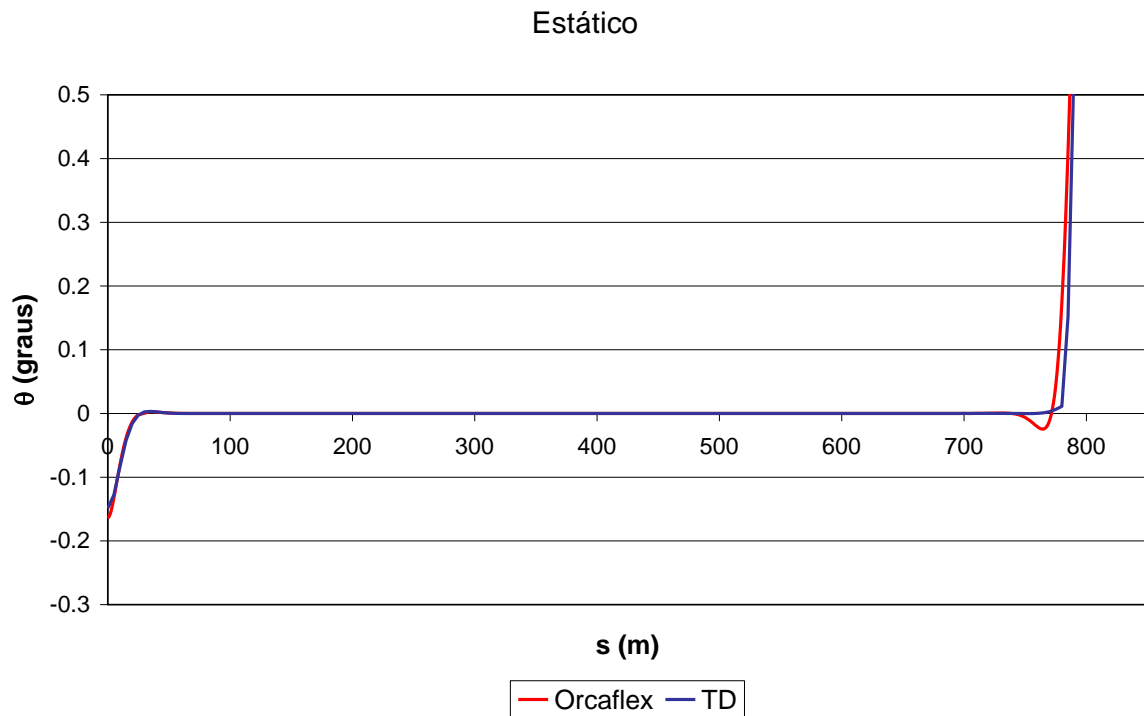


Figura 5.38 - Comparação do ângulo θ na região do solo

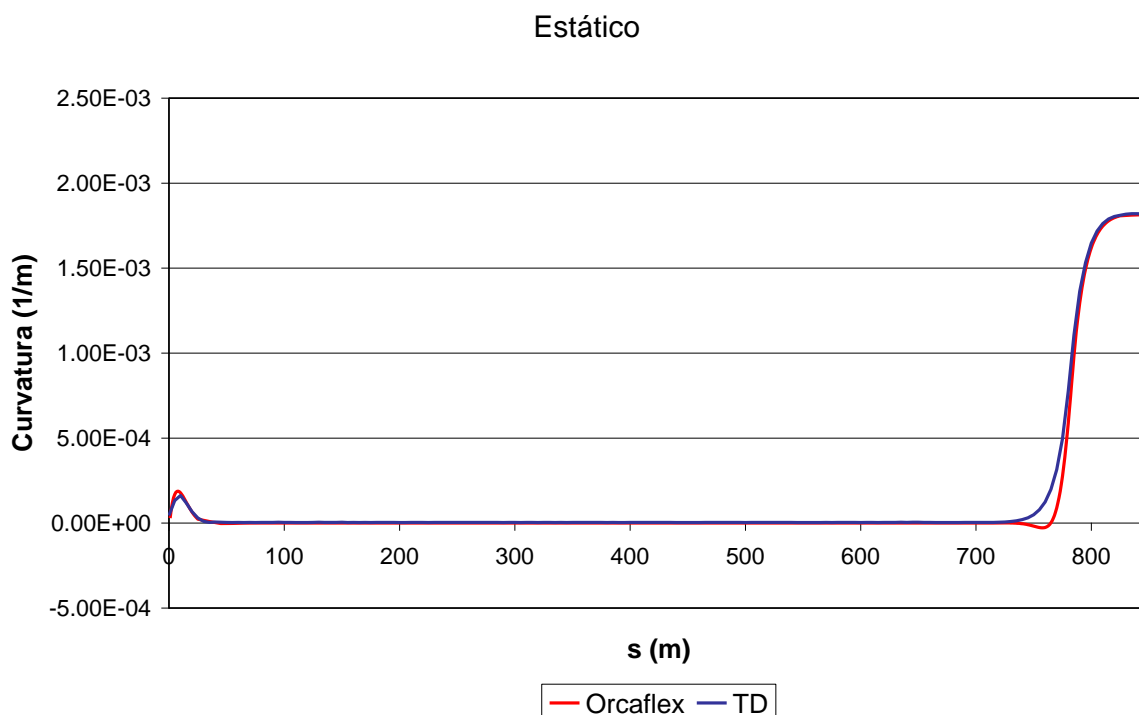


Figura 5.39 - Comparação da curvatura na região do solo

Observa-se uma pequena diferença na região do TDP, da ordem de 0,005m, que influenciou localmente a solução de θ e da curvatura. Não foi possível chegar a uma conclusão quanto a essa diferença, nem o que ela representa, já que a estratégia adotada neste trabalho recuperou bem o comportamento na região da âncora, cujo comportamento é similar ao comportamento da região do TDP. De qualquer maneira essa diferença não afeta globalmente a resposta do *riser*.

Para verificar o modelo dinâmico apresentado neste trabalho, foi feita uma comparação da solução em função do tempo no TDP do modelo aqui apresentado e do OrcaflexTM. Primeiramente, foram feitas simulações considerando que o problema dinâmico seja uma perturbação do modelo estático, ou seja, as matrizes do sistema são rotacionadas com os ângulos da configuração estática, sem atualizá-los com a nova configuração dinâmica. A curvatura na região do TDP foi comparada com a do OrcaflexTM, para que posteriormente a curvatura em função da coordenada curvilínea seja estudada para diferentes parâmetros do solo.

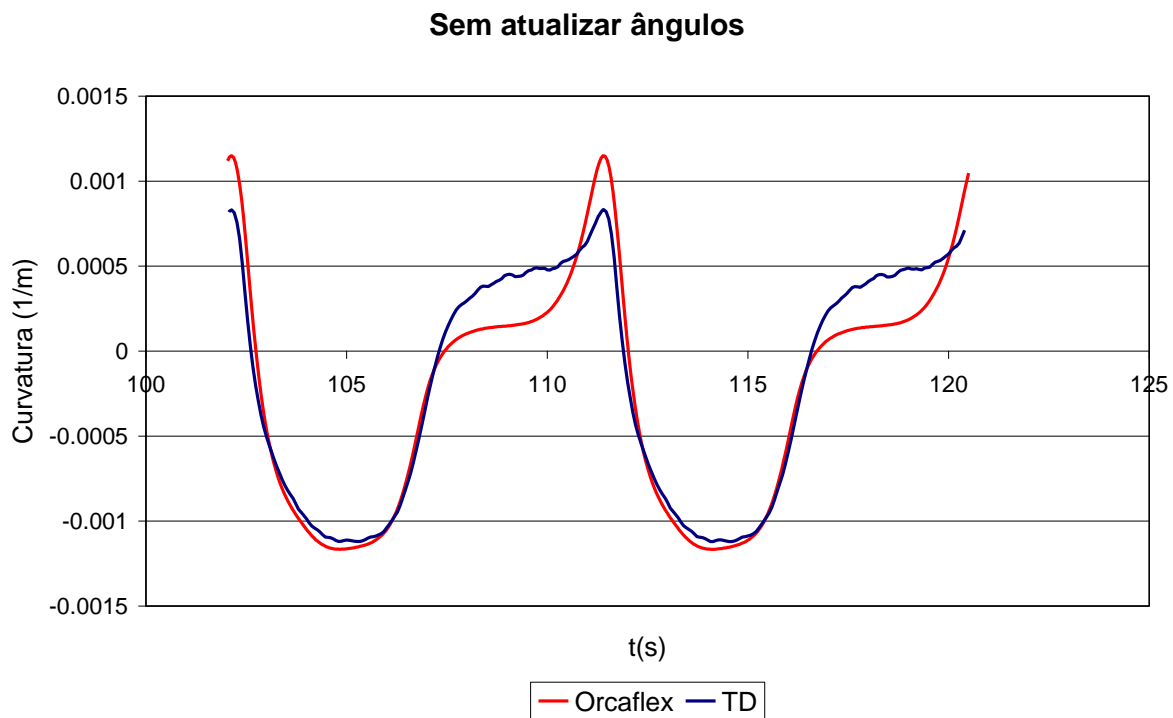


Figura 5.40 - Comparação entre a curvatura dinâmica menos a estática em função do tempo do TDP sem atualizar os ângulos

Verificou-se que a curvatura não ficou com a forma esperada. A solução do OrcaflexTM apresenta um pico bem mais acentuado na segunda metade da crista da onda. Esse comportamento também pode ser visto no trabalho de Pesce, Martins e Silveira (2006), onde a curvatura na região do TDP obtida pela solução analítica apresentada no trabalho foi comparada com a solução do OrcaflexTM.

Por isso, a estratégia foi mudada. O gráfico a seguir mostra a mesma comparação, porém com os ângulos atualizados durante a simulação, ou seja, as matrizes do sistema são rotacionadas conforme os ângulos reais, não considerando que seja uma perturbação do estático.

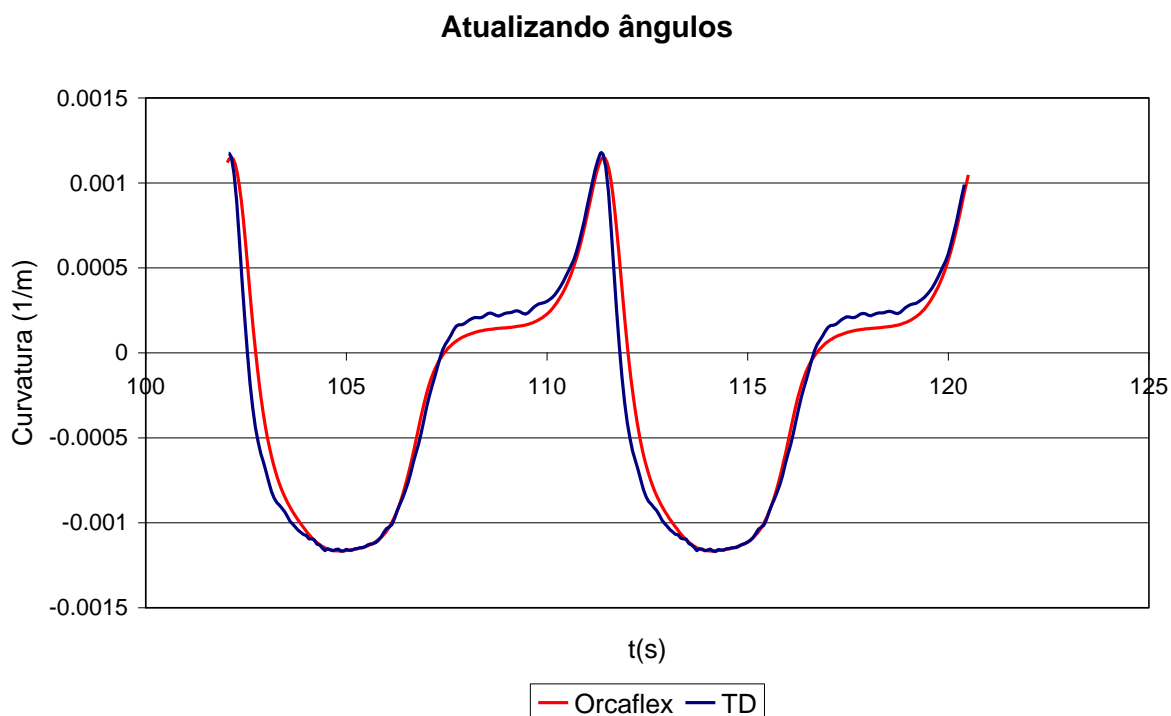


Figura 5.41 - Comparação entre a curvatura dinâmica menos a estática em função do tempo do TDP atualizando os ângulos

Esses resultados ficaram melhores. Foi recuperada a forma da curvatura, a qual será analisada para diferentes valores de rigidez do solo.

A seguir serão feitas simulações no domínio do tempo variando a rigidez e o amortecimento do solo.

As comparações estão separadas em dois grupos. Primeiramente, foram agrupadas as respostas dos casos de mesmo amortecimento ζ , mostrados no gráfico como A, variando a rigidez do solo K . Depois foram agrupados os resultados para a mesma rigidez K , variando o amortecimento. A unidade da rigidez do solo apresentada nos gráficos é kN/m/m^2 .

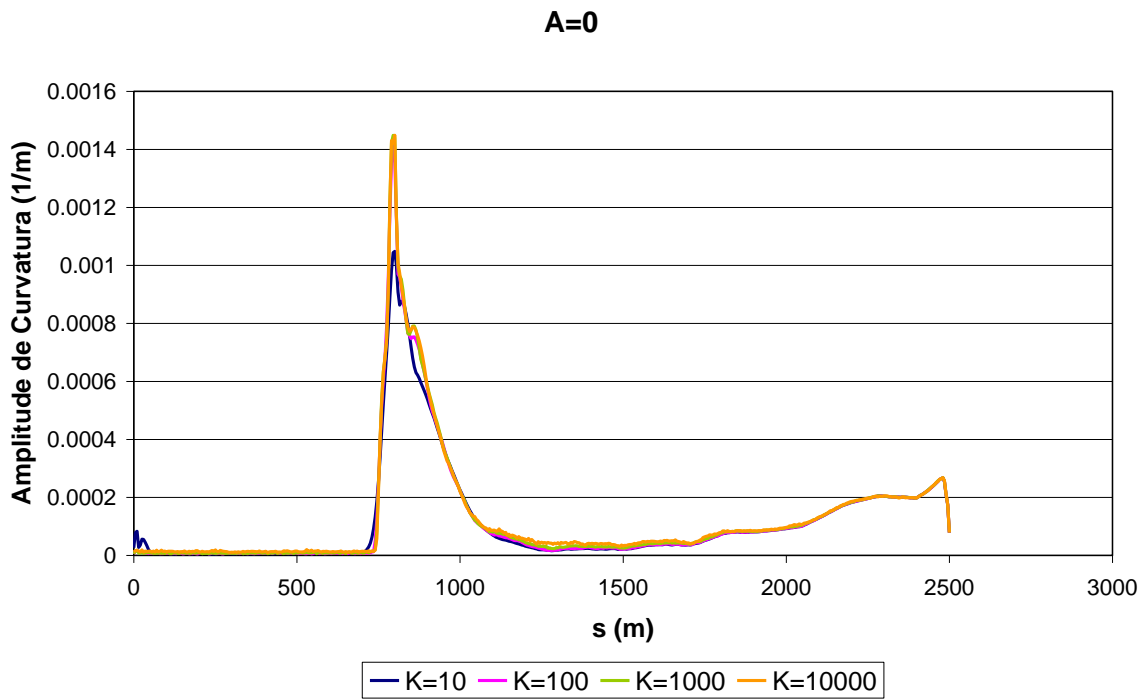


Figura 5.42 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 0$ variando a rigidez do solo.

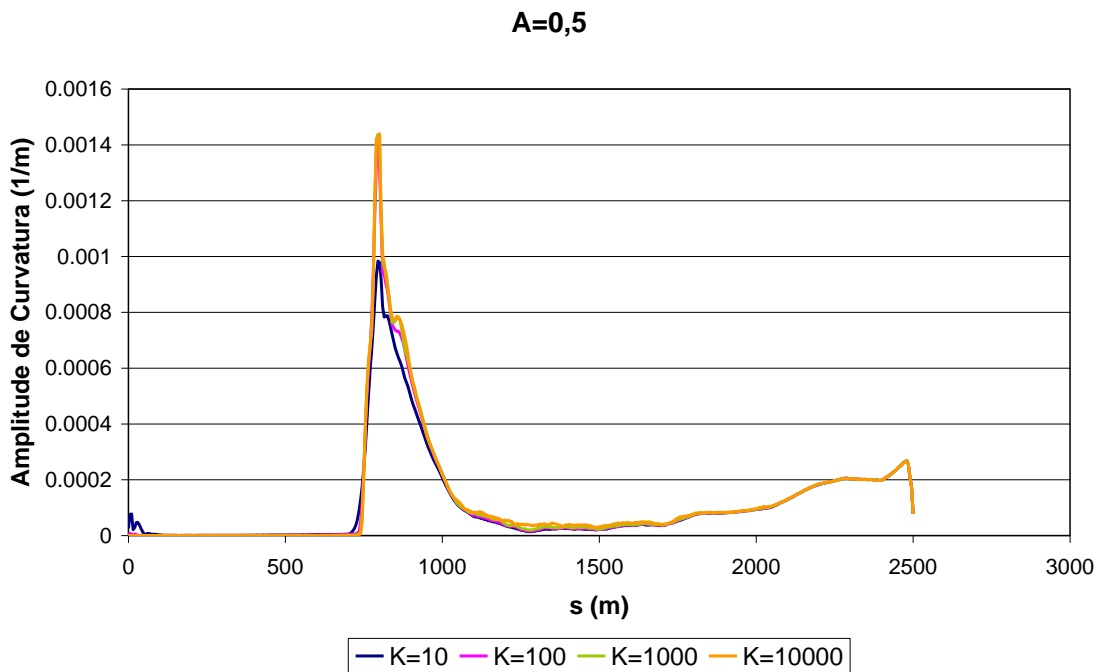


Figura 5.43 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 0,5$ variando a rigidez do solo.

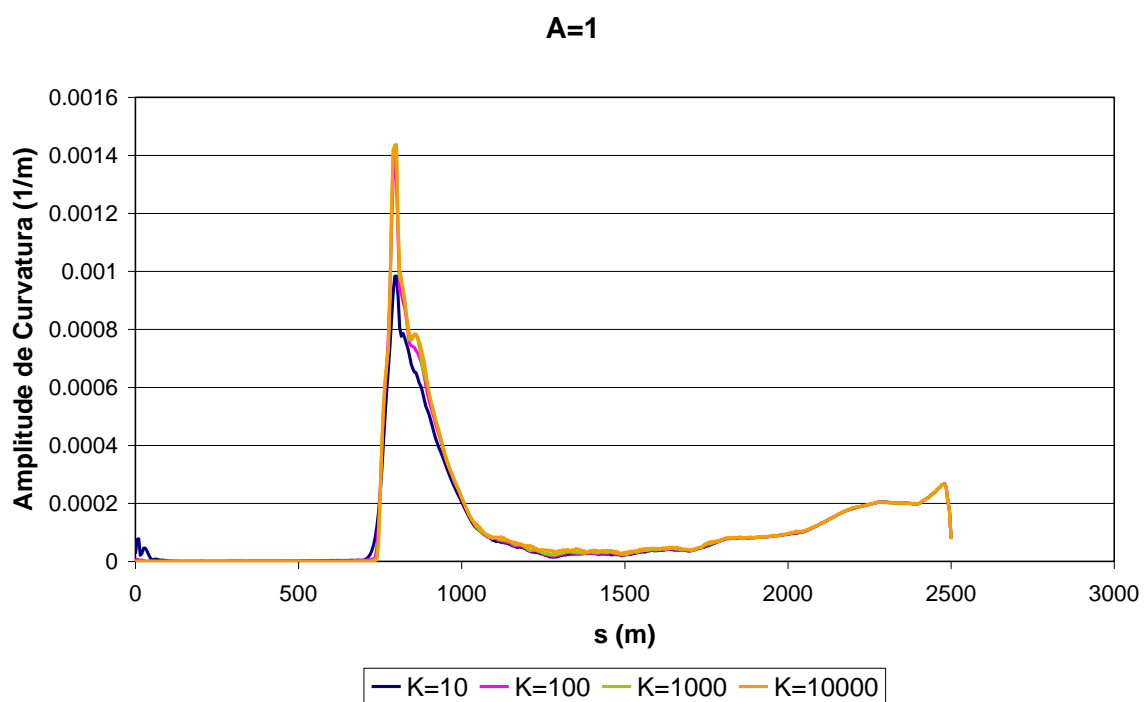


Figura 5.44 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 1$ variando a rigidez do solo.

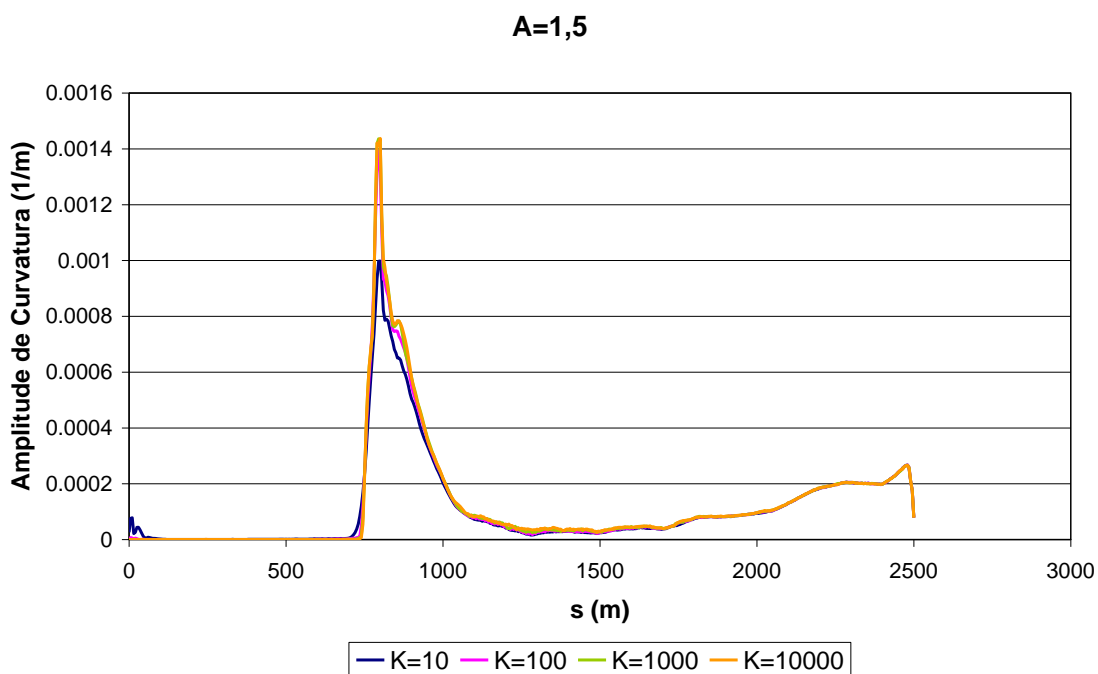


Figura 5.45 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 1,5$ variando a rigidez do solo.

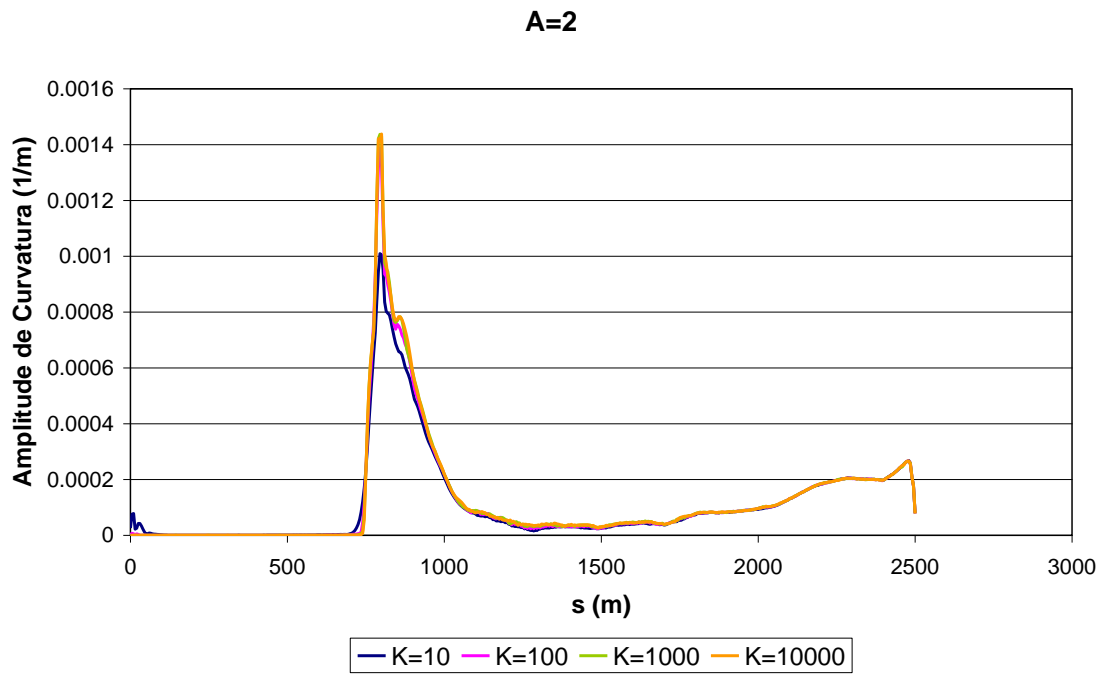


Figura 5.46 - Comparação entre amplitudes de curvatura para amortecimento $\zeta = 2$ variando a rigidez do solo.

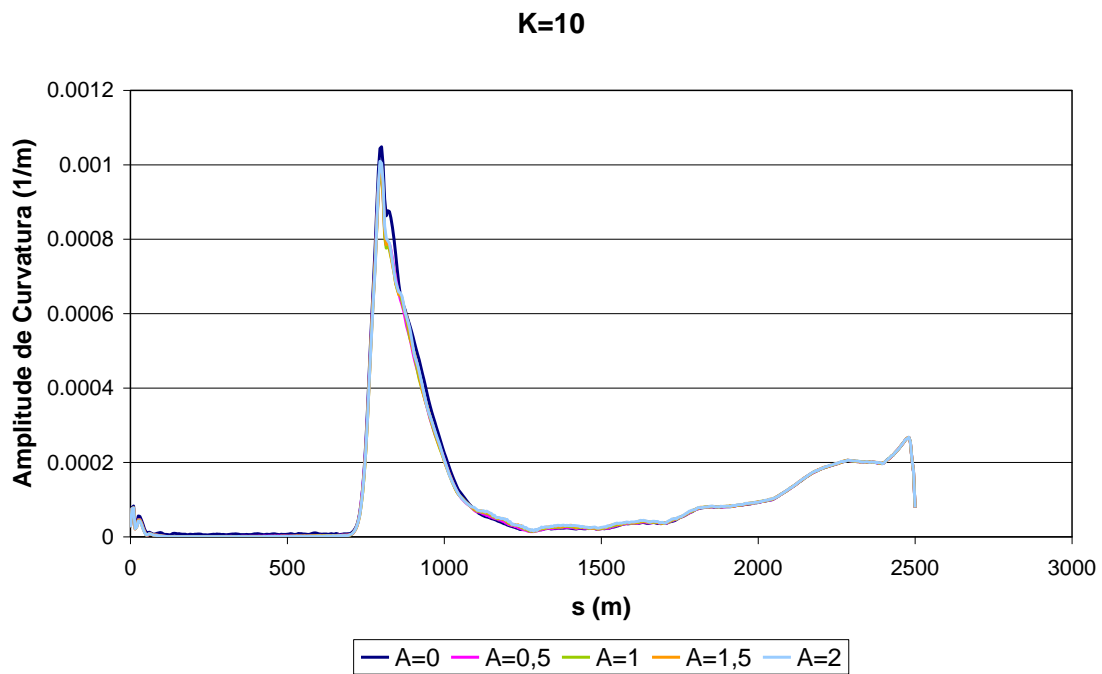


Figura 5.47 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=10\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.

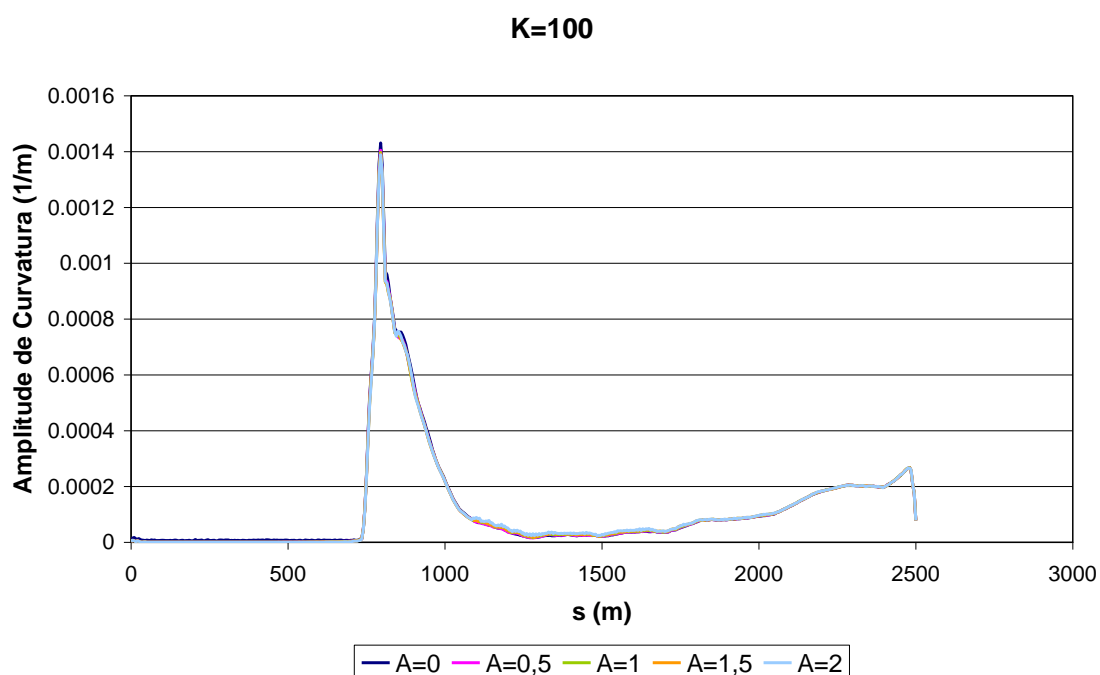


Figura 5.48 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=100\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.

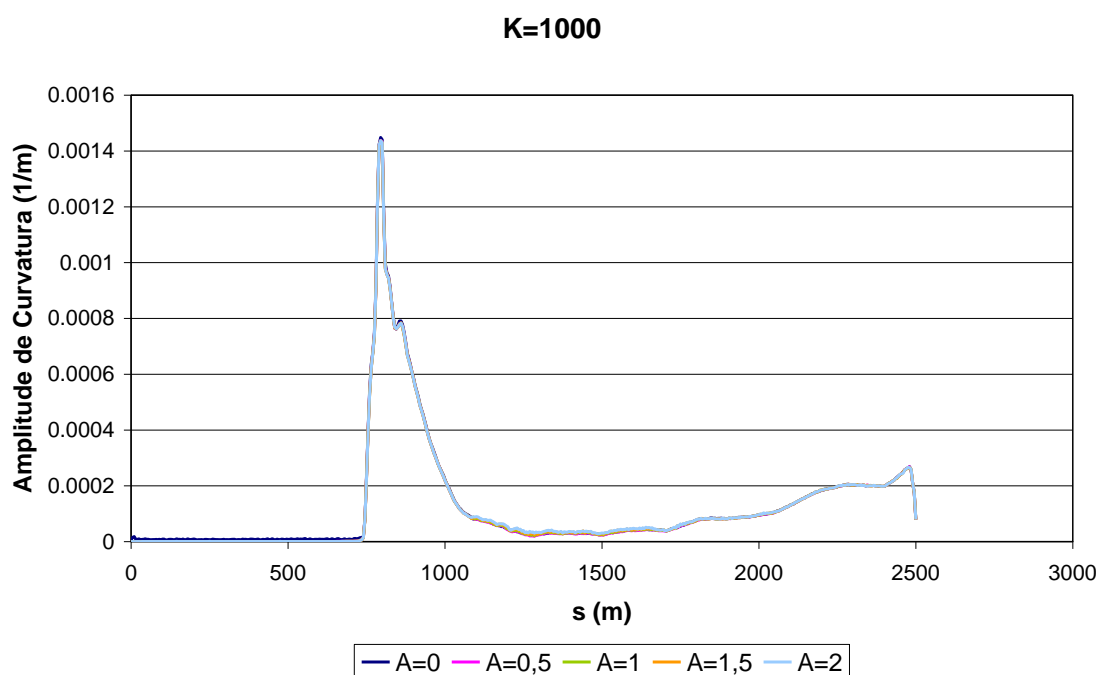


Figura 5.49 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=1000\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.

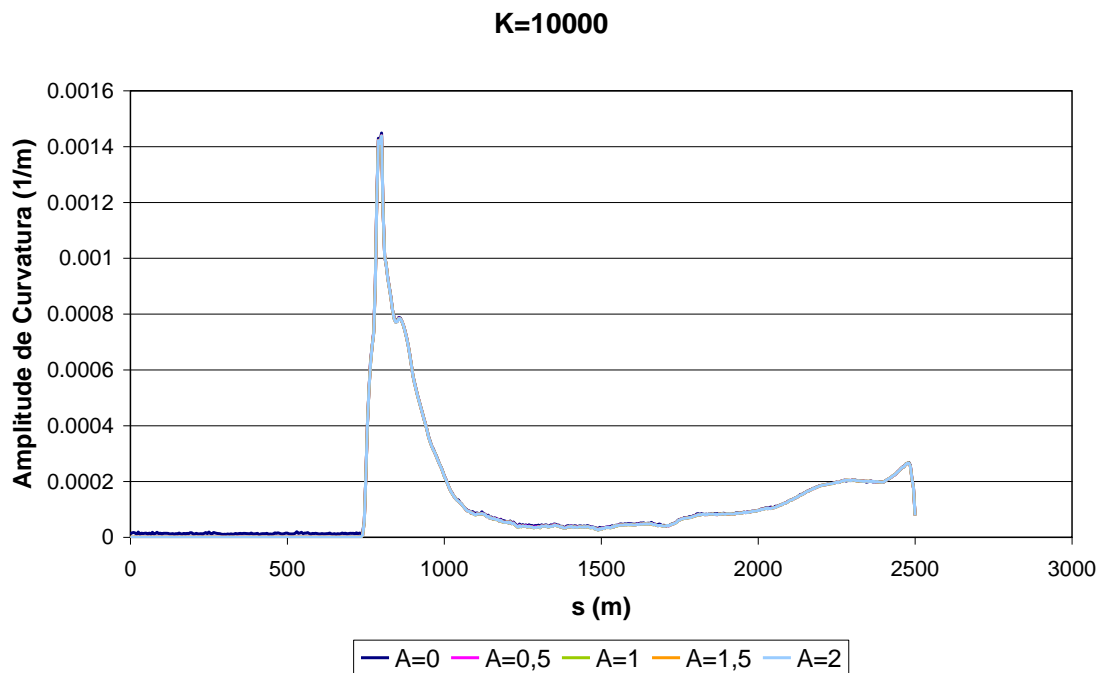


Figura 5.50 - Comparação entre amplitudes de curvatura para rigidez do solo $K=10000\text{kN/m/m}^2$ variando o amortecimento.

Observando-se os gráficos de comparação, nota-se que para $K=10\text{kN/m/m}^2$ – menor valor simulado neste trabalho –, surge uma curvatura na região próxima à âncora para todos os amortecimentos. Isso acontece pois a flexibilidade do solo faz com que a pressão do *riser* sobre o solo resulte em um deslocamento vertical. Como a extremidade inferior do *riser* está fixa na âncora, o *riser* não permanece horizontal nessa região, o que faz com que surja uma curvatura. Esse efeito é mais pronunciado para a rigidez menor, pois o deslocamento vertical é maior nesse caso. Quanto ao pico de curvatura na região do TDP, observa-se que ele aumenta com a rigidez do solo, porém esse aumento vai diminuindo até que a curvatura atinja um valor assintótico. Neste caso, o pico de curvatura permaneceu praticamente o mesmo entre os valores de $K=1000\text{kN/m/m}^2$ e $K=10000\text{kN/m/m}^2$, ver também Pesca, Martins e Silveira (2006).

O efeito da rigidez do solo na curvatura é local. Nas simulações feitas neste trabalho, a resposta permaneceu praticamente inalterada na maior parte do comprimento suspenso, sendo visível apenas na região próxima ao solo.

Por último, nota-se que a influência do amortecimento na curvatura aumenta conforme a rigidez do solo diminui. Quando não há amortecimento, pode-se observar um ruído na região do solo para todos os K s. A convergência foi

melhorando com o aumento de ζ e a partir de $\zeta = 1$ a resposta já permaneceu inalterada.

5.4.2 ATRITO

Ao se movimentar sobre o fundo do mar o *riser* está sujeito à força de atrito. Awrejcewicz e Oleknic (2005) apresentam uma revisão de diversos modelos de atrito, dentre eles os quatro apresentados a seguir. Neste item serão apresentados quatro modelos para simular o atrito com o solo: o primeiro é o modelo de *Coulomb* e os outros três são variações do primeiro para tentar melhorar a implementação numérica.

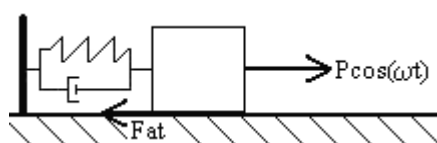


Figura 5.51 - Sistema com força de atrito

Considerando um sistema como mostrado na Figura 5.51, excitado com uma força harmônica, a equação do movimento fica:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P \cos(\omega t) - F_{at}(t) \quad (297)$$

onde F_{at} é a força de atrito.

A força de atrito depende do estado do movimento, ou seja, se o objeto está se movimentando ou não. Durante o deslizamento, todos os modelos apresentados aqui usam o atrito de *Coulomb*, mudando apenas a função quando o objeto não está deslizando.

5.4.2.1 Modelo de Coulomb

No modelo de atrito de *Coulomb*, a força de atrito é dada por:

$$\begin{aligned} F_{at} &= -N\mu_d \text{sinal}(\dot{x}) && \text{se } \dot{x} \neq 0 \\ F_{at} &\leq N\mu_s && \text{se } \dot{x} = 0 \end{aligned} \quad (298)$$

onde N é a força normal, μ_s é o coeficiente de atrito estático e μ_d é o coeficiente de atrito dinâmico.

5.4.2.2 Modelo de Karnopp

Em Karnopp (1985), o modelo de *Coulomb* é utilizado quando o objeto está em movimento, mas uma força de atrito baseada no balanço de forças é apresentada para o caso em que não há movimento. Um corpo rígido está sob a ação do atrito estático quando sua velocidade e aceleração são nulas. Porém, como não é possível computacionalmente achar o zero exato, Karnopp usa um pequeno intervalo de velocidade para definir o atrito estático.

O algoritmo desenvolvido por Karnopp (1985) é o seguinte:

(1) Se $|\dot{x}| > \dot{x}_1$, o sistema está deslizando e a força de atrito é definida por:

$$F_{at} = -N\mu_d \text{sinal}(\dot{x}) \quad (299)$$

(2) Se $|\dot{x}| \leq \dot{x}_1$, uma força residual (F_R) agindo sobre o sistema é calculada sem o atrito:

$$F_R = P \cos \omega(t + t_0) - (m\ddot{x} + c\dot{x} + kx) \quad (300)$$

Com essa força resultante, existem 2 alternativas:

(2.1) Se $|F_R| > N\mu_s$, então o sistema está deslizando e o atrito é calculado através da eq. (299).

(2.2) Se $|F_R| \leq N\mu_s$, então o sistema não está deslizando e a força de atrito é calculada por:

$$F_{at} = -F_R \quad (301)$$

5.4.2.3 Modelo de Antunes et al.

Neste modelo (Antunes et al., 1990) são considerados uma mola (K_{at}) e um amortecedor (C_{at}) na direção do movimento quando a aderência é detectada. A força de atrito estático é dada pela soma das componentes da mola e do amortecedor.

A aderência é detectada quando dois critérios são simultaneamente obedecidos. São eles: a velocidade de deslizamento muda de sinal e a força da mola-amortecedor for menor ou igual à força de atrito. O objeto perde a aderência quando a força da mola-amortecedor é maior que o atrito dinâmico de *Coulomb*.

O coeficiente de atrito μ usado neste modelo é o dinâmico. O algoritmo apresentado a seguir é aplicado a cada passo de tempo:

(1) Achar o estado no passo t_{n-1} .

(2) Se o estado (em t_{n-1}) for de deslizamento, então se deve examinar a possibilidade de aderência através de: $\beta = \dot{x}(t_n) \cdot \dot{x}(t_{n-1})$

(2.1) Se $\beta > 0$ o sistema está deslizando e a força de atrito é dada por:

$$F_{at}(t_n) = -N(t_n)\mu \cdot \text{sinal}(\dot{x}(t_n)) \quad (302)$$

(2.2) Se $\beta \leq 0$, então, estima-se a posição x_{st} , na qual a velocidade é zero, interpolando entre $x(t_{n-1})$ e $x(t_n)$ e segue o passo (3).

(3) Se o estado (em t_{n-1}) é de aderência, então, calcula-se $F_{at}(t_n)$ e F , a força máxima de atrito:

$$F_{at}(t_n) = -K_{at}(x(t_n) - x_{st}) - C_{at}\dot{x}(t_n) \quad (303)$$

$$F = N(t_n)\mu$$

(3.1) Se $F \geq |F_{at}|$, então a aderência é mantida e F_{at} calculado na eq. (303) é aceito.

(3.2) Se $F < |F_{at}|$, então há deslizamento e F_{at} é dada pela eq. (302).

5.4.2.4 Modelo de Tariku e Rogers

Em Tariku & Rogers (2001), é apresentado um modelo baseado no modelo de Antunes et al. com algumas modificações. A primeira delas é o uso de ambos os coeficientes de atrito estático e dinâmico, o que Antunes et al. (1990) diz não ter muita influência nos resultados. E a segunda diferença é que no algoritmo original a aderência é detectada quando há mudança de sinal na velocidade mesmo quando a força residual é maior que a força máxima de atrito, e neste algoritmo modificado isso é levado em consideração.

A aderência é detectada através dos mesmos dois critérios citados no modelo anterior, somados com um terceiro critério, o qual diz que a força residual deve ser menor que a força máxima de atrito.

Quando a aderência é detectada, o modelo ativa a mola e o amortecedor e volta alguns passos de tempo até onde a força de atrito no deslizamento é a mesma que a força da mola-amortecedor da aderência. O algoritmo reaproxima da velocidade zero com a mola e o amortecedor, o que resulta em uma transição suave entre deslizamento e aderência.

Assim como no modelo original, a rigidez da mola e o coeficiente do amortecedor não estão relacionados a valores físicos, mas poderiam estar se fossem conhecidos. O algoritmo para esse novo modelo é o mesmo apresentado no item 5.4.2.3, com exceção do passo (2.2) que fica:

(2.2) Se $\beta \leq 0$, calcula-se a força residual e a força máxima de atrito:

$$F_R(t_n) = P \cos(\omega t_n) - (m\ddot{x} + c\dot{x} + kx) \quad (304)$$

$$F = N(t_n)\mu_s$$

(2.2.1) Se $|F_R| > F$, então o sistema está deslizando e a força de atrito é dada pela eq. (302).

(2.2.2) Se $|F_R| \leq F$, então:

(2.2.2.1) Estimar a posição x_{st} , na qual a velocidade é zero, interpolando entre $x(t_{n-1})$ e $x(t_n)$.

(2.2.2.2) Calcular $F_0(t_n)$:

$$F_0(t_n) = -K_{at}(x(t_n) - x_{st}) - C_{at}\dot{x}(t_n) \quad (305)$$

(2.2.2.3) Se $|F_0| > F$, então o sistema está deslizando e o atrito pode ser calculado através da eq. (302).

(2.2.2.4) Se $|F_0| \leq F$, então o sistema está em aderência, e deve ser calculada a força de início de aderência:

(2.2.2.4.1) Se $|F_0(t_{n-1})| \geq F_{at}(t_{n-1})$ ou o estado de t_{n-1} é de aderência, então:

$$F_{at}(t_n) = F_0(t_n) \quad (306)$$

(2.2.2.4.2) Se $|F_0(t_{n-1})| < F_{at}(t_{n-1})$ então volte um passo no tempo: $n = n - 1$, obtenha o $F_0(t_n)$ da eq. (305) e verifique a força de início de aderência usando a condição 2.2.2.4.1.

5.4.2.5 Escolha do modelo a ser implementado

Neste item os modelos de Antunes et al. e de Tariku e Rogers serão comparados para que um seja escolhido para a implementação.

A primeira diferença entre eles está no coeficiente de atrito. O modelo de Antunes et al. não considera dois coeficientes diferentes para a estrutura em movimento e a estrutura parada e o de Tariku e Rogers considera. Como no problema de *risers* já é difícil obter um coeficiente de atrito preciso entre a estrutura e o solo, não seria prático utilizar coeficientes diferentes.

A segunda diferença entre os modelos está na detecção da aderência. O modelo de Antunes et al. leva em conta apenas a mudança de sinal enquanto que o de Tariku e Rogers suaviza a transição voltando alguns passos no tempo. No problema em questão grande parte do *riser* está em contato com o solo, por isso é grande a chance de se ter pelo menos um nó na transição entre movimento e aderência e voltar passos no tempo levaria a um tempo maior de simulação.

Por estes motivos, decidiu-se implementar inicialmente o modelo de Antunes et al. e estendê-lo para o de Tariku e Rogers apenas se não fossem obtidos resultados satisfatórios, o que não aconteceu.

5.4.2.6 Atrito dinâmico

Os modelos de atrito estudados e apresentados anteriormente consideram a força de atrito para o problema completo – estático e dinâmico.

Porém, neste trabalho, a análise foi dividida em estática e dinâmica, onde a análise dinâmica é feita a partir da configuração de equilíbrio estático. Da mesma forma feita com o amortecimento na seção 3.2.2 a força de atrito a ser considerada no problema dinâmico deve ser a diferença entre a total e a estática:

$$F_{at,d}(t_n) = F_{at}(t_n) - F_{at,0} \quad (307)$$

5.4.2.7 Comparações com Orcaflex™

Para verificar o modelo apresentado nesta seção, um caso foi simulado e comparado com o Orcaflex™. O caso escolhido é uma catenária, já apresentada na seção 4.4, sem correnteza e movimento tridimensional prescrito no topo.

Foram utilizados os mesmos valores de coeficiente de atrito para as direções axial e transversal e os valores escolhidos são os recomendados pela DNV-RP-F105 para argila e areia, 0,2 e 0,6, respectivamente.

A seguir estão apresentadas as comparações para $\mu = 0,2$. Os gráficos apresentados são as comparações globais da amplitude de X, Y, Z, θ , ψ e a curvatura. Além disso, foi feita uma comparação da série temporal em y e x de um ponto na região do TDP.

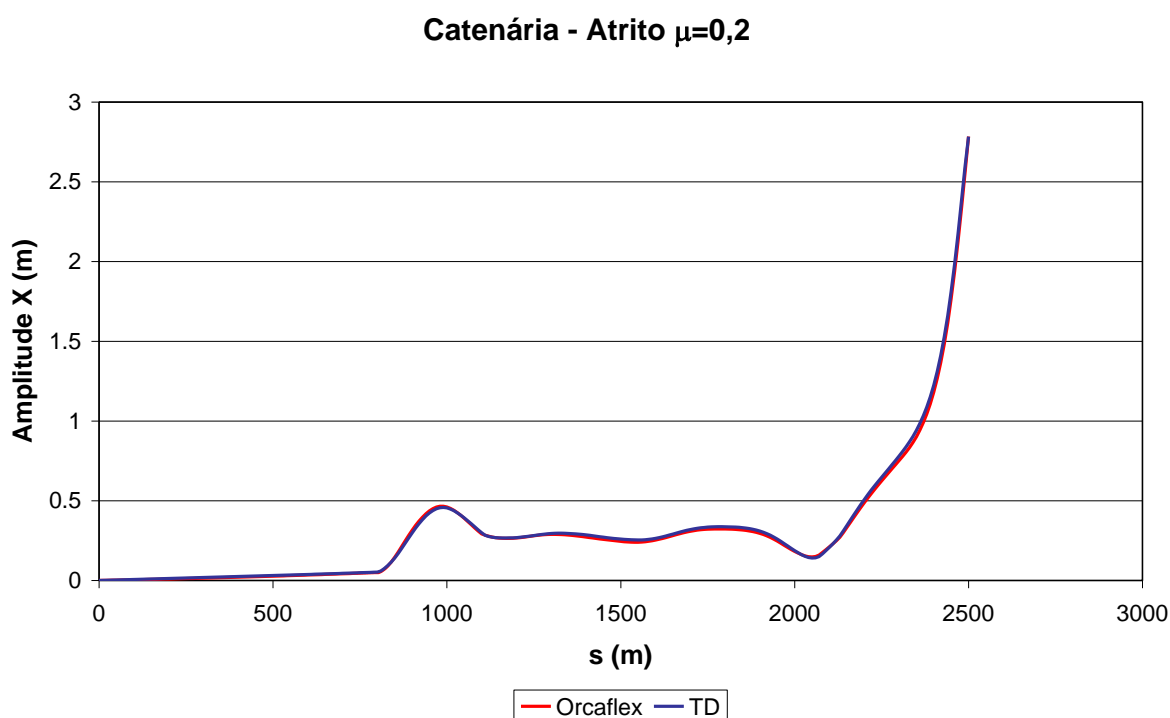


Figura 5.52 - Comparação da amplitude de X para $\mu = 0,2$

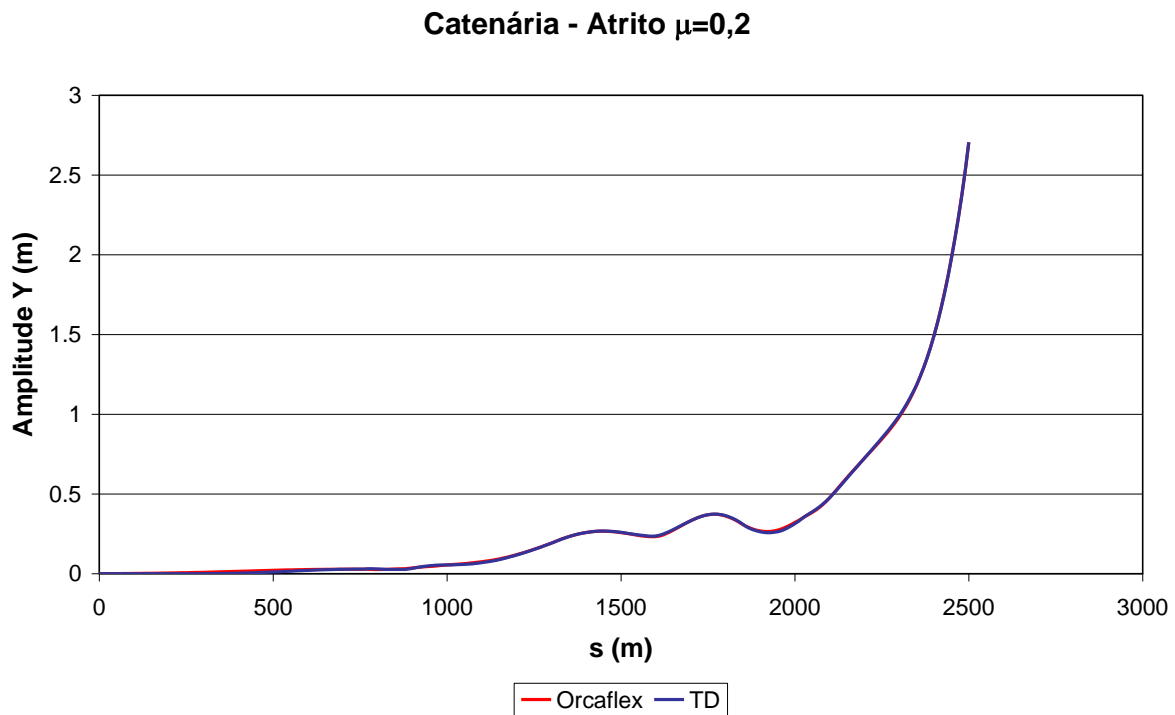


Figura 5.53 - Comparação da amplitude de Y para $\mu = 0,2$

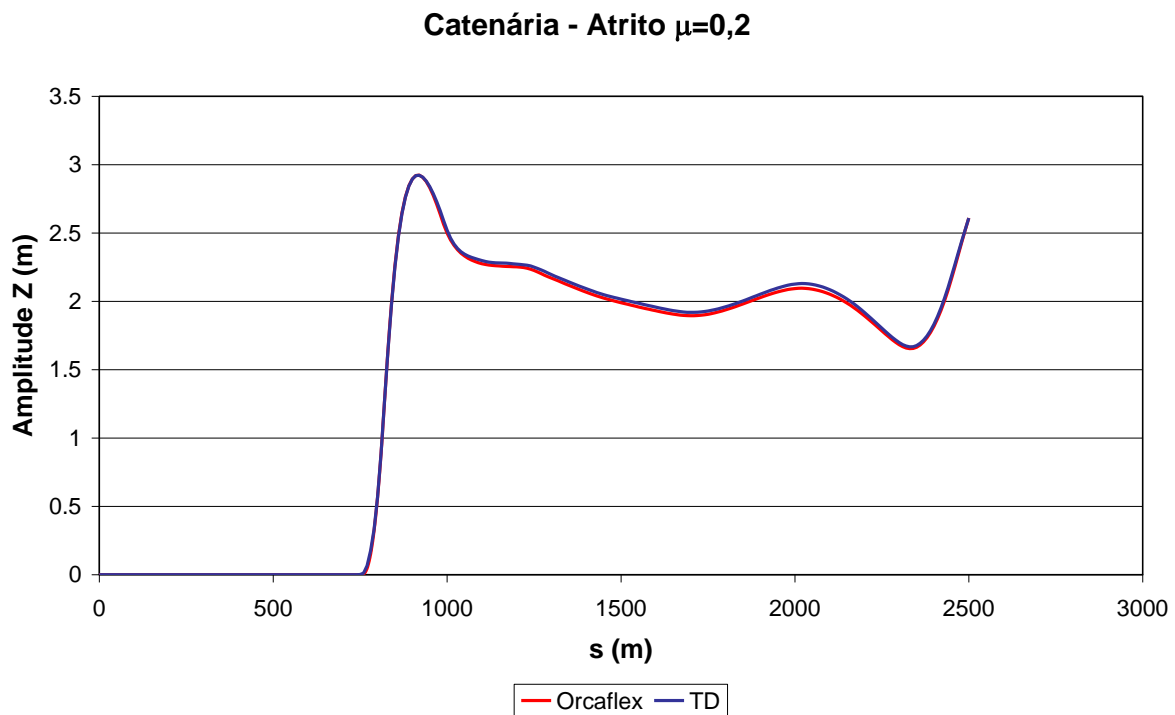


Figura 5.54 - Comparação da amplitude de Z para $\mu = 0,2$

Catenária - Atrito $\mu=0,2$

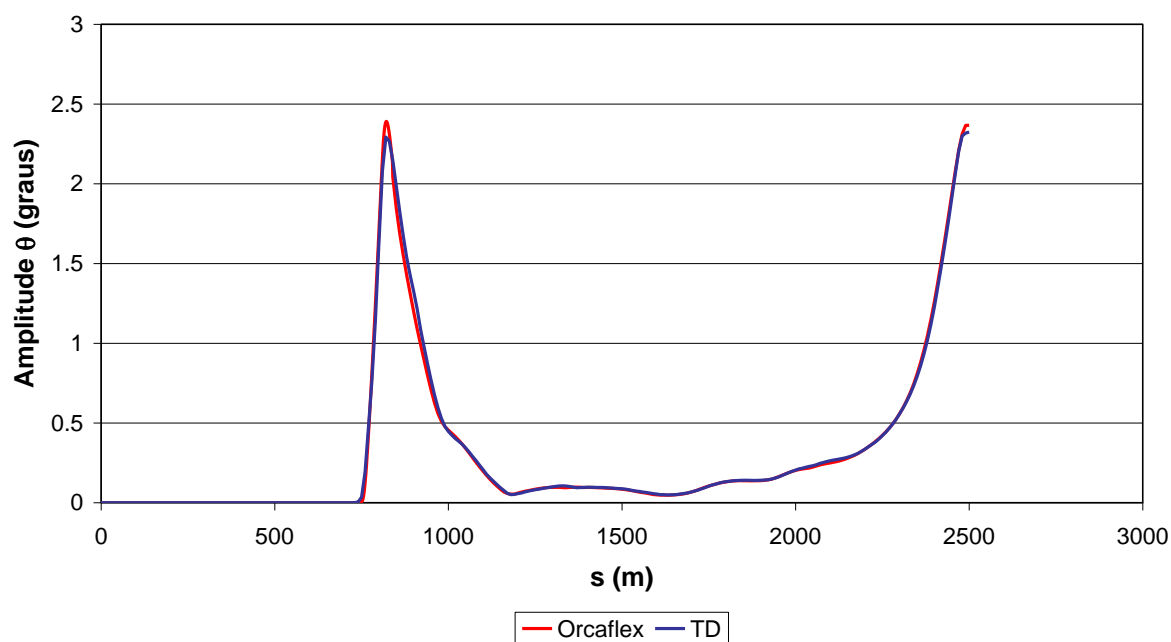


Figura 5.55 - Comparação da amplitude de θ para $\mu = 0,2$

Catenária - Atrito $\mu=0,2$

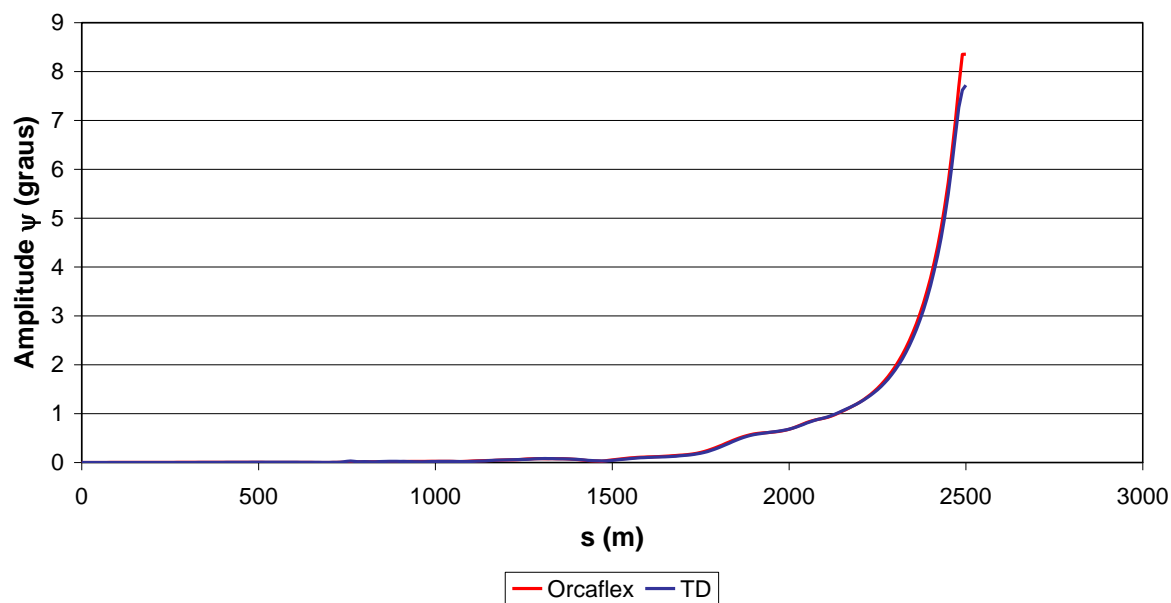
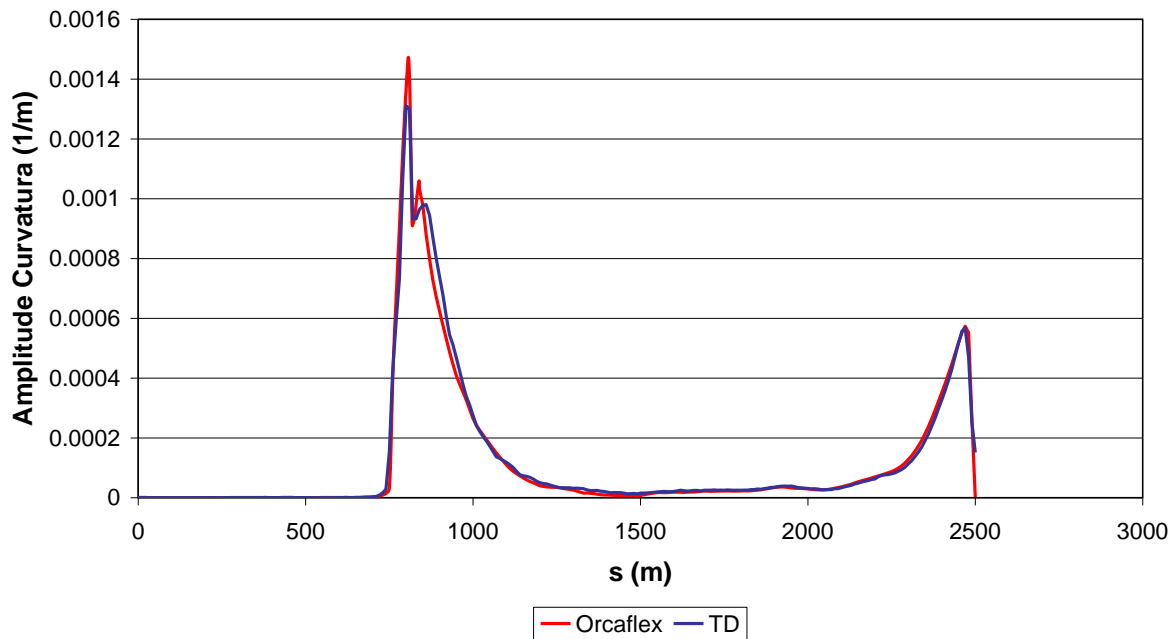
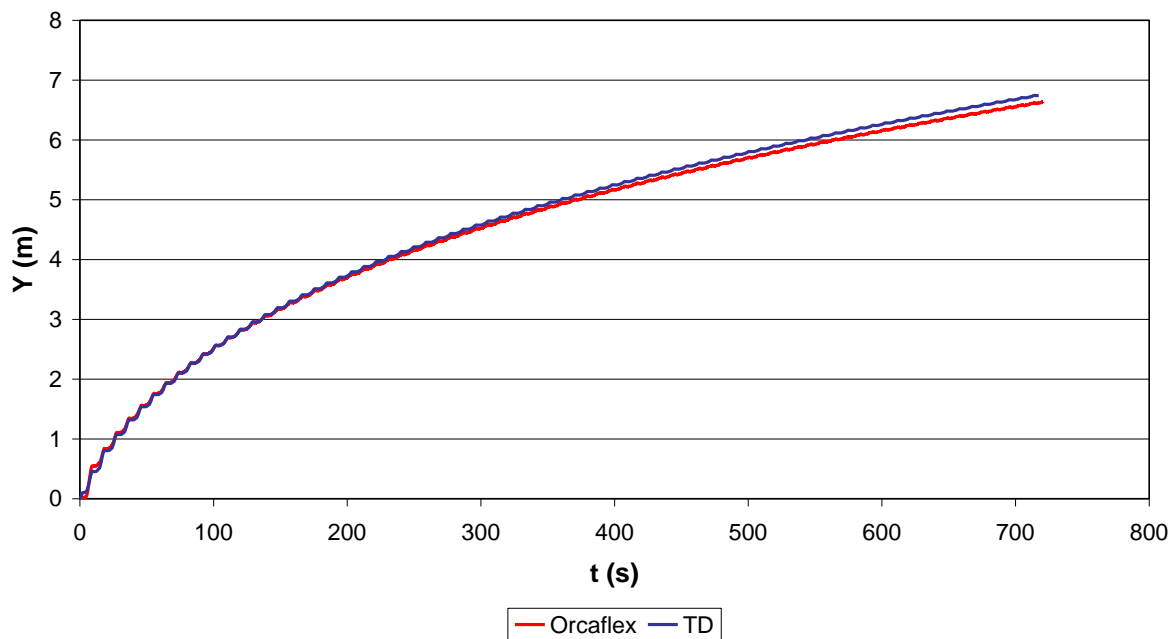


Figura 5.56 - Comparação da amplitude de ψ para $\mu = 0,2$

Catenária - Atrito $\mu=0,2$ Figura 5.57 - Comparação da amplitude de curvatura para $\mu = 0,2$ Catenária - Atrito $\mu=0,2$ Figura 5.58 - Comparação temporal do movimento Y de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$

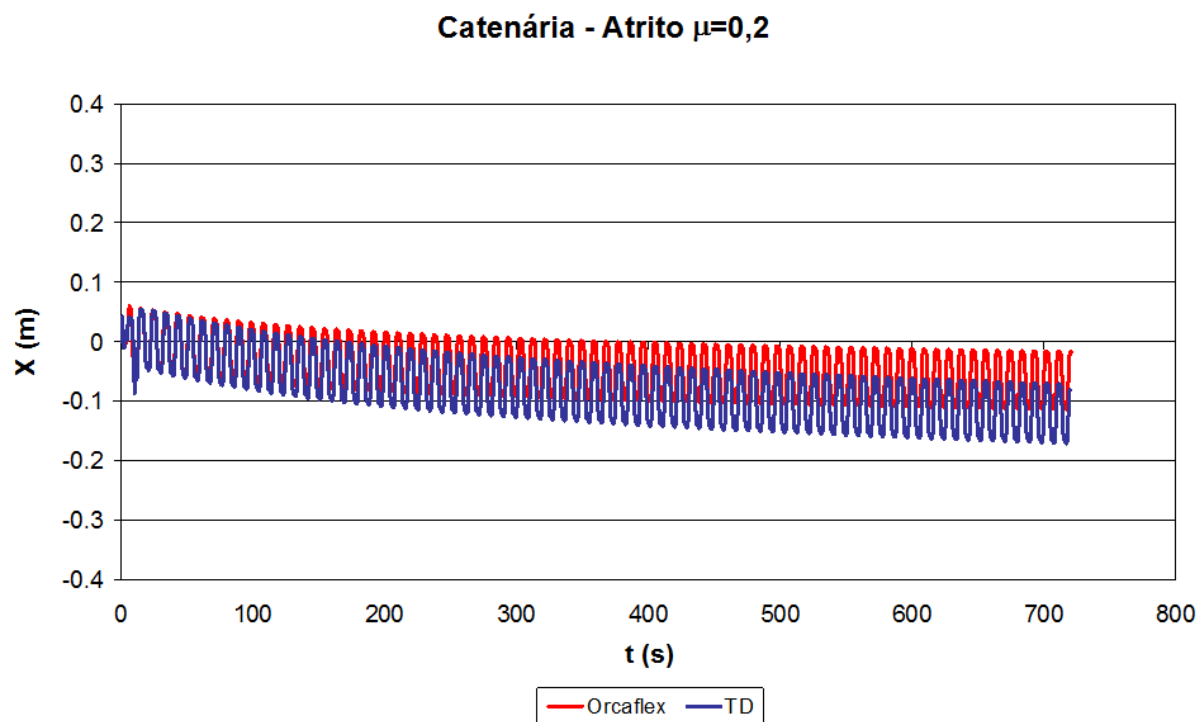


Figura 5.59 - Comparação temporal do movimento X de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$

A seguir estão apresentadas as comparações para $\mu = 0,6$. Os gráficos apresentados são as comparações globais da amplitude de X, Y, Z, θ , ψ e a curvatura. Além disso, foi feita uma comparação da série temporal em y e x de um ponto na região do TDP.

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

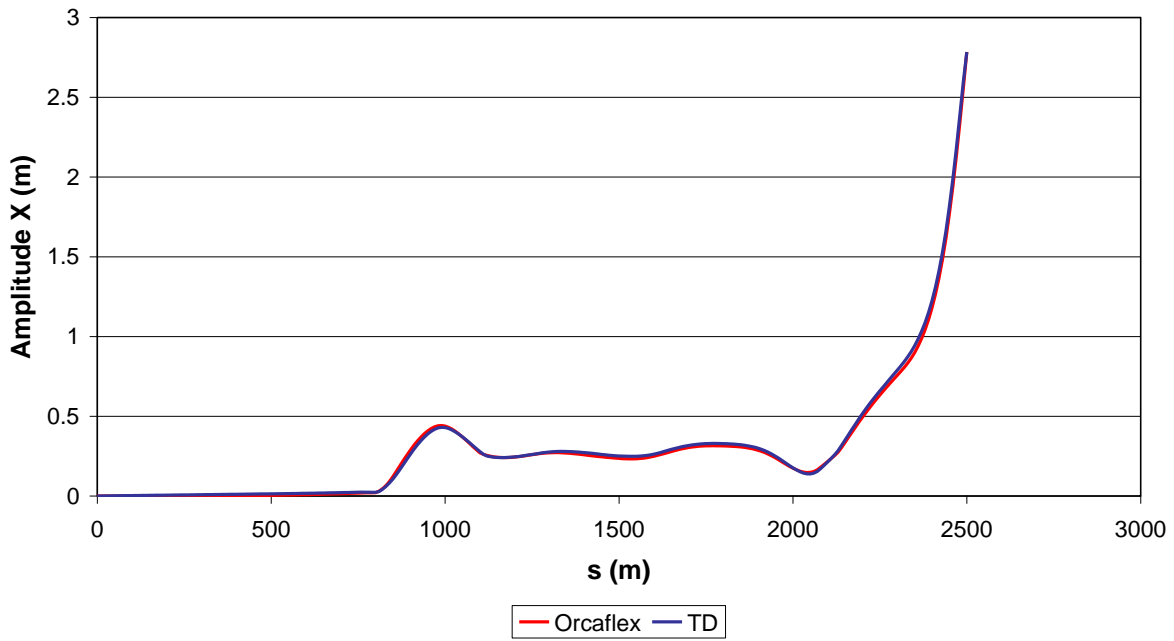


Figura 5.60 - Comparação da amplitude de X para $\mu = 0,6$

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

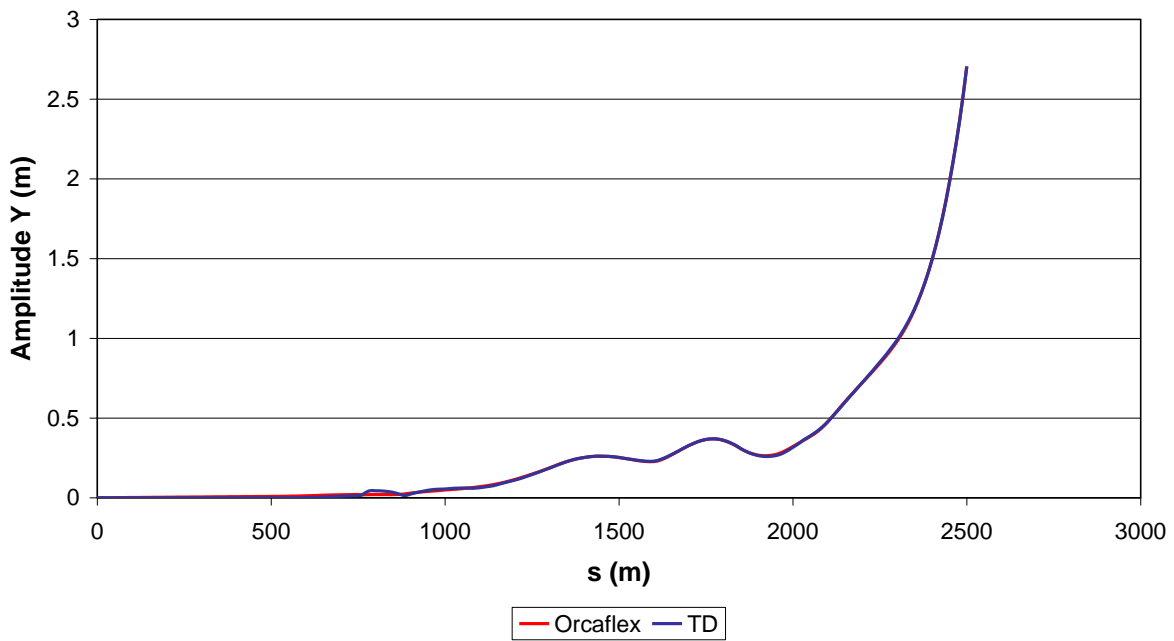


Figura 5.61 - Comparação da amplitude de Y para $\mu = 0,6$

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

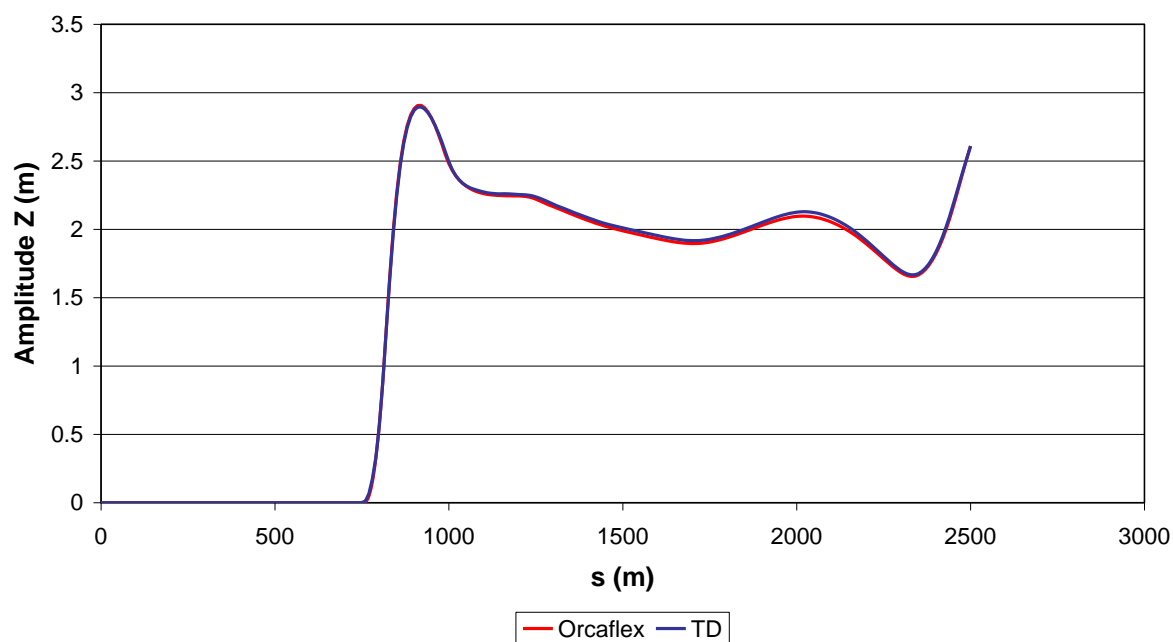


Figura 5.62 - Comparação da amplitude de Z para $\mu = 0,6$

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

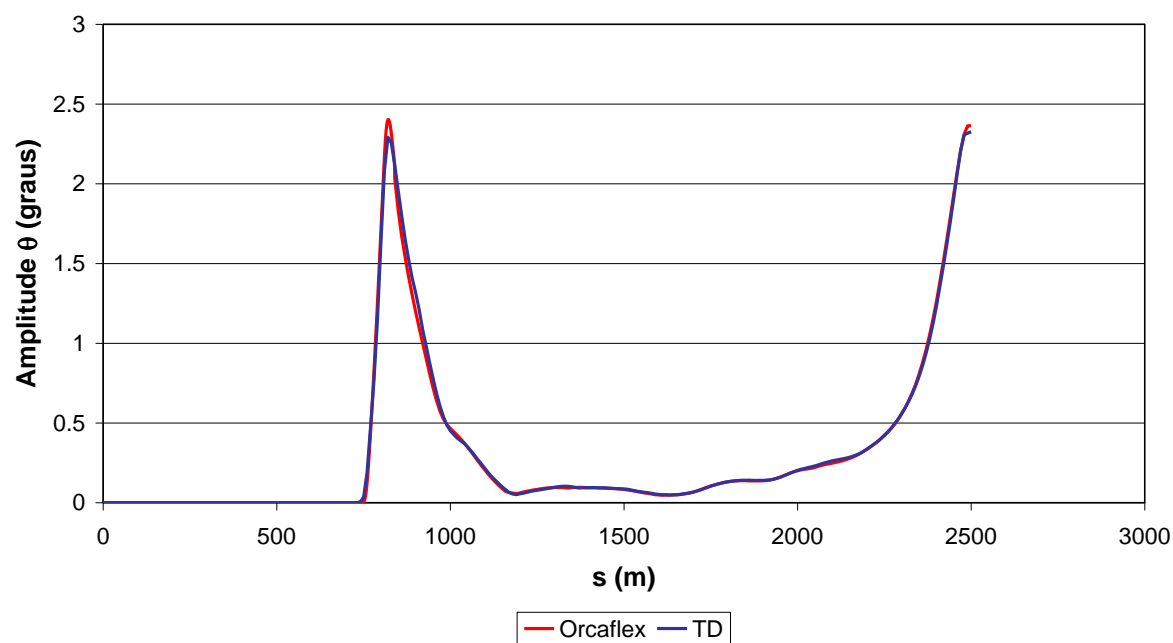


Figura 5.63 - Comparação da amplitude de θ para $\mu = 0,6$

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

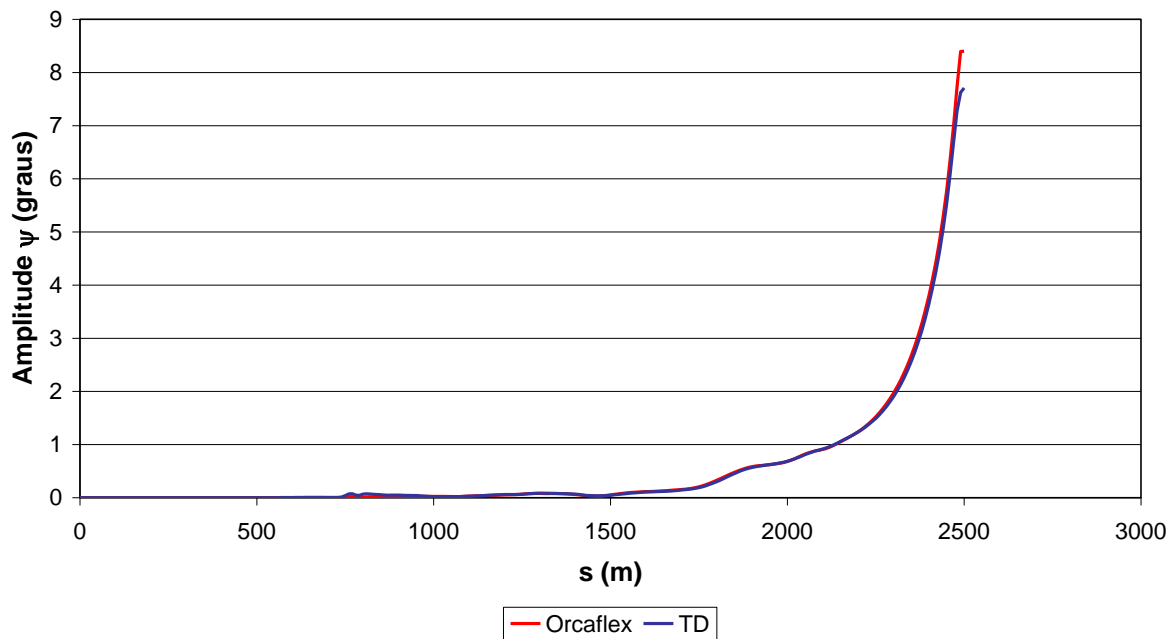


Figura 5.64 - Comparação da amplitude de ψ para $\mu = 0,6$

Catenária - Atrito $\mu=0,6$

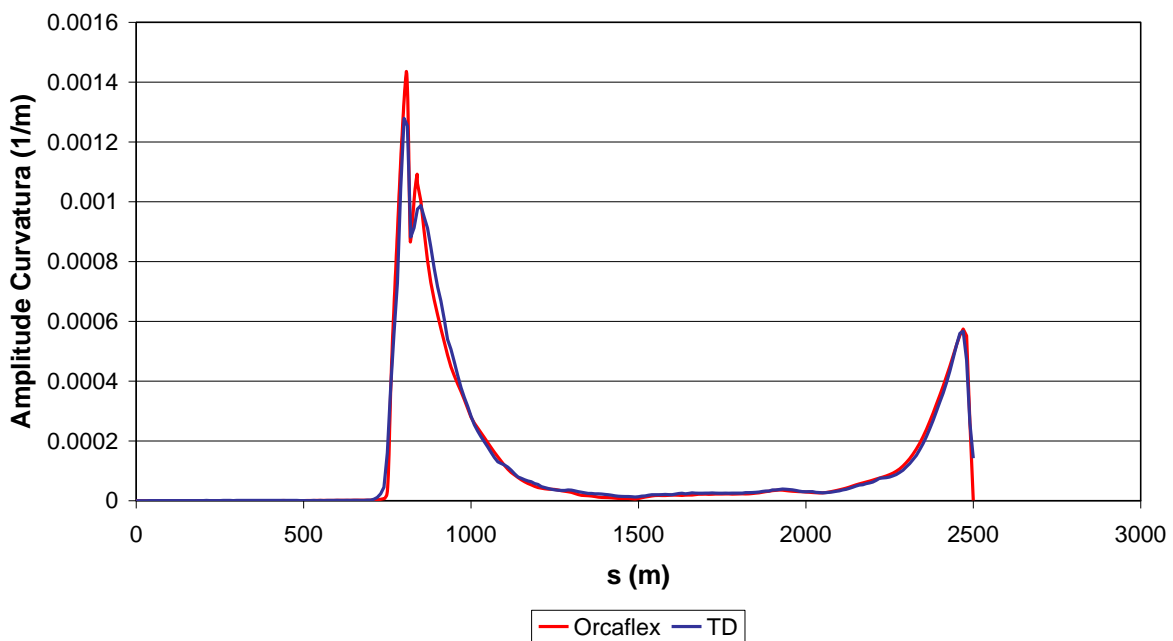


Figura 5.65 - Comparação da amplitude de curvatura para $\mu = 0,6$

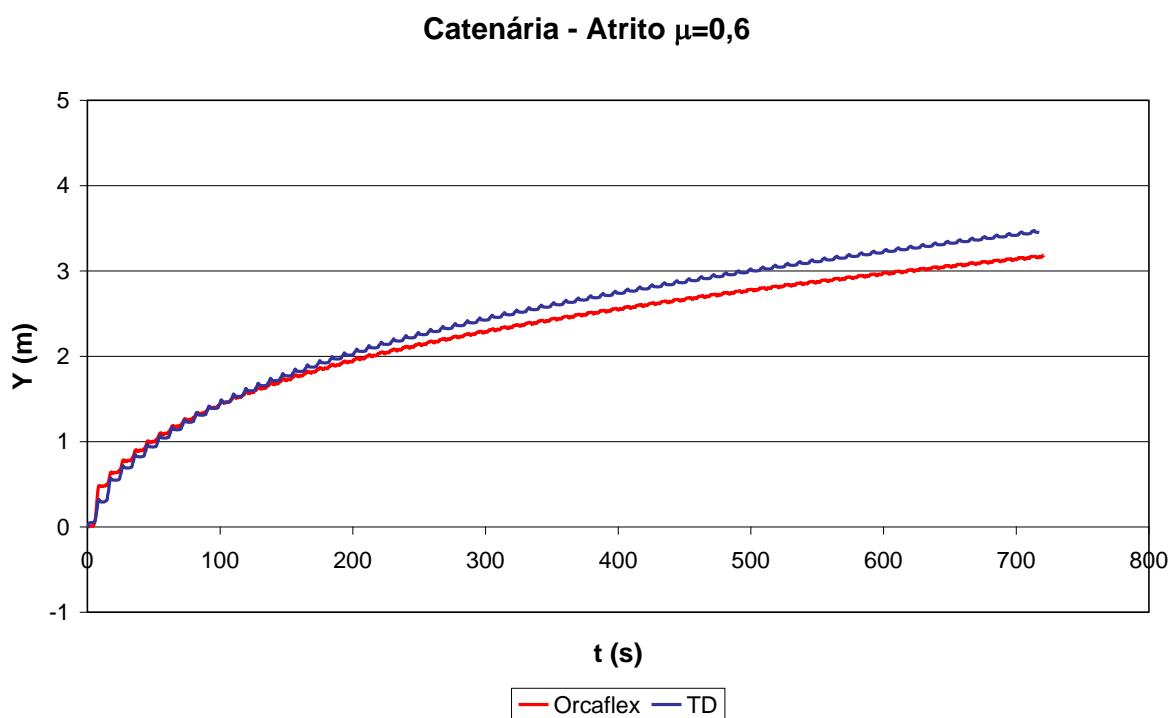


Figura 5.66 - Comparação temporal do movimento Y de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,6$

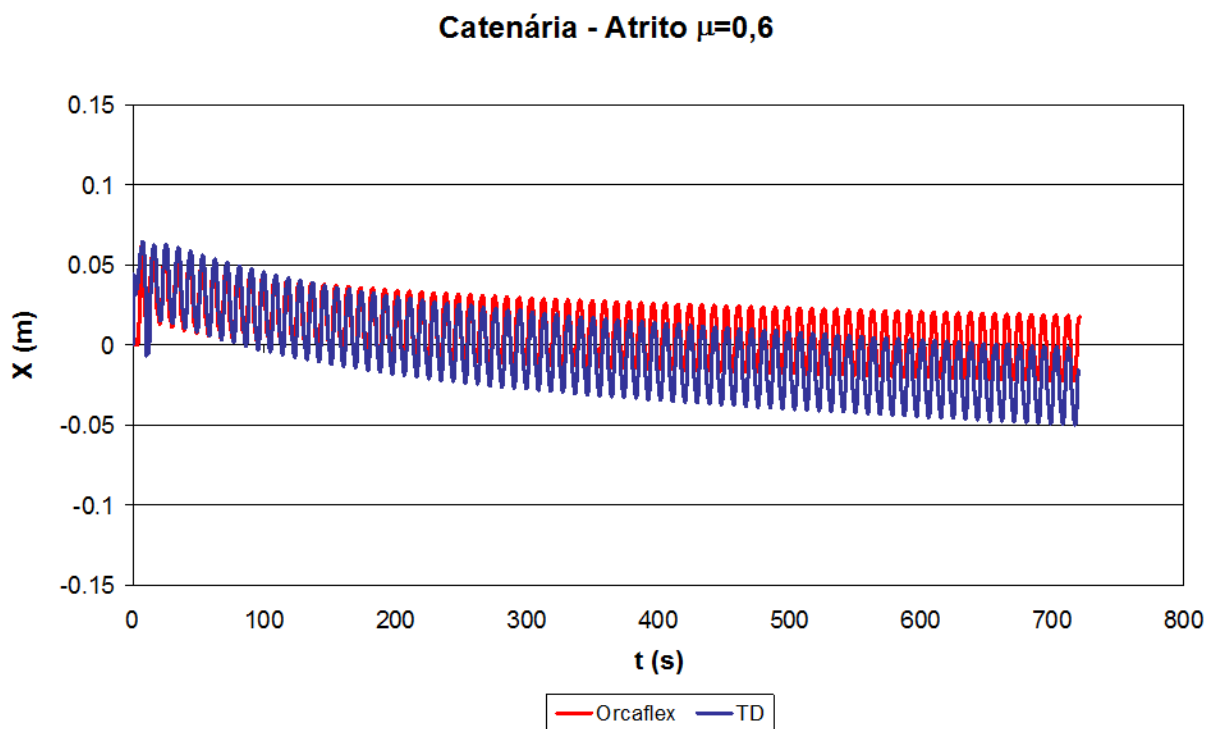


Figura 5.67 - Comparação temporal do movimento X de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,6$

Os resultados compararam bem com os obtidos com o Orcaflex™. Observa-se que os resultados globais praticamente não mudam variando-se o coeficiente de atrito de 0,2 para 0,6. Isso se deve ao fato de que o coeficiente 0,2 já é suficiente para praticamente restringir a oscilação do *riser* sobre o solo. Porém, analisando a Figura 5.58 e a Figura 5.66, observa-se que na direção Y há uma mudança na média em torno da qual o *riser* oscila.. Para $\mu = 0,6$, a variação da média é aproximadamente metade da variação para $\mu = 0,2$ no ponto apresentado. A média também muda em X, porém essa variação é bem menor. Em ambos os casos o *riser* foi simulado em mais de 700s e a média ainda não convergiu. Apesar disso, os resultados globais para o último período compararam bem já que eles também estão próximos no histórico no tempo.

A figura a seguir mostra um gráfico tridimensional do movimento do TDP para $\mu = 0,2$. A origem do gráfico é o TDP.

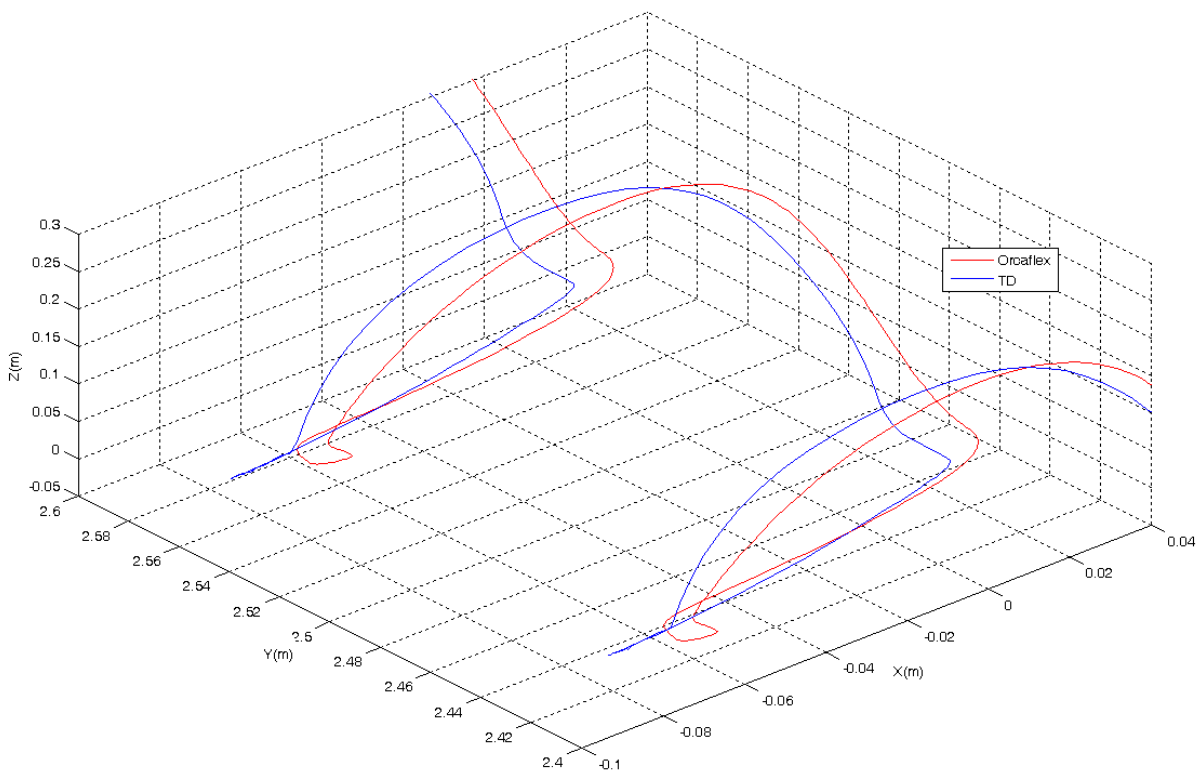


Figura 5.68 - Comparação tridimensional do movimento de um ponto na região do TDP para $\mu = 0,2$

Através dessa figura é possível verificar a mudança da média no decorrer do tempo. Dois fatores contribuem para que isso aconteça: o primeiro é a força da correnteza que age sobre o *riser* quando ele sai do solo e o segundo é a combinação das fases

do movimento em X e Y com a fase do movimento em Z. Neste segundo caso, o que pode ocorrer é que quando o *riser* sai do solo ele se movimenta em Y e ao tocar o mesmo o atrito age não permitindo que ele faça o movimento contrário. Verifica-se uma pequena diferença de comportamento na parte apoiada sobre o solo, que pode ter sido causada por diferentes interpretações da direção da força de atrito. Nesta tese, foi considerado que o atrito age na direção da velocidade do ponto, mas pelo manual do programa OrcaflexTM, o atrito sempre age na direção de um alvo, onde o alvo é o ponto de contato. Essa diferença de comportamento faz com que a média em X mude mais em TD que no OrcaflexTM, como foi verificado nos gráficos anteriores, porém essa diferença na média é da ordem de 0,05m e a posição X do TDP é aproximadamente 780m.

5.4.3 FORÇA DE SUCÇÃO

Leira et al. (2004) apresentam um modelo para representar o efeito da sucção, baseado em ensaios onde um *riser* foi empurrado sobre argila e puxado para cima a uma velocidade controlada depois de um determinado tempo, chamado de tempo de consolidação. Esse modelo é chamado de modelo de CARISIMA. Por ser baseado em experimentos, este modelo depende de fatores empíricos, que podem variar de solo para solo. Os valores desses fatores empíricos estão apresentados para o solo de duas diferentes localidades: Onsoy, na Noruega, e Watchet, no Reino Unido.

O modelo é dividido em três fases lineares mostradas na Figura 5.69:

- o *riser* começa a se movimentar para cima e a força de sucção vai de zero até o seu valor máximo;
- a força permanece constante conforme o *riser* se movimenta para cima;
- a força começa a diminuir do máximo ao zero no deslocamento de desprendimento

Δ_B .

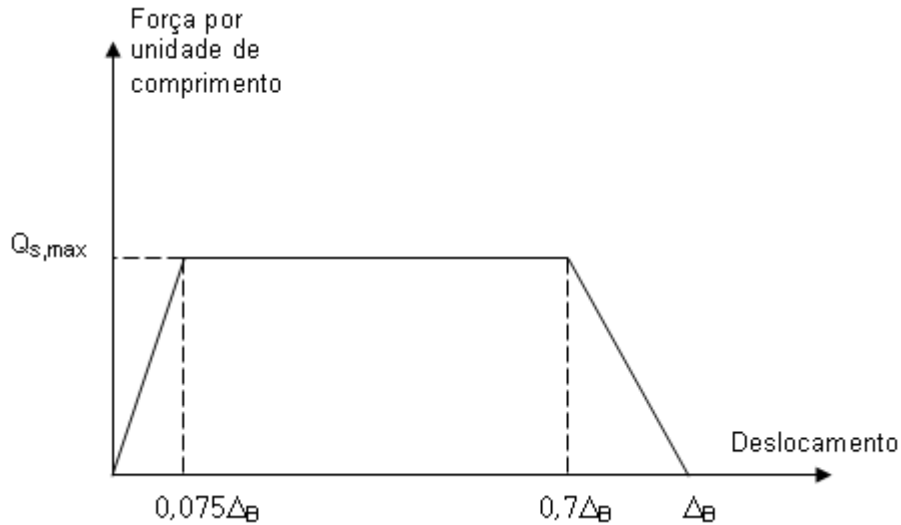


Figura 5.69 - Força de sucção

Máxima força de sucção

A força máxima de sucção por unidade de comprimento é calculada através da fórmula a seguir:

$$Q_{s,\max} = k_c k_F \left(\frac{V_p}{D} \right)^{n_F} \left(0,00033 \frac{F_C \sqrt{c_V t}}{LD^2} + 0,9 \right) N_a D S_U \quad (308)$$

onde V_p é a velocidade com que o *riser* levanta, F_C é a força de consolidação, c_V é um coeficiente de consolidação, t é o tempo de consolidação, D é o diâmetro do *riser*, S_U é a resistência ao cisalhamento do solo e L é o comprimento. N_a pode ser calculado através da fórmula:

$$N_a = \min \left[5,14 \left(1 + 0,23 \sqrt{\frac{z}{B}} \right); 7,5 \right] \quad (309)$$

onde z é a profundidade em que o *riser* se encontra na trincheira e B é a largura de contato do *riser* no solo. Essa largura é o próprio diâmetro D se a profundidade do *riser* for maior que $\frac{1}{2}D$, se for menor ela será calculada através da fórmula:

$$B = 2\sqrt{Dz - z^2} \quad (310)$$

Os valores das constantes empíricas da fórmula da força de sucção máxima podem ser encontrados na Tabela 5.4 e na Tabela 5.5.

Tabela 5.4 - Fatores empíricos para a máxima força de sucção

Parâmetro	Tipo de Solo	
	Onsoy	Watchet
k_F	1,12	0,98
n_F	0,18	0,21

Tabela 5.5 - Fator de carga cíclica

Tipo de Movimento	Fator de carregamento cíclico, k_c
Movimento lento	1,0
Tempestade extrema	0,56

Deslocamento de desprendimento

O deslocamento de desprendimento é estimado através da fórmula:

$$\Delta_B = k_D V_p^{n_D} D \left(0,0009 \frac{F_C \sqrt{c_V t}}{LD^2} + 0,8 \right) \quad (311)$$

Os valores das constantes empíricas da fórmula do deslocamento de desprendimento podem ser encontrados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Fatores empíricos para o deslocamento de desprendimento

Parâmetro	Tipo de Solo	
	Onsoy	Watchet
k_D	0,98	0,83
n_D	0,26	0,19

Como o modelo depende de constantes empíricas e de parâmetros do solo que são difíceis de serem obtidos, foi feita aqui uma análise paramétrica. A força máxima de

sucção e o deslocamento de desprendimento foram calculados para o solo de Onsoy e, multiplicando esses valores por 0,1; 1 e 10, foi feita a combinação da força com o deslocamento de desprendimento e os resultados obtidos foram analisados.

5.4.3.1 Estudo de Caso

Nesta seção será apresentada a análise de casos com força de sucção. O caso simulado é de uma catenária com as mesmas propriedades e carregamentos apresentados na seção 5.4.1.1. O exemplo foi feito com o solo tipo Onsoy e foi utilizada uma rigidez do solo intermediária de $K=1000 \text{ kN/m/m}^2$ e $\zeta = 1,0$.

Para este valor de rigidez no solo, a profundidade que ele atingirá ao se equilibrar com as molas do solo pode ser calculada através de:

$$K \cdot z \cdot D = -\gamma_{ef} \quad (312)$$

$$\text{onde } \gamma_{ef} = \gamma_t - A\rho_a g = 2,4927 - \frac{\pi 0,4064^2}{4} \cdot 1,024 \cdot 9,87 = 1,1817 \text{ kN/m}$$

Então,

$$\begin{aligned} 1000 \cdot z \cdot 0,4064 &= -1,1817 \\ z &= -0,0029 \text{ m} \end{aligned} \quad (313)$$

Dessa forma:

$$B = 2\sqrt{Dz - z^2} = 0,0684 \text{ m} \quad (314)$$

Com isso, é possível calcular N :

$$N_a = \min \left[5,14 \left(1 + 0,23 \sqrt{\frac{z}{B}} \right); 7,5 \right] = 5,38 \quad (315)$$

Como força de consolidação foi considerado o peso da parte apoiada do *riser* e $S_u = 1,5kPa$, conforme está descrito no trabalho de Giertsen, Verley e Schroder (2004).

O coeficiente de consolidação utilizado foi de $0,7m^2/ano$, conforme utilizado em Hosseini Kordkheili e Bahai (2008) e o tempo de consolidação considerado foi de metade do período de movimento do topo. Embora, esse valor não seja válido para todos os nós, como o período do movimento do *riser* é da ordem de poucos segundos e a unidade do tempo de consolidação, utilizado nas eqs. (308) e (311), é ano, pode-se concluir que isso não influencia muito nos resultados.

Com esses valores é possível calcular a força máxima de sucção por unidade de comprimento e o deslocamento de desprendimento:

$$Q_{s,max} = 3,89V_p^{0,18}kN \text{ e } \Delta_B = 0,319V_p^{0,26}m$$

O modelo foi construído a partir de resultados de experimentos feitos com uma dada velocidade de subida. No caso de *risers* instalados e submetidos a movimentos no topo, a velocidade de subida dos pontos que encostam no solo não é conhecida *a priori* e varia com o tempo. Por isso foram feitos dois tipos de simulação: uma considerando a velocidade de cada ponto a cada instante e outro com uma estimativa de velocidade média.

Para analisar a influência de $Q_{s,max}$ e Δ_B no resultado, foi feita uma análise paramétrica onde foram combinados os seguintes valores de $Q_{s,max}$: $0,1 Q_{s,max}$, $Q_{s,max}$ e $10 Q_{s,max}$ com os seguintes valores de Δ_B : $0,1 \Delta_B$, Δ_B e $10 \Delta_B$.

As figuras a seguir mostram a influência da sucção na curvatura e na resposta em z. Como foi feita uma análise paramétrica, o número que aparece ao lado da força F e do deslocamento de desprendimento DB – chamado no texto de Δ_B – representa o fator que multiplica cada variável em cada análise. Foram feitos dois tipos de gráficos: no primeiro grupo a força F é constante e Δ_B varia e no segundo grupo Δ_B é constante e F varia.

Até o momento, o software comercial Orcaflex™ versão 9.2 foi utilizado para fazer as comparações dos resultados obtidos com a implementação dos modelos

estudados. Porém, este programa trata o contato do *riser* com o solo apenas através do contato unilateral e do atrito. Outros efeitos, como a sucção e o trincheira, não são simulados nesta versão e por isso não poderão ser comparados com os resultados obtidos neste trabalho.

A Figura 5.70, a Figura 5.71, a Figura 5.72 e a Figura 5.73 mostram os resultados para o caso em que a velocidade de subida V_p considerada no modelo de sucção variou com o tempo.

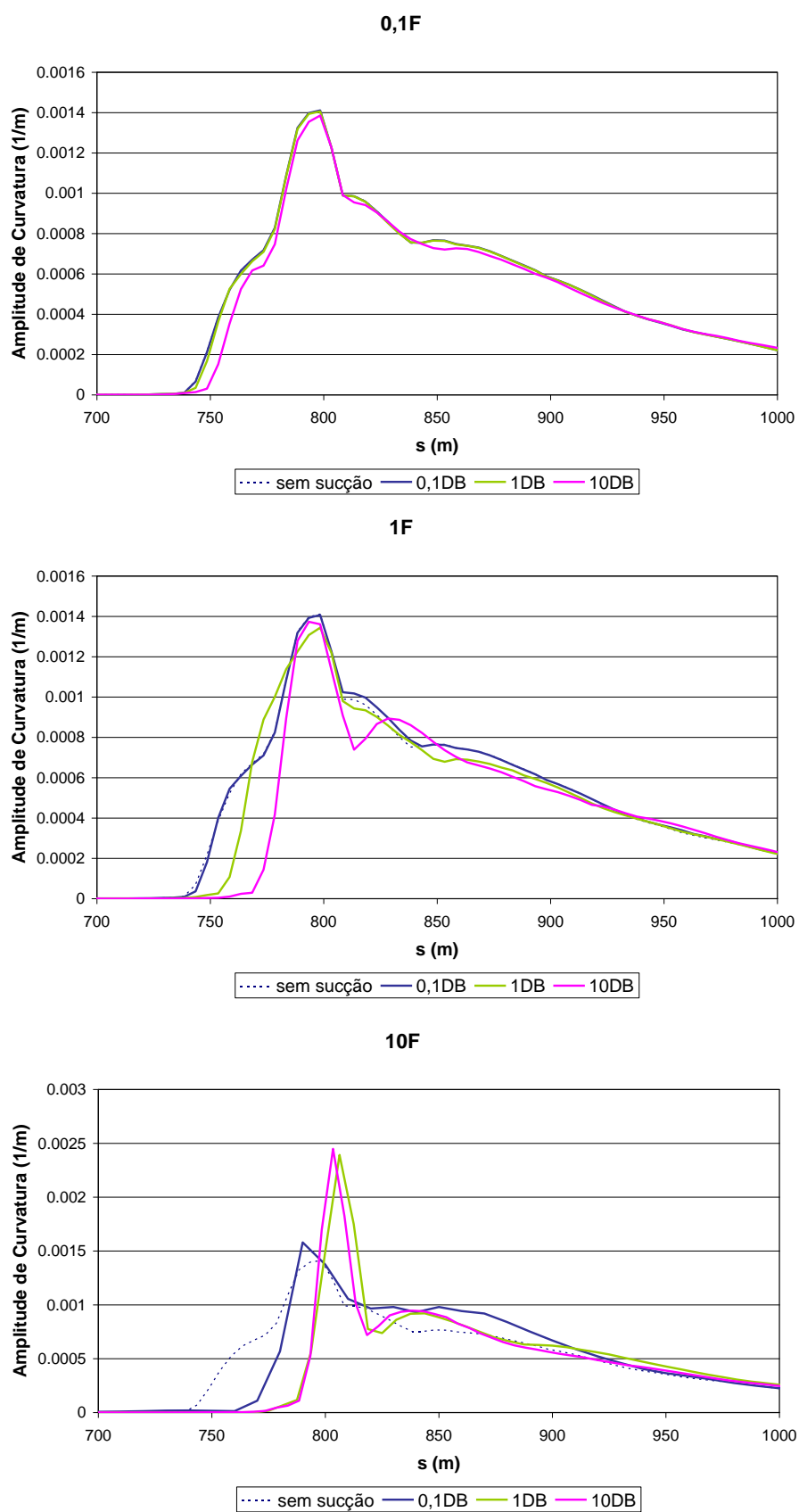


Figura 5.70 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p variando

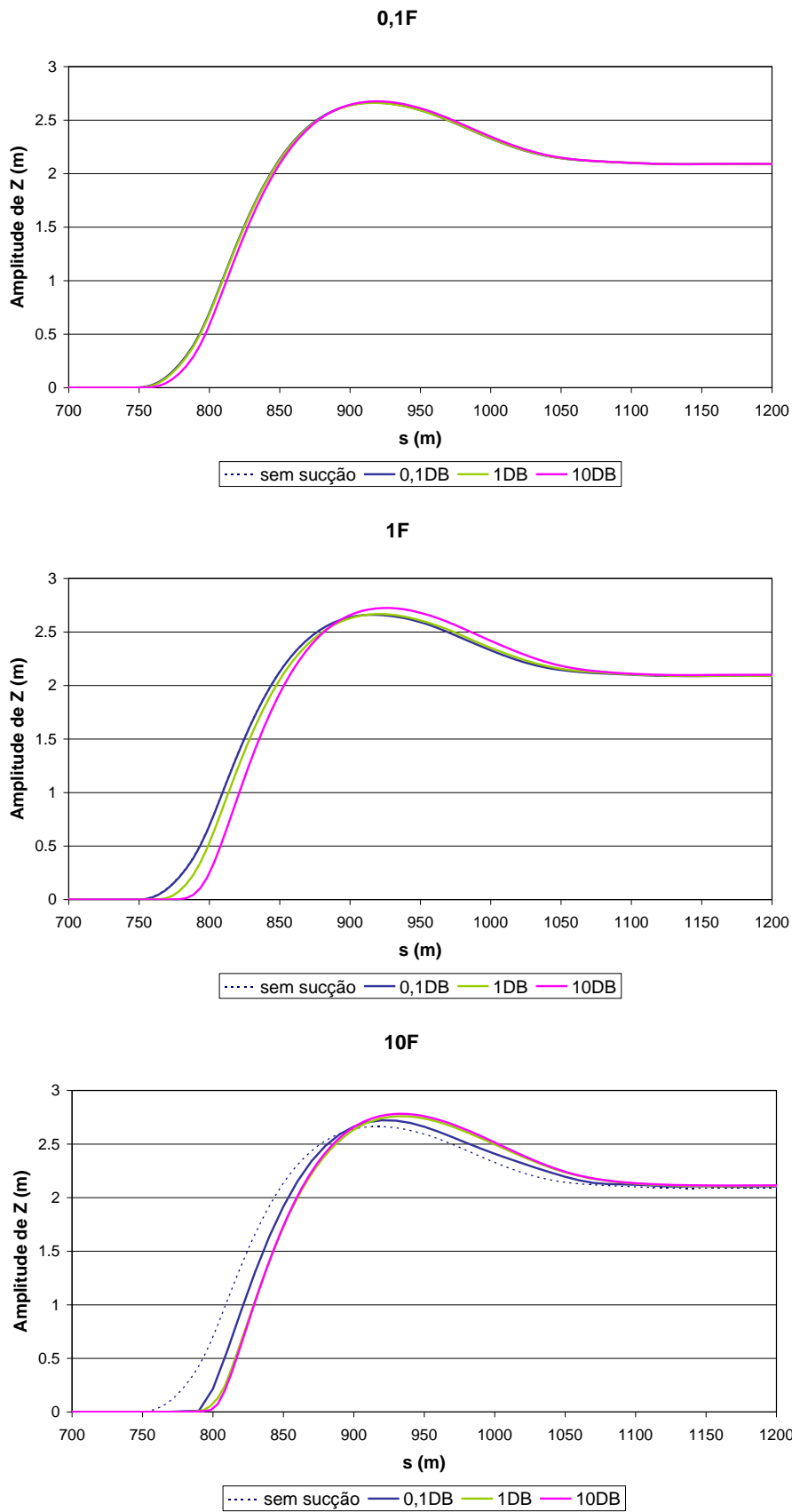


Figura 5.71 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p variando

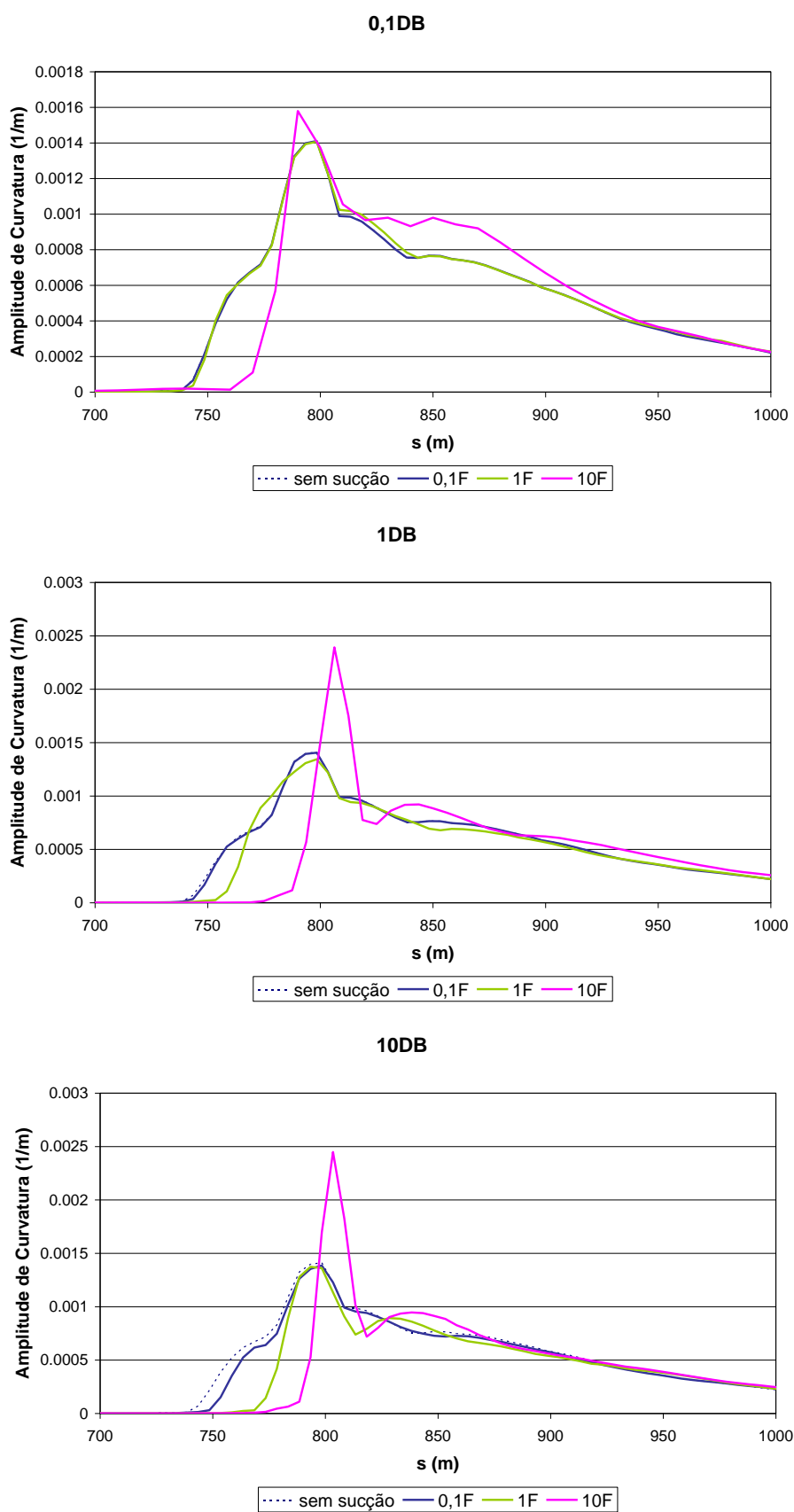


Figura 5.72 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de despreendimento constante com V_p variando

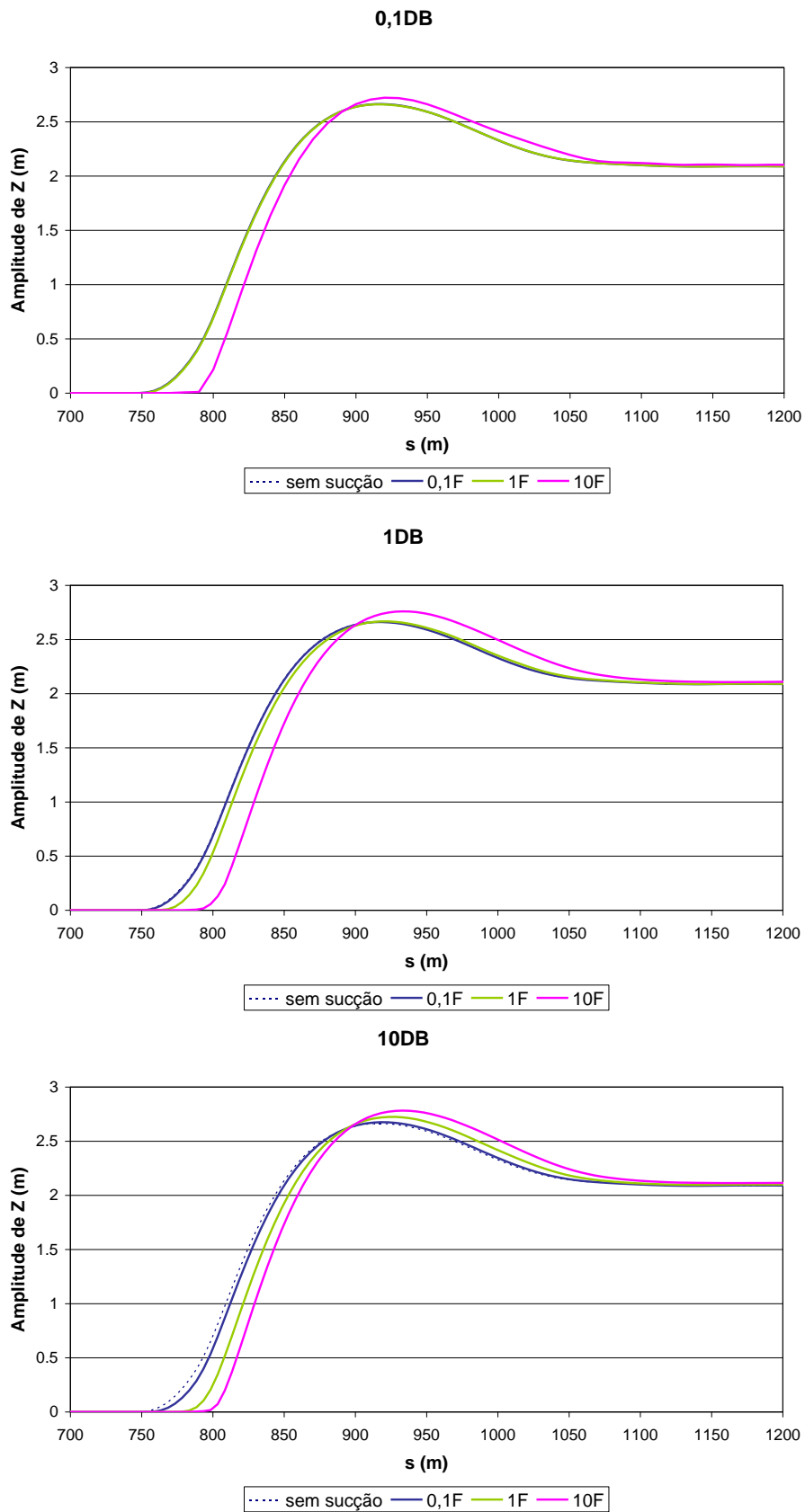


Figura 5.73 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p variando

Também foram simulados casos com a velocidade V_p constante e estimada através da velocidade média de subida do TDP estático para o caso sem sucção. A Figura 5.74 mostra o movimento do TDP estático em função do tempo. Essa figura foi utilizada para se estimar a velocidade média.

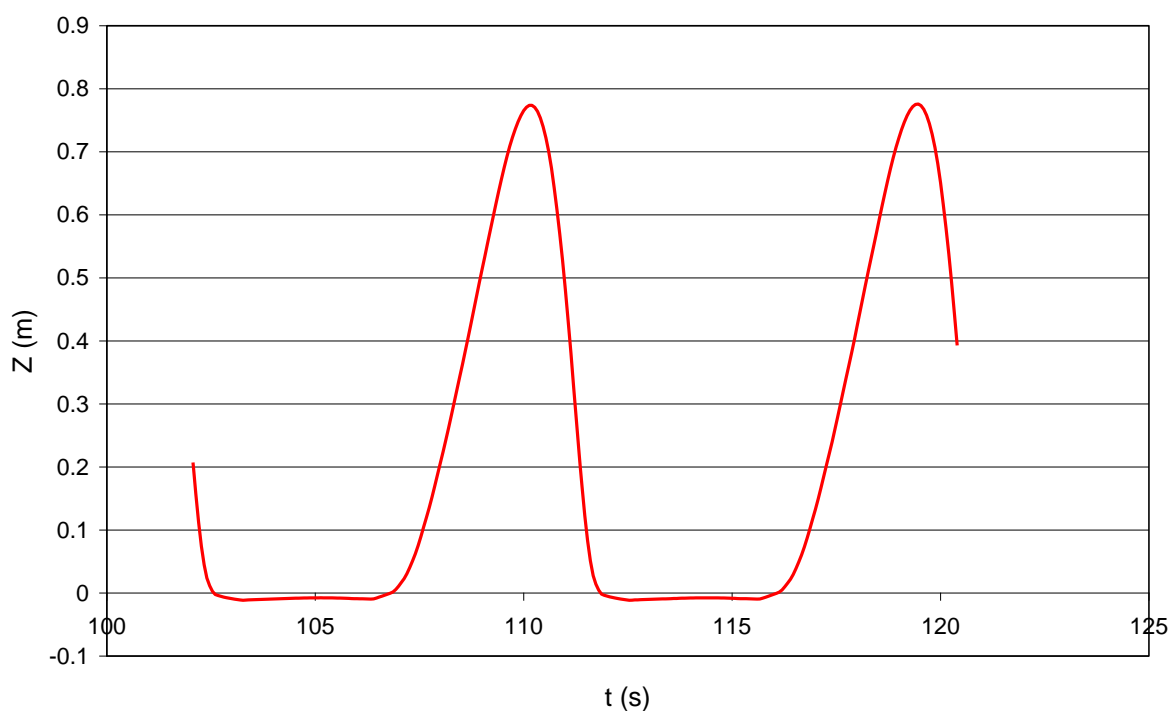


Figura 5.74 - Movimento em Z em função do tempo para o TDP sem sucção

A velocidade média de subida para este caso neste ponto é de aproximadamente 0,25m/s. Dessa forma a força máxima e o deslocamento de desprendimento ficam:

$$Q_{s,\max} = 3,03 \text{ kN} \text{ e } \Delta_B = 0,222 \text{ m}$$

A Figura 5.75, a Figura 5.76, a Figura 5.77 e a Figura 5.78 mostram os resultados utilizando esses novos valores de $Q_{s,\max}$ e Δ_B .

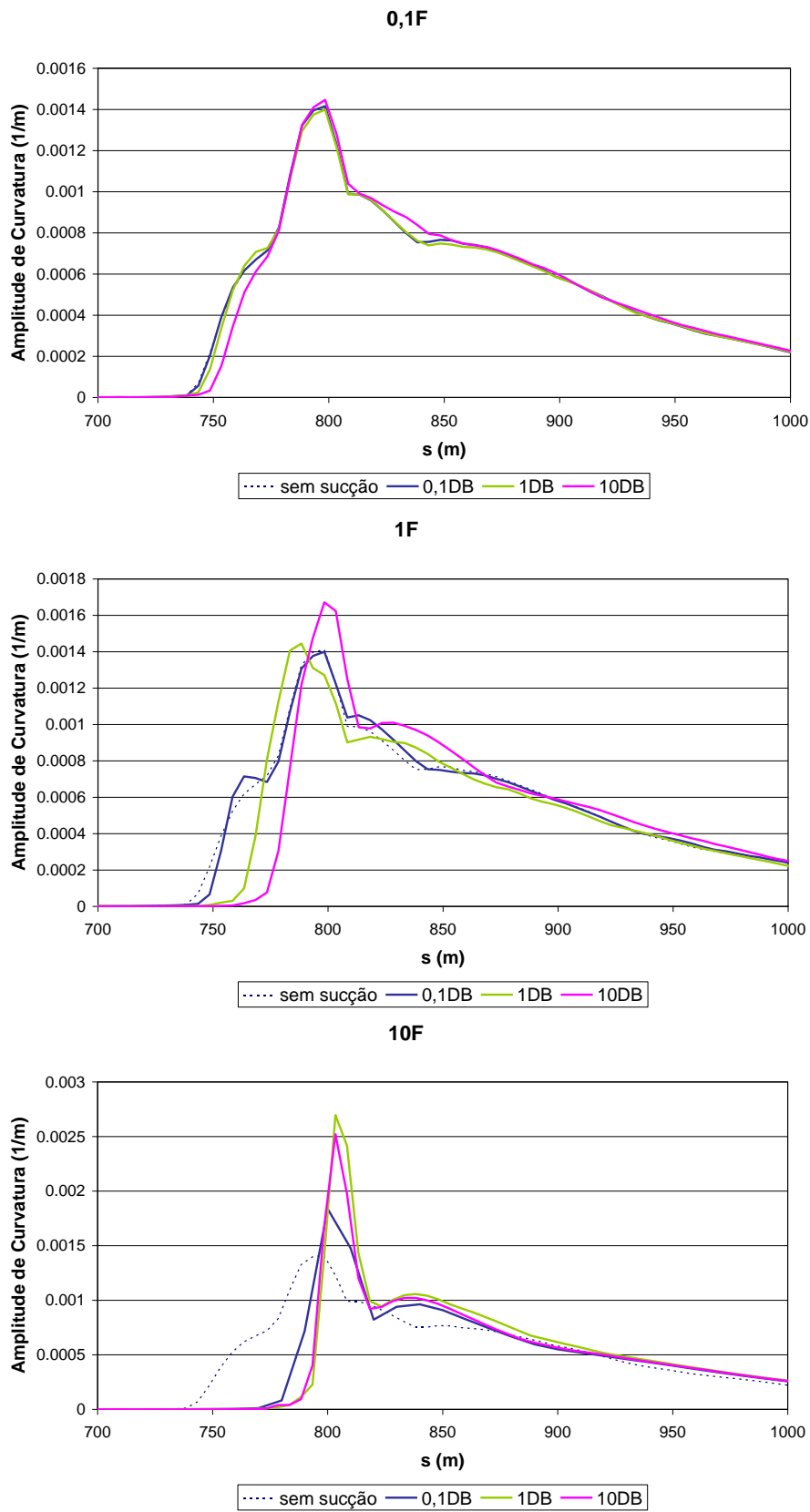


Figura 5.75 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p constante

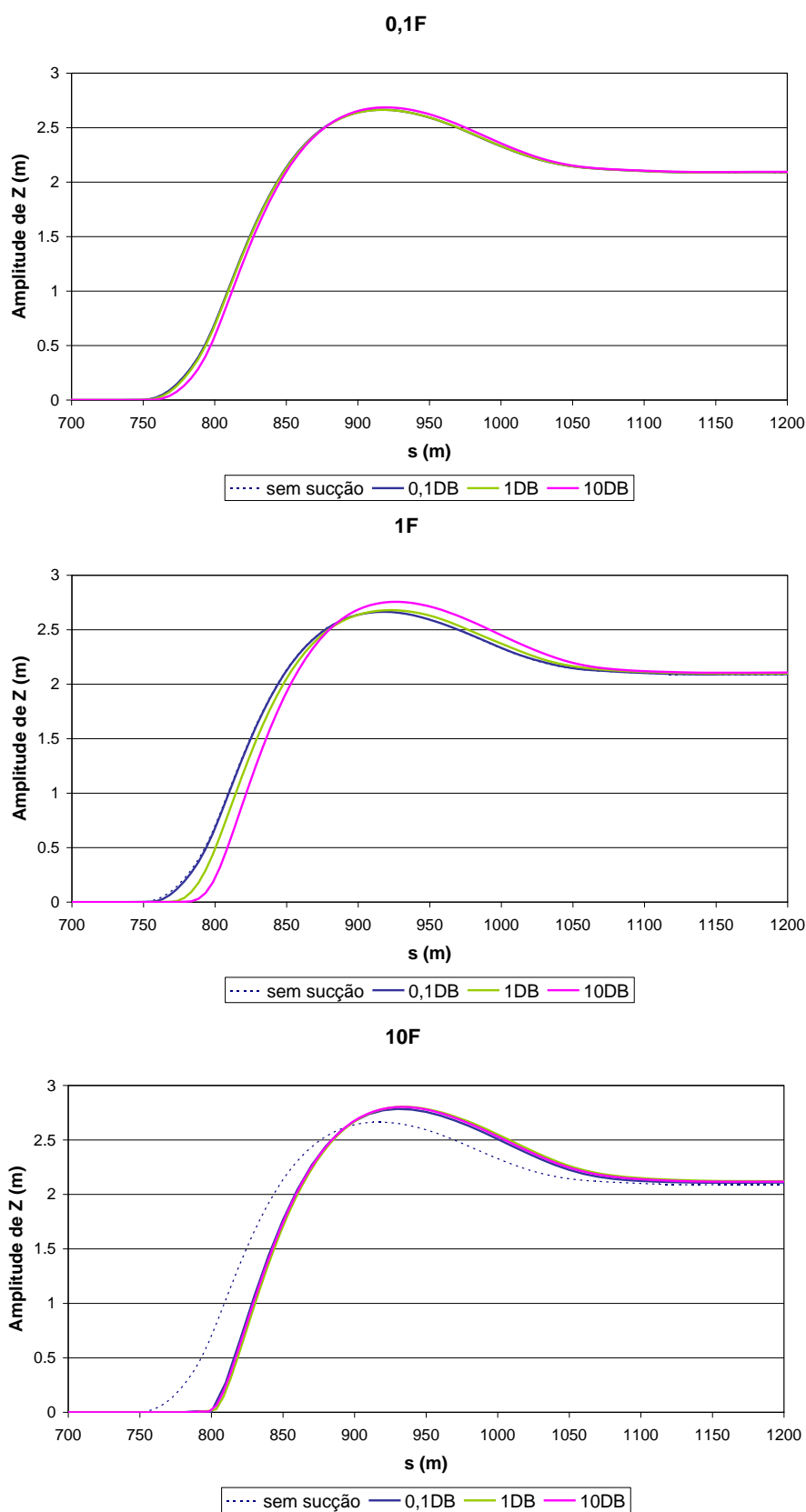


Figura 5.76 - Movimento Z em função do comprimento de arco para o TDP com a força constante com V_p constante

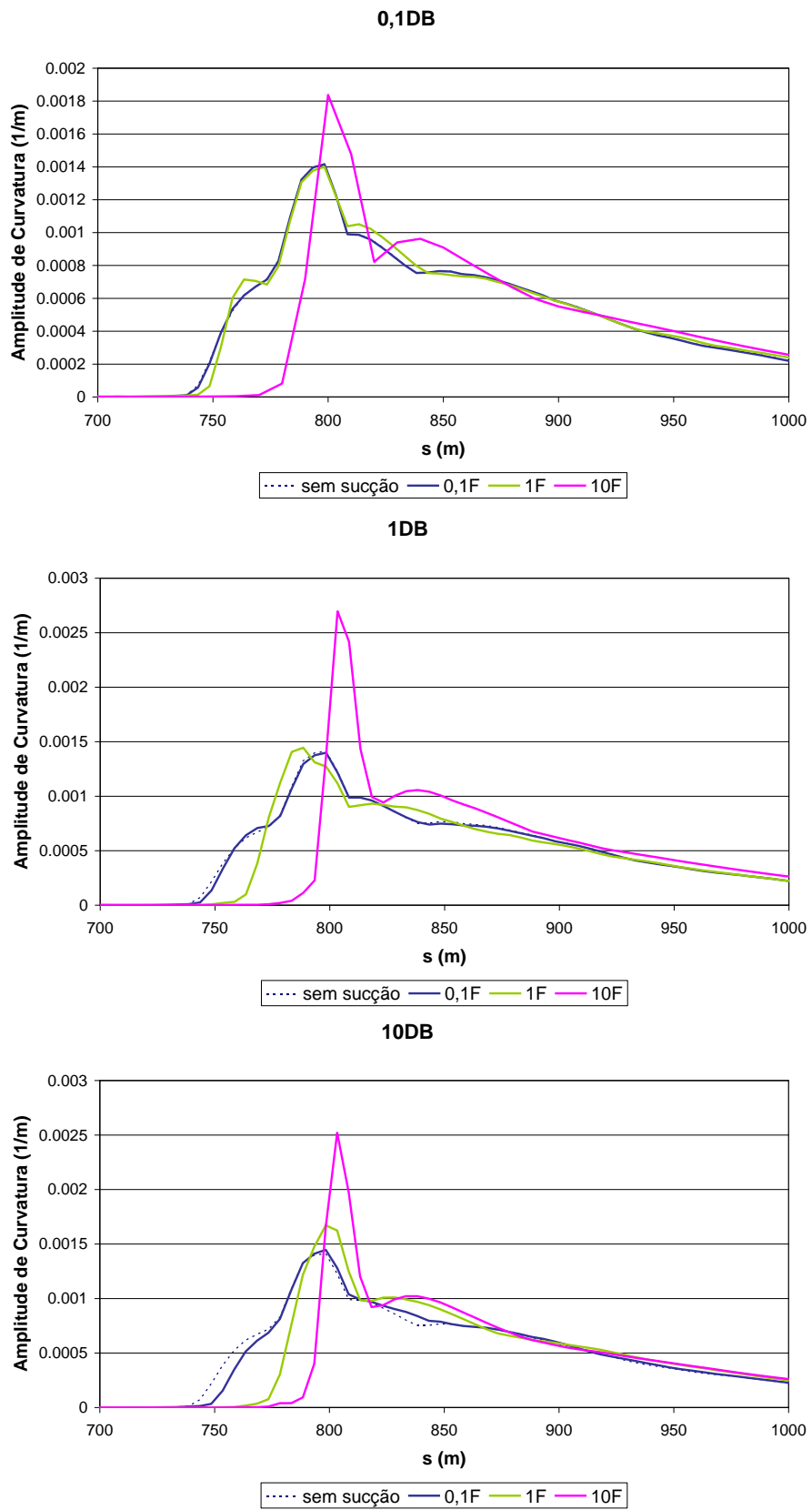


Figura 5.77 - Curvatura em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p constante

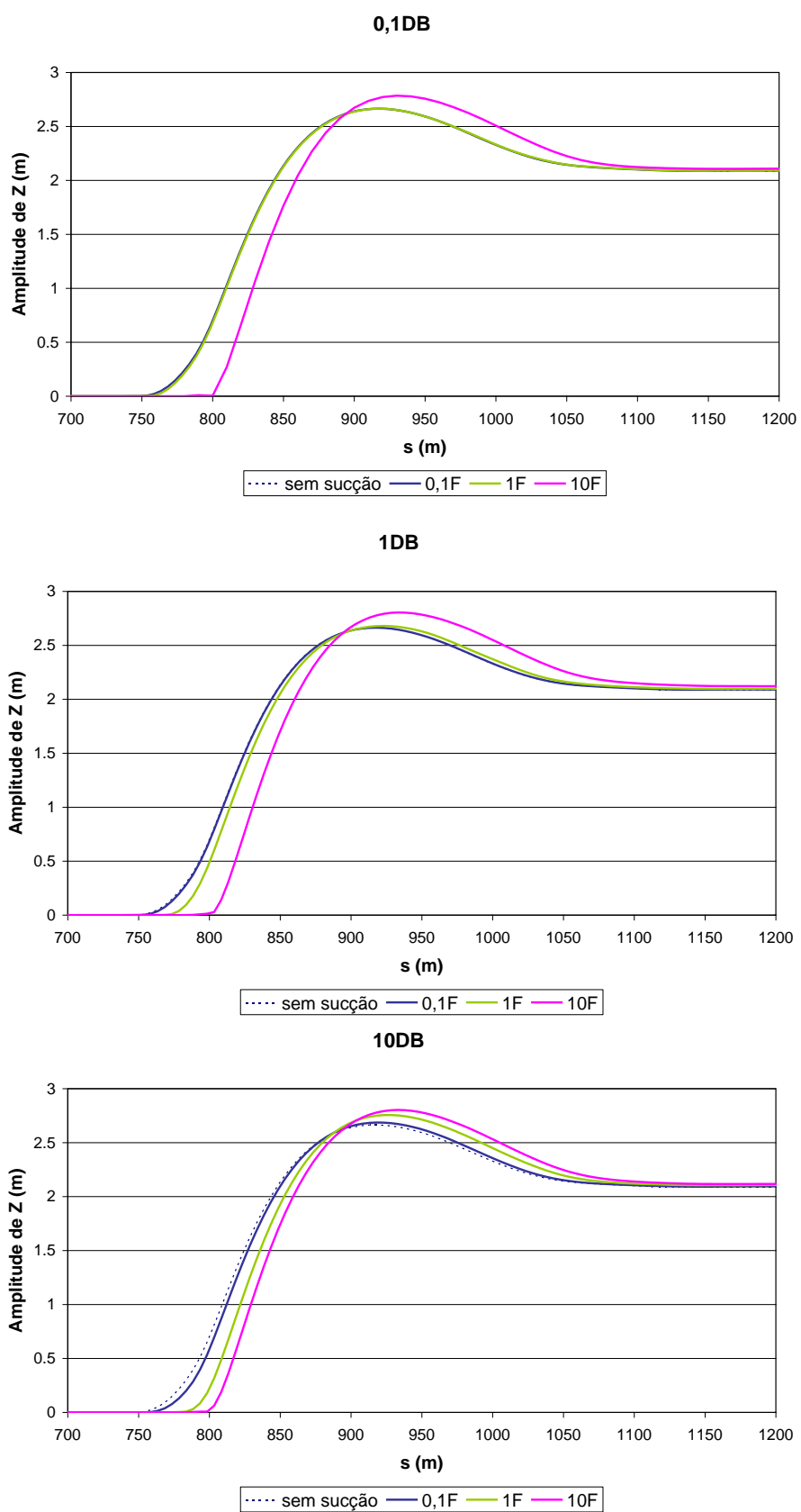


Figura 5.78 - Movimento em Z em função do comprimento de arco para o TDP com o deslocamento de desprendimento constante com V_p constante

Comparando os casos com e sem sucção, observa-se que esta restringe o movimento em Z. Esse efeito aumenta tanto com o aumento da força quanto com o aumento do deslocamento de desprendimento. Quanto mais esse movimento diminui mais aumenta o pico de curvatura na região do TDP. Assim como outros efeitos estudados no solo, a influência não abrange todo o *riser*, e sim, a região próxima ao TDP.

Para valores de $0,1F$, a diferença entre os casos de diferentes Δ_B – ou Δ_B – é muito pequena e todos os resultados ficaram muito próximos do caso sem sucção. Isso aconteceu para os dois modos de cálculo de V_p .

Já para valores de $1F$, para V_p constante e variável, percebe-se que o movimento em Z foi se restringindo mais com o aumento de Δ_B . Porém o pico de curvatura aumentou para o caso de V_p constante, mas praticamente se manteve no caso de V_p variável.

Para os casos de $10F$, o movimento em Z ficou restrito de tal forma que causou um aumento no pico de curvatura. Isso ocorreu para ambos os casos de V_p .

5.4.4 TRINCHEIRA

O modelo CARISIMA de resistência horizontal causada pela trincheira foi baseado em testes no qual o *riser* foi colocado no meio de uma trincheira previamente feita, sendo conhecidas a largura e a profundidade da mesma. Durante o teste o *riser* era puxado para fora da trincheira a uma dada velocidade, conforme mostra a Figura 5.79.



Figura 5.79 - *Riser* saindo da trincheira

O modelo brevemente descrito em Giertsen, Verley e Schroder (2004) e também em Leira et al. (2004) combina o atrito de *Coulomb* e a deformação do solo no fundo e na lateral da trincheira.

A Figura 5.80 traz o gráfico adimensional do deslocamento vertical pelo deslocamento horizontal.

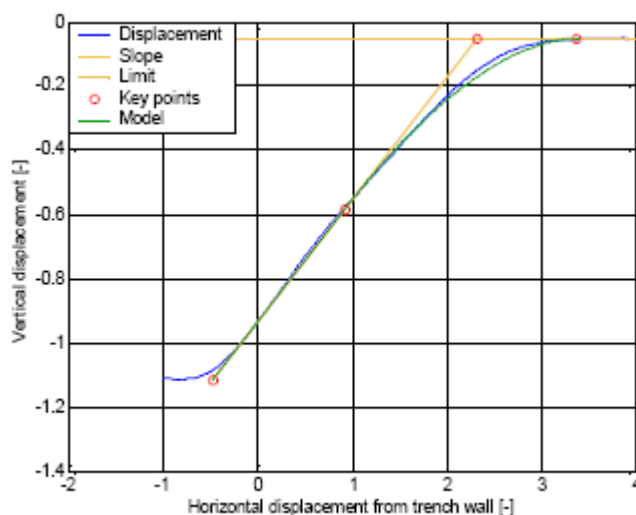


Figura 5.80 - Deslocamento vertical em função do deslocamento horizontal, ambos adimensionalizados. Extraído de Leira et al. (2004).

O trabalho de Bridge e Howells (2007) apresenta um estudo sobre o formato das trincheiras encontradas em diferentes localidades. De forma geral, as trincheiras encontradas na região próxima do TDP, onde o *riser* atua dinamicamente, tem as formas apresentadas na Figura 5.81.

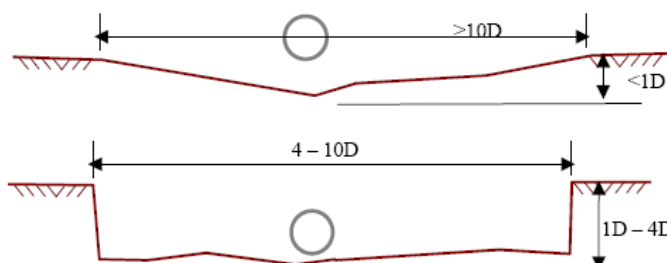


Figura 5.81 - Perfis de trincheira utilizados neste trabalho. Extraído de Bridge e Howells (2007).

O primeiro perfil será chamado aqui de perfil V e o segundo de perfil U. Nos casos simulados nesta tese, o solo foi representado por molas e amortecedores, assim como na seção 5.4.1. Para o caso da trincheira em V, elas agem como um plano

inclinado e, no caso da trincheira em U, molas iguais e amortecedores iguais representaram o fundo e as laterais da trincheira. Dessa forma foram rodados quatro casos que foram comparados com um caso sem trincheira.

5.4.4.1 Estudo de Caso

Trata-se do mesmo *riser* em catenária já simulado nos capítulos anteriores, seção 4.4 , com os mesmos dados geométricos. A única diferença está no movimento do topo, que aqui será apenas em Y e não há correnteza agindo sobre o *riser*. Isso porque a idéia é observar o contato do *riser* com as paredes da trincheira. A Tabela 5.7 mostra o carregamento utilizado nesta seção. Foi considerada a rigidez no solo $K=1000\text{kN/m}^2$ e o amortecimento $\zeta = 1,5$.

Tabela 5.7 - Movimento no topo para a catenária

	Período	9,28 s
Movimento em Y	Amplitude	2,7054 m
	Fase	-73,1998 °

Os casos aqui estudados consideram que o *riser* já esteja dentro de uma trincheira pré-formada com os seguintes perfis:

- Perfil em V com profundidade de 1 diâmetro e largura de 15 diâmetros, o ângulo de inclinação fica 7,6°.
- Perfil em V com profundidade de 1 diâmetro e largura de 10 diâmetros, o ângulo de inclinação fica 11,3°.
- Perfil em V com profundidade de 2 diâmetros e largura de 10 diâmetros, o ângulo de inclinação fica 21,8°.
- Perfil em U com profundidade de 1 diâmetro e largura de 0,5 diâmetro, o ângulo de inclinação foi 90°.

Apesar de o perfil em U mostrado no trabalho de Bridge e Howells (2007) ter a largura de 4-10 diâmetros, o movimento do *riser* em Y para o caso em estudo não atinge 4 diâmetros, para que atinja a parede da trincheira foi considerada a largura 0,5 diâmetro.

A figura a seguir mostra a comparação dos quatro casos com o caso sem trincheira, o número que aparece na frente do V é o ângulo de inclinação da trincheira em graus.

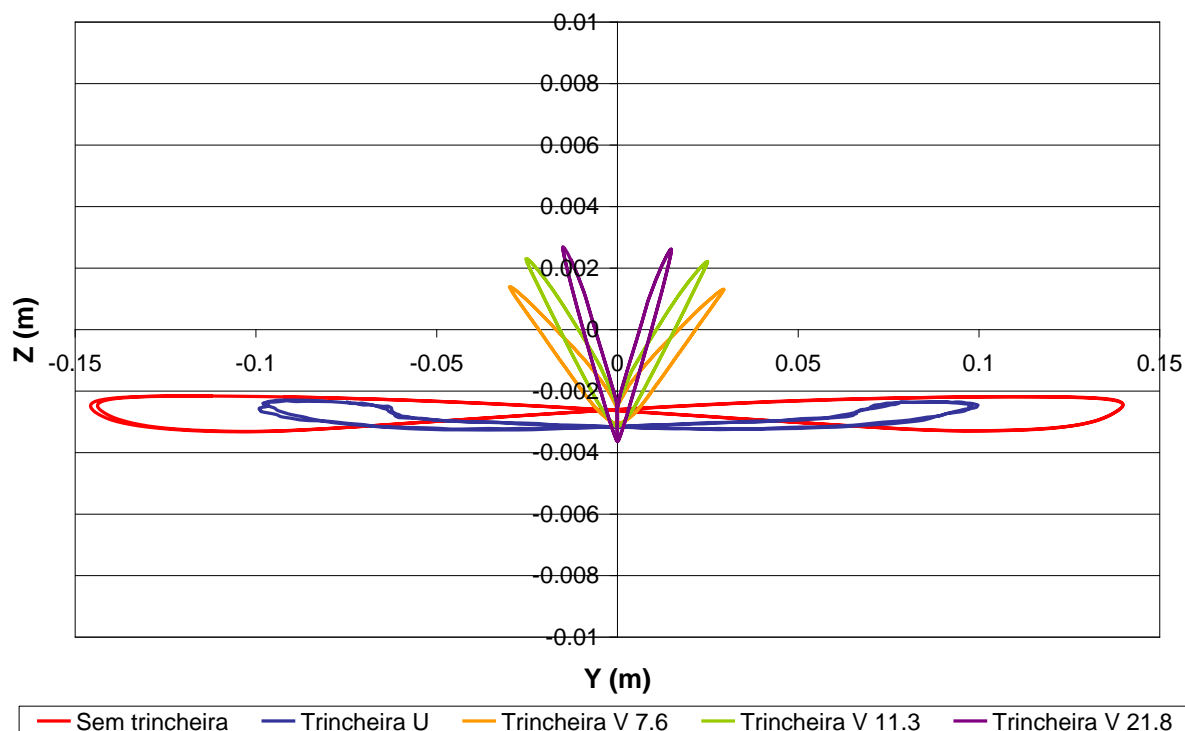


Figura 5.82 - Comparação da trajetória do TDP para os cinco casos.

Observando o resultado sem trincheira, ve-se que a coordenada Z é sempre negativa em decorrência da flexibilidade do solo. Porém, mesmo com o movimento no topo apenas em Y surge um movimento oscilatório em Z, que mostra que a força normal do solo sobre o *riser* muda com o movimento dinâmico do mesmo. A figura a seguir mostra a seqüência do movimento para o caso sem trincheira.

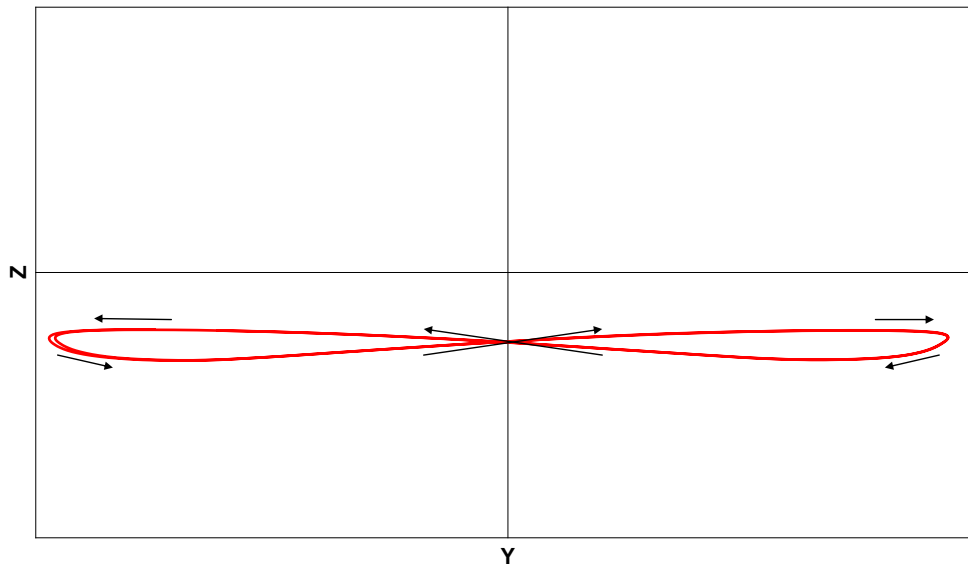


Figura 5.83 - Esquema da trajetória do TDP no caso sem trincheira.

Para a trincheira com o formato em U, observa-se o mesmo comportamento, porém em menor escala. O *riser* oscila no fundo da trincheira e praticamente para ao atingir a parede da mesma.

Para os perfis em V, observa-se que o *riser* sobe sobre a parede da trincheira. Da mesma forma como no caso sem trincheira, há um movimento oscilatório. O *riser* se movimenta em Y e quando encontra a parede inclinada da trincheira, ele sobe acompanhando o formato e deformando a parede. Ao voltar para a posição inicial, as molas do solo agem diminuindo a deformação e por isso o retorno para o meio da trincheira é feito por cima. A figura a seguir mostra o sentido do deslocamento do *riser* na trincheira de formato V.

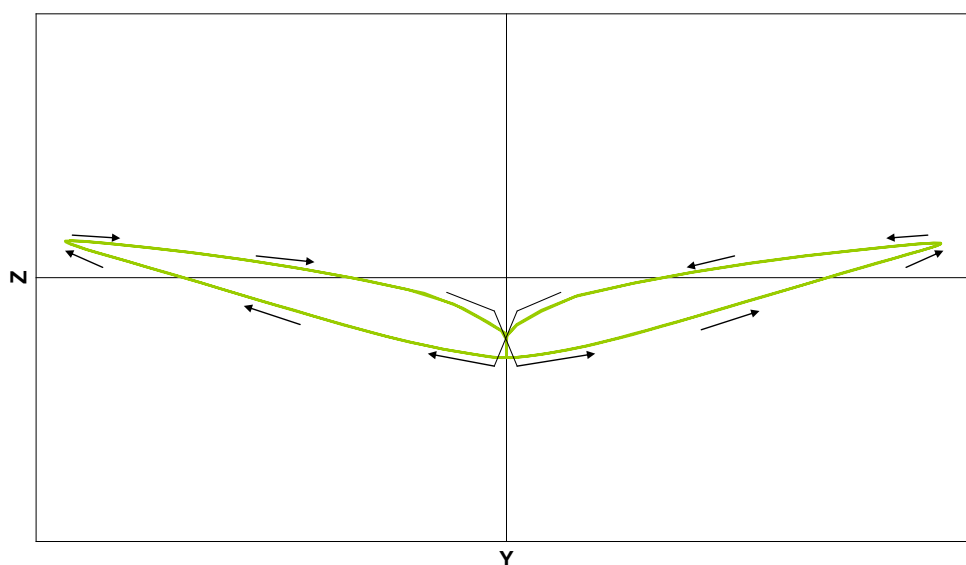


Figura 5.84 - Esquema do deslocamento do TDP na trincheira tipo V.

A Figura 5.85 mostra a comparação do ângulo θ em função do tempo para os cinco casos. Observa-se que há uma mudança na fase do ângulo. Isso é causado pelo movimento observado na Figura 5.83 e na Figura 5.84. Quando não há trincheira ou ela tem o fundo horizontal o movimento se dá na direção contrária ao caso em que a trincheira seja em V.

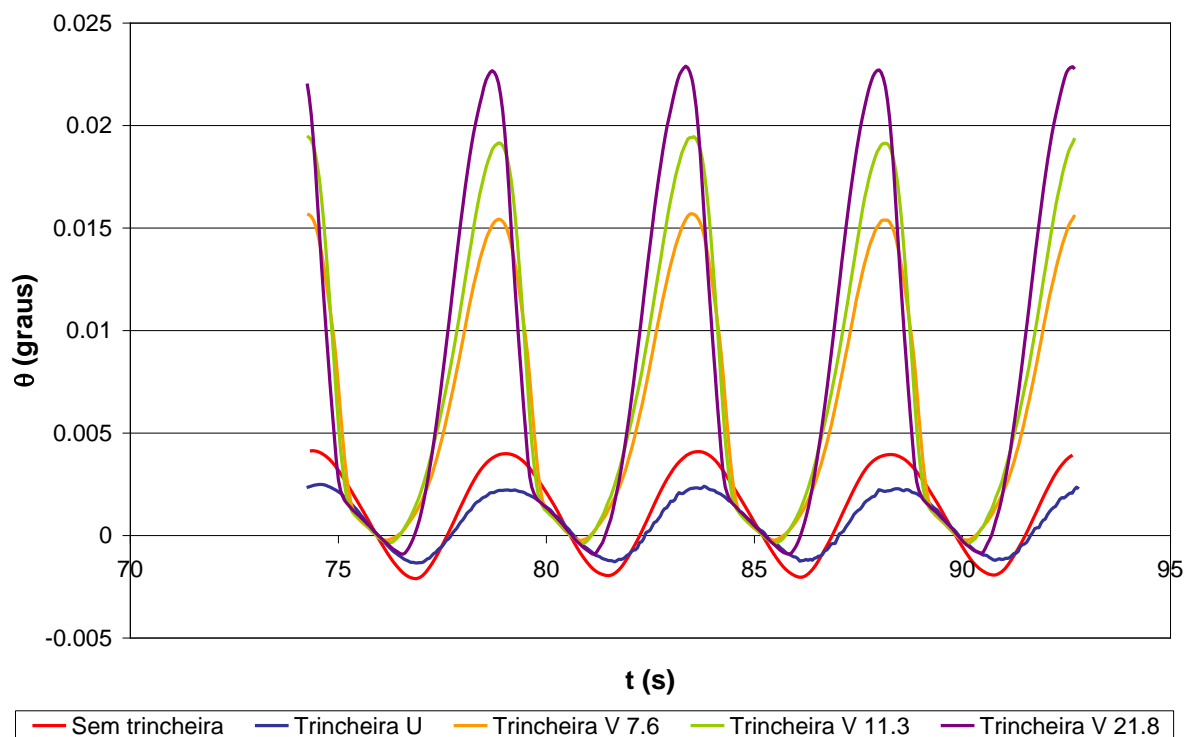


Figura 5.85 - Comparação do ângulo θ no TDP para os cinco casos.

A Figura 5.86 mostra a comparação da curvatura em função do tempo para os cinco casos.

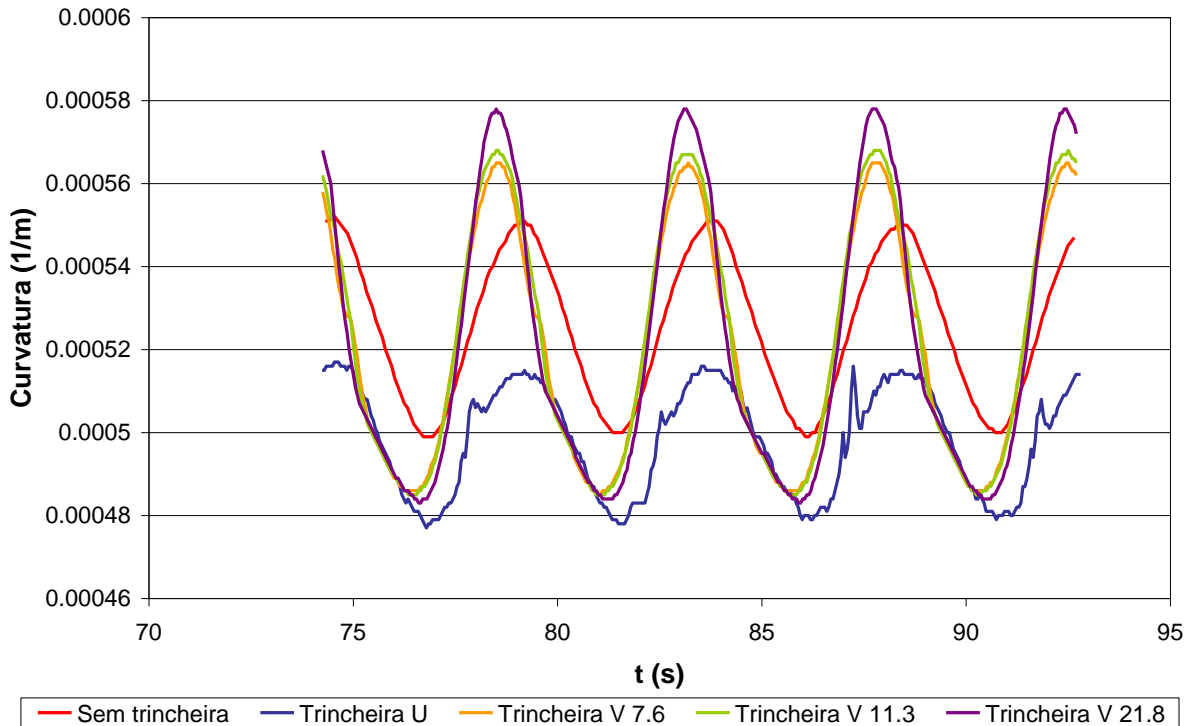


Figura 5.86 - Comparação da curvatura total no TDP para os cinco casos.

Observa-se que para a trincheira U, a média da curvatura diminuiu um pouco de tal forma que o vale da onda ficou próximo ao vale das curvas da trincheira em V. Além disso, a amplitude também diminuiu quando comparado com o caso sem trincheira. Isso deve ter ocorrido pelo fato de que a variação do ângulo θ ser ainda menor do que no caso sem trincheira.

Já em relação à curvatura da trincheira em forma V, observa-se que há uma mudança na fase em relação ao caso sem trincheira causada pela mudança na fase do ângulo θ , e além disso, a amplitude da curvatura quase dobrou. Observa-se também que a amplitude aumenta com o aumento do ângulo de inclinação da trincheira. Isso é causado pela mudança no ângulo θ que ocorre nessa região do *riser* quando ele sobe pela parede da trincheira. Quando a inclinação é maior, o ângulo θ decorrente é maior e a curvatura aumenta.

CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi estudar a dinâmica global de *risers* no domínio do tempo com foco na modelagem das não-linearidades do solo e do amortecimento viscoso, bem como estudar uma forma de linearizá-las para o domínio da frequência. É uma continuidade ao trabalho feito pelo grupo de pesquisas que já desenvolveu e implementou modelos bidimensional e tridimensional para análise global estática de *risers*, análise dinâmica bidimensional no domínio da frequência e do tempo e análise dinâmica tridimensional no domínio da frequência.

Os modelos desenvolvidos anteriormente aproximavam o *riser* por um modelo de fio e uma das atividades iniciais desta tese foi incluir a este modelo os efeitos da rigidez flexional e de torção. Para isso, decidiu-se utilizar uma abordagem mais tradicional do Método dos Elementos Finitos com o *riser* sendo representado por um pórtico tridimensional.

A configuração estática foi considerada uma das entradas da análise dinâmica e não foi foco de estudo neste trabalho. Utilizou-se aqui o modelo apresentado em Santos (2003). Porém, para rotacionar o elemento de pórtico na análise dinâmica era necessário conhecer o ângulo de rotação própria do elemento, que não era uma das saídas do modelo estático. Para tornar possível a utilização do modelo de fio do estático e obter o valor da rotação própria para a entrada na análise dinâmica, assumiu-se que não há momento de torção aplicado ao *riser*. Essa hipótese é razoável já que não é desejável que haja torção no *riser* e ela é eliminada durante a fabricação e durante a instalação.

O passo seguinte foi a implementação desse novo elemento na análise no domínio da frequência. Para isso houve a necessidade de se linearizar o amortecimento viscoso e o contato com o solo. A linearização do amortecimento viscoso desenvolvida neste trabalho foi baseada em uma metodologia já desenvolvida pelo grupo de pesquisas para o caso dinâmico bidimensional que o separava em dois casos: sem corrente e com corrente dominante. Para esta tese não há mais esta

divisão, além disso um fator de linearização é obtido para cada nó dos elementos e na versão original um único fator era obtido para todo o *riser*.

O solo inicialmente foi considerado pinado na posição do TDP estático para que apenas a linearização do amortecimento pudesse ser testada e os resultados de seis estudos de caso foram comparados com os resultados obtidos com o OrcaflexTM. As comparações ficaram muito boas, mostrando que a análise no domínio da frequência pode ser viável, pelo menos no que diz respeito ao amortecimento viscoso.

No caso do solo, duas correções foram feitas. A primeira delas foi a correção do pico de curvatura através de uma técnica de camada limite. Essa técnica era utilizada nas análises estática e dinâmica com o *riser* representado pelo modelo de fio. Nesse caso a curvatura era corrigida tanto para inserir a rigidez flexional nas regiões onde havia descontinuidade – consequência do modelo de fio – quanto para recuperar o passeio do TDP. Como o elemento utilizado nesta tese já considera a rigidez flexional, apenas o pico de curvatura devido ao movimento do TDP e a posição desse pico foram recuperados por essa técnica. Os resultados obtidos foram realmente bons. Tanto a posição quanto o valor da curvatura foram recuperados, o que mostra, mais uma vez, que a análise dinâmica de *risers* pode ser viável no domínio da frequência. É interessante observar que o pico de curvatura fica para trás da posição do TDP estático, pois durante uma simulação dinâmica o TDP varia e um trecho que estava apoiado na configuração estática pode trabalhar no dinâmico.

A segunda correção feita na região de contato com o solo foi para recuperar o movimento do TDP. A idéia de se utilizar molas lineares no ponto do TDP estático já tinha sido utilizada pelo grupo de pesquisas na análise dinâmica bidimensional. Neste trabalho, foram consideradas molas nas direções O_x e O_y , que representam o plano do solo, e o ângulo ψ e também os termos cruzados entre eles. A dificuldade encontrada foi na forma de obter os valores dessas molas. Pelos resultados obtidos, o movimento do TDP foi bem recuperado para os casos simulados. A resposta ficou melhor no caso em que a configuração estática era plana, porém a resposta dinâmica não foi prejudicada no caso tridimensional.

Pequenas diferenças na resposta dinâmica na região do TDP eram esperadas por dois motivos principais. O primeiro deles é o fato de que a matriz de rigidez que representa o solo não ser simétrica e ter sido considerada simétrica. Outro motivo é

a forma de obtenção dos coeficientes de rigidez das molas. Eles foram obtidos através da resposta estática da estrutura, não considerando a dinâmica do TDP.

Isso que mostra que a utilização das molas é uma boa alternativa para a recuperação desse movimento e é mais um efeito que pode ser incluído na análise no domínio da frequência. Para dar continuidade à linha de pesquisa fica como sugestão melhorar a forma de obtenção desses coeficientes e verificar o seu uso em casos com atrito.

Na análise do domínio do tempo, o amortecimento viscoso foi implementado de forma não-linear, conforme a Fórmula de *Morison*, e estudo do contato entre *riser*-solo foi feito através do atrito, contato unilateral e força de sucção. Apesar de ter sido considerado que o carregamento seja harmônico, não há nenhuma hipótese no modelo que impeça o carregamento de não ser harmônico.

Para se obter a resposta dinâmica no domínio do tempo foi escolhido inicialmente um método de integração implícita por não ser condicionalmente estável e utilizar passos no tempo maiores do que os passos nos métodos explícitos. Os testes iniciais, com o solo articulado no TDP estático, apresentaram bons resultados com passos no tempo de aproximadamente $5 \cdot 10^{-3}$ s. Entretanto, quando foram iniciados os testes com contato entre *riser* e solo, a convergência só foi atingida com passos muito pequenos no tempo. O passo deveria ser tão pequeno – aproximadamente $5 \cdot 10^{-5}$ s – que se tornou vantajoso utilizar um método de integração explícito, já que o tempo que cada passo leva é menor neste método. Desta forma, o método de integração de Euler explícito acabou sendo utilizado em todos os casos com contato. Além da mudança do método de integração, depois que foram iniciados os testes com o contato unilateral, outra abordagem teve que ser revista. Inicialmente a implementação que tinha sido feita considerava que a dinâmica era uma perturbação da configuração estática. Isso significa que as matrizes do sistema eram rotacionadas conforme o ângulo da configuração estática, sem serem atualizadas conforme a posição instantânea da análise dinâmica. Através dessa abordagem foram obtidos alguns resultados nos testes feitos e apresentados na seção 5.4.1, e verificou-se que, apesar de as amplitudes dos movimentos serem bem recuperadas, quando a curvatura do TDP era vista em função do tempo, o formato da resposta não era o esperado. Por isso foram feitos muitos testes para ver se esse efeito estava relacionado à malha ou ao tamanho do passo no tempo. Depois de muitos resultados sem sucesso, esse efeito foi corrigido através da atualização das

matrizes, rotacionando-as conforme os ângulos a cada instante de tempo, não considerando mais o problema como uma perturbação do estático. Dessa forma, todas as simulações feitas no domínio do tempo envolvendo contato foram feitas com a atualização dos ângulos a cada instante.

O contato unilateral foi implementado através de molas e amortecedores. Conforme o esperado, os amortecedores foram úteis para reduzir ruído numérico. Já a rigidez do solo muda o pico de curvatura na região do TDP. Conforme o solo vai ficando mais rígido este pico vai aumentando até certo valor. Depois disso, o resultado não muda mais, porém a convergência do sistema vai piorando.

O modelo de atrito utilizado foi o de *Coulomb*. Foram estudadas três variações que mudam a função quando o objeto não está em movimento, com o objetivo de reduzir problemas numéricos. A variação implementada neste trabalho foi a de Antunes et al. (1990). Foram simulados dois casos iguais com coeficientes de atrito diferentes. Comparando os resultados com os resultados do OrcaflexTM, observou-se que, globalmente, o resultado muda muito pouco de $\mu = 0,2$ para $\mu = 0,6$. Isso porque, para os casos estudados, o coeficiente $\mu = 0,2$ já é suficiente para restringir o movimento da parte apoiada. Quando se escolhe um ponto no *riser* – neste caso o TDP estático – observa-se que há uma variação da média em torno da qual o *riser* oscila. Essa média variou aproximadamente o dobro tanto em X quanto em Y para o coeficiente de atrito $\mu = 0,2$ em relação ao $\mu = 0,6$. Essa variação não influencia a amplitude global pois neste caso ela foi calculada com apenas um período. Olhando para o movimento do TDP, observa-se que houve uma pequena diferença na parte em que há contato com o solo, provavelmente causada pela escolha da direção de ação da força de atrito que neste trabalho é considerada a direção da velocidade e no OrcaflexTM é na direção do ponto de em que o nó entrou em contato com o solo. Quanto ao efeito de sucção, houve uma grande dificuldade de se encontrar modelos referentes a esse efeito na literatura. Todos os artigos que foram encontrados eram sobre o projeto CARISIMA. O modelo apresentado foi baseado em análises experimentais. Ele apresenta muitos parâmetros empíricos, que não são conhecidos – e nem facilmente obtidos – para todos os solos, o que gera uma dificuldade a mais. Conhecidas as dificuldades, decidiu-se fazer uma análise paramétrica, utilizando como parâmetros a força máxima de sucção e o deslocamento de desprendimento. Houve uma dúvida quanto à velocidade de subida, pois no

experimento ela era constante, o que não acontece no caso real. De qualquer forma, conclui-se que a sucção restringe o movimento vertical do *riser* na região do TDP, podendo aumentar a amplitude de curvatura nessa região. Porém, esse aumento foi observado para o caso em que a força de sucção foi aumentada em dez vezes. Para a simulação feita com a própria força calculada, o valor de amplitude máxima da curvatura praticamente não mudou. Por isso, mais estudos devem ser feitos para melhorar o entendimento desse efeito.

Para o estudo da trincheira, considerou-se que o *riser* estivesse dentro de uma trincheira previamente formada, sem estudar sua formação com a movimentação do *riser* sobre o solo. Comparando um caso sem trincheira com uma trincheira em forma de U, verifica-se que o *riser* percorre o fundo da trincheira até atingir a parede. Da mesma forma que a amplitude do ângulo θ diminuiu um pouco, a amplitude de curvatura também diminuiu. Já no caso de uma trincheira em forma de V, observa-se que o *riser* sobe a parede inclinada da trincheira conforme ele se movimenta em Y. Analisando a curvatura no TDP, observou-se que há um aumento na curvatura conforme o ângulo da parede da trincheira com a horizontal aumenta. O fato de a curvatura aumentar indica que o efeito da trincheira não deva ser simplesmente ignorado, já que a curvatura influencia a vida à fadiga. A forma da trincheira pode ser importante, pois ela pode ter efeitos diferentes na resposta do *riser*. Pode também ser importante estudar a formação da trincheira, e isso fica como sugestão para trabalhos futuros.

Por último, a importância de se ter um código próprio de análise dinâmica no domínio do tempo deve ser destacada por permitir que diferentes efeitos, lineares ou não, sejam inseridos na análise. Este tipo de estudo não pode ser feito em um software comercial, como o OrcaflexTM, pois seu código não é aberto. Da mesma forma como o efeito da sucção e trincheira puderam ser inseridos em uma análise, eles podem ser substituídos ou removidos da análise, ou mesmo um outro efeito pode ser adicionado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANP - AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS. **Anuário Estatístico Brasileiro do Petróleo e do Gás Natural 2007**. 2007. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/doc/conheca/AnuarioEstatistico2007.pdf>>. Acesso em: 29/02/2008.

ANTUNES, J.; AXISA, F.; BEAUFILS, B.; GUILBAUD, B. **Coulomb Friction Modelling in Numerical Simulations of Vibration and Wear Work Rate of Multispan Tube Bundles**. Journal of Fluids and Structures, v. 4, p. 287-304, 1990.

API - AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **Recommended Practice for Flexible Pipe - API RP 17B**. 1998.

ARANHA, J. A. P.; MARTINS, C. A.; PESCE, C. P. **Analytical Approximation for the Dynamic Bending Moment at the Touchdown Point of a Catenary Riser**. International Journal of Offshore and Polar Engineering, v. 7, n. 4, p. 293-300, 1997.

ASTLEY, R. J. **Finite Element in Solids and Structures**. New York : Chapman & Hall, 1ª edição, 1992.

AWREJCEWICZ, J.; OLEJNIK, P. **Analysis of Dynamic Systems with Various Friction Laws**. Applied Mechanics Reviews, v. 58, p.389-411, 2005.

BALENA, R.; MARTINS, C. A.; SILVEIRA, L. M. Y.; TAKAFUJI, F. C. M.; TANAKA, R. L. **Fatigue Analysis of Lazy-Wave Steel Risers**. In: Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG. Rio de Janeiro: ABCM, 2005.

BATHE, K. J. **Finite Elements Procedures**. New Jersey: Prentice-Hall, 1996. 1037 p.

BERNITSAS, M. M.; HOFF, C. J.; KOKARAKIS, J. E. **Non-linear Inverser Perturbation in Structural Dynamics Redesign of Risers.** In: Proceedings of OMAE 1985, 1985a.

BERNITSAS, M. M.; KOKARAKIS, J. E.; IMRON, A. **Large Deformation Three-Dimensional Static Analysis of Deep Water Marine Risers.** Applied Ocean Research, v. 7(4), p. 178-187, 1985b.

BLEVINS, R.D. **Flow-Induced Vibration.** New York: Van Nostrand Reinhold, 2ª edição, 1990. 477 p.

BRIDGE, C., HOWELLS, H. A. **Observations and Modeling of Steel Catenary Riser Trenches.** In: Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference, Lisbon, Portugal, July 1-6, 2007, p. 803-813.

BRIDGE, C., LAVER, K., CLUKEY, E., EVANS, T. **Steel Catenary Riser Touchdown Point Vertical Interactions Models.** In: OTC 16628, 2004.

CAVALCANTE, C. C. P; BORDALO, S. N.; MOROOKA, C. K.; MATT, C. G. C.; FRANCISS, R. **Influência do escoamento interno no movimento de oscilação de um riser rígido em catenária.** In: 4º Congresso Brasileiro de P&D em Óleo e Gás. Campinas, São Paulo, 2007.

CHAI, Y. T.; VARYANI, K. S. **An Absolute Coordinate Formulation for Three-dimensional Flexible Pipe Analysis.** Ocean Engineering, v. 33, p.23-58, 2006.

CHAI, Y. T.; VARYANI, K. S.; BARLTROP, N. D. P. **Three-dimensional Lump-mass Formulation of a Catenary Riser with Bending, Torsion, and Irregular Seabed Interaction Effect.** Ocean Engineering, v. 29, p.1503-1525, 2002.

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. **Dynamics of Structures.** New York: McGraw-Hill, 1975.

CLUKEY, E., GHOSH, R., MOKARALA, P., DIXON, M. **Steel Catenary Riser (SCR) Design Issues at Touch Down Area.** In: Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference, Lisbon, Portugal, July 1-6, 2007, p. 814-819.

COOK, R. D., MALKUS, D. S., PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis.** John Wiley & Sons Inc., 4^a edição, 2002.

CRAIG, R. R. **Structural Dynamics.** New York: John Wiley & Sons, 1981.

DANTAS, C. M. S.; SIQUEIRA, M. Q.; ELLWANGER, G. B.; TORRES, A. L. F. L.; MOURELLE, M. M. **A Frequency Domain Approach for Random Fatigue Analysis of Steel Catenary Risers at Brazil's Deep Waters.** In: Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Canada, 2004.

DEVOLD, H. **Oil and Gas Production Handbook.** ABB ATPA Oil and Gas, 2006. 82p.

DNV - DET NORSKE VERITAS. **Recommended Practice RP-F105: Free Spanning Pipelines.** Norway, 2006.

FALTINSEN, O. M. **Sea Loads on Ships and Offshore Structures.** Cambridge: Cambridge University Press, 1990. 328p.

FU, K. S., GONZALEZ, R. C., LEE, C. S. G. **Robotics control, sensing, vision and intelligence.** New York: McGraw-Hill, 1987.

GIERTSEN, E., VERLEY, R., SCHRODER, K. **CARISIMA - A catenary Riser/Soil Interaction Model for Global Riser Analysis.** In: Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Canada, 2004.

HOSSEINI KORDKHEILI S. A., BAHAI, H. **Non-Linear Finite Element Analysis of Flexible Risers in Presence of Buoyancy Force and Seabed Interaction Boundary Condition.** Archive of Applied Mechanics. Vol. 78, pp. 765-774, 2008.

KARNOPP, D. **Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems.** ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, p. 100-103, 1985.

KELLER, H. B. **Numerical Methods for Two-Point Boundary Value Problems.** Waltham, Mass: Blaisdell, 1968. 184p.

LANGLEY, R. S. **The Linearization of Three Dimensional Drag Forces in Random Seas With Current.** Applied Ocean Research, v. 6(3), p. 126-131, 1984.

LEIRA, B. J. **Multidimensional Stochastic Linearization of Drag Forces.** Applied Ocean Research, v. 9(3), 1987.

LEIRA, B. J., PASSANO, E., KARUNAKARAN, D., FARNES, K.A. **Analysis Guidelines and Application of a Riser-Soil Interaction Model Include Trench Effects.** In: Proceedings of OMAE 04, 2004.

LIGHTHILL, J. **Waves in Fluids.** Cambridge: Cambridge University Press, 1978. 504p.

LOVE, A. E. H. **A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity.** Cambridge: University Press, 1934. 643p.

MARTINS, C. A. **Análise Dinâmica da Operação de Resgate Lateral de Oleoduto Submarino.** 1984. Dissertação – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1984.

MARTINS, C. A. **Poliflex – Manual do Usuário Versão 1.0.** Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

MARTINS, C. A. **Uma Ferramenta Expedita para Estudo de Viabilidade de Risers Rígidos em Catenária**. 2000. Tese (Livre Docência) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

MORISON, J. R., O'BRIAN, M. P., JOHNSON, J. W., SCHAAF, S. A. **The Force Exerted by Surface Waves on Piles**. Petroleum Transactions, AIME, Vol. 189, p. 149-154, 1950.

NEWMARK, N. M. **A Method of Computation for Structural Dynamics**. Journal of the Engineering Mechanics Division, v.58, p. 67-94, 1959.

OFFSHORE TECHNOLOGY. **Industry Projects**. Disponível em: <<http://www.offshore-technology.com/projects/>>. Acesso em: 11/05/2009.

ORCINA LTD. **Orcaflex Manual Version 9.2a**. Ulverston, Cumbria, Inglaterra. 393 p.

ORCINA LTD. **Orcaflex Newsletter Autumn 2008**. Ulverston, Cumbria, Inglaterra. 2008.

PATEL, M. H.; SEYED, F. B. **Review of Flexible Riser Modelling and Analysis Techniques**. Engineering Structures, v. 17, n. 4, p. 293-304, 1995.

PESCE, C. P., ARANHA, J. A. P., MARTINS, C. A., RICARDO, O. G. S., SILVA, S. **Dynamic Curvature in Catenary Risers at the Touch Down Point Region: An Experimental Study and the Analytical Boundary-Layer Solution**. International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol. 8, No. 4., December 1998, pp. 303-310.

PESCE, C. P. ; MARTINS, C. A. **Numerical Computational of Riser Dynamics**. In: Subrata Chakrabarti. (Org.). Numerical Models in Fluid-Structure Interaction. 1 ed. Southampton: WIT Press, 2005, p. 253-309.

PESCE, C. P., MARTINS, C. A., SILVEIRA, L. M. Y. **Riser-Soil Interaction: Local Dynamics at TDP and a Discussion on the Eigenvalue and the VIV Problems.** Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. v. 128, p. 39-55, 2006.

PETROBRAS. **Bem-vindo a uma nova era.** Disponível em: <<http://www2.petrobras.com.br/portal/petrobras.htm?pagina=1>>. Acesso em: 31/07/2008.

PRYSMIAN. **Umbilicals Thermoplastic and Steel Tube.** Disponível em: <http://www.prysmian.com.br/pt_BR/cables_systems/energy/product_families/pdf/UMBILICALS.pdf;jsessionid=2OTUFPIAQR5TDFYKJOPCFFA>. Acesso em: 31/07/2008.

PRZEMIENIECKI, J. S. **Theory of Matrix Structural Analysis.** New York: McGraw-Hill, 1968.

RODENBUSCH, G.; GARRETT, D. L.; ANDERSON, S. L. **Statistical Linearization of Velocity-Squared Drag Forces.** In: Proceedings of OMAE 1986, 1986.

SANTOS, M. F. **Mecânica Global Tridimensional de Linhas Submersas.** 2003. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SBM OFFSHORE. **Fleet & Operations – Performance Record.** 36 p. Disponível em: <http://www.sbmoffshore.com/DOCS/SBMO_LeaseUnits.pdf>. Acesso em: 05/05/2009.

SILVEIRA, L. M. Y. **Modelo hidro-elástico para simular as vibrações induzidas por vórtices em cabos submersos.** 2009. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

SILVEIRA, L. M. Y., MARTINS, C. A. **A numerical method to solve the static problem of a catenary riser.** In: Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE), Canada, 2004.

SILVEIRA, L. M. Y., MARTINS, C. A. **Nonlinear Time-Domain Analysis of Risers.** In: Proceedings of COBEM 2003, São Paulo, SP. Rio de Janeiro: ABCM, 2003.

SILVEIRA, L. M. Y.; MARTINS, C. A.; BALENA, R.; TANAKA, R. L.; TAKAFUJI, F. C. M. **Static Analysis of Lazy-Wave Steel Risers.** In: Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG. Rio de Janeiro: ABCM, 2005.

SOUZA, R. M. **Force-based Finite Element for Large Displacement Inelastic Analysis of Frames.** 2000. Dissertação apresentada como requisito parcial da obtenção do Doutorado, University of California, 2000.

SPARKS, C. P. **Mechanical Behavior of Marine Risers Mode of Influence of Principal Parameters.** In: Proceedings of Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers. 2-7 December, 1979, OED Vol. 7, New York.

TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A. **Damping Linearization for Frequency Domain Lazy-Wave Riser Analysis.** In: Proceedings of the 17th International Offshore and Polar Engineering Conference, Lisboa, Portugal, 2007. Cupertino, Califórnia: ISOPE, 2007.

TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L. **Riser-Seabed Friction Modelling.** In: Proceedings of COBEM 2007, Brasília. Rio de Janeiro: ABCM, 2007.

TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L. **Bending Stiffness Effect on the Vibration Modes of Catenary Risers.** In: Proceedings of Rio Oil & Gas 2006 Expo and Conference. Rio de Janeiro: IBP, 2006.

TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L.; BALENA, R.; SILVEIRA, L. M. Y. **Parametric Analysis of Steel Lazy-Wave Risers.** In: Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG. Rio de Janeiro: ABCM, 2005.

TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A.; TAKAFUJI, F. C. M.; SILVEIRA, L. M. Y.; BALENA, R. **Dynamic Analysis of Lazy-Wave Steel Risers**. In: Proceedings of COBEM 2005, Ouro Preto, MG. Rio de Janeiro: ABCM, 2005.

TARIKU, F. A; ROGERS, R. J. **Improved Dynamic Friction Models for Simulation of One-dimensional and Two-dimensional Stick-Slip Motion**. ASME Journal of Tribology. v. 123, p. 661-669, 2001.

TECHNIP. **Technologies and Products - Flexible pipe**. 2008. Disponível em: <http://www.technip.com/pdf/Flexible_Pipe.pdf>. Acesso em: 31/07/2008.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. E. **Mecânica dos Sólidos 1**. Rio de Janeiro: LTC, 1994.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. E. **Mecânica dos Sólidos 2**. Rio de Janeiro: LTC, 1984.

VILLAGGIO, P. **Mathematical models for elastic structures**. New York: Cambridge University Press, 1997.

GLOSSÁRIO

Âncora – termo utilizado para designar a extremidade do *riser* presa no fundo do mar.

Bending Stiffener – estruturas poliméricas de forma cônica que limitam a curvatura no topo do *riser*.

Catenária – configuração mais comum na qual se encontram instalados os *risers*.

Lazy-wave – configuração na qual o *riser* tem um trecho flutuado e um trecho apoiado sobre o solo.

OrcaflexTM – software comercial utilizado neste trabalho para verificação dos modelos apresentados.

Riser – termo utilizado para designar o trecho que responde dinamicamente de cabos umbilicais, tubos e linhas de amarração.

Sistemas offshore – nome dados ao conjunto de equipamentos utilizados na extração de petróleo em alto mar.

Topo – termo utilizado para designar a extremidade do *riser* presa à unidade flutuante.

Touchdown point (ou TDP) – primeiro ponto do *riser* que toca o solo quando se percorre do topo para a âncora.

Unidade flutuante – navio ou plataforma flutuante utilizado na produção de petróleo no mar, onde os cabos submersos são presos.