

RAFAEL LOUREIRO TANAKA

OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DE *RISERS* RÍGIDOS

RAFAEL LOUREIRO TANAKA

OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DE *RISERS* RÍGIDOS

São Paulo

2009

RAFAEL LOUREIRO TANAKA

OTIMIZAÇÃO DA CONFIGURAÇÃO DE *RISERS* RÍGIDOS

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia de Controle e Automação
Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Clóvis de Arruda Martins

São Paulo

2009

Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, de março de 2009.

Assinatura do autor _____

Assinatura do orientador _____

FICHA CATALOGRÁFICA

Tanaka, Rafael Loureiro

**Otimização da configuração de riser rígidos / R.L. Tanaka.
-- ed.rev. -- São Paulo, 2009.
236 p.**

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Tubos flexíveis (Otimização) 2. Estruturas offshore 3. Estruturas (Otimização) 4. Ondas (Oceanografia) I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família

AGRADECIMENTOS

Ao orientador e amigo Clóvis de Arruda Martins pelo incentivo nos momentos mais difíceis e pelo trabalho paciente de orientação.

Aos engenheiros Fernanda Takafuji, Lauro Silveira, Rodrigo Provasi e Alfredo Neto, que contribuíram de diferentes formas na execução deste trabalho. Aos colegas do NDF: Rafael Gíória, Alessandro Lima, Ivan Korkischko, Iago Barbeiro, Eduardo Malta e Amin Assad.

A Ivone Margarido pela ajuda com questões diversas.

À minha família pelo amor e dedicação.

Ao LIFE&MO pelo uso do servidor Silicon Altix 450, sem o qual o trabalho não poderia ser realizado.

À Petrobras que através da rede de estruturas submarinas, projeto FUSP/Petrobras 1595 possibilitou a aquisição do servidor Silicon Altix 450.

A outros que contribuíram para este trabalho, com quem me desculpo por não os citar nominalmente.

E à FAPESP pelo suporte financeiro ao programa de doutorado 03/14124-1.

RESUMO

Risers são elementos que fazem a conexão física entre a plataforma e o poço. Eles são fundamentais na exploração de petróleo no mar. O projeto destes elementos é, cada vez mais, uma tarefa desafiadora, devido ao aumento da profundidade de exploração, que pode tornar inviável a utilização de uma configuração mais tradicional, como a catenária. Para viabilizar a exploração através de *risers*, surgem outras configurações, entre elas a *lazy-wave*, que foi estudada neste texto. Um *riser* deve atender a critérios de engenharia quando submetido a diversas condições ambientais. Cada uma destas condições é simulada numericamente o que, devido à complexidade do problema, demanda um grande tempo computacional. Considerando-se que, dado um campo, existe um grande número de possibilidades de configurações de *risers*, o tempo necessário para uma busca exaustiva pela melhor configuração é grande demais, tornando o resultado do projeto altamente dependente da experiência do projetista. Neste trabalho foi proposta uma abordagem diferente, atacando o problema por três frentes: o uso de técnicas de otimização para tomada de decisão sobre as configurações a serem simuladas, com o objetivo de diminuir o número de simulações necessárias, a realização das simulações através de modelos capazes de diminuir o tempo de simulação de cada condição ambiental, e o uso de computação paralela, por meio da qual o trabalho computacional é dividido entre vários núcleos, permitindo maior rapidez na obtenção dos resultados. Para aplicar as técnicas de otimização, foi necessário transformar o projeto de um *riser* em um problema de otimização, definindo variáveis de projeto, restrições e função objetivo. Em seguida estudaram-se os métodos de otimização aplicáveis ao problema e estes foram implementados em uma ferramenta computacional. Os modelos utilizados para realização das análises dinâmica e estática foram trabalhados tanto para generalização quanto para aumento de robustez e de confiabilidade. A ferramenta desenvolvida foi aplicada a um caso real e os resultados apresentados, através dos quais foi estudada a influência das condições ambientais (movimentos do topo, correntezas e *offsets*) utilizadas. Dois algoritmos heurísticos e quatro de programação matemática foram também comparados, os primeiros tanto em sua versão serial quanto na paralela. Comparações entre diferentes funções objetivo foram feitas, tendo o melhor resultado sido obtido minimizando a máxima amplitude de

tensão dinâmica. Através da minimização desta função, a resposta dinâmica do *riser* é aprimorada, tendo sido obtidos resultados que mostram que é possível conseguir em pouco tempo e de maneira automática uma configuração que satisfaz os critérios de engenharia aplicáveis a este tipo de projeto e que é a melhor de acordo com uma medida objetiva de eficiência.

Palavras-chave: Engenharia *offshore*, *Risers* rígidos, Otimização estrutural, *Lazy-wave*.

ABSTRACT

Risers are elements that physically connect the platform to the well. They are fundamental elements in sea oil exploitation. Their project is a challenging task, due to the continuous increase in exploitation depth, which can turn infeasible the use of more traditional configurations, such as the free-hanging. To make the exploitation feasible, other configurations are possible, among them the lazy-wave, which was studied in this text. A riser must fulfill engineering criteria under several environmental conditions. Each of these environmental conditions is numerically simulated and, due to the complexity of the problem, the required computational time is high. If one considers that, in a given field, a great number of riser possibilities exists, the time required for a comprehensive search for the best configuration is too large, making the project outcome highly dependent on the designer's experience. In this work a different approach was proposed, in three fronts: the use of an optimization technique to decide which configurations will be simulated; in order to reduce the number of necessary simulations, the execution of the simulations using models which are capable of reducing simulation time for each environmental condition; and the use of parallel computing, through which the computational burden is divided among several cores, leading to a faster solution. In order to apply an optimization technique, it was necessary to transform a riser design into an optimization problem, defining design variables, restrictions and objective function. Then, applicable optimization methods were studied and implemented in a computational tool. The models used for the execution of the dynamic and static analyses were generalized and tweaked, so that a better reliability and robustness could be achieved. The developed tool was applied to a real case and the results presented, through which were studied the influence of environmental conditions (top movements, currents and offsets). Two heuristic and four mathematical programming optimization algorithms were also compared, the first both in serial and parallel versions. Comparisons among different objective functions were made, with the best result being obtained by minimizing the maximum dynamic stress amplitude. Through the minimization of this function, the dynamic response of the riser is improved, with results which show that it is possible to obtain in a short time and in an

automated way a configuration that fulfills the applicable engineering criteria and that is the best, according to an objective performance measure.

Keywords: Offshore Engineering, Rigid risers, Structural Optimization, Lazy-Wave.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Ilustração das configurações <i>lazy-wave</i> e <i>catenária</i>	2
Figura 1.2 – Ilustração das configurações <i>pliant-wave</i> e <i>lazy-s</i>	3
Figura 1.3 – Ilustração das configurações <i>steep-wave</i> e <i>steep-s</i>	3
Figura 1.4 – Ilustração da alteração na linha elástica de um <i>riser</i> devida à correnteza e ao <i>offset</i> da plataforma.	5
Figura 1.5 – <i>Riser</i> flexível típico.	9
Figura 1.6 - Segmento de <i>riser</i> com flutuador.	12
Figura 1.7 - Módulo fixado por garra (extraído de <i>Flotation Technologies (2005)</i>).....	13
Figura 3.1 – Restrições do Problema.....	32
Figura 4.1 – Esquema do PLS	41
Figura 4.2 – Funcionamento do método de busca de raízes de Newton	45
Figura 4.3 – Método Fletcher-Reeves	48
Figura 4.4 – Redução do intervalo $[x_1, x_2]$ a cada iteração em função dos valores de função objetivo em cada um dos pontos calculados. A altura da barra vertical representa o valor da função objetivo.	50
Figura 4.5 - Esquema de solução do Método do Recozimento Simulado.....	53
Figura 4.6 - Esquema de solução de um Algoritmo Genético.....	59
Figura 5.1 – Esquema tridimensional de um <i>riser</i> submerso na configuração tipo <i>lazy-wave</i> .69	69
Figura 5.2 – Ângulos $\theta_0(s)$ e $\psi_0(s)$	70
Figura 5.3 – Sistemas de referência.....	71
Figura 5.4 – Diagrama de Forças Equivalentes para a força hidrostática. (Baseado em Martins (2000))	73
Figura 5.5 – Exemplo de perfil tridimensional de correnteza marítima.....	75
Figura 5.6 – Equilíbrio de Forças.	79
Figura 5.7 – Equilíbrio de Momentos.....	80
Figura 5.8 – Graus de liberdade do elemento.....	99
Figura 5.9 – Deformação em x devido à flexão em torno de z.....	106
Figura 5.10 - Deformação causada pela mudança de y	107
Figura 5.11 – Linha elástica no plano XZ	126
Figura 5.12 – Linha elástica no plano XY.....	126
Figura 5.13 – Ângulo θ estático	127
Figura 5.14 – Ângulo ψ estático.....	127
Figura 5.15 – Tração estática.....	127
Figura 5.16 – Curvatura estática.....	128
Figura 5.17 – Amplitude dinâmica de X	128
Figura 5.18 – Amplitude dinâmica de Y	128
Figura 5.19 – Amplitude dinâmica de Z.....	129
Figura 5.20 – Amplitude dinâmica de θ	129
Figura 5.21 – Amplitude dinâmica de ψ	129
Figura 5.22 – Amplitude dinâmica da tração	130
Figura 5.23 – Amplitude dinâmica da curvatura	130

Figura 5.24 – Linha elástica no plano XZ.....	131
Figura 5.25 – Linha elástica no plano XY.....	131
Figura 5.26 – Ângulo θ estático	131
Figura 5.27 – Ângulo ψ estático.....	132
Figura 5.28 – Tração estática.....	132
Figura 5.29 – Curvatura estática.....	132
Figura 5.30 – Amplitude dinâmica de X	133
Figura 5.31 – Amplitude dinâmica de Y	133
Figura 5.32 – Amplitude dinâmica de Z.....	133
Figura 5.33 – Amplitude dinâmica de θ	134
Figura 5.34 – Amplitude dinâmica de ψ	134
Figura 5.35 – Amplitude dinâmica da tração	134
Figura 5.36 – Amplitude dinâmica da curvatura	135
Figura 5.37 – Linha elástica no plano XZ.....	136
Figura 5.38 – Linha elástica no plano XY.....	136
Figura 5.39 – Ângulo θ estático	136
Figura 5.40 – Ângulo ψ estático.....	137
Figura 5.41 – Tração estática.....	137
Figura 5.42 – Curvatura estática.....	137
Figura 5.43 – Amplitude dinâmica de X	138
Figura 5.44 – Amplitude dinâmica de Y	138
Figura 5.45 – Amplitude dinâmica de Z.....	138
Figura 5.46 – Amplitude dinâmica de θ	139
Figura 5.47 – Amplitude dinâmica de ψ	139
Figura 5.48 – Amplitude dinâmica da tração	139
Figura 5.49 – Amplitude dinâmica da curvatura	140
Figura 5.50 – Linha elástica no plano XZ.....	140
Figura 5.51 – Linha elástica no plano XY.....	141
Figura 5.52 – Ângulo θ estático	141
Figura 5.53 – Ângulo ψ estático.....	141
Figura 5.54 – Tração estática.....	142
Figura 5.55 – Curvatura estática.....	142
Figura 5.56 – Amplitude dinâmica de X	142
Figura 5.57 – Amplitude dinâmica de Y	143
Figura 5.58 – Amplitude dinâmica de Z.....	143
Figura 5.59 – Amplitude dinâmica de θ	143
Figura 5.60 – Amplitude dinâmica de ψ	144
Figura 5.61 – Amplitude dinâmica da tração	144
Figura 5.62 – Amplitude dinâmica da curvatura	144
Figura 5.63 – Sistema de coordenadas e pontos críticos de tensão para um <i>riser</i> rígido	145
Figura 5.64 – Estado de tensões em cada ponto do <i>riser</i>	145
Figura 6.1 – Equivalência entre trechos	151
Figura 7.1 – Ilustração do estudo de caso.....	165
Figura 7.2 – Representação do <i>riser</i> utilizado no estudo de caso.	166
Figura 7.3 - Linha elástica da configuração ótima dos casos 1 a 4.	170
Figura 7.4 – Linha elástica da configuração ótima do caso com os 4 estados de mar, sem correntezas e <i>offsets</i>	170
Figura 7.5 – Linha elástica da configuração resultante da otimização com todos os mares, correntezas e <i>offsets</i>	171

Figura 7.6 – Resultado da otimização utilizando correntezas tanto no sentido do <i>riser</i> quanto no sentido contrário.	172
Figura 7.7 – Linha Elástica da configuração ótima para o caso com correntezas fora do plano.	173
Figura 7.8 – Linha Elástica da configuração ótima obtida com o Método do Recozimento Simulado.	176
Figura 7.9 – Ganho de desempenho com a paralelização para o Método do Recozimento Simulado.	177
Figura 7.10 – Ganho de desempenho com a paralelização para o Algoritmo Genético.	177
Figura 7.11 - Ganho de desempenho com o Algoritmo Genético quando a função objetivo é calculada em um tempo fixo.	179
Figura 7.12 – Configuração ótima segundo o critério de custo.	187
Figura 7.13 – Comparação entre as configurações ótimas segundo as diferentes funções objetivo.	187
Figura 7.14 – Configuração ótima segundo o critério de custo restringindo o máximo ângulo do topo a 25 graus.	189
Figura 7.15 – Configuração ótima segundo o critério de tensão permitindo a variação de diâmetro externo.	191
Figura 7.16 – Configuração ótima para o caso FPSO.	197
Figura 7.17 – Configuração ótima para o caso FPSO, comparada com a catenária ótima.	198
Figura 7.18 – Configurações ótimas para diferentes ângulos de topo.	201
Figura B.1 – Tempo de simulação em função do número de configurações.	229
Figura B.2 – Comparação entre valor de função objetivo em função do número de configurações para as regras de resfriamento logarítmica e linear.	231
Figura B.3 – Função objetivo em função do número de transições por temperatura.	232
Figura B.4 – Função objetivo em função do valor de α_i	233
Figura B.5 – Valor médio de função objetivo em função do tamanho da população.	235
Figura B.6 – Valor médio de função objetivo em função do tamanho da população para a aptidão calculada através de classificação.	236

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 - Propriedades mecânicas de aços disponíveis comercialmente (elaborado a partir de <i>American Petroleum Institute</i> , 1998 e 2000).....	11
Tabela 1.2 - Propriedades de materiais usados para flutuação (elaborado a partir de <i>Syntech Materials</i> (2006)).....	14
Tabela 3.1 - Resumo das variáveis de projeto e seus tipos	28
Tabela 5.1 – Comprimento dos trechos (m)	123
Tabela 5.2 – Movimentos impostos pela unidade flutuante ao topo do <i>riser</i>	124
Tabela 5.3 – Velocidades (m/s) e direções ($^{\circ}$ em relação à direção de lançamento do <i>riser</i>) da correnteza em função da profundidade.....	125
Tabela 6.1 – Comparação entre períodos naturais (s) para diferentes tipos e quantidades de elementos.....	161
Tabela 7.1 – Intervalo das variáveis de projeto.....	166
Tabela 7.2 – Movimentos impostos pela unidade flutuante ao topo do <i>riser</i>	167
Tabela 7.3 – Velocidades (m/s) e direções ($^{\circ}$ em relação ao Leste, crescendo no sentido anti-horário) da correnteza em função da profundidade.....	167
Tabela 7.4 – Função objetivo e variáveis de projeto para a simulação com diferentes mares. Entre parênteses a região do <i>riser</i> onde ocorre este valor da função objetivo.	170
Tabela 7.5 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes correntezas	174
Tabela 7.6 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes algoritmos e 1 processador.....	175
Tabela 7.7 – Valor da função objetivo (com penalizações) inicial e após a otimização com cada um dos algoritmos. A linha tracejada representa uma configuração impossível fisicamente.....	180
Tabela 7.8 – Decréscimo percentual no valor da função objetivo após a otimização com cada um os algoritmos. São mostrados apenas casos em que é possível calcular a função objetivo da solução final de pelo menos um dos algoritmos. Quando a configuração inicial não possuía valor de função objetivo foi atribuído 100% de redução.....	183
Tabela 7.9 – Média e desvio padrão dos tempos de otimização, normalizados pelo tempo médio levado pelo PLS.....	185
Tabela 7.10 – Função objetivo e variáveis de projeto para as configurações antes e depois da otimização por PLS.	186
Tabela 7.11 – Comparação entre as diferentes funções objetivo. Entre parênteses as regiões de ocorrência.	188
Tabela 7.12 – Comparação entre as configurações ótimas obtidas com as diferentes funções objetivo.	191
Tabela 7.13 – Variáveis de projeto das configurações ótimas na comparação entre as diferentes funções objetivo.....	192

Tabela 7.14 – Correntezas, ondas e aproamento do FPSO para as condições ambientais do caso estudado.....	195
Tabela 7.15 – Período (s), amplitudes (m) e fases (°) dos movimentos do topo.	196
Tabela 7.16 – Função objetivo e variáveis de projeto para o caso FPSO.....	197
Tabela 7.17 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes ângulos do topo.....	200

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANSI *American National Standards Institute*

API *American Petroleum Institute*

BFGS Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno

DFP Davidon-Fletcher-Powell

DNV Det Norske Veritas

FPSO *Floating Production Storage and Offloading*

ISO *International Organization for Standardization*

MEF Método dos Elementos Finitos

MPI *Message Passing Interface*

PLS Programação Linear Seqüencial

PVM *Parallel Virtual Machine*

RAO *Response Amplitude Operator*

RAM *Random Access Memory*

SMP *Shared Memory MultiProcessor*

TDP *Touchdown Point*

TLP *Tension Leg Platform*

VIV Vibrações Induzidas por Vórtices

LISTA DE SÍMBOLOS

- a raio interno do *riser*
- a_A coeficiente de escala da função objetivo no cálculo de aptidão misto
- a_{li} limite inferior da variável de projeto i
- a_{ui} limite superior da variável de projeto i
- A aptidão
- $A(s)$ área da seção transversal do *riser* na coordenada curvilínea s
- $A_0(x)$ fator de linearização do amortecimento dinâmico
- A_w amplitude da onda
- A_x amplitude da projeção da velocidade relativa entre *riser* e onda no eixo X
- A_y amplitude da projeção da velocidade relativa entre *riser* e onda no eixo Y
- A_z amplitude da projeção da velocidade relativa entre *riser* e onda no eixo Z
- b raio externo
- b_A constante do cálculo misto de aptidão
- B_i aproximação da inversa da matriz Hessiana na iteração i
- c matriz de coeficientes de arrasto
- $\bar{c}_0(s)$ força de arrasto total sobre o *riser*

$c_{0,x}(s)$ projeção na direção X da força de arrasto total sobre o *riser*

$c_{0,y}(s)$ projeção na direção Y da força de arrasto total sobre o *riser*

$c_{0,z}(s)$ projeção na direção Z da força de arrasto total sobre o *riser*

c_a coeficiente de arrasto axial da matriz de amortecimento viscoso

$c_{d,t}(s)$ coeficiente de arrasto da seção de coordenada s do *riser* na direção transversal

$c_{d,a}(s)$ coeficiente de arrasto da seção de coordenada s do *riser* na direção axial

$c_{t,y}$ coeficiente de arrasto transversal da direção Y da matriz de amortecimento viscoso

$c_{t,z}$ coeficiente de arrasto transversal da direção Z da matriz de amortecimento viscoso

C matriz de amortecimento linear

C_D coeficiente de arrasto na direção do escoamento

$C_{D,a}$ coeficiente de arrasto axial, na direção x local do elemento

$C_{D,t,y}$ coeficiente de arrasto transversal, na direção y local do elemento

$C_{D,t,z}$ coeficiente de arrasto transversal, na direção z local do elemento

C_i constantes a determinar da camada limite

c_m matriz coeficientes de massa adicional

C_{max} máximo valor que a função objetivo pode alcançar no cálculo misto de aptidão

C_x projeção na direção X da velocidade do *riser*

C_y projeção na direção Y da velocidade do *riser*

C_z projeção na direção Z da velocidade do *riser*

\tilde{C}	matriz de amortecimento linear escrita no sistema global
$\tilde{C}_{D,a}$	versão linearizada de $C_{D,a}$
$\tilde{C}_{D,t}$	versão linearizada de $C_{D,t}$
d_w	distância da origem da onda até o ponto em que esta atinge o <i>riser</i>
D	diâmetro externo do <i>riser</i>
D_i	matriz dinâmica
$\vec{e}_{1,0}$	versor da base ortonormal local utilizada no modelo estático
$\vec{e}_{2,0}$	versor da base ortonormal local utilizada no modelo estático
$\vec{e}_{3,0}$	versor da base ortonormal local utilizada no modelo estático
E	módulo de elasticidade
\vec{E}	força de empuxo sobre o elemento
EA	rigidez axial
E^e	energia dissipada em um elemento
EI	rigidez flexional
$f(z_0)$	fator multiplicativo da velocidade da correnteza para cada cota z_0
\vec{f}_b	força viscosa que surge do movimento do <i>riser</i> imerso no fluido
$\tilde{\vec{f}}_b$	força viscosa linearizada
f_{obj}	função objetivo
f_{obj}^p	valor da função objetivo após as penalizações

f_y	tensão de escoamento do material
F	força de tração ou compressão suportada pelo <i>riser</i>
\vec{F}_0	esforços internos que solicitam a seção transversal do elemento
$F_{0,x}$	projeção na direção X dos esforços internos sobre a seção transversal do elemento
$F_{0,y}$	projeção na direção Y dos esforços internos sobre a seção transversal do elemento
$F_{0,z}$	projeção na direção Z dos esforços internos sobre a seção transversal do elemento
\vec{F}_D	força viscosa
\vec{F}_{ef}	força efetiva
$F_{ef,0,x}$	projeção na direção X da força efetiva estática
$F_{ef,0,y}$	projeção na direção Y da força efetiva estática
$F_{ef,0,z}$	projeção na direção Z da força efetiva estática
\vec{F}_h	força de tração hidrostática
\vec{F}_I	força de inércia que aparece no problema dinâmico
\vec{F}_S	força restauradora
F_{topo}	Tração no topo do <i>riser</i>
g	aceleração da gravidade
g_j	j-ésima restrição de desigualdade
G	módulo de elasticidade ao cisalhamento
h	profundidade do local de instalação do <i>riser</i>

h_k	k-ésima restrição de igualdade
\vec{h}_0	força hidrostática que age num trecho de <i>riser</i>
\vec{H}_0	força de tração oposta à resultante da pressão hidrostática que agiria na tampa do elemento de <i>riser</i> fechado e isolado
\vec{i}	versor que aponta na direção X
\vec{j}	versor que aponta na direção Y
k	constante de Boltzmann
\vec{k}	versor que aponta na direção Z
K	matriz de rigidez total
K_E	matriz de rigidez elástica
K_G	matriz de rigidez geométrica
K_w	$\frac{\omega^2}{g}$
\tilde{K}	matriz de rigidez total escrita no sistema global
l_T	coordenada curvilínea do topo do <i>riser</i>
L	comprimento do elemento de pórtico
M	matriz de massa
\vec{M}_0	momento fletor atuante sobre um elemento de <i>riser</i>
$M_{0,x}$	projeção do momento fletor na direção X
$M_{0,y}$	projeção do momento fletor na direção Y

$M_{0,z}$	projeção do momento fletor na direção Z
M_a	matriz de massa adicional
M_f	momento fletor
\tilde{M}	matriz de massa escrita no sistema global
n	número de restrições desrespeitadas
n_g	número de restrições de desigualdade
n_k	número de restrições de igualdade
N	matriz das funções de forma
N_t	número de configurações total a serem simuladas no Método do Recozimento Simulado
O	origem do sistema global de coordenadas
Ox	direção X
Oy	direção Y
Oz	direção Z
p	distância relativa do valor da restrição para o limite permitido
$\bar{\mathbf{p}}_0$	força peso que age sobre o <i>riser</i>
p_1	valor da variável do primeiro indivíduo genitor
p_2	valor da variável do segundo indivíduo genitor
p_e	pressão externa
p_i	pressão interna
p_{\min}	pressão mínima interna para o cálculo do colapso

p_n	valor da variável resultante do cruzamento
p_{pr}	pressão limite de colapso
P	vetor de carregamento
$\bar{\mathbf{P}}$	forças externas atuantes
\tilde{P}	vetor de carregamento escrito no sistema global
$\bar{\mathbf{q}}$	deslocamento contínuo do elemento
\bar{q}	deslocamentos discretos do elemento
$\bar{\mathbf{q}}_0$	esforços totais atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{0,x}$	projeção na direção X dos esforços totais atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{0,y}$	projeção na direção Y dos esforços totais atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{0,z}$	projeção na direção Z dos esforços totais atuantes sobre o <i>riser</i>
$\bar{\mathbf{q}}_{ef,0}$	esforços efetivos atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{ef,0,x}$	projeção na direção X dos esforços efetivos atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{ef,0,y}$	projeção na direção Y dos esforços efetivos atuantes sobre o <i>riser</i>
$q_{ef,0,z}$	projeção na direção Z dos esforços efetivos atuantes sobre o <i>riser</i>
Q	vetor de deslocamentos nodais
\mathbf{Q}	matriz Hessiana
\tilde{Q}	vetor de deslocamentos nodais escritos na base global
Q_0	amplitude do deslocamento

r	coordenada cilíndrica a partir do centro do <i>riser</i>
\vec{r}_0	vetor de posição
R	raio externo do <i>riser</i>
R	matriz de rotação
R_1	matriz de rotação em torno do eixo z
R_2	matriz de rotação em torno do eixo y
R_3	matriz de rotação em torno do eixo x
RC_{\min}	raio mínimo de curvatura
s	direção padrão
s	coordenada curvilínea
s_{TDP}	coordenada curvilínea do TDP
$SMYS$	tensão de escoamento mínima do material
t	espessura do <i>riser</i>
t_i	número de transições por “temperatura”
T	energia cinética
T_i	“temperatura” inicial
T_f	“temperatura” final
T_{\min}	Tração mínima ao longo do <i>riser</i>
T_{\max}	Tração máxima ao longo do <i>riser</i>
T_R	matriz de rotação do elemento
T	tensor das tensões

\mathbf{u}_i	deslocamento do nó i do elemento na direção X no sistema local
U	energia de deformação
\mathbf{v}_i	deslocamento do nó i do elemento na direção Y no sistema local
$\vec{\mathbf{v}}_c$	velocidade da correnteza
$\vec{\mathbf{v}}_m$	velocidade relativa entre <i>riser</i> e onda
$\vec{\mathbf{v}}_r$	velocidade relativa entre o <i>riser</i> e o fluido
$\vec{\mathbf{v}}_w$	velocidade da onda
$v_{w,x}$	projeção na direção X da velocidade da onda
$v_{w,y}$	projeção na direção Y da velocidade da onda
$v_{w,z}$	projeção na direção Z da velocidade da onda
$V_{c,x}$	projeção na direção X da velocidade da corrente
$V_{c,y}$	projeção na direção Y da velocidade da corrente
$V_{c,z}$	projeção na direção Z da velocidade da corrente
\mathbf{w}_i	deslocamento do nó i do elemento na direção Z no sistema local
ω	período da onda
w	peso da restrição
\mathbf{x}	vetor que representa as variáveis de projeto
X_T	coordenada X do topo do <i>riser</i>

x_{TDP}	deslocamento do TDP
Y_T	coordenada Y do topo do <i>riser</i>
Z_T	coordenada Z do topo do <i>riser</i>
α	passo univariado
α_i	rotação do nó i do elemento em torno da direção X do sistema local
α_{fab}	fator de fabricação
α_u	fator de resistência do material
α_t	fator de resfriamento
α_{topo}	ângulo no topo do <i>riser</i>
α_w	ângulo que a onda faz com o plano XZ
α_A	expoente do cálculo misto de aptidão.
β_i	rotação do nó i do elemento em torno da direção Y do sistema local
β	posição instantânea do TDP em relação ao comprimento de flexão
γ	peso por unidade de comprimento
γ_i	rotação do nó i do elemento em torno da direção Z do sistema local
γ_a	peso específico por unidade de volume do fluido
γ_c	fator de resistência para condições especiais
γ_{ef}	peso imerso ou efetivo por unidade de comprimento
γ_m	fator de resistência para compensar incertezas de resistência do material

γ_{SC}	fator de resistência para a classe de segurança
$\Delta\sigma_{VM}$	amplitude de tensão equivalente de Von Mises
ε_0	deformação axial estática do elemento
ε_{xx}	deformação na direção axial do elemento
ε_{xy}	deformação no plano xy do elemento
ε_{xz}	deformação no plano xz do elemento
ϕ	potencial de velocidades da onda
ϕ_x	fase da projeção na direção X da velocidade relativa entre <i>riser</i> e onda
ϕ_y	fase da projeção na direção Y da velocidade relativa entre <i>riser</i> e onda
ϕ_z	fase da projeção na direção Z da velocidade relativa entre <i>riser</i> e onda
φ_i	função de forma
λ	resultado da minimização de linha da função objetivo
λ_t	fator de escala do resfriamento por decaimento exponencial
λ_{TDP}	comprimento de flexão no TDP
ψ_0	ângulo entre o eixo Ox e a projeção da reta tangente ao <i>riser</i> no plano Oxy
ψ_c	ângulo medido entre o eixo global Ox e a projeção da velocidade da correnteza
ψ_s	ângulo do <i>riser</i> no solo no plano XY
χ	curvatura
ρ	massa específica do <i>riser</i>

ρ_a	densidade da água
σ	desvio-padrão da função objetivo
σ_{eq}	tensão equivalente
σ_{vm}	tensão equivalente de Von Mises
σ_x	tensão atuante sobre a direção X local do <i>riser</i>
σ_y	tensão atuante sobre a direção Y local do <i>riser</i>
σ_z	tensão atuante sobre a direção Z local do <i>riser</i>
∇	gradiente
θ_0	ângulo entre o plano horizontal e a reta tangente ao <i>riser</i>
θ_x	fase da projeção da velocidade do <i>riser</i> na direção X
θ_y	fase da projeção da velocidade do <i>riser</i> na direção Y
θ_z	fase da projeção da velocidade do <i>riser</i> na direção Z
ξ	ângulo de torção

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	ASPECTOS DE PROJETO.....	4
1.1.1	<i>Carregamentos ambientais</i>	4
1.1.2	<i>Modelos para resolução dos problemas estático e dinâmico</i>	6
1.1.3	<i>Dificuldades adicionais no projeto de um riser em lazy-wave</i>	6
1.1.4	<i>Tipos de riser</i>	8
1.1.5	<i>Materiais</i>	10
1.1.6	<i>Escoamento Interno</i>	11
1.1.7	<i>Flutuação</i>	12
1.1.8	<i>A espiral de projeto</i>	14
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	15
1.3	DIVISÃO DO TRABALHO	15
CAPÍTULO 2	OTIMIZAÇÃO.....	17
2.1	CONCEITOS BÁSICOS.....	17
2.2	BREVE HISTÓRICO E APLICAÇÕES	20
2.2.1	<i>Aplicações ao projeto de risers</i>	21
CAPÍTULO 3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	26
3.1	INTRODUÇÃO.....	26
3.2	DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	27
3.3	FUNÇÃO OBJETIVO.....	29
3.4	RESTRICÇÕES	30
3.4.1	<i>Flambagem</i>	31
3.4.2	<i>Análise Estática</i>	32
3.4.3	<i>Análise Dinâmica</i>	33
3.5	VISÃO GERAL DO PROBLEMA	34
CAPÍTULO 4	MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO.....	37
4.1	CLASSIFICAÇÃO DOS ALGORITMOS NUMÉRICOS DE OTIMIZAÇÃO.....	37
4.2	MÉTODOS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	39
4.2.1	<i>Programação Linear Seqüencial (PLS)</i>	39
4.2.2	<i>Programação Linear</i>	42
4.2.3	<i>Método das Direções Conjugadas de Powell</i>	43
4.2.4	<i>Quasi-Newton</i>	44
4.2.5	<i>Fletcher-Reeves ou Gradientes conjugados</i>	47
4.2.6	<i>Divisão de Intervalo</i>	49
4.3	MÉTODOS HEURÍSTICOS	50
4.3.1	<i>Método do Reconhecimento Simulado</i>	50
4.3.2	<i>Algoritmo Genético</i>	56
CAPÍTULO 5	MODELAGEM ESTÁTICA E DINÂMICA.....	67
5.1	MODELO ESTÁTICO.....	67
5.1.1	<i>Introdução</i>	67
5.1.2	<i>Definição do Problema Estático</i>	68
5.1.3	<i>Sistema de Coordenadas</i>	70
5.1.4	<i>Esforços Atuantes</i>	72
5.1.5	<i>Equações do Problema Estático</i>	77
5.1.6	<i>Interação Riser – Solo</i>	84

5.1.7	<i>Condições de Contorno</i>	86
5.1.8	<i>Solução Numérica</i>	86
5.1.9	<i>Camada limite</i>	88
5.2	MODELO DINÂMICO	97
5.2.1	<i>Equação do movimento</i>	97
5.2.2	<i>O Elemento</i>	98
5.2.3	<i>Deslocamentos discretos</i>	103
5.2.4	<i>Matriz de massa</i>	104
5.2.5	<i>Matriz de Rigidez</i>	105
5.2.6	<i>Matriz de amortecimento e vetor de carregamento</i>	112
5.2.7	<i>Matriz de Rotação</i>	118
5.2.8	<i>Solução no Domínio da Frequência</i>	120
5.2.9	<i>Condições de Contorno</i>	121
5.2.10	<i>Camada Limite no Ponto de Contato</i>	122
5.3	COMPARAÇÕES COM ORCAFLEX	123
5.3.1	<i>Dados</i>	123
5.3.2	<i>Resultados</i>	125
5.4	CÁLCULO DAS TENSÕES SOBRE O <i>RISER</i>	145
CAPÍTULO 6 IMPLEMENTAÇÃO		148
6.1	INTRODUÇÃO	148
6.2	PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	150
6.2.1	<i>Número de trechos</i>	150
6.2.2	<i>Trecho flutuado equivalente</i>	151
6.3	PENALIZAÇÕES	153
6.4	CÁLCULO DOS GRADIENTES	155
6.5	MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO	155
6.5.1	<i>Método das Direções Conjugadas de Powell</i>	155
6.5.2	<i>Quasi-Newton</i>	156
6.5.3	<i>Método do Reconhecimento Simulado</i>	156
6.5.4	<i>Algoritmo Genético</i>	157
6.6	MODELOS	158
6.6.1	<i>Modelo Estático</i>	158
6.6.2	<i>Modelo Dinâmico</i>	160
6.7	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS	161
CAPÍTULO 7 ESTUDO DE CASO		164
7.1	PLATAFORMA SEMI-SUBMERSÍVEL	165
7.1.1	<i>Dados</i>	165
7.1.2	<i>Influência das condições ambientais</i>	169
7.1.3	<i>Comparação entre algoritmos</i>	175
7.1.4	<i>Comparação entre funções objetivo</i>	186
7.1.5	<i>Variação do diâmetro externo</i>	190
7.2	FPSO	194
7.2.1	<i>Resultados</i>	197
7.2.2	<i>Ângulo do topo imposto</i>	199
CAPÍTULO 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES		202
CAPÍTULO 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		213
GLOSSÁRIO		221
APÊNDICE A COMPUTAÇÃO PARALELA		223
A.1	MPI	225
APÊNDICE B SELEÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO		227
B.1	MÉTODO DO RECOZIMENTO SIMULADO	228
B.2	ALGORITMO GENÉTICO	233

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Cabos umbilicais e *risers* são elementos constituintes dos sistemas marítimos de produção de petróleo que fazem a ligação física da plataforma até o poço. Os cabos umbilicais têm por função transmitir sinais de controle e alimentação para o conjunto de válvulas instalado na cabeça do poço, conhecido como “árvore de natal”, enquanto os *risers* fazem o transporte de óleo e gás para a plataforma.

A configuração mais comum para os *risers* é a de catenária (Figura 1.1). Nesta configuração, o *riser* fica preso à plataforma e se estende livremente até o solo. Apesar de sua maior simplicidade de instalação e manutenção, com o constante aumento na profundidade dos poços a serem explorados, surgem alguns problemas e outros se agravam. Em geral, com o aumento da profundidade, três problemas podem inviabilizar uma catenária: excesso de tração no topo, pois todo o comprimento suspenso é sustentado pelo ponto de conexão; compressão dinâmica, que ocorre quando, em uma situação dinâmica, porções do *riser* entram em compressão, e deve ser evitada por estar relacionada à ocorrência de flambagem; baixa vida útil devido à fadiga, principalmente em dois pontos: o ponto de toque no solo, onde ocorrem grandes amplitudes de tensão de flexão e o topo, onde ocorrem grandes amplitudes de tensão causadas pela variação de tração.

Isso pode tornar atrativo o uso de configurações do tipo *lazy-wave* (Figura 1.1) que, se bem projetadas, podem resolver os problemas já citados, através da introdução de flutuadores intermediários, que aliviam a tração no topo e podem diminuir a movimentação do ponto de contato com o solo (*touchdown point* ou TDP), aumentando a vida útil do *riser* e evitando a compressão dinâmica.

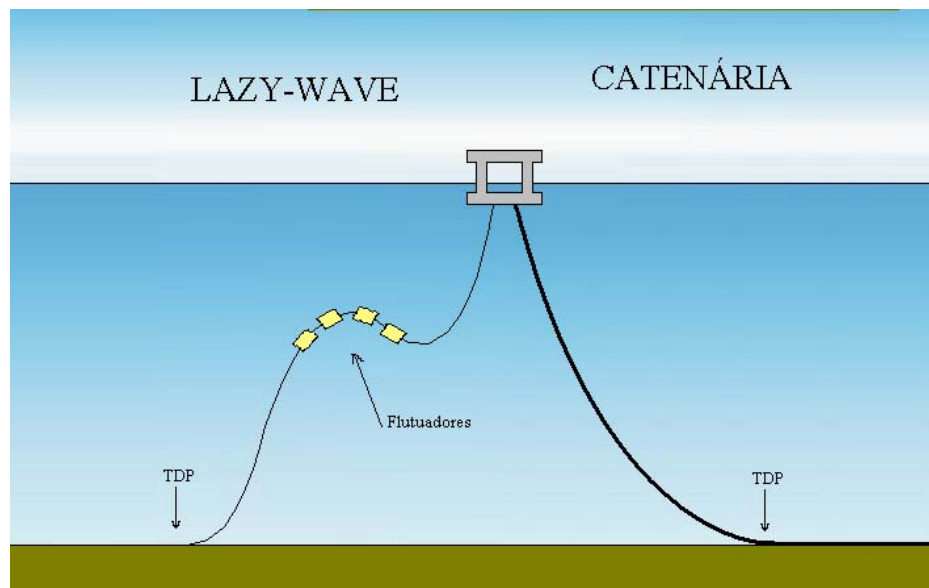


Figura 1.1 - Ilustração das configurações *lazy-wave* e *catenária*.

É possível utilizar outras configurações para resolver os mesmos problemas. Um exemplo é a configuração *pliant-wave* (Figura 1.2), na qual um tendão fixa o tubo próximo ao solo, com a função de diminuir o movimento lateral e evitar que esforços sejam transferidos à extremidade, mesmo que o segmento apoiado sobre o solo seja pequeno. Esta configuração é normalmente utilizada quando o espaço disponível no campo é pequeno ou existe o perigo de que ocorra choque entre *risers* e/ou umbilicais.

A configuração *lazy-s* (Figura 1.2) é semelhante à *lazy-wave*, com os flutuadores sendo substituídos por uma bóia, que aplica a carga de maneira quase concentrada. Embora esta configuração seja mais simples, *risers* dispostos desta maneira são menos adaptáveis aos movimentos da plataforma levando a maiores esforços, conforme descrito em *International Organization for Standardization* (2004). Como vantagem, essa configuração limita movimentos laterais do *riser*.

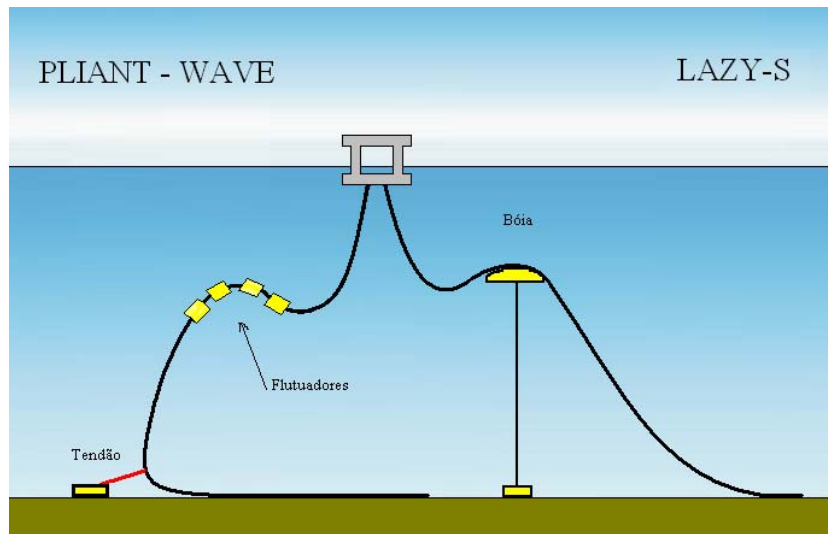


Figura 1.2 – Ilustração das configurações *pliant-wave* e *lazy-s*.

Algumas configurações, devido ao ângulo próximo da vertical na conexão do *riser*, são chamadas de *steep*: *steep-wave* e *steep-s*, similares, respectivamente, à *lazy-wave* e à *lazy-s*. Segundo *International Organization for Standardization* (2004), estas configurações são recomendadas para situações em que o fluido interno apresenta grandes variações de densidade e para situações em que exista um espaço muito pequeno para o segmento apoiado.

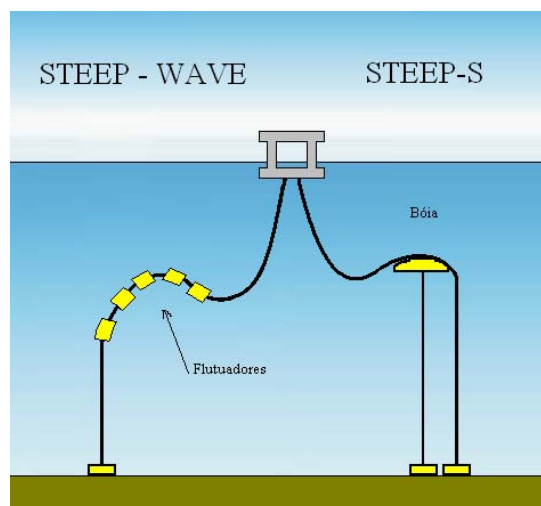


Figura 1.3 – Ilustração das configurações *steep-wave* e *steep-s*.

Apesar da existência destas outras configurações, a catenária continua sendo a configuração mais comum e serve de referência para o início de um projeto, enquanto a *lazy-wave* é a alternativa mais simples quando é constatado que não é possível satisfazer os critérios de projeto com o uso de uma catenária em um determinado caso. Por isto, este trabalho foca

nestas duas configurações. A metodologia aqui proposta, no entanto, pode ser estendida para outros tipos de configurações.

Enquanto na configuração de catenária todo o *riser* tem, em geral, propriedades constantes ao longo de seu comprimento, na configuração *lazy-wave*, a inclusão de flutuadores intermediários faz com que estas propriedades variem ao longo de seu comprimento. Esta variação é descontínua, existindo trechos bem definidos com propriedades distintas. Assim, estes *risers* podem ser modelados como se fossem formados por uma sucessão de segmentos de propriedades diferentes.

A próxima seção apresenta, de modo simplificado, o procedimento típico de projeto de um *riser*, apontando as dificuldades encontradas e por que estas dificuldades se agravam no caso de uma *lazy-wave*, motivando este trabalho.

1.1 Aspectos de projeto

1.1.1 Carregamentos ambientais

Os carregamentos ambientais que agem sobre um *riser* são provenientes de dois fenômenos: as ondas e a correnteza. A ação direta das ondas sobre o *riser* é geralmente pequena e se restringe à região próxima à superfície do mar. Existe, no entanto, um efeito indireto que é o movimento causado na plataforma por estas ondas. Este movimento pode ser considerado como imposto, do ponto de vista do *riser*, pois existe uma grande diferença de ordem de magnitude entre as massas deste e da plataforma, que torna pequena a influência de cada *riser* no comportamento dinâmico da plataforma. Apesar disso, em geral, são conectados dezenas de *risers* a uma plataforma, e a influência do sistema de *risers* como um todo sobre o comportamento dinâmico da plataforma pode ser significativa. As tensões e esforços decorrentes tanto do carregamento direto imposto pelas ondas quanto do movimento da plataforma são obtidos através de uma análise dinâmica.

A correnteza, em geral, apresenta um perfil de velocidades que é variável em direção e intensidade ao longo da profundidade. Assim, ela age sobre todo o comprimento do *riser*, alterando a sua linha elástica, sua rigidez geométrica e, em consequência, seus modos e frequências de vibração. Desta forma, a correnteza tem uma dupla importância: ela aumenta

os carregamentos estáticos e altera a resposta dinâmica do *riser*. Assim, como no caso das ondas, existe um efeito indireto causado pela sua ação sobre a plataforma. O efeito da ação da correnteza sobre a plataforma é um deslocamento da posição média desta, conhecido como *offset* ou passeio, na direção do escoamento. O *offset* também altera a linha elástica do *riser*, reforçando a importância da correnteza. A Figura 1.4 apresenta uma ilustração destas mudanças. As tensões e esforços decorrentes tanto do carregamento direto causado pela correnteza quanto pelo *offset* da plataforma são obtidos através de uma análise estática, que considera ainda os esforços causados pelo peso próprio do *riser*.

Tanto as ondas quanto as correntezas são classificadas de acordo com seu período de retorno em centenárias (100 anos), decenárias (10 anos) e anuais (1 ano). Quanto maior esse período de retorno, mais rigorosa a condição ambiental a ele associada.

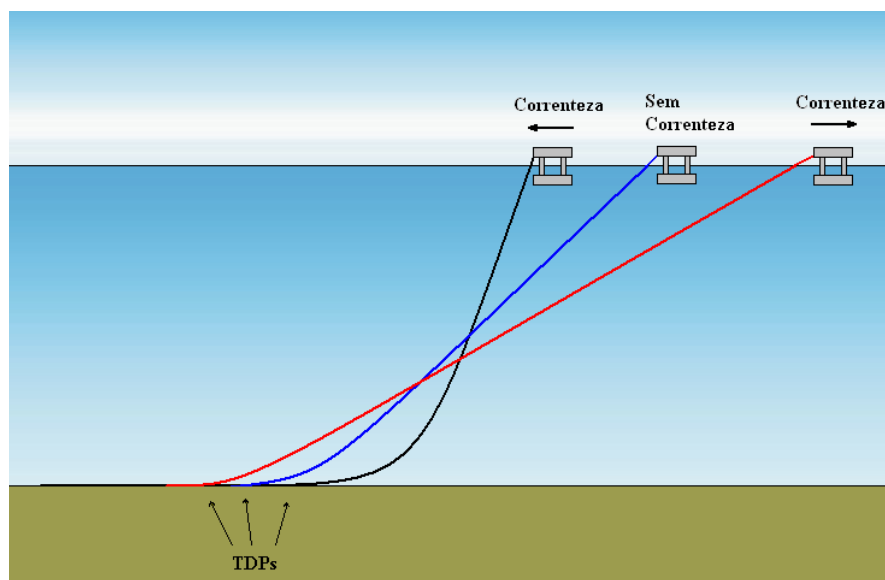


Figura 1.4 – Ilustração da alteração na linha elástica de um *riser* devida à correnteza e ao *offset* da plataforma.

As condições decenárias e centenárias tendem a acontecer poucas vezes durante a vida útil de um *riser*, por isso é usual classificá-las como condições extremas ou de sobrevivência, as piores a que o *riser* pode ser submetido. Por outro lado, as demais condições são menos rigorosas, mas acontecem com maior frequência, sendo, por isso, chamadas condições de fadiga.

Por fim, há a questão das combinações entre correntezas e ondas. Para determinar quais as combinações a serem utilizadas em um projeto, a melhor forma é utilizar um diagrama de

distribuição conjunta de ondas e correntezas, que deve ser levantado na região onde será instalado o *riser*. Como não é viável realizar medições por tempos compatíveis com a ordem de grandeza dos maiores períodos de retorno considerados no projeto (10 e 100 anos), é comum que sejam usadas técnicas de extrapolação para obter estas condições e que não existam os dados de distribuição conjunta para elas. Neste caso, o problema é contornado associando condições decenárias de correnteza com ondas centenárias e vice-versa.

Uma das dificuldades encontradas no projeto de um *riser* é que as condições ambientais são, em geral, muito numerosas, especialmente as típicas da análise de fadiga. Como cada condição ambiental implica em uma simulação estática e uma dinâmica, mesmo a análise de uma única configuração na fase de projeto requer um grande número de simulações, com o gasto de tempo associado.

1.1.2 Modelos para resolução dos problemas estático e dinâmico

A abordagem usual ao problema estático consiste em formular um modelo de elementos finitos não-linear e resolvê-lo para obter deslocamentos, esforços e tensões. Este tipo de modelo está implementado em diversos *softwares* comerciais (por exemplo, ORCAFLEX e FLEXCOM) e tem como vantagem a grande flexibilidade para simular diversas configurações e/ou condições de contorno diferentes. Porém, o custo computacional é maior que o de um modelo desenvolvido especificamente para as configurações estudadas.

Já o problema dinâmico é, em geral, resolvido utilizando elementos finitos, no domínio do tempo, isto é, calculando a condição do *riser* em um determinado instante a partir de sua condição no instante anterior e da mudança nos carregamentos e na posição do topo durante este intervalo de tempo. Este procedimento é repetido até que se alcance um tempo de simulação em que a resposta transitória do sistema tenha se extinguido, restando apenas a resposta permanente. Como a resposta é calculada passo a passo, este tipo de simulação tende a ser demorado, mesmo com o uso de algoritmos implícitos, que permitem a utilização de maiores passos de tempo.

1.1.3 Dificuldades adicionais no projeto de um *riser* em *lazy-wave*

No caso de um *riser* rígido (ver seção 1.1.4) em catenária, o projetista tem basicamente que definir os valores de duas variáveis: o comprimento do *riser* e sua espessura, pois o diâmetro

interno é definido em função das características de fluxo, conforme descrito na seção 1.1.6. É comum, ainda, que um dos requisitos de projeto seja um determinado ângulo no topo para a configuração neutra (ver glossário). Nesse caso, as opções do projetista se tornam ainda mais restritas, pois o problema passa a depender de uma única variável. Isto acontece porque dada uma espessura de tubo ficam definidos diâmetro externo e massa linear do *riser* e, estando definidas estas grandezas, existe apenas um comprimento de *riser* para o qual o ângulo no topo é o requerido.

Se não for possível encontrar uma catenária que atenda aos critérios de projeto definidos alterando os valores das variáveis discutidas acima, é necessário estudar outras configurações. No caso de uma *lazy-wave*, devem ser determinados os comprimentos de três segmentos e o diâmetro do flutuador do segmento intermediário. Com esse aumento no número de variáveis, aumenta geometricamente o número de possibilidades de solução que devem ser estudadas pelo projetista. Se for considerado, por exemplo, que o projetista queira simular 10 valores de cada variável, temos 10000 soluções a serem simuladas, cada uma delas em diversas condições ambientais, conforme discutido anteriormente. Cabe a observação de que se for considerado, por exemplo, um trecho com flutuadores (normalmente o menor dos trechos) com limites de comprimento inferior e superior de 0 e 500 metros respectivamente, 10 valores representam uma diferença de 50 metros entre os pontos de discretização. Como os outros trechos são geralmente maiores, também será maior a diferença entre os valores discretizados nestes trechos caso o mesmo número de divisões do intervalo seja usado. Assim, as 10 opções deste exemplo geram uma discretização bastante grosseira, que poderia ser utilizada apenas em uma primeira aproximação. Além disso, este exemplo parte da hipótese de que tanto o material do *riser* (descrito em maiores detalhes na seção 1.1.5) como o do flutuador (seção 1.1.7) já foram selecionados. Caso a escolha destes também fosse considerada, aumentaria ainda mais o número de configurações possíveis.

Feita esta observação e seguindo com o exemplo, pode-se tentar simular todas estas 10000 configurações. Isto é chamado de análise paramétrica, cuja aplicação a um problema de *risers* foi estudada em Tanaka et al., 2005, Takafuji et al., 2005 e Silveira et al., 2005. Em uma análise paramétrica, os intervalos definidos para as variáveis envolvidas no projeto são divididos em diversos pontos e cada uma das soluções obtidas pela combinação dos valores das variáveis nestes pontos é simulada. Se considerarmos um caso típico, com 8 condições ambientais extremas e 80 condições ambientais de fadiga, teremos então 880000 simulações a serem feitas. Mesmo que fosse possível realizar estas simulações, ainda haveria o problema de

processar os dados resultantes, o que só poderia ser feito eficientemente por um programa específico para essa finalidade. Por fim, ainda existe o problema de selecionar, entre as configurações que são aprovadas em todos os critérios de engenharia aplicáveis, qual deve ser implementada.

Outra forma de lidar com este problema é o projetista começar de um projeto que considere bom e simular as condições ambientais que considere mais problemáticas. Esta solução pode ser refinada a cada vez que algum critério de projeto não for atendido, e as condições ambientais simuladas novamente, adicionando outras conforme o projeto for se mostrando viável nas anteriores. Por este procedimento é, em geral, possível chegar a uma configuração viável em um tempo razoável. Porém existem desvantagens: o tempo necessário e a qualidade do projeto final são altamente dependentes da experiência do projetista, pois é ele quem define o projeto inicial, os casos simulados inicialmente e também como será alterada uma configuração que não satisfaça os requisitos de projeto em um determinado caso. Como o comportamento de um *riser* é não linear e são diversas condições ambientais diferentes, é bastante comum que uma alteração que melhore o desempenho em um caso o piore em outro e, por isso, é fundamental o conhecimento do projetista para fazer as mudanças adequadas. Outro problema é que, ainda que se chegue a uma configuração viável, é provável que existam outras melhores, independentemente do critério adotado para comparar as configurações.

Para superar estas dificuldades, este trabalho propõe uma metodologia que permite obter configurações que, além de viáveis, são as melhores (por um determinado critério), em pouco tempo e de forma automática, liberando tempo do projetista.

1.1.4 Tipos de *riser*

Quanto à concepção estrutural, existem dois tipos de *risers*: os flexíveis e os rígidos. Os *risers* flexíveis (Figura 1.5) são sistemas complexos, formados por várias camadas, cada uma com uma função estrutural própria. Um *riser* flexível típico é composto por pelo menos cinco camadas concêntricas.

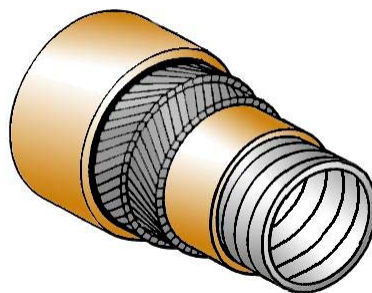


Figura 1.5 – Riser flexível típico.

A camada mais interna é chamada carcaça intertravada e é por onde escoam o fluido, seja óleo, gás ou água do mar. A principal função desta camada é evitar o colapso devido à pressão externa. Ela é formada por uma sucessão de fitas intertravadas dispostas de uma maneira que resulta em baixa rigidez axial e flexional, mas alta resistência à pressão externa. Outra função é resistir à abrasão por partículas existentes no fluido, protegendo a camada seguinte.

Em volta desta camada, há uma camada plástica, cuja função principal é prover estanqueidade à linha. Ela também deve ser resistente a ataques químicos por parte dos fluidos que escoam pelo *riser*.

As duas camadas seguintes constituem a chamada armadura. São constituídas de arames enrolados em forma helicoidal, e têm a função de resistir a cargas axiais e à pressão interna. Estas camadas possuem ângulos de enrolamento contrários aproximadamente do mesmo valor, com o objetivo de equilibrar a torção no *riser*.

Por fim, a camada mais externa também é plástica e tem como função confinar a armadura e protegê-la contra corrosão e danos causados pelo meio externo.

Além destas camadas existentes no arranjo básico descrito acima, podem existir outras como, por exemplo, a barreira de pressão, que tem por função resistir à pressão interna quando esta é grande demais para a armadura.

Este arranjo complexo de camadas permite que este tipo de *riser* seja ao mesmo tempo leve, resistente e bastante flexível, embora relativamente caro. Estas propriedades permitiram seu emprego por muitos anos em diversos cenários de extração de petróleo, mas sua

complexidade e preço também motivaram a busca por alternativas mais econômicas, como o *riser* rígido.

Os *risers* rígidos são simplesmente tubos de aço e, portanto, tem uma construção muito mais simples. Conforme proposto por Pesce et al. (1995) e Sertã et al. (1996), se instalados em catenária, eles são uma alternativa mais econômica aos *risers* flexíveis quando instalados em TLPs (ver glossário) ou plataformas semi-submersíveis. Em FPSOs (ver glossário), devido aos grandes movimentos verticais e aos *offsets* estáticos existentes, o *riser* acaba sendo submetido tanto a grandes curvaturas, que podem impedir que se atinja a vida útil requerida quanto a compressão, que facilita o surgimento de flambagem. Para evitar ambas as situações, pode-se utilizar a configuração *lazy-wave* e, neste caso, o projetista irá se deparar com as dificuldades já descritas anteriormente, com o agravante de que passa a ser necessário determinar a espessura do tubo, multiplicando-se assim o número de análises a serem feitas. Por isso, nesse caso é ainda maior a necessidade de uma metodologia que simplifique e acelere o projeto, e conseqüentemente é maior a motivação para a realização deste trabalho.

1.1.5 Materiais

A seleção do material é mais um grau de liberdade no projeto e, assim como no caso da espessura do tubo de um *riser* rígido, requer um maior número de análises.

Com o desenvolvimento na área de materiais, existem cada vez mais possibilidades à disposição do projetista. As normas técnicas sobre o assunto, como *American Petroleum Institute* (1998 e 2000) e *Det Norske Veritas* (2001 e 2002) definem dezenas de materiais utilizáveis para a construção de *risers* rígidos. O material mais utilizado é o aço, com opções que vão desde o aço carbono até os inoxidáveis austeníticos, ferríticos, martensíticos ou duplex. Recentemente, outros materiais vêm sendo considerados como alternativas viáveis, especialmente o titânio, por sua baixa relação densidade por resistência mecânica e alto módulo de resistência. Entre suas desvantagens estão o preço, a baixa resistência à fadiga e a maior complexidade para soldagem. Também é estudado o uso de fibras de carbono ou de vidro, que são muito leves, porém muito caras e de fabricação mais complexa.

A Tabela 1.1 mostra alguns exemplos de materiais comercialmente disponíveis e usualmente empregados na construção de *risers*, assim como algumas de suas propriedades.

Tabela 1.1 - Propriedades mecânicas de aços disponíveis comercialmente (elaborado a partir de *American Petroleum Institute*, 1998 e 2000).

Classificação	Tensão de Escoamento (MPa)	Tensão de Ruptura (MPa)
B	241	414
X42	290	414
X46	317	434
X52	359	455
X56	386	490
X60	414	517
X65	448	531
X70	483	565
X80	552	621
LC30-1812	207	482
LC52-1200	358	455
LC65-2205	448	621
LC65-2506	448	656
LC30-2242	207	551

1.1.6 Escoamento Interno

O dimensionamento do diâmetro interno de um *riser* é usualmente feito em função das condições de prospecção específicas de cada poço, sendo levado em conta o fluxo necessário, a queda de pressão admissível e a composição da mistura encontrada no campo em que o *riser* será instalado. Trata-se de um problema complexo, pois envolve escoamento multifásico (óleo, gás, areia) em elevado gradiente de temperatura. Nesta situação, um dimensionamento incorreto pode levar à formação de determinados produtos químicos, como parafinas ou hidratos, dentro do *riser*, aumentando a perda de carga e podendo inclusive levar a um entupimento, conforme estudado experimentalmente por Bordalo e Oliveira (2006). Outro problema que pode ocorrer é um fenômeno chamado intermitência severa, no qual ocorre uma grande variação de pressão interna ao longo do tempo, que por sua vez influi no comportamento dinâmico do *riser*. Este é um fenômeno de difícil equacionamento, que atrai a atenção de pesquisadores desde a década de 1980, conforme notado por Patel e Seyed (1995) em um artigo de revisão sobre modelagem de *risers*. Naquela época os autores notaram que nos anos anteriores havia ocorrido pouco avanço no estudo deste tema. De fato, é possível encontrar artigos atuais sobre o tema (BALIÑO et al., 2007), o que mostra que o problema não é fechado. A ocorrência de intermitência severa depende não apenas do diâmetro interno do *riser*, mas também de sua geometria, da temperatura da água, pressão e das características dos fluidos que escoam pelo *riser*.

Os problemas discutidos acima motivam, em alguns casos, a utilização de um arranjo conhecido como *pipe-in-pipe*, no qual existem dois tubos de diâmetros diferentes, geralmente concêntricos, com preenchimento entre os tubos feito por um material isolante. Do ponto de vista estrutural, este tipo de *riser* é mais complexo, mas sua capacidade superior de isolamento térmico faz com que se torne atrativo para casos em que há grande dificuldade de lidar com os problemas de intermitência severa ou formação de parafina e, de maneira geral, para casos em que uma maior capacidade de isolamento térmico é necessária.

Assim, o dimensionamento do diâmetro interno requer uma análise detalhada, que se encontra fora do escopo deste trabalho. Por isso, este diâmetro será considerado pré-determinado e os efeitos dinâmicos do escoamento interno não serão considerados, devendo ser estudados em uma fase posterior de projeto, pois a forma da configuração pode afetar o escoamento interno e este pode solicitar dinamicamente o *riser*. A metodologia desenvolvida aqui poderia ser aplicada ao *pipe-in-pipe* também, mas este não é estudado neste trabalho, pois o modelo estrutural utilizado não está preparado para lidar com esta configuração.

1.1.7 Flutuação

Outra parte importante do sistema de *risers* é o flutuador. Um segmento típico de *riser* com flutuador está representado na Figura 1.6.

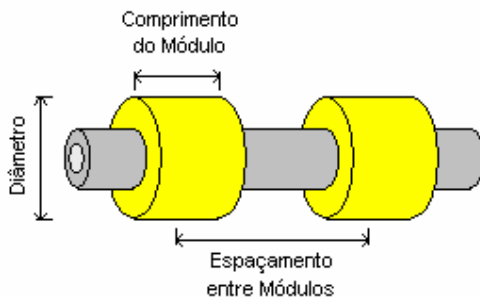


Figura 1.6 - Segmento de *riser* com flutuador.

Como é possível observar, o flutuador é montado sobre o *riser* em módulos. Cada módulo é preso ao *riser* por um sistema de fixação, que varia de fabricante para fabricante. Sistemas mais comuns incluem a utilização de parafusos, enquanto outros utilizam garras (Figura 1.7).

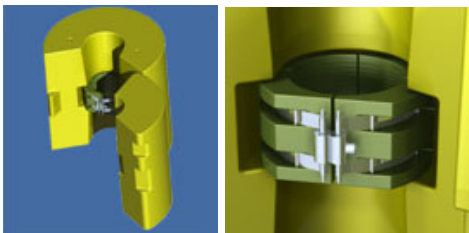


Figura 1.7 - Módulo fixado por garra (extraído de *Flotation Technologies* (2005)).

Uma informação importante é a de que os flutuadores têm apenas determinados diâmetros disponíveis comercialmente, sendo necessário do ponto de vista de projeto limitar a busca apenas a estes valores pré-determinados. O mesmo acontece com o comprimento do módulo de flutuação.

Já o espaçamento entre os módulos é definido pelo projetista, bastando espaçá-los adequadamente no momento da montagem. Desse modo, o espaçamento entre módulos é representável por uma variável contínua, limitada pelo tamanho do trecho em questão. Dado um determinado *riser* e um módulo de flutuação, a variação no espaçamento entre os módulos permite alterar o peso submerso do trecho, sendo por isso de grande importância na determinação da configuração que será tomada pelo *riser*.

Em relação ao material do flutuador, valem os mesmos comentários feitos quanto ao material de cada trecho de *riser*, já que existe uma grande gama de materiais utilizáveis. Entre eles se destacam as espumas sintáticas, que são basicamente constituídas de micro-esferas de fibra de vidro em uma matriz de resina epóxi, e apresentam características altamente favoráveis, como grande resistência a impacto, pequena perda de flutuação causada pela absorção de água e manutenção da capacidade de flutuação, caso sejam furadas. O fator limitante em seu uso é a pressão suportada, pois as espumas que suportam maior pressão são também mais densas, sendo necessário maior volume para prover a mesma flutuação. A Tabela 1.2 mostra alguns exemplos de espumas sintáticas comercialmente disponíveis.

Tabela 1.2 - Propriedades de materiais usados para flutuação (elaborado a partir de *Syntech Materials (2006)*).

Propriedade	Material		
	AM-24	AM-26	AM-28A
Densidade (kg/m ³)	384	416	449
Profundidade máxima (m)	1000	1675	2000

1.1.8 A espiral de projeto

A espiral de projeto é um método muito utilizado para a realização de projetos de maneira eficiente. Neste método, o processo evolui em estágios cíclicos de aperfeiçoamento das características do objeto de projeto. Esta evolução do projeto se dá através do sequenciamento estratégico de passos escolhidos. Pesce (1997) apresenta uma espiral de projeto aplicada a um *riser*, na qual as análises estática e dinâmica em condição de sobrevivência estão no início, logo após a seleção do *riser*. Caso o *riser* selecionado não seja aprovado nos critérios de alguma dessas etapas de análise, retorna-se à seleção e as análises são feitas novamente para o *riser* com as alterações feitas com o objetivo de torná-lo adequado tecnicamente. A metodologia aqui proposta automatiza essa fase inicial da espiral de projeto, tornando essa parte do projeto, que é difícil analiticamente e computacionalmente pesada, mais rápida.

Embora esta primeira parte da espiral de projeto seja automatizada, fornecendo um pré-projeto, este ainda deve ser avaliado quanto à vida útil, VIV (ver glossário), efeito do escoamento interno na dinâmica e interferência. Estes passos, no entanto, foram deixados para a verificação por diversas causas. Enquanto para o escoamento interno inexistem modelos expeditos que descrevam bem o fenômeno, a análise de interferência requer a simulação, em diversas condições ambientais, das linhas de ancoragem, *risers* e umbilicais próximos, demandando um grande poder computacional. O VIV é discutido nas sugestões para trabalhos futuros.

Naturalmente, se durante a verificação for constatado que o *riser* não atende a algum critério pré-estabelecido, alterações no projeto devem ser feitas. Estas alterações podem ser feitas diretamente pelo projetista ou, como o processo de otimização é rápido, uma nova otimização pode ser feita com mudança nas restrições ou no intervalo de valores das variáveis de projeto.

1.2 Objetivos do trabalho

Por sua simplicidade e pela economia que proporcionam, é importante tornar viável a utilização dos *risers* rígidos nos casos em que uma catenária não seja viável. Por isso, neste trabalho é apresentada uma metodologia para projeto de *risers* rígidos que permite encontrar soluções viáveis (através da configuração *lazy-wave*) no menor tempo possível. Para cumprir este objetivo, foi adotada uma estratégia em três frentes:

- Utilização de soluções no domínio da frequência, que permitem obter resultados com boa precisão em um tempo muito menor;

- Aplicação de otimização para guiar a escolha das configurações a serem simuladas e a formação das próximas candidatas;

- Uso de computação paralela, dividindo a tarefa entre vários processadores para melhorar o desempenho e diminuir o tempo de simulação.

Embora o trabalho tenha sido desenvolvido tendo em vista os *risers* rígidos, é perfeitamente possível a aplicação da metodologia para *risers* flexíveis, desde que se disponha de um modelo para cálculo dos esforços e tensões internos (ver, por exemplo, RAMOS JR, 2001), já que os modelos de estática e dinâmica globais são os mesmos para ambos.

1.3 Divisão do trabalho

Além desta introdução, este texto está dividido em outros oito capítulos e dois apêndices. O segundo capítulo trata de otimização, apresentando conceitos básicos, comentando sua utilização em diversos problemas e aplicações anteriores na área *offshore* e, mais especificamente, em problemas envolvendo *risers*.

No terceiro capítulo é feita a definição do problema, com a seleção das variáveis de projeto pertinentes, a função objetivo que será utilizada e as restrições empregadas.

O quarto capítulo aborda os métodos de otimização selecionados para implementação, expondo suas bases teóricas e discutindo tipos de problemas a que são aplicáveis além de vantagens e desvantagens.

O quinto capítulo traz os modelos estático e dinâmico. O modelo estático é desenvolvido desde as equações básicas, incluindo hipóteses utilizadas, equações e o sistema de equações final obtido. Também o algoritmo de solução desenvolvido para este problema é discutido neste capítulo. Para o modelo dinâmico é, em primeiro lugar, apresentado o elemento utilizado e o desenvolvimento das matrizes de massa, amortecimento e rigidez e do vetor de carregamento. Depois é deduzida a matriz de rotação do elemento e discutido o método de solução no domínio da frequência.

No sexto capítulo são discutidos diversos aspectos de implementação. São abordados não apenas os métodos de otimização, como também o cálculo de gradientes, as penalizações e a interface entre modelos e métodos de otimização utilizados. É também discutido o desenvolvimento que foi necessário para tornar tanto o modelo estático quanto o dinâmico mais rápidos e robustos, conforme necessário para a otimização. Também são abordadas as ferramentas computacionais que foram desenvolvidas para a execução da otimização.

No sétimo capítulo são apresentados estudos de casos, nos quais a aplicação da metodologia desenvolvida é demonstrada para diversas condições. São discutidos os tipos de solução obtidos em cada situação e qual a influência de diferentes condições ambientais sobre o resultado. Também são apresentadas comparações entre resultados e tempos de simulação para diferentes métodos de otimização e mostrado o ganho de desempenho obtido com o uso de um computador paralelo.

No oitavo capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros, que estendam e complementem este trabalho.

No nono capítulo são apresentadas as referências bibliográficas citadas ao longo do texto.

No apêndice A conceitos básicos de computação paralela são discutidos, assim como o protocolo MPI, utilizado na implementação do programa desenvolvido.

Finalmente, o apêndice B mostra a seleção dos parâmetros para os métodos de otimização utilizados no estudo de caso.

CAPÍTULO 2 OTIMIZAÇÃO

2.1 Conceitos Básicos

O objetivo da otimização é atingir, para uma dada situação, o melhor resultado possível, de acordo com uma medida quantitativa de eficiência e atendendo a certas restrições. Esta medida de eficiência é chamada de função objetivo e, na área de engenharia, pode ser, entre outros critérios possíveis, a eficiência energética de um sistema, seu custo, frequências naturais ou seu desempenho.

A função objetivo deve ser maximizada ou minimizada, de acordo com sua natureza, e deve ser calculável em função de determinados parâmetros, dos quais alguns podem ser tomados como fixos e outros como variáveis. Estes últimos são as variáveis de projeto.

Assim, a otimização pode ser definida como o processo de encontrar o conjunto de variáveis de projeto que corresponde ao ponto de mínimo ou máximo de uma determinada função, a função objetivo. A teoria de otimização tem por objetivo criar métodos confiáveis para encontrar o ponto extremo de uma função através de uma seleção inteligente de pontos onde esta é calculada.

No problema em estudo será feita uma minimização e, por isso, deste ponto em diante é assumido que o problema tratado é de minimização.

No caso de otimização aplicada a estruturas, as variáveis de projeto representam os graus de liberdade disponíveis para alterar a estrutura estudada, podendo representar dimensões de partes de um sistema, variáveis controlando a sua geometria e as propriedades dos materiais, entre outros. Estas variáveis podem ser discretas ou contínuas. Se forem contínuas, podem tomar qualquer valor dentro de um determinado intervalo de variação, mas se forem discretas podem apenas tomar determinados valores previamente especificados. Um exemplo típico de variável de projeto discreta são as propriedades mecânicas do material de um determinado

componente. Se existirem 5 materiais disponíveis, estes podem ser representados por uma variável de valores inteiros de 1 a 5 representando cada um dos materiais.

Na maioria dos problemas práticos, as variáveis de projeto não podem assumir valores arbitrários, sob pena de resultarem em uma solução impossível na prática, e, por isso, são sujeitas a determinados limites. Soluções podem não ser consideradas satisfatórias por critérios técnicos aplicáveis ao problema específico, como, por exemplo, tensão máxima, espessura mínima e o uso apenas de tamanhos padronizados para determinadas partes. Os casos acima são exemplos de restrições, que são utilizadas para separar as soluções entre as viáveis ou factíveis (aquelas que respeitam as restrições) e as não-factíveis ou inviáveis (que violam ao menos uma restrição). Diz-se que uma restrição está ativa quando ela interfere na solução ótima, ou seja, a restrição torna algum caso inviável e altera a solução ótima.

O espaço de busca de um problema é a região que pode ser vasculhada em busca da sua solução ótima, sendo definido pelo limites superior e inferior de cada variável de projeto. As restrições limitam o espaço de busca, reduzindo a região onde podem ser encontradas soluções viáveis. A região do espaço de busca delimitada pelas restrições do problema e pelos limites das variáveis de projeto é chamada de domínio viável. Embora possam existir soluções fora desta região que tenham valores de função objetivo melhores do que o melhor encontrado dentro dela, essas não são soluções para o problema de otimização, pois violam as restrições.

Quando a função objetivo apresenta um único mínimo, o problema é dito unimodal. Quando existem vários mínimos locais, o problema é multimodal.

Uma maneira usual de representar um problema de otimização é escrevê-lo na forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & f_{obj}(\mathbf{x}) \\ \text{Tal que} \quad & g_j(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{para } j = 1, \dots, n_g \\ & h_k(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{para } k = 1, \dots, n_h \\ & a_{li} \leq x_i \leq a_{ui} \quad \text{para } i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

onde \mathbf{x} é o vetor de variáveis de projeto, n é o número de variáveis de projeto, $f_{obj}(\mathbf{x})$ é a função objetivo, $g_j(\mathbf{x})$ é a j -ésima restrição de desigualdade, n_g é o número de restrições de

desigualdade, $h_k(\mathbf{x})$ é a k -ésima restrição de igualdade, n_h é o número de restrições de igualdade e a_{li} e a_{ui} são os limites inferior e superior da variável de projeto i .

Tanto as restrições de igualdade como as de desigualdade são opcionais e podem não existir em determinados problemas.

Penalizações

Para permitir a utilização de métodos de otimização que não tratam explicitamente de restrições, é necessário definir o que fazer com as configurações que violem alguma restrição. Caso uma determinada solução intermediária viole alguma restrição, existem duas possibilidades de tratamento:

- A solução é sumariamente descartada e não é utilizada para o próximo passo;
- O valor da função objetivo sofre uma penalização, de acordo com o grau de violação das restrições.

Penalizações são acréscimos feitos à função objetivo quando se tem alguma restrição violada, tendo por objetivo fazer com que a saída do domínio viável seja custosa e induzindo a volta para dentro deste. Não são específicas de um método de otimização, mas permitem que métodos que não trabalham diretamente com problemas restritos sejam capazes de lidar com eles. Também são uma boa alternativa ao descarte de um conjunto de variáveis que leva a uma solução indesejada, permitindo a utilização da informação contida nessa solução. A adoção de uma ou outra estratégia para lidar com casos que violem restrições varia de acordo com o método de otimização empregado, cada uma tendo suas vantagens e desvantagens.

A eliminação sumária de configurações que violem restrições tem por vantagem garantir que a solução final não viole as restrições. Por outro lado, em muitos tipos de problema as soluções ótimas se encontram no cruzamento de duas ou mais restrições e o simples corte dos casos que ultrapassam a fronteira das restrições pode dificultar ou impedir que se chegue a este ponto.

Já as penalizações têm a vantagem de facilitar a obtenção do ponto ótimo quando este se encontra próximo à fronteira das restrições, mas embute o risco de que uma solução que viole as restrições e tenha valor muito bom de função objetivo seja considerada a ótima, caso a penalidade não seja severa o suficiente para coibir.

2.2 Breve Histórico e Aplicações

Os primeiros métodos de otimização podem ser atribuídos a Newton (método de Newton) e Gauss (método *Steepest-Descent*, que acompanha o gradiente da função), sendo aplicáveis a funções contínuas e deriváveis. Ao longo do século XIX e início do XX outros métodos foram criados, mas suas aplicações eram limitadas pela quantidade de cálculos necessários. A situação começou a ser alterada rapidamente a partir do fim da década de 1950, devido à maior disponibilidade de computadores. A criação do método Simplex (BOX, 1957) permitiu a solução rápida de problemas de programação linear (capítulo 4).

Nos anos 70 torna-se comum a aplicação de métodos de otimização para problemas não-lineares e surgem métodos de otimização global, como o Algoritmo Genético (HOLLAND, 1975). Ao longo dos anos 80, surgem novos métodos, como o Método do Recozimento Simulado (descrito independentemente por KIRKPATRICK, S. C.; GELATT, D.; VECCHI, M. P., 1983 e CERNY, V., 1985) e surgem os primeiros softwares comerciais para otimização, que alcançam uso mais abrangente na década de 90 (HAFTKA e GÜRDAL, 1999 e SILVA, 2003).

Atualmente é possível encontrar na literatura uma vasta gama de aplicações de otimização em diversos problemas. Em eletrônica, por exemplo, é comum utilizar otimização para criar circuitos integrados com a melhor disposição de trilhas, diminuindo o aquecimento e melhorando o desempenho do sistema (KIRKPATRICK, S. C.; GELATT, D.; VECCHI, M. P., 1983 e LOKANATHAN et al., 1995). Em problemas complexos como os de logística e de agendamento de produção em fábricas, otimização é uma ferramenta essencial na redução de custos e no aumento da eficiência das empresas (RARDIN, 1998). Também na área de controle, o projeto de controladores robustos é basicamente um problema de otimização (DONHA et al., 1998 e SIMON, 2006).

Na área de exploração de petróleo, uma aplicação interessante de otimização é feita por Matta (2007), que estuda a otimização do processo de canhoneio de um poço de petróleo, no qual canhões especiais são utilizados para abrir furos no reforço de aço e cimento que escora as paredes do poço durante sua perfuração. Isto é feito para permitir o escoamento de petróleo e gás para dentro do poço e, por ser um processo caro e que tem reflexos ao longo de toda a vida produtiva do poço, deve ser bem planejado dos pontos de vista técnico e econômico.

Quanto à área estrutural, desde o fim do século XIX é estudado o uso de otimização (MAXWELL, 1872 e MICHELL, 1904). Os resultados obtidos, no entanto, estavam limitados pelo tipo de técnicas utilizadas (cálculo diferencial e variacional) e, por isso, só existiram avanços significativos a partir da década de 1960, por conta da maior disponibilidade de computadores, que passaram a permitir o uso em problemas de maior complexidade. Schimit (1960) publicou um trabalho pioneiro por combinar o uso do método dos elementos finitos com um algoritmo de programação linear (capítulo 4) para otimizar uma estrutura de treliças.

A indústria aeronáutica emprega sistematicamente otimização em seus procedimentos de projeto para diversos fins, conforme compilado por Ashley (1981), destacando-se o projeto estrutural, devido à grande importância da diminuição de peso em componentes estruturais, como as asas, por exemplo. Também na área automobilística, diversos componentes são projetados com o uso de otimização (CRISTELLO e KIM, 2006, LEE et al., 2003 e AL-SARKHI e CHAMBERS, 2004) e grandes ganhos foram obtidos, traduzidos em termos de redução de peso e aumento de confiabilidade dos veículos. Existem também aplicações importantes na área naval, onde formas de cascos e disposição de elementos estruturais são objetos de otimização, procurando melhorar seu desempenho e acelerar o projeto (BIRK et al., 2006).

2.2.1 Aplicações ao projeto de *risers*

Apesar da grande quantidade de aplicações descritas na revisão bibliográfica do item anterior, existem poucos trabalhos que fazem o uso de otimização no problema de projeto de *risers*. Larsen e Hanson (1999) estudaram um *riser* rígido lançado em catenária, usando custo do material como função objetivo e variando a espessura ao longo do comprimento. Para solução do problema de otimização, foi utilizado um algoritmo chamado SQP (*Sequential Quadratic Programming*), no qual o problema é dividido em uma série de problemas quadráticos. É apresentado um estudo de caso no qual três *risers* são instalados em profundidades diferentes (300, 900 e 1500m) e submetidos a dois casos de carregamento estáticos. Os autores chegam à conclusão de que, para lâminas de água maiores, o *riser* otimizado apresenta uma maior variação de espessura ao longo de seu comprimento. A espessura da parede afeta o volume de material, que por sua vez afeta o custo por metro linear de *riser*. Assim, é esperado que a solução ótima presente, em cada ponto, a espessura mínima de parede capaz tanto de manter a tensão combinada abaixo do limite imposto quanto de evitar o colapso por flambagem. No

caso em que a profundidade é menor, a restrição de flambagem não fica ativa e a tensão é dominada pela tensão circunferencial causada pela pressão interna. Já no caso de maior profundidade, as tensões de flexão são muito maiores nas proximidades do solo e a restrição de flambagem é ativada nesta região, causando um grande aumento na espessura. Próximo do topo, a espessura é maior do que no caso de menor profundidade devido ao aumento da tração e ao aumento de tensão associado. Esse aumento de espessura, no entanto, é bem menor que o ocorrido na região próxima ao solo, justificando a maior variação de espessura neste caso de estudo.

Embora tenham obtido resultados interessantes, os próprios autores reconhecem a necessidade de utilização de condições dinâmicas na otimização, especialmente levando-se em conta a alta sensibilidade a movimentos verticais da plataforma apresentada por *risers* rígidos instalados em catenária.

Vieira et al. (2003) utilizaram um algoritmo genético (método de otimização baseado no processo de seleção natural, discutido no capítulo 4) para estudar a otimização de um *riser* em configuração *lazy-wave*, sob ação apenas do peso próprio e das forças de flutuação. Os autores definiram intervalos de comprimentos para os três trechos, fixando diâmetros e materiais tanto do tubo quanto do flutuador e impuseram restrições de ângulo no topo e de tensão estática atuante sobre o *riser*. Novamente, a função objetivo utilizada foi o custo do material. Os resultados obtidos foram comparados com os obtidos utilizando análise paramétrica e foi constatado que as soluções obtidas por ambos os métodos são semelhantes, com uma grande vantagem de tempo para o método de otimização, pois este não envolve a simulação de todas as possibilidades de solução. Assim como no caso anterior, a dinâmica da linha não é considerada na análise, o que é sugerido pelos autores como a continuação natural de seu trabalho. Os autores afirmam, ainda, que o algoritmo genético mostrou-se capaz de encontrar bons resultados nesta aplicação e que sua utilização pode poupar muito tempo computacional e esforço de engenharia. Em outro artigo com alguns autores em comum, Lima et al. (2005) estendem a função objetivo para considerar múltiplos objetivos, utilizando para isso lógica nebulosa (também conhecida como lógica *fuzzy*), que permite o estabelecimento, pelo usuário, de regras que classificam as configurações de acordo com critérios lingüísticos como “bom” ou “ruim”. Isto permite que a experiência do projetista seja facilmente incorporada em uma função multi-objetivo. No estudo de caso apresentado, um *riser* é otimizado utilizando um conjunto de regras que avaliam o comprimento dos trechos superior e flutuado e a tensão estática de Von Mises. Os autores concluem que a utilização de lógica

nebulosa simplifica bastante a criação da função multi-objetivo que combina os diversos objetivos a serem obtidos e apontam a implementação de análises dinâmicas como uma continuação do trabalho.

Já em Cunliffe et al. (2004) é apresentada uma implementação de um algoritmo genético que se comunica com o *software* comercial de análise ORCAFLEX, utilizado para realizar as simulações necessárias. A função objetivo definida é o custo dos materiais do *riser* e, como restrições, são utilizados critérios de engenharia provenientes de normas, incluindo tensão máxima, pressão de colapso e propagação de colapso. Neste caso são utilizadas cinco condições dinâmicas extremas na otimização, mas não são consideradas as condições de fadiga. Embora os autores não informem as razões destas condições não serem utilizadas na otimização, é certo que o grande tempo computacional necessário para simular cada condição dinâmica combinado com a existência de um grande número de condições ambientais associadas à fadiga contribuiu para isso. O *software* é aplicado ao problema de um *riser* em catenária com trechos de material variável, partindo de uma solução preexistente. Nesta solução, todo o *riser* era feito de titânio, com uma espessura de parede de 16mm. Após a otimização, chegou-se a uma solução na qual o material de cerca de 40% do comprimento do *riser* é aço super duplex, mais barato. No restante do *riser*, a parede passou a ter uma espessura de 13mm e também foi reduzido o volume de um lastro que era conectado ao *riser* em virtude da baixa densidade do titânio e do fluido transportado pelo *riser*. Como resultado destas mudanças, houve uma redução de 40% no custo dos materiais. A configuração ótima foi posteriormente simulada para os casos de fadiga, sendo reprovada na vida útil estimada. Com algumas pequenas alterações feitas manualmente, os requisitos de projeto passaram a ser atendidos e foi mantida uma redução de custo de 32% em relação ao projeto inicial. Como nos casos anteriores, os autores ressaltam o ganho de tempo computacional e a redução de esforço humano durante o projeto, obtidos com a utilização de otimização.

Em Rodrigues (2004) é apresentada uma ferramenta computacional para otimização de um sistema híbrido de *risers*. O sistema híbrido assume uma configuração na qual o *riser* é dividido em dois segmentos: do topo até uma bóia intermediária é utilizado um *riser* flexível (chamado *jumper*), mais adequado para resistir aos esforços causados pelo movimento do topo e pelas ondas incidentes. O restante do *riser* é rígido e há um tendão ligado à bóia. Quatro variáveis de projeto foram utilizadas, os comprimentos do *jumper*, da parte rígida e do tendão e o empuxo da bóia. A função objetivo utilizada foi o custo de aquisição dos elementos do sistema e foram aplicadas restrições correspondentes a critérios usuais de engenharia. Para

solução do problema de otimização foi utilizado um algoritmo genético. Foram utilizados casos de carregamento estático e diversos estudos de caso são apresentados, incluindo comparações com análises paramétricas. Devido à possibilidade de variar o empuxo da bóia, que não estava presente no estudo paramétrico, o otimizador encontrou uma configuração 69% mais barata que a resultante da análise paramétrica e em um intervalo de tempo muito menor. O autor reconhece que a utilização de casos dinâmicos na otimização é importante e aponta as dificuldades causadas pelo grande custo computacional associado a estas análises como o problema a ser superado para tornar exequível a simulação destes casos durante a otimização.

Em Albrecht (2005), é feita uma otimização do sistema de ancoragem de uma plataforma, através de uma análise acoplada, na qual os *risers* conectados à plataforma também são modelados. Como o foco é no sistema de ancoragem e não nos *risers*, a função objetivo minimizada é o máximo *offset* da plataforma entre os diversos casos ambientais. Como restrições, são impostos os limites de tração na linha recomendados pela norma API-RP-2SK (*AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE*, 1996). O autor testou diversos algoritmos de otimização, a saber, o Algoritmo Genético, Enxame de Partículas e a Estratégia Evolutiva. Apenas simulações estáticas foram realizadas, sendo apontado pelo autor que o custo computacional da análise dinâmica é o fator limitante para sua aplicação na otimização. Outra consideração feita pelo autor é que o uso de processamento paralelo deve ser explorado como meio de reduzir o tempo total de simulação e permitir a obtenção mais rápida dos resultados.

O presente trabalho é um acréscimo a esta literatura específica sobre a otimização de *risers*, avançando na utilização de casos dinâmicos combinada com a simulação de *risers* em configuração *lazy-wave*. A utilização de análises dinâmicas, em especial, é um grande problema devido ao longo tempo de simulação de cada caso, o que explica que apenas em um artigo (CUNLIFFE et al., 2004) se tenha chegado a este ponto. Embora no artigo não sejam citados os tempos de otimização, eles certamente foram longos, da ordem de dias. Neste trabalho, a utilização de um modelo dinâmico no domínio da frequência, cuja execução é muito mais rápida que a de um modelo no domínio do tempo, combinada com a computação paralela, permite diminuir este tempo para poucas horas.

Outro ponto que diferencia este trabalho dos demais é a função objetivo utilizada. Os trabalhos anteriores utilizaram custo como função objetivo (em LIMA et al., 2005, o custo foi combinado com a tensão estática), mas existem dificuldades na sua estimação, conforme

discutido em maiores detalhes no item 3.3. Aqui foi feita a opção de evitar as incertezas associadas ao cálculo do custo, passando a utilizar um critério estrutural na comparação entre os diferentes *risers*. Após diversas tentativas, foi adotada a definição do problema descrita no capítulo 3, que utiliza a amplitude de tensão nas condições extremas como função objetivo. A metodologia desenvolvida neste trabalho, no entanto, pode facilmente ser aplicada adotando outro critério estrutural na função objetivo, como a vida à fadiga, por exemplo, ou mesmo um critério misto (ponderação de um ou mais critérios).

CAPÍTULO 3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

3.1 Introdução

O primeiro passo para a utilização de otimização em qualquer problema é a sua descrição matemática. Esta descrição começa pela definição das variáveis de projeto. Como estas variáveis são os graus de liberdade disponíveis para o otimizador na busca pela solução ótima, tanto a função objetivo (aquela a ser minimizada ou maximizada) quanto as restrições do problema devem ser escritas em função delas.

Naturalmente, uma seleção equivocada das variáveis de projeto prejudicará a resposta obtida. Não se pode deixar de lado variáveis significativas, pois a falta de variáveis restringe o espaço de busca, possivelmente excluindo soluções viáveis que, eventualmente, podem ser as ótimas. Por outro lado, o excesso de variáveis faz com que o tempo computacional requerido para o processo de otimização aumente. Dependendo do método utilizado, este aumento pode ser exponencial, degradando rapidamente a velocidade de resposta. Por isso busca-se um meio-termo, selecionando as variáveis mais representativas e excluindo aquelas que pouco contribuem para o aprimoramento da solução.

Em qualquer problema de otimização, a definição das restrições é de grande importância, por afetar diretamente o método utilizado e o resultado obtido. As restrições têm por objetivo garantir que o resultado final do processo de otimização seja uma solução viável, eliminando soluções que, embora matematicamente corretas, não obedecem a leis da física ou critérios de engenharia aplicáveis.

As restrições devem ser definidas em função das variáveis de projeto, mesmo que de forma implícita, e seus valores são, portanto, atualizados a cada passo do processo de otimização.

O objetivo deste capítulo é identificar as variáveis de projeto, apresentar as restrições a serem aplicadas ao problema em questão, além da função objetivo utilizada. Posteriormente o problema definido será analisado do ponto de vista de sua dificuldade de solução.

3.2 Definição das variáveis de projeto

Esta seção tem como objetivo a definição das variáveis de projeto a serem utilizadas, baseando-se nas condições específicas do problema analisado.

Conforme descrito na seção 1.1, as configurações mais comuns para um *riser* são as de catenária e *lazy-wave*. Porém, entre uma catenária e uma *lazy-wave* com corcovas bem definidas existe uma infinidade de configurações intermediárias que podem eventualmente atender aos requisitos de projeto, e é importante que a seleção de variáveis torne também possível o aparecimento destas configurações. Para isso, considera-se que os *risers* são formados por uma sucessão de trechos de propriedades constantes. Desta maneira, uma *lazy-wave* típica é formada por três trechos, enquanto uma catenária por apenas um. De fato, mesmo que se pense em uma configuração em catenária, pode ser vantajoso um *riser* com vários trechos de propriedades diferentes entre si, utilizando, por exemplo, um material mais resistente nas porções mais críticas e outro menos resistente nas demais partes do *riser*. Assim, o número de trechos é a primeira variável de projeto e cada trecho possui propriedades diferentes, representáveis por variáveis dos tipos adequados.

A primeira propriedade de um trecho é o material do qual o *riser* é feito. Como o número de materiais é finito, as características dos materiais disponíveis não são contínuas, isto é, não se pode especificar um conjunto de características para um material e supor que este exista. É necessário fazer o inverso, ou seja, a partir de uma lista de materiais disponíveis, dadas características como tensão de escoamento, massa específica e módulo de elasticidade, entre outras, deve-se escolher o melhor para cada trecho. Desta forma se faz necessária a existência de uma variável que representa o material de cada trecho. Esta variável deve ser discreta.

Para definir completamente cada trecho do *riser*, além do material, é necessário também definir suas características geométricas, como comprimento, diâmetro interno e externo. O comprimento pode ser representado por uma variável contínua, pelas razões já discutidas na seção 1.1.

O diâmetro interno foi considerado fixo por razões já discutidas na seção 1.1.6, o que torna possível adotar diâmetro externo ou espessura de parede como variável de projeto, já que a um valor de uma variável corresponde apenas um valor da outra. Neste trabalho foi adotado o diâmetro externo como variável, por corresponder diretamente a uma variável do modelo utilizado. Existem disponíveis comercialmente apenas determinados diâmetros externos e, por isso, o diâmetro externo foi representado como uma variável discreta, que só pode tomar valores pré-determinados, os quais devem ser obtidos através de catálogos dos fabricantes.

As demais variáveis de projeto são destinadas a descrever os flutuadores. A primeira delas representa o material do flutuador de cada trecho. Esta é uma variável discreta (para cada trecho), pelos mesmos motivos que para o material do *riser*.

Como os flutuadores têm apenas determinados diâmetros disponíveis comercialmente, seria necessário representar o diâmetro como uma variável discreta, que só poderia tomar valores pré-determinados. O mesmo aconteceria com o comprimento do módulo de flutuação. No entanto, é possível fazer uma transformação de variáveis, conforme descrito na seção 6.2.2, que torna necessário o uso apenas do diâmetro externo do flutuador.

Na Tabela 3.1 é apresentado um resumo das variáveis de projeto, com seus respectivos tipos. É importante notar que existem variáveis tanto discretas quanto contínuas.

Tabela 3.1 - Resumo das variáveis de projeto e seus tipos.

Variável	Tipo
Número de trechos	Discreta
Para cada trecho:	
Material do <i>riser</i>	Discreta
Comprimento	Contínua
Diâmetro externo do <i>riser</i>	Discreta
Material do flutuador	Discreta
Diâmetro externo do flutuador	Contínua

3.3 Função Objetivo

A função objetivo tem uma grande influência sobre os resultados da otimização: uma escolha inadequada levará a resultados não satisfatórios. Durante a evolução do estudo do problema, analisou-se o efeito de funções objetivo diferentes, buscando a escolha da mais adequada.

Uma primeira tentativa de função objetivo foi a utilização do custo do *riser*, como havia sido feito em outros trabalhos semelhantes, como os de Larsen e Hanson (1999), Vieira et al. (2003), Rodrigues (2004) e Tanaka et al. (2006). No entanto, logo foram percebidas as dificuldades encontradas com essa função. Em primeiro lugar, o custo de um *riser* é de muito difícil determinação, pois engloba não apenas o custo do material e de fabricação (mais facilmente quantificáveis), mas também outras componentes do custo, como os custos de instalação, de manutenção e de operação, assim como o de eventual produção cessante no caso de uma falha, todos de complexa estimação. De fato, como a expectativa de vida útil de um *riser* é normalmente de cerca de 20 anos, estes custos de manutenção e operação, que se dão ao longo de sua vida, tendem a ser maiores que a parcela devida ao preço do material e da instalação, que é despendida antes do início da produção comercial. Adicionalmente, a otimização baseada em custo tende a levar apenas a soluções com o mínimo comprimento de *riser* capaz de satisfazer as restrições. Na prática, no entanto, a parte apoiada pode ser dezenas de vezes mais comprida que a parte suspensa e, por isso, esta pode representar uma parte pequena do custo da tubulação. Se for levado em conta os demais componentes do sistema, como a plataforma e as linhas de ancoragem, essa proporção cai mais ainda.

Por todo o exposto, foi concluído que o custo não era a função objetivo mais adequada para o problema estudado e, por isso, funções objetivo baseadas em critérios estruturais foram analisadas. Uma destas alternativas foi o uso da máxima tensão estática ao longo do *riser* entre todas as condições ambientais simuladas. Ao analisar os resultados obtidos com essa função objetivo, foi notado que, assim como no caso do custo, embora em menor grau, as configurações apresentam resposta dinâmica ruim em determinadas faixas de períodos de excitação, o que se traduz em grandes amplitudes de tensão dinâmica.

Por fim, foi encontrada a função objetivo utilizada em Tanaka e Martins (2007) e Tanaka et al. (2007) e também utilizada no presente trabalho: a máxima amplitude de tensão combinada, calculada ao longo do *riser*, dentre todos os casos dinâmicos.

Seja $\sigma_{VM}(n, s, t)$ a tensão de Von Mises na condição ambiental n , em um determinado ponto do *riser* (dado pela coordenada curvilínea s), no instante de tempo t . A amplitude de tensão em cada ponto do *riser*, para cada condição ambiental, é definida como:

$$\Delta\sigma_{VM}(n, s) = \frac{1}{2}(\text{máximo}(\sigma_{VM}(n, s, t)) - \text{mínimo}(\sigma_{VM}(n, s, t))),$$

com t cobrindo todo o período de interesse da simulação. No caso da solução no domínio da frequência (capítulo 5), é necessário apenas examinar um período.

A função objetivo é então dada por:

$$f_{obj} = \text{máximo}(\Delta\sigma_{VM}(n, s))$$

Como a vida à fadiga é função decrescente da amplitude de tensão, ao minimizar-se esta amplitude a vida deve ser aumentada. É necessário, no entanto, notar que o critério utilizado não é a vida à fadiga e, portanto, não se está otimizando esta vida, embora seja esperado que a configuração de mínima amplitude máxima de tensão apresente um bom comportamento à fadiga.

A metodologia desenvolvida neste trabalho pode ser facilmente aplicada com outras funções objetivo, como, por exemplo, um critério de fadiga ou outra definida pela experiência do projetista.

No capítulo 7 são apresentadas comparações entre os resultados obtidos utilizando como função objetivo tanto o custo como a máxima tensão estática e a máxima amplitude de tensão dinâmica.

3.4 Restrições

As restrições aplicadas ao problema foram definidas de maneira a impedir a existência de impossibilidades físicas ou configurações não interessantes do ponto de vista de engenharia e também de maneira a permitir a aplicação de critérios de engenharia necessários para garantir a viabilidade técnica do *riser* obtido.

Entre as restrições que visam impedir situações impossíveis estão:

- O diâmetro externo deve ser maior que o interno;
- O comprimento total do *riser* deve ser maior que a hipotenusa do triângulo cujos outros dois lados são a altura do ponto de suspensão do *riser* e a distância horizontal entre este ponto e a outra extremidade do *riser*.

As restrições seguintes são baseadas em normas técnicas ou conhecimento acumulado no problema em questão. Elas estão divididas em função do tipo de análise a que se referem.

3.4.1 Flambagem

É necessário evitar a ocorrência de flambagem, tanto local quanto global. Existem muitas referências sobre como tratar tal problema. Para fins deste trabalho, foi adotado o critério de flambagem global recomendado por Det Norske Veritas (2001), que já inclui a flambagem local. Foge ao escopo do trabalho discutir o critério de flambagem utilizado, que é parte de uma prática recomendada por uma norma da indústria, lembrando que este critério pode ser substituído por qualquer outro que seja considerado mais adequado, potencialmente alterando os resultados, mas não a metodologia proposta.

Segundo o critério adotado, para que não ocorra flambagem, deve ser válida a expressão:

$$p_e - p_{\min} \leq \frac{P_{pr}}{\gamma_c \gamma_m \gamma_{SC}},$$

onde p_e é a pressão externa, p_{\min} a pressão interna, que pode ser considerada nula para realizar um cálculo conservador, γ_c é um fator de resistência para condições especiais, que deve ser tomado como 1,0 para que não ocorra propagação da flambagem, γ_m é um fator de resistência para compensar incertezas de resistência do material, tomado como 1,15 para casos extremos, γ_{SC} é o fator de resistência para a classe de segurança, de valor 1,14 para o caso normal. p_{pr} deve ser calculado através da seguinte fórmula:

$$p_{pr} = 35 f_y \alpha_{fab} \left(\frac{t}{D} \right)^{2.5},$$

onde t é a espessura do *riser*, D o diâmetro externo, α_{fab} um fator de fabricação que, no pior caso, assume o valor de 0,85. f_y deve ser calculado como:

$$f_y = SMYS\alpha_u$$

onde $SMYS$ é a tensão de escoamento mínima especificada de acordo com a curva tensão-deformação de engenharia e α_u é um fator de resistência do material, que assume um valor de 0,96 para o caso de classe de segurança normal (segundo a definição da norma).

3.4.2 Análise Estática

A Figura 3.1 mostra as restrições a serem aplicadas após a análise estática. Como as condições de correnteza marítima e *offset* da plataforma variam ao longo da vida útil do *riser*, são feitas análises de vários casos de carregamento diferentes. As restrições abaixo valem para cada um destes casos.

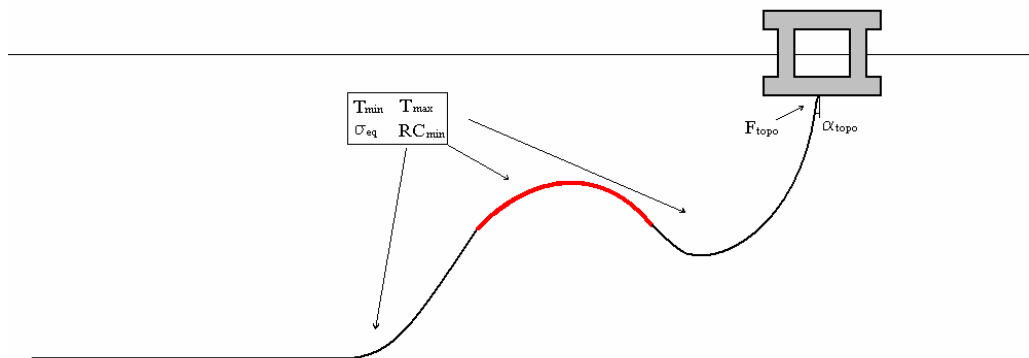


Figura 3.1 – Restrições do Problema.

As restrições são:

F_{topo} – Tração no topo do *riser*

A tração no topo do *riser* é transmitida à plataforma através da conexão entre estes elementos. Isto torna necessário limitar esta tração, sob pena de utilizar uma capacidade de carga muito grande, que por sua vez ultrapasse a capacidade da plataforma (*payload*). Por outro lado, o próprio *riser* dispõe de uma resistência limitada à tração, sendo este mais um motivo para restringir este valor.

α_{topo} - Ângulo no topo do *riser*

Um ângulo do topo muito grande pode dificultar a aproximação de outras embarcações, causando problemas, por exemplo, para operações de *offloading* (ver Glossário). Para evitar problemas com o ângulo do topo do *riser*, é comum que este seja especificado, justificando a inclusão deste como restrição. A especificação de ângulos de topo diferentes para linhas próximas é também utilizada como força de evitar a interferência entre elas.

RC_{min} - Raio Mínimo de Curvatura

Um raio de curvatura muito pequeno causa grandes tensões de flexão, que podem levar ao rompimento do *riser*. Por isso é necessário limitar este raio de curvatura, com valores diferentes a cada trecho, pois é possível que se utilizem materiais ou diâmetros diferentes em cada um deles.

T_{min} e T_{max} - Trações mínima e máxima ao longo do *riser*

As trações sobre o *riser* devem ser limitadas não só por causa das tensões causadas, mas também por que uma tração muito baixa deixa o *riser* muito sujeito a movimentos laterais mesmo em perturbações pequenas. Também é necessário evitar que haja compressão, uma situação altamente indesejável, pois favorece a flambagem.

σ_{eq} - Tensões equivalentes ao longo do *riser*

Cada ponto do *riser* está submetido a uma combinação de esforços: pressão interna, pressão externa, tração e momento fletor. Todos estes esforços causam tensões, que podem ser compostas através de uma tensão equivalente, como por exemplo, a de Von Mises. Esta tensão deve então ser comparada com os limites de resistência do material, levando em conta o coeficiente de segurança aplicável para o caso específico.

3.4.3 Análise Dinâmica

Na análise dinâmica, as mesmas restrições do caso estático são analisadas. Para cada configuração de *riser* têm-se diversas condições ambientais a serem simuladas, e para os resultados de todas estas simulações as restrições devem ser aplicadas. Como se tratam de

análises dinâmicas, cada resultado tem uma faixa de variação ao longo do tempo, devendo as restrições serem válidas para os valores extremos, tanto máximos quanto mínimos.

Enquanto na análise estática restrições de raio de curvatura, tensão e colapso em geral são mais importantes, na análise dinâmica o maior problema costuma ser a compressão, que é tratada através da restrição de tração mínima.

3.5 Visão Geral do Problema

Nas seções anteriores foram definidos vários aspectos do problema de otimização. Esta seção analisa o problema resultante e as dificuldades que devem ser encontradas para sua resolução.

Em primeiro lugar, as variáveis do problema (seção 3.2) são de natureza mista, ocorrendo tanto variáveis contínuas quanto discretas. Assim, o método para solucionar o problema deve ser capaz de lidar com ambos os tipos de variáveis. A maioria dos métodos de otimização, no entanto, só é capaz de lidar com variáveis contínuas. Estes métodos podem ser utilizados apenas para a solução de um problema reduzido, no qual são variados apenas os comprimentos dos trechos e os diâmetros externos dos flutuadores, mantendo fixos diâmetros externos dos *risers* e materiais dos *risers* e flutuadores.

O cálculo tanto da função objetivo (seção 3.3) quanto das restrições (seção 3.4) requer a simulação tanto estática quanto dinâmica de diversas condições ambientais. Estas condições ambientais devem ser em número suficiente para representar as situações de carregamento a que o *riser* estará sujeito durante sua operação, mas quanto maior for o número de condições ambientais, maior será o tempo de processamento. Por isso, é necessário estudar a influência de diferentes condições ambientais na solução do problema.

Cada simulação, estática ou dinâmica, é em si mesma um problema complexo. O problema de obter a configuração estática do *riser* a partir dos dados de entrada é caracterizado por grandes deslocamentos e carregamentos que variam de intensidade e direção de acordo com a configuração, o que torna o problema altamente não-linear. O modelo desenvolvido neste trabalho está apresentado no capítulo 5 e é uma extensão daquele encontrado em Santos (2003), que foi generalizado para passar a englobar configurações *lazy-wave*, além da catenária. Este modelo é fruto de um desenvolvimento de anos, que tornou possível a simulação de um caso estático de maneira bastante eficiente, ao combinar a solução das

equações que regem o comportamento de um fio com a correção pela técnica de camada-limite (PESCE (1997), MARTINS (2000)) nas regiões onde a rigidez flexional é importante.

Apesar disso, existem fenômenos que não são modelados, especialmente a compressão sobre o *riser*. Embora configurações nas quais ocorra compressão não sejam desejáveis do ponto de vista de engenharia, elas podem ocorrer durante o processo de otimização, não existindo nenhuma regra que permita eliminá-las de antemão. Como para cada caso de carregamento será feita uma simulação estática, este problema pode ocorrer em qualquer um dos casos a que uma determinada configuração é submetida, especialmente se os *offsets* forem grandes. Quando acontecer de o modelo não convergir, por qualquer motivo, o valor da função objetivo será não-determinado para este conjunto de variáveis de projeto e o método de otimização deve ser capaz de lidar com estes casos.

Já a dinâmica de um *riser*, embora possa ser tratada como um problema de pequenos deslocamentos, também apresenta não-linearidades. As duas não-linearidades de grande importância para o problema são o contato unilateral entre o *riser* e o solo e a força viscosa resultante do movimento do *riser* dentro do fluido. O método de solução convencional, no domínio do tempo, é capaz de levar em conta estas não-linearidades, mas a um custo computacional alto. Como alternativa surge a utilização de um modelo no domínio da frequência, como o desenvolvido por Martins (2000). Para isto, é necessário primeiro linearizar o problema, tratando as duas não-linearidades existentes de uma forma específica. O modelo resultante é altamente eficiente, acelerando a execução de cada simulação. Para este trabalho, o modelo foi estendido pela mudança do tipo de elemento utilizado. Tanto o equacionamento do modelo quanto uma discussão da linearização do problema podem ser encontrados no capítulo 5.

Ainda na parte de modelagem e solução do problema físico, embora os algoritmos desenvolvidos para simulação estática e dinâmica sejam derivados de outros utilizados, já bastante testados e confiáveis, estes sempre foram utilizados em programas de análise, nos quais a configuração simulada era definida diretamente pelo usuário com base em sua experiência pessoal. Assim, existia uma espécie de “filtro” na entrada do algoritmo, representado pelo usuário, que tende a definir alguns tipos de configuração mais comuns e evitar outros que por sua experiência não funcionam tão bem. Já os algoritmos de otimização não têm esse conhecimento e, com a sua utilização, diversas configurações que dificilmente seriam simuladas por um analista experiente aparecem durante o processo e devem ser

adequadamente modeladas, pois podem eventualmente ser uma solução ótima (embora não convencional) para o problema de otimização. Isto exigiu um esforço de generalização dos modelos, com estudo de critérios de convergência e de tomada de decisão quanto à variação das forças ao longo das iterações na busca pela solução.

Por todo o exposto acima, pode-se observar que tanto a função objetivo quanto as restrições são de difícil cálculo, sujeito à convergência de algoritmos numéricos e por isso computacionalmente dispendiosas. A função objetivo é multimodal, pois não há monotonicidade, já que com a mudança nos valores das variáveis de projeto mudam também as condições ambientais dominantes e as regiões em que as maiores tensões ocorrem. Também não é possível calcular os gradientes de maneira analítica, requerendo um procedimento numérico para isso. As restrições tendem a eliminar grande parte das soluções criando um domínio viável potencialmente pequeno e descontínuo. Todas estas propriedades tornam o problema de muito difícil solução, requerendo cuidado na seleção do algoritmo de otimização, na forma de tratamento das restrições e, de maneira geral, em todos os aspectos envolvidos na solução do problema de otimização.

CAPÍTULO 4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo são apresentados métodos de otimização selecionados da literatura. Na seção 4.1 é discutida a classificação dos métodos numéricos de otimização. O restante do capítulo é dividido em duas partes, abrangendo cada um dos grupos resultantes da classificação adotada.

4.1 Classificação dos Algoritmos Numéricos de Otimização

A classificação dos algoritmos de otimização pode ser feita de inúmeras maneiras. Rao (1996), por exemplo, classifica os algoritmos de acordo com o tipo de variáveis tratadas. Se as variáveis forem determinísticas, o método é dito de programação matemática e se elas obedecem a uma distribuição de probabilidade conhecida, é um método para processos estocásticos. Esta classificação ignora o funcionamento dos métodos, focando apenas nas variáveis dos problemas por eles resolvidos.

Uma outra possibilidade de classificação é apresentada por Schwefel (1995), que divide os métodos numéricos, de acordo com o tipo de problema que tratam, em lineares e não-lineares, sendo os não-lineares subdivididos, de acordo com o método de solução empregado, em métodos diretos e métodos probabilísticos. Os métodos probabilísticos são ainda subdivididos em puramente aleatórios e evolutivos.

Estas são apenas duas entre muitas possibilidades de classificação. Neste capítulo, foi adotada a classificação de Burns (2002). Segundo esta classificação, os algoritmos de otimização disponíveis podem ser classificados, de acordo com o modo como tratam o problema de otimização, em métodos de programação matemática e métodos heurísticos.

Os métodos de programação matemática encontram um mínimo próximo à posição inicial, mínimo este que em geral é local. Apesar de existirem tentativas de contornar este problema (por exemplo fornecendo outra solução inicial), não se pode afirmar ao certo que a resposta encontrada é o mínimo global, a menos que o problema tenha um único mínimo. Ainda apresentam o problema de não tratarem variáveis discretas, por serem baseados em

informações como derivadas e gradientes, que são indefinidos em problemas discretos e de, em geral, exigirem que a solução inicial esteja dentro do domínio viável, algo que nem sempre é fácil de conseguir, mas que pode ser contornado por meio da utilização de penalizações. Apesar destes problemas, são muito eficientes em encontrar um mínimo próximo à região da solução inicial, por isso podem ser atraentes para a obtenção de soluções melhores a partir de outras conhecidas.

Nos métodos heurísticos, a tomada de decisão é baseada em regras heurísticas, muitas vezes recorrendo a decisões probabilísticas. Estes métodos procuram encontrar o mínimo global do problema fugindo dos mínimos locais. Embora não seja possível afirmar que o mínimo global será encontrado, suas aplicações em muitos tipos de problemas têm obtido soluções quase ótimas. Podem tratar problemas com variáveis discretas ou contínuas.

Embora seja possível discretizar um problema contínuo e usar um algoritmo heurístico para obter o mínimo global, deve-se ser criterioso ao fazê-lo, pois o custo computacional aumenta muito em comparação com os algoritmos de programação matemática, levando a uma convergência bem mais lenta, que pode inviabilizar a solução de um problema grande, com muitas variáveis. Apesar de buscarem um mínimo global tentando escapar de mínimos locais, não há como saber se realmente o fizeram. Por isso, caso o problema seja de variáveis contínuas, os algoritmos heurísticos não são necessariamente melhores, devendo-se analisar com cuidado o tipo de problema e, se possível, utilizar a experiência em casos semelhantes na escolha do método mais adequado.

Especialmente no caso dos métodos de programação matemática, existem muitos métodos bastante semelhantes entre si, havendo apenas mudanças em uma das fases do método, como, por exemplo, na forma de seleção da direção a ser seguida. Quando dois ou mais métodos diferem apenas em uma pequena parte de seu funcionamento, é difícil saber de antemão qual é o mais adequado para determinado problema. Por outro lado, não é de se esperar uma diferença brutal de desempenho nesta situação. Levando isto em conta, procurou-se selecionar métodos que sejam representativos de uma subclasse ampla, que tenham sido aplicados com sucesso em uma série de problemas e que sejam aplicáveis ao problema em estudo.

A seguir está compilada uma lista dos métodos discutidos neste capítulo, já de acordo com sua classificação.

Na seção 4.2 são apresentados seis métodos de programação matemática, sendo dois deles (Divisão de Intervalo e Simplex) utilizados para resolver problemas mais simples criados em cada iteração dos outros quatro métodos:

- Programação Linear Seqüencial;
- Simplex
- Powell;
- Quasi-Newton;
- Fletcher-Reeves;
- Divisão de Intervalo;

Na seção 4.3 são apresentados dois métodos heurísticos:

- Método do Recozimento Simulado;
- Algoritmo Genético.

4.2 Métodos de Programação Matemática

4.2.1 Programação Linear Seqüencial (PLS)

Alguns métodos de programação matemática são motivados pela idéia de se transformar um problema complexo em uma sucessão de problemas simples, que possam ser resolvidos de maneira bastante eficiente. Isto é feito expandindo, a cada iteração, tanto as restrições quanto a função objetivo em uma série em torno do ponto de partida desta iteração. Por causa desta abordagem, estes métodos são chamados métodos de aproximação.

No caso da Programação Linear Seqüencial, só o primeiro termo da expansão é utilizado, portanto as funções são linearizadas. Desta forma o problema não-linear se torna uma sucessão de problemas lineares que podem ser resolvidos de forma extremamente confiável e eficiente por um método de programação linear (seção 4.2.2).

Um problema do tipo

$$\text{Min} \quad f(\mathbf{x})$$

$$\text{tal que} \quad g(\mathbf{x}) \geq 0$$

$$\mathbf{x}_{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_{\max}$$

linearizado se torna :

$$\text{Min} \quad f(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \Bigg|_{x_0}$$

$$\text{Tal que} \quad g(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^n (x_i - x_{0i}) \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right) \Bigg|_{x_0} \geq 0$$

$$a_{li} \leq x_i - x_{0i} \leq a_{ui},$$

onde a_{li} e a_{ui} são os limites inferior e superior de cada variável, também chamados limites móveis. Para evitar que a solução caminhe demais em cada passo, fugindo da área onde vale a linearização, impõem-se estes limites móveis, que diminuem o intervalo de variação de cada variável em uma iteração. Quanto mais não-linear for o problema, menor a região em que é válida a linearização, diminuindo assim os limites móveis. Um dos problemas deste método é a definição destes limites. Caso o problema seja muito não-linear, os limites móveis tornam-se muito pequenos e muitas iterações podem ser necessárias para encontrar o mínimo, o que pode inviabilizar a utilização do método.

A Programação Linear Sequencial tem como vantagens utilizar apenas as primeiras derivadas e transformar os problemas em problemas de programação linear, para os quais existem métodos altamente testados e confiáveis. Outra vantagem é ser apropriada para um grande número de variáveis de projeto, pois apenas o cálculo dos gradientes se torna mais demorado neste caso, não existindo outras fases do método que sejam afetadas significativamente pelo número de variáveis. Como desvantagens podem-se citar: o problema da definição dos limites móveis, que pode alterar a convergência da solução; a exigência de que o ponto de partida esteja dentro do domínio viável e a incapacidade de lidar com variáveis discretas.

Neste método apenas as primeiras derivadas (gradiente) da função objetivo e das restrições são utilizadas. Isto pode ser uma vantagem porque o cálculo de derivadas de ordem superior costuma ser muito custoso e porque a utilização das informações contidas no gradiente tende a diminuir o número de cálculos da função objetivo necessários em relação a outro método que não o utilize. Por outro lado, caso o cálculo do gradiente seja muito demorado, é desaconselhável o uso do PLS. No problema em estudo, o gradiente é calculado por diferenças finitas, exigindo várias simulações e sendo, por isso, um cálculo demorado. Assim, para sua utilização ser vantajosa, o PLS deve ser capaz de resolver o problema com um número de cálculos da função objetivo significativamente menor que o método de Powell, apresentado na seção 4.2.3 e que não utiliza o gradiente, mas apenas os valores da função objetivo. Para maiores detalhes sobre o método, o leitor pode consultar Rardin (1998).

A Figura 4.1 mostra o funcionamento do método, com cada fase identificada por um número:

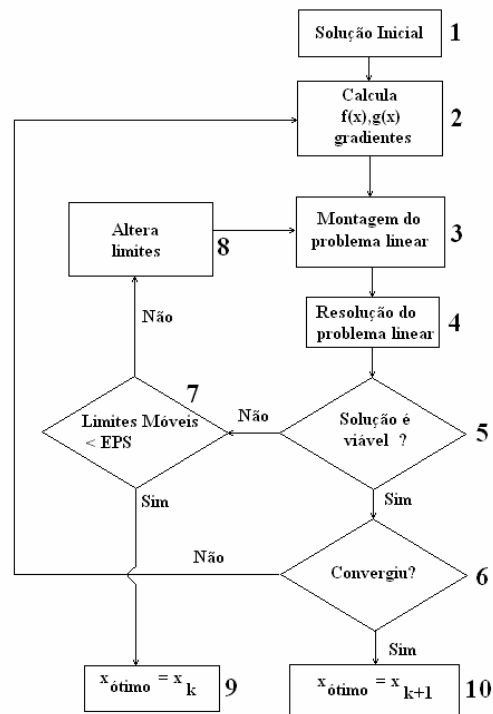


Figura 4.1 – Esquema do PLS.

O método parte de uma solução inicial (1) que pode ser fornecida pelo usuário ou por outro método de otimização. Em 2, são calculados o valor da função objetivo e das restrições, além dos gradientes de ambos para a solução corrente. No problema em estudo, é nessa fase que

são utilizados os modelos estático e dinâmico para simulação do comportamento do *riser* representado pela solução corrente nas condições de carregamento ambiental pré-definidas. A fase **3** é a montagem do problema linear a ser resolvido, incluindo os limites móveis. Na fase **4**, o problema linear é resolvido com um algoritmo como o descrito na seção 4.2.2. A viabilidade da solução encontrada para o problema linear é testada em **5**. Caso a solução seja viável, ela se torna a solução atual e passa-se a **6**. Se a solução não for viável, passa-se a **7**. Em **6**, a convergência é testada, comparando o valor da função objetivo entre as duas últimas soluções. Se a variação for menor que uma dada precisão, o método é encerrado (**10**), caso contrário volta-se a **2**. Em **7**, o tamanho dos limites móveis é testado e, se for menor que uma dada precisão considera-se que o método convergiu, com a solução ótima dada pela última solução viável encontrada. Se os limites forem grandes o suficiente, eles são diminuídos (**8**) e volta-se à montagem do sistema linear (**3**).

4.2.2 Programação Linear

Os métodos de programação linear procuram resolver problemas cujas funções objetivo e restrições são funções lineares das variáveis de projeto, da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } f(\mathbf{x}) = a_1x_1 + \dots + a_nx_n = \sum_{i=1}^n a_i x_i$$

dadas as restrições:

$$g(\mathbf{x}) = b_1x_1 + \dots + b_nx_n \geq 0$$

$$h(\mathbf{x}) = c_1x_1 + \dots + c_nx_n = 0,$$

onde \mathbf{x} é o vetor que representa as variáveis de projeto e a_i , b_i e c_i são constantes.

Calculando as derivadas da função objetivo, temos:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = a_i \rightarrow \nabla f = (a_1, a_2, \dots, a_n)$$

Como o gradiente é constante, não é possível achar um ponto que o anule, que seria um ponto candidato a extremo da função. Por isso, o ponto de mínimo da função está necessariamente em um ponto de encontro de duas ou mais restrições, na borda do domínio viável (definido

pelas restrições). Os métodos de programação linear se aproveitam desta propriedade deste tipo de problema e procuram um mínimo apenas nestes pontos.

O algoritmo mais comum de programação linear é o Simplex (RARDIN, 1998), utilizado neste trabalho para cada iteração do algoritmo de programação linear seqüencial. O simplex procura cada um dos pontos de encontro entre restrições, computando o mínimo da função objetivo. Este algoritmo foi desenvolvido por Box (1957) e se tornou referência pela sua simplicidade e robustez, sendo até hoje utilizado para uma série de problemas que podem ser escritos na forma requerida pelo método.

4.2.3 Método das Direções Conjugadas de Powell

Como a maioria dos métodos de programação matemática utiliza a informação do gradiente na busca pelo mínimo, eles têm dificuldade de resolver problemas em que o gradiente não esteja definido ou só possa ser calculado com baixa precisão. Além disso, quando o custo computacional do cálculo do gradiente é muito alto, tais métodos se tornam muito demorados. Estes problemas motivam a utilização de métodos que só utilizam o valor da função objetivo. Entre estes métodos se destaca o método de Powell (RAO, 1996).

No problema em estudo, o cálculo do gradiente é bastante demorado, o que motiva a utilização do método de Powell.

O método se inicia a partir da escolha de um ponto inicial (x_0) e de um conjunto de direções linearmente independentes para início do método. Conforme proposto em Haftka e Gürdal (1999) são escolhidas as direções de cada variável, como $(1,0,0,\dots)$, $(0,1,0,\dots)$ e assim por diante por serem ortogonais entre si e de fácil determinação.

Em cada iteração, a partir do ponto inicial x_i , é feita, para cada direção, uma minimização de linha (minimização de uma só variável, ver seção 4.2.6) do valor da função objetivo, resultando em um ponto intermediário. A partir deste ponto intermediário, é feita a minimização de linha na direção seguinte, criando um novo ponto intermediário, e assim por diante, até a última direção. A distância entre os pontos intermediários antes e depois de cada minimização de linha é chamado de passo univariado. A direção da linha que liga o ponto inicial de uma iteração com o último ponto intermediário é chamada direção-padrão. Após a

determinação da direção padrão, é feita uma minimização de linha nesta direção, partindo do último ponto intermediário. O resultado desta minimização é a posição \mathbf{x}_{i+1} .

Por fim, uma das direções de busca geradas inicialmente é substituída pela direção padrão. O critério utilizado para a substituição é o descarte da direção que causou maior diminuição na função objetivo durante a minimização em cada direção, entrando a direção padrão em seu lugar. Como a direção padrão é uma combinação linear das direções, ponderadas pelos passos univariados, e estes passos são maiores nas direções em que ocorrem as maiores diminuições da função objetivo, a direção de maior diminuição na função objetivo é a mais próxima da direção padrão e por isso ela é a descartada.

Além das vantagens anteriormente citadas, o método de Powell também é de implementação relativamente simples e é considerado bastante robusto (HAFTKA e GÜRDAL, 1999), mesmo para casos em que as funções são bastante complexas. Por outro lado, quando se dispõe do gradiente correto, um método que use o gradiente será bem mais eficiente.

4.2.4 Quasi-Newton

Possivelmente o primeiro método a ser inventado, o método de Newton utiliza o método de determinação de raízes de funções de Newton para encontrar a raiz da derivada da função objetivo.

O mínimo local sem restrições de uma função de uma variável, contínua e derivável, pode ser encontrado verificando as condições de primeira e segunda ordens:

$$f'_{obj} = 0 \text{ e } f''_{obj} > 0$$

O método de Newton procura o zero de uma função através de sua derivada, utilizando a seguinte fórmula iterativa:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

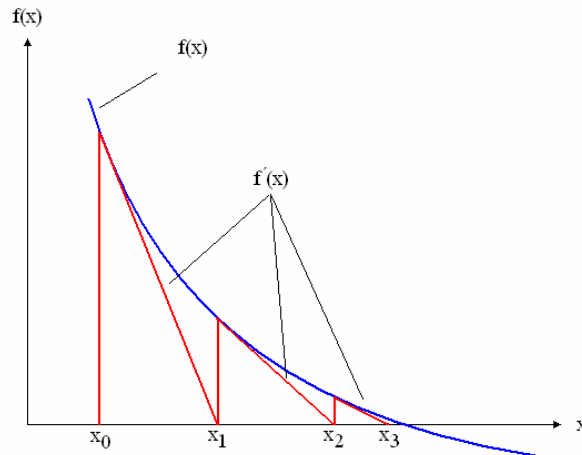


Figura 4.2 – Funcionamento do método de busca de raízes de Newton.

No caso da otimização, procura-se encontrar a raiz da derivada da função objetivo, portanto

$f = f_{obj}$ e $f' = f'_{obj}$ e a fórmula pode ser escrita:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'_{obj}(x_k)}{f''_{obj}(x_k)}$$

Para uma função multivariável, a expressão anterior pode ser escrita (RAO,1996):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{x}_k) \nabla f(\mathbf{x}_k),$$

onde ∇f é o gradiente e \mathbf{Q} é a matriz Hessiana, definida como:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial f}{\partial x_2 \partial x_2} & \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_j} & \frac{\partial f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_j} & \dots & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_i \partial x_n} \\ \frac{\partial f}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix}$$

Definida a direção $\mathbf{s} = -\mathbf{Q}^{-1} \nabla f$, o passo seguinte é a busca unidimensional para encontrar o valor de α que minimiza a função objetivo nesta direção. O ponto encontrado é utilizado então como início da iteração seguinte. Este procedimento é repetido até a convergência, ou seja, as componentes do gradiente aproximadamente nulas.

Naturalmente, com o aumento da ordem do método, a tendência é obter a minimização em um número menor de iterações. Por esse critério, o método de Newton é preferível ao Fletcher-Reeves (seção 4.2.5) e este ao das direções conjugadas de Powell (seção 4.2.3), porém há outras considerações a serem feitas, como, por exemplo, o custo de se calcular as derivadas e a precisão obtida neste cálculo. Como no problema estudado o custo computacional é muito alto e a precisão do cálculo baixa, podem aparecer problemas de convergência e de tempo excessivo nos dois primeiros métodos, que anulem os ganhos obtidos pelo aumento de ordem do algoritmo de otimização.

4.2.4.1 Aproximação da matriz Hessiana

O cálculo dos termos da matriz Hessiana é, para a maioria dos problemas, muito demorado e pouco preciso. Para tornar possível a utilização de métodos que necessitam desta matriz, foram desenvolvidas técnicas de aproximação usando os gradientes. Estas aproximações podem ser deduzidas a partir de uma expansão do gradiente em torno do ponto da iteração anterior. A dedução em detalhes pode ser encontrada em Haftka e Gürdal (1999).

Existem duas técnicas mais comuns: a DFP (de Davidon-Fletcher-Powell), descrita a seguir e a BFGS (de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno).

Na técnica DFP, a Hessiana é atualizada iterativamente a partir de uma matriz identidade, utilizando a seguinte equação:

$$\mathbf{B}_{i+1} = \mathbf{B}_i + \lambda \frac{\mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T}{\mathbf{S}_i^T \mathbf{g}_i} - \frac{(\mathbf{B}_i \mathbf{g}_i)(\mathbf{B}_i \mathbf{g}_i)^T}{(\mathbf{B}_i \mathbf{g}_i)^T \mathbf{g}_i},$$

onde \mathbf{B}_i é a aproximação da inversa da matriz Hessiana na iteração i ,

$$\mathbf{S}_i = -\mathbf{B}_i \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_i),$$

$$\mathbf{g}_i = \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i+1}) - \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}_i),$$

e λ é resultado da minimização de linha da função objetivo na direção \mathbf{S} .

4.2.5 Fletcher-Reeves ou Gradientes conjugados

Sabendo que o gradiente corresponde à direção oposta à de maior decréscimo da função objetivo, é tentador seguir sempre a direção oposta à do gradiente para encontrar o mínimo da função objetivo. Este método é conhecido como “*Steepest Descent*”. Embora intuitivo, só funciona bem em condições restritas, por isso, outros métodos mais robustos que utilizam o gradiente de outras maneiras foram desenvolvidos. Um deles é o Fletcher-Reeves (BROUSSE, 1988).

Este método é semelhante ao de Newton, porém utiliza outra forma de determinar a direção de busca \mathbf{s}_k . Na primeira iteração, a direção é a oposta ao gradiente da função, e a partir da segunda iteração é utilizada a seguinte fórmula de atualização da direção de busca:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{g}_k + \beta_k \mathbf{s}_{k-1},$$

onde $\beta_k = \frac{\mathbf{g}_k^T \mathbf{g}_k}{\mathbf{g}_{k-1}^T \mathbf{g}_{k-1}}$ e $\mathbf{g}_k = -\nabla f(\mathbf{x}_k)$.

O critério de convergência é:

$$\|\mathbf{g}_{k+1}\| > \varepsilon, \text{ onde } \varepsilon \text{ é a tolerância}$$

O restante do procedimento é semelhante ao método de Newton. A Figura 4.3 mostra um esquema do funcionamento do método, com cada fase identificada por um número à sua direita.

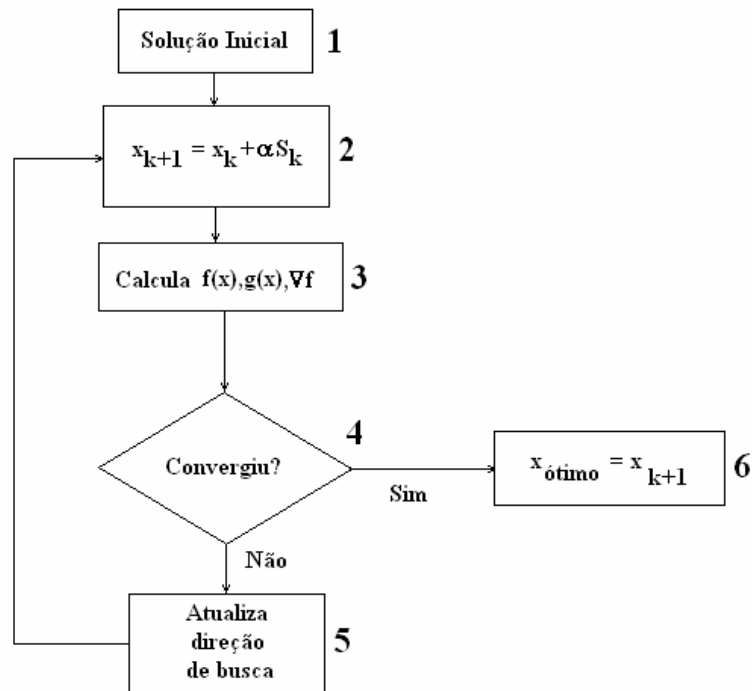


Figura 4.3 – Método Fletcher-Reeves.

O método parte de uma solução inicial (1) que pode ser fornecida pelo usuário ou por outro método de otimização e para a qual são calculados o valor da função objetivo e das restrições, além dos gradientes de ambos. Em 2, a solução atual é alterada pela soma de um fator α multiplicado pela direção de busca s_k (que inicialmente corresponde ao gradiente da função objetivo). O fator α é o resultado da minimização da função objetivo na direção de busca, feita através da aplicação do algoritmo descrito em 4.2.6 ou outro equivalente. Para a nova solução (3) são calculados o valor da função objetivo e das restrições, além dos gradientes de ambos. A convergência é verificada (4) e caso esta tenha sido obtida o método é terminado, fornecendo a solução atual como ótima (6). Caso contrário, a direção de busca é atualizada (5) e retorna-se a 2, onde uma nova solução é encontrada.

Este método é largamente utilizado na resolução de problemas de variáveis contínuas, tendo obtido sucesso em diversas classes de problemas. Devido à forma diferente de determinar as direções de busca, este método evita problemas encontrados pelo método de Newton em alguns casos, mas são encontradas dificuldades de convergência em outras situações, especialmente quando a função objetivo é fortemente não-linear e se desvia muito de sua

aproximação linear. Nestes casos o método entra em uma espécie de zig-zag, descrito, por exemplo, em Rardin (1998).

4.2.6 Divisão de Intervalo

A Divisão de Intervalo é um método de minimização em linha, ou seja, minimização com apenas uma variável. Seu maior atrativo é a capacidade de isolar o mínimo em um intervalo de tamanho determinado em um número fixo de iterações, menor que o número que seria necessário para obter o mesmo resultado pelo método da bissecção, com o qual guarda semelhanças.

Este método procura o ótimo em uma dimensão fazendo bissecções do intervalo de busca. Três pontos são gerados por iteração (em $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ e no meio do intervalo). A função é então avaliada em cada um destes pontos gerados e, de acordo com as relações entre os valores da função em cada ponto, um deles é eliminado, reduzindo assim o tamanho do intervalo de busca pela metade. O processo é então repetido na iteração seguinte, até a precisão desejada ser atingida.

O processo de eliminação de pontos é representado na Figura 4.4 para cada um dos casos possíveis, dependendo da relação entre os valores de função objetivo em cada um dos pontos onde esta foi avaliada. O ponto eliminado é sempre o de maior valor de função objetivo dentre aqueles localizados em $\frac{1}{4}$ do intervalo (ponto a na Figura 4.4) e $\frac{3}{4}$ do intervalo (ponto c na Figura 4.4).

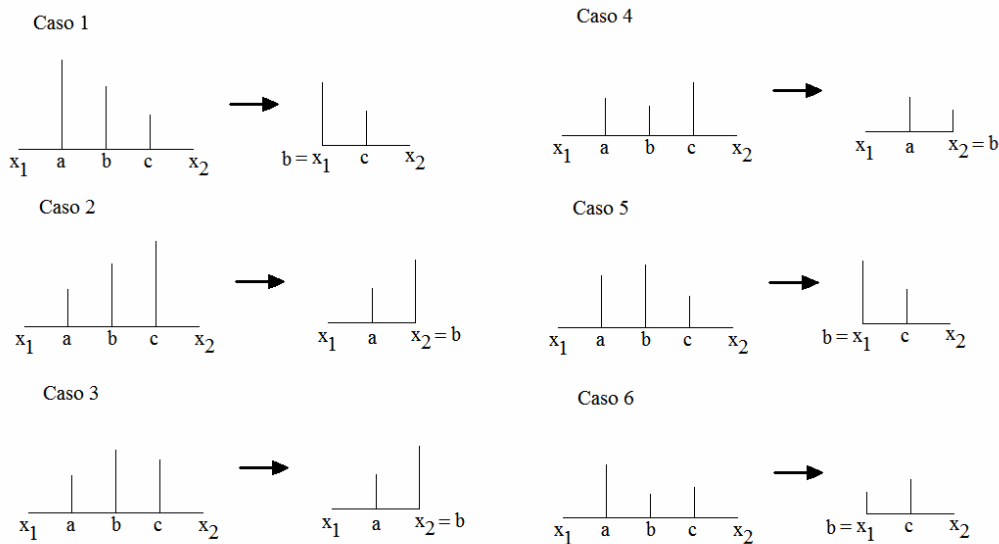


Figura 4.4 – Redução do intervalo $[x_1, x_2]$ a cada iteração em função dos valores de função objetivo em cada um dos pontos calculados. A altura da barra vertical representa o valor da função objetivo.

Este processo tem a vantagem de ser rápido e pouco propenso a falhas, além de não requerer grande número de iterações para atingir uma determinada precisão. Como lida com apenas uma variável, este método é utilizado apenas como acessório dos demais, que requerem várias vezes a minimização de funções de uma variável.

4.3 Métodos Heurísticos

Os métodos heurísticos tentam obter soluções próximas do ótimo global, fugindo de ótimos locais, procurando, em geral, simular algum processo natural em que há otimização envolvida.

Assim, a observação de que na natureza existem soluções otimizadas para problemas complexos motiva a imitação de seus processos para resolver problemas que não são solucionáveis por outros métodos.

4.3.1 Método do Recozimento Simulado

O Método do Recozimento Simulado, também conhecido como *Simulated Annealing*, primeiro descrito por Kirkpatrick et al. (1983), é uma representação matemática do processo

de recozimento. Embora tenha se originado de uma heurística que procura imitar a minimização de energia potencial da estrutura cristalina de um metal, que ocorre no processo de recozimento, também é possível descrever o método de uma maneira puramente matemática, baseada em cadeias de Markov, conforme Trosset (2001).

Quando um metal é resfriado muito rapidamente, ele desenvolve estruturas cristalinas de energia potencial não mínima. Isto ocorre por que não há tempo para a formação de estruturas estáveis, que são aquelas que apresentam a mínima energia potencial. No processo de recozimento, o metal é aquecido para permitir o movimento dos átomos na solução sólida e depois resfriado de maneira bem lenta, dando tempo para a formação de estruturas de menor energia, o que também é chamado de recristalização. Como consequência destas alterações, neste processo são aliviadas as tensões residuais e alteradas as características mecânicas do material.

No método de otimização, a energia potencial é a função objetivo que se deseja minimizar e o aquecimento é reproduzido através de um parâmetro chamado “temperatura”, que controla a probabilidade de aceitação de configurações piores que a atual. Cada conjunto de variáveis de projeto representa uma estrutura cristalina diferente e o movimento dos átomos é simulado através de perturbações nos valores das variáveis de projeto da configuração corrente em cada iteração, o que gera uma nova configuração. Cada configuração perturbada tem sua energia (função objetivo) calculada e pode vir a substituir a configuração atual em determinadas condições, explicadas em detalhes mais adiante.

O método parte de um conjunto inicial de variáveis de projeto, geralmente obtido aleatoriamente e de uma “temperatura” inicial T . A cada iteração, é realizado um procedimento chamado perturbação, no qual os valores das variáveis de projeto são alterados aleatoriamente, mas de maneira tal que são mantidos dentro de uma região próxima daquela do valor original. A perturbação gera uma nova configuração, cuja função objetivo é calculada. É calculada a variação de energia do sistema, que é a diferença entre os valores das funções objetivo das configurações perturbada e a atual. Se a energia diminui, a nova configuração é melhor que a anterior e é aceita, caso contrário há uma probabilidade de aceitação definida por:

$$P(\Delta E) = e^{\left(\frac{-\Delta E}{kT_i}\right)}, \quad (4.1)$$

onde k é a constante de Boltzmann, ΔE é a variação de energia e T_i é a “temperatura” da iteração i . A probabilidade de aceitação desta configuração decresce com a “temperatura” e com o aumento da diferença entre valores de função objetivo.

É sorteado um número aleatório entre 0 e 1 e este é comparado com a probabilidade calculada acima. Caso o número sorteado seja menor, esta nova configuração é aceita e substitui a anterior, caso contrário é descartada e continua-se com a anterior.

Em seguida é novamente feita uma perturbação dos valores das variáveis de projeto e o procedimento repetido até chegar ao número de iterações consideradas necessárias para a obtenção do equilíbrio na “temperatura” atual. O equilíbrio ocorre quando não é mais possível melhorar a configuração com a “temperatura” atual. Como não é possível saber de antemão quando isso acontece, em geral, é adotado um número fixo de perturbações em cada “temperatura” e considerado que o equilíbrio foi encontrado quando esse número de perturbações é realizado.

Após este equilíbrio ser alcançado, a “temperatura” é variada e nova perturbação realizada, repetindo-se o procedimento até ser atingida a convergência, que neste caso é definida como a situação de equilíbrio para uma “temperatura” próxima de zero, definida pelo usuário.

O fluxograma a seguir dá uma idéia geral do método:

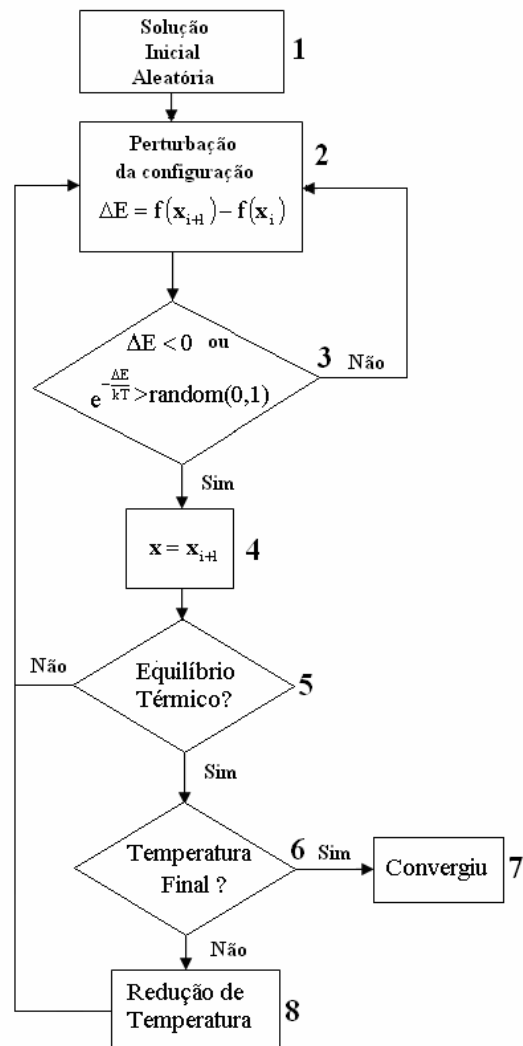


Figura 4.5 - Esquema de solução do Método do Recozimento Simulado.

Em 1, é gerada uma configuração inicial, de forma aleatória. Em 2, é criada uma perturbação da configuração atual, através de alterações aleatórias dos valores de suas variáveis de projeto. A função objetivo é calculada (com o uso, no caso do problema em estudo, dos modelos estático e dinâmico) e a diferença entre valores da função objetivo da configuração atual e perturbada é calculada. No passo 3 é determinada a aceitação ou não da configuração perturbada. Esta aceitação ocorre se o valor da função objetivo da configuração perturbada é menor que o da atual ou se a condição da equação 4.1 é verificada. Se houver aceitação, a configuração perturbada passa a ser a atual (4), senão o algoritmo volta para 2 criando nova perturbação. Quando a configuração é aceita, é testado se o “equilíbrio térmico” foi alcançado para a “temperatura” atual (5). Se não foi alcançado o equilíbrio, o algoritmo volta para 2,

caso contrário é testado se a “temperatura” final foi alcançada (6) e, se isto ocorreu, o algoritmo é terminado. Se a “temperatura” atual ainda não é a final, é feito um resfriamento (8) e criada uma nova perturbação (2).

Como existe uma probabilidade de ser aceita uma configuração pior do que a anterior, o método pode sair de mínimos locais, não sendo enganado facilmente por este tipo de ocorrência.

Este método utiliza apenas o valor da função objetivo, sendo afetado pela escolha inicial de “temperatura”, pelo modo como o resfriamento é feito (conhecido como *cooling schedule*) e pelo número de iterações definidas para obter o equilíbrio em cada “temperatura”. No Apêndice B, é apresentado o método utilizado para seleção destes parâmetros.

Caso a “temperatura” inicial seja muito alta, o método demora muito para convergir, mas varre grande parte do espaço de solução. Se for iniciado de uma “temperatura” muito baixa, a convergência é mais rápida, mas a chance de encontrar o mínimo cai drasticamente.

Um ponto fraco deste método é a dependência da escolha do modo como é feita a perturbação da configuração em cada iteração. Caso não se encontre o modo correto de fazer a perturbação, o método pode falhar em achar o mínimo.

Resfriamento

O primeiro aspecto do Método do Recozimento Simulado a ser discutido é o resfriamento. Vários métodos foram propostos, desde um decréscimo constante na “temperatura” até um cálculo baseado em informações estatísticas sobre a evolução do processo, sem que exista nenhuma característica que permita, a priori, determinar qual o método mais adequado ao problema em estudo. Assim, é necessária uma avaliação caso a caso para determinar a melhor forma de atualização da “temperatura” e, por isso, várias possibilidades foram estudadas:

$$t_{k+1} = t_k - \alpha_t,$$

onde $\alpha_t > 0$ é definido pelo usuário. A vantagem deste resfriamento com decréscimo constante de “temperatura” é a sua simplicidade. No entanto, pode apresentar problemas pois o ideal é ir diminuindo mais lentamente a “temperatura” quando esta é mais baixa (RAO, 1996), para que se possa convergir localmente para a configuração de equilíbrio. Assim, um

resfriamento constante provavelmente será muito pequeno no início ou muito grande no fim e, por isso, estudou-se a seguinte regra de resfriamento:

$$t_{k+1} = \alpha_i t_k,$$

onde $0 < \alpha_i < 1$ também é definido pelo usuário. Este resfriamento tem a vantagem de ser maior no início e menor no final, por ser proporcional ao valor absoluto da “temperatura”, mas um valor de α adequado pode ser difícil de ser definido pelo usuário devido ao decaimento exponencial na “temperatura” que esta equação acarreta.

$$t_{k+1} = t_k e^{-\frac{\lambda_i t_k}{\sigma}},$$

onde σ é o desvio-padrão da função objetivo nas iterações desde a última mudança de “temperatura” e λ_i é um fator de escala definido pelo usuário. Esta equação é semelhante à anterior, com a exponencial fazendo o papel do α . O uso do desvio-padrão σ tem a função de tornar o método auto-adaptativo evitando os problemas do método anterior. Este método é considerado na literatura (LAARHOVEN e AARTS, 1987) mais robusto que os anteriores na maioria dos casos, exceto quando houver mudanças bruscas de valor da função objetivo na região atingível por uma perturbação da configuração, pois isso pode tornar o desvio-padrão uma informação não confiável. Infelizmente, é bastante provável que esta situação aconteça no problema em estudo, pois uma perturbação de uma configuração viável tem uma grande chance de produzir uma configuração impossível fisicamente e, por isso, é necessário cuidado na aplicação desta regra para resfriamento.

Perturbação

Outro ponto a definir é o modo de fazer a perturbação. Como a perturbação é específica para cada problema, muito pouca orientação pode ser encontrada na literatura, apenas uma linha geral de atributos desejáveis:

I - Deve gerar uma configuração viável a partir de outra viável;

II - Deve ser baseada em alguma regra aleatória;

III - Deve depender da “temperatura”, gerando maiores diferenças nas variáveis quando a “temperatura” for alta;

A forma como foi implementada a perturbação de uma configuração para este problema específico está descrita no capítulo 6.

Paralelização

Por fim, há a questão da paralelização. A versão paralela, descrita em Diekmann et al. (1993) funciona de forma similar à serial, com a diferença de que em vez de uma única perturbação da configuração, são geradas tantas perturbações quanto forem os nós e cada uma é enviada para um deles calcular sua função objetivo. Conforme os processadores vão enviando os resultados, o nó central avalia a diferença de energia entre a configuração atual e cada perturbação recebida e aplica a regra para aceitação ou não desta. Em seguida, uma nova perturbação é gerada e enviada para o processador que enviou o resultado. Assim, o nó central é responsável por gerenciar a geração de perturbações, envio de dados, recebimento de resultados e avaliação de aceitação da transição, enquanto os demais fazem os cálculos das funções objetivo. O resfriamento é feito da mesma maneira que no algoritmo serial, quando equilíbrio térmico é obtido, de acordo com o critério apresentado anteriormente. Segundo Diekmann et al. (1993) este método funciona muito bem para problemas em que se leva muito mais tempo para calcular a função objetivo do que para gerar uma perturbação da configuração. Este é o caso do problema estudado, pois para calcular a função objetivo são necessárias análises estáticas e dinâmicas, que levam muito mais tempo do que a criação de uma perturbação, que consiste apenas na geração de alguns números aleatórios e em algumas contas simples.

4.3.2 Algoritmo Genético

O Algoritmo Genético (HOLLAND, 1975 e GOLDBERG, 1989) procura reproduzir o fenômeno de seleção natural, conservando, ao longo das gerações, características dos indivíduos mais fortes e diminuindo a probabilidade de procriação dos mais fracos. As variáveis de projeto são agrupadas em cromossomos e estes sofrem os mesmos efeitos que os cromossomos reais, como mutação e combinação entre os cromossomos dos pais.

Um cromossomo pode ser montado utilizando a representação binária das variáveis, por exemplo:

$$\{x_1, x_2, x_3\} = \{10, 3, 1\} = \{1010, 0011, 0001\}$$

forma um cromossomo: 101000110001

Este método é excelente para variáveis discretas e inteiras, mas também pode lidar com variáveis contínuas desde que estas sejam discretizadas com um número de bits adequado para representar a precisão desejada.

Um conceito central para este método é a chamada aptidão. A aptidão é uma medida de quanto uma determinada solução (representada por um indivíduo) é boa para o problema, e é calculada em função do valor de função objetivo desta solução. No caso de um problema de minimização, quanto menor o valor da função objetivo, maior a aptidão de um determinado indivíduo, ou seja, a solução representada por este indivíduo é uma melhor solução para o problema quanto maior for a aptidão. Conforme será explicado mais adiante, a aptidão é utilizada para selecionar as melhores soluções para reprodução e pode ser calculada de diversas maneiras (mas sempre em função do valor de função objetivo).

Um Algoritmo Genético típico tem as seguintes etapas:

- 1- Partindo da população inicial em cada iteração, os indivíduos com menor valor de função objetivo recebem maiores probabilidades de se reproduzirem (em um problema de minimização). Para isso é calculada a aptidão de todos os indivíduos;
- 2- Utilizando a probabilidade de cruzamento definida anteriormente, pares de soluções são escolhidas aleatoriamente para se reproduzirem. Este cruzamento é feito através da quebra dos cromossomos em determinados pontos (divisão dos bits em algumas palavras) e recombinação das partes obtidas. Foram propostas diversas maneiras de se fazer esta quebra e a recombinação. Uma delas, que é a mais usada, é a definição de números aleatórios que representam as posições onde são quebrados os genes dos pais. Por exemplo, dados os cromossomos:

Genitor 1: 010111000101

Genitor 2: 100100110010

Se forem obtidos aleatoriamente os números 4 e 9 para posições de quebra, os filhos ficam com os seguintes cromossomos:

Filho 1: 0101|00110|101

Filho 2: 1001|11000|010

Neste caso tem-se o que é chamado cruzamento de dois pontos, porém pode ser utilizado qualquer número de pontos menor que o tamanho do cromossomo;

3- Alguns bits são selecionados para mutação e têm seu valor mudado de 0 para 1 ou vice-versa. Isto é feito com uma determinada probabilidade e tem o efeito de diminuir a uniformidade da população;

4- Formada a população, as análises são conduzidas e função objetivo e restrições são avaliadas. O processo anterior é refeito. Isto ocorre até atingir a convergência, ou seja, uma queda muito pequena da função objetivo em um dado número de gerações consecutivas.

Um esquema do funcionamento do Algoritmo Genético pode ser visto na Figura 4.6.

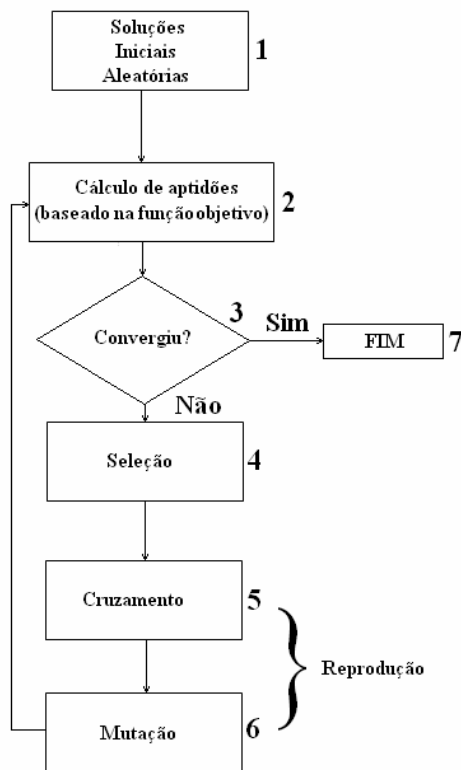


Figura 4.6 - Esquema de solução de um Algoritmo Genético.

Assim, além da geração de soluções iniciais aleatórias (1) e do teste de convergência (3), o Algoritmo Genético tem quatro outros estágios:

- Cálculo de aptidão (2);
- Seleção (4);
- Cruzamento (5);
- Mutação (6);

Cada um destes estágios pode ser realizado de mais de uma maneira, por isso os três primeiros são tratados em maior detalhe nas seções 4.3.2.2, 4.3.2.1 e 4.3.2.3, respectivamente. Quanto à mutação, apenas em problemas bastante específicos são propostos métodos diferentes do comumente utilizado, no qual para cada bit é gerado um número aleatório entre 0 e 1, que é comparado com a probabilidade de mutação e, dependendo do resultado o bit é invertido se a variável é binária ou, se a variável for real, é escolhido um valor aleatório dentro do intervalo definido para esta variável. Por isso apenas este método foi implementado para a mutação.

Codificação

A maneira como as variáveis são representadas nos cromossomos é chamada codificação. No exemplo anterior, foi utilizada codificação binária, adequada para variáveis discretas ou contínuas se estas forem discretizadas. Este tipo de codificação foi o primeiro a ser utilizado e por isso é o mais comum.

Outra possibilidade é a codificação real, válida apenas para variáveis contínuas, na qual o valor da variável é colocado diretamente no gene. Este tipo de codificação é mais novo e em geral funciona melhor que o binário (MITCHELL, 1996). Esta codificação requer o uso de operadores de cruzamento e mutação diferentes dos usuais, que fazem uso das especificidades das variáveis contínuas para levar a um melhor resultado. Os operadores de cruzamento tanto para codificação binária quanto para a real estão descritos na seção 4.3.2.3.

Parâmetros

Para a utilização do Algoritmo Genético devem ser definidos alguns parâmetros: probabilidade de mutação, probabilidade de cruzamento e tamanho da população.

O tamanho da população define quanto indivíduos serão analisados em cada geração. Um aumento no tamanho da população faz com que se tenha, em cada geração, uma melhor exploração do espaço de busca. Com uma população grande é mais provável que existam diversos indivíduos com alta aptidão, diminuindo assim a probabilidade de que um único indivíduo de aptidão muito alta acabe se reproduzindo demais, o que diminuiria a diversidade da população e poderia levar o algoritmo genético a falhar. Por outro lado, o tempo computacional também aumenta com o tamanho da população, existindo, por isso, um compromisso entre resultado e tempo computacional. Só existem na literatura recomendações quanto ao tamanho da população para problemas específicos, por isso foi necessário realizar testes, descritos no Apêndice D, para o problema estudado. O mesmo vale para as probabilidades de mutação e cruzamento.

A mutação é capaz de criar novos genes na população, aumentando a diversidade desta e também contribuindo para evitar o problema de uniformidade excessiva da população por causa da reprodução excessiva de um ou poucos indivíduos. Por isso é muito importante selecionar a probabilidade com que essa mutação é realizada de maneira que novos genes sejam gerados, porém sem transformar o algoritmo genético em uma busca aleatória.

A probabilidade de cruzamento define a frequência com que ocorrerá cruzamento entre os indivíduos selecionados para reprodução. Este parâmetro é muito importante, pois o cruzamento é responsável por criar, através da combinação de parte das características dos indivíduos geradores, grandes saltos no espaço de busca, que permitem a exploração de regiões bastante distantes daquelas anteriormente exploradas.

Paralelização

Em problemas nos quais os cálculos da função objetivo e das restrições são computacionalmente pesados, o Algoritmo Genético pode ser paralelizado exclusivamente na parte de cálculo de aptidões. O nó principal faz todas as outras operações (seleção, cruzamento, mutação e teste de convergência) sozinho, pois estas operações são bastante rápidas e não haveria ganho significativo em paralelizá-las, podendo até haver uma piora devido à latência de comunicação pela rede. Em cada geração, após a aplicação da mutação, com a nova população já formada, o processador principal manda um indivíduo desta para cada um dos nós para que estes calculem a aptidão e faz o mesmo com um dos indivíduos. O processo é repetido tantas vezes quanto necessário para cada geração.

Como o tempo necessário para o cálculo da aptidão varia em função do processador e do indivíduo, para evitar que o processador central fique parado esperando pela solução de um processador que ainda não tenha terminado, o envio de dados dos indivíduos e recebimento dos resultados deve ser feito de forma dinâmica: cada processador, ao receber os dados de um indivíduo, faz o cálculo da sua aptidão (incluindo simulações estáticas e dinâmicas necessárias) e envia o resultado para o nó principal. Este, ao receber o resultado, imediatamente envia àquele processador o próximo indivíduo cuja aptidão ainda não foi calculada. Isto é feito até que todos os indivíduos de uma geração tenham sua aptidão calculada.

Problemas do método e possíveis soluções

Apesar de ser bastante robusto, o Algoritmo Genético também sofre de problemas. Por exemplo, as soluções formadas nas fases de cruzamento e mutação podem violar as restrições. Caso a violação seja grande, esta solução deve ser descartada, mas existem casos em que há uma pequena violação nestas restrições e uma grande queda na função objetivo, sendo esta uma solução que poderia gerar descendentes que não violassem restrições e diminuíssem a função objetivo. Por isso, simplesmente remover essa solução pode causar problemas de

convergência, principalmente levando em conta que, geralmente, o mínimo global está na fronteira das restrições. Para evitar este problema são utilizadas penalizações, que aumentam o valor da função objetivo de soluções que saem do domínio viável sem, contudo, removê-las da população. Embora resolva um problema, esta abordagem cria outro, pois pode-se acabar com uma solução impossível sendo considerada a ótima se a penalização for mal escolhida. Por isso as penalizações devem ser escolhidas criteriosamente levando em conta cada problema. Como a proporção de soluções que respeitam as restrições em relação ao tamanho do problema estudado é bastante pequena, a utilização de penalizações se torna muito importante, permitindo a utilização da informação dada por soluções que violem estas restrições. O esquema de restrições utilizado está discutido no capítulo 3 e o de penalizações no capítulo 5.

Outro problema é a convergência precoce do método quando se tem uma diferença muito grande entre os valores de função objetivo dos indivíduos bons e ruins de uma mesma população ou quando esta função tem valores negativos. Estes problemas podem ser resolvidos através da normalização dos valores de função objetivo e da soma de uma constante ao valor desta função respectivamente.

Vantagens do método

Enquanto os algoritmos de programação matemática trabalham com um único ponto e este vai sendo alterado a cada iteração, o Algoritmo Genético trabalha com uma população de pontos, que vão sendo combinados entre si para dar origem a outros pontos. Trabalhar com muitos pontos leva a uma chance maior de encontrar o ótimo, mas também aumenta o número de análises e custo computacional do método. Porém, como várias análises são feitas na mesma iteração, é bom para utilização em computadores paralelos.

Por outro lado, este algoritmo tende a se aproximar do mínimo global com certa rapidez, mas como é ineficiente na busca local, um grande número de gerações pode ser necessário para encontrar o mínimo. Por isto é comum, e até recomendado, a combinação deste método com um método de programação matemática, utilizando o primeiro para encontrar candidatos a mínimo e o último para refinar o resultado com grande rapidez. Deste modo as características de ambos são aproveitadas e o processo de otimização é acelerado.

4.3.2.1 Mecanismos de seleção

Embora vários métodos de seleção tenham sido propostos na literatura sobre algoritmos genéticos, apenas alguns são usados com grande frequência, enquanto a maior parte é voltada para casos específicos em que os métodos mais comuns não são muito eficientes. A seguir estão descritos os métodos mais comuns.

Roleta

A seleção por roleta foi a primeira proposta e ainda é a mais usada, por sua simplicidade e eficácia. Ela dá a cada indivíduo uma chance de cruzamento igual à proporção entre sua aptidão e a soma da aptidão de toda a população.

Os indivíduos são ordenados pela aptidão e, para cada um, a aptidão de todos os anteriores somada e o resultado desta soma é dividido pela soma da aptidão de toda a população, resultando em um número entre 0 e 1. Este número é a proporção entre aptidão acumulada até este indivíduo e a total da população e é associado ao indivíduo em questão. É, também, necessariamente maior ou igual ao do indivíduo anterior e menor ou igual ao do seguinte.

Cada vez que é necessário selecionar um indivíduo, um número aleatório entre 0 e 1 é “sorteado”. A população é percorrida a partir do seu primeiro indivíduo, verificando o número anteriormente calculado. O primeiro indivíduo que tiver associado a si um número maior que o sorteado é o selecionado. O processo é repetido quantas vezes forem necessárias para montar a nova população.

Embora funcione para a maioria dos casos, a seleção por roleta pode falhar em alguns casos. Como é comum que nas primeiras gerações exista uma grande diferença entre a aptidão dos melhores e piores indivíduos da população e a roleta seleciona proporcionalmente à aptidão, existe uma tendência de os melhores indivíduos rapidamente dominarem a população, evitando a busca de outras regiões do espaço de solução. Este fenômeno é chamado de convergência prematura.

Torneio

Nas situações em que o mecanismo da roleta não funciona, pelos motivos explicados anteriormente, é comum utilizar alguma técnica que aproxime as probabilidades de seleção entre os melhores e piores da população. Entre estas técnicas se destaca o torneio.

Na seleção por torneio, para cada indivíduo a ser selecionado, são sorteados dois membros da população. Um número aleatório entre 0 e 1 também é sorteado. Se este número for maior que uma probabilidade (que é um parâmetro como, por exemplo, 0,75), o indivíduo de menor aptidão é selecionado, senão é o de maior aptidão.

Além de ser mais eficiente computacionalmente que a roleta, este método não leva à convergência prematura. Como desvantagem, existe um parâmetro a ser definido pelo usuário.

Elitismo

O elitismo é um mecanismo complementar, a ser utilizado junto com outro, que consiste simplesmente em selecionar os n melhores indivíduos a cada geração, onde n é um parâmetro, garantindo que eles vão intactos para a próxima geração.

Nos demais métodos estes melhores membros da população têm uma probabilidade maior de serem selecionados, mas podem desaparecer. O elitismo impede que isto aconteça, e em muitos casos pode melhorar significativamente o desempenho do Algoritmo Genético.

4.3.2.2 Cálculo de aptidão

O cálculo de aptidão é responsável por transformar a função objetivo em um número, chamado de aptidão, que é, em última instância, o que é realmente maximizado pelo Algoritmo Genético.

Misto

O cálculo misto é uma concatenação de três partes, uma linear, uma exponencial e uma normalização. A função aptidão fica na seguinte forma:

$$A = \left(\frac{a_A * f_{obj} + b_A}{C_{max}} \right)^{\alpha_A},$$

onde A é a aptidão, f_{obj} o valor da função objetivo, b_A um parâmetro usualmente definido de maneira que o numerador seja positivo, para evitar problemas com valores negativos de função objetivo, a_A é o coeficiente de escala da função objetivo, C_{max} é o máximo valor que o numerador pode alcançar, utilizado para normalizar a aptidão entre 0 e 1 e α_A o expoente, que aumenta (se > 1) ou diminui (se < 1) a diferença absoluta entre os valores de aptidão.

Este método de cálculo de aptidão é o mais utilizado, muitas vezes em casos específicos como, por exemplo, utilizando $\alpha=1$ ou $b_A=0$. O grande número de parâmetros, por um lado dá a flexibilidade de transformar a função objetivo da maneira mais conveniente para o método de seleção utilizado, mas por outro cria um problema para estabelecê-los.

Classificação

O método de classificação é bastante simples e sem parâmetros a configurar, evitando a complexidade da seleção de parâmetros do método misto e também impedindo a existência de diferenças muito grandes na aptidão dos indivíduos da população, que podem causar problemas no método de seleção.

Neste método a população é ordenada de acordo com seu valor de função objetivo e recebe como valor de aptidão o seu lugar na população. No caso de um problema de minimização, a ordenação é feita da maior função objetivo para a menor. Assim, a maior função objetivo recebe aptidão 1 e a menor n , onde n é o tamanho da população. No caso de um problema de maximização a ordem seria inversa.

4.3.2.3 Cruzamento

As maneiras de fazer o cruzamento diferem entre si na forma como são escolhidas as posições onde há a troca entre os genes. Independente disto, as variáveis codificadas como reais são tratadas de forma diferente das que são codificadas como binárias. As variáveis binárias têm

os bits trocados nas posições selecionadas, sem nenhuma mudança adicional. Já para as variáveis reais, para cada posição no cromossomo a seguinte equação é utilizada:

$$p_n = \lambda p_1 + (1 - \lambda) p_2,$$

onde p_n é o valor da variável resultante do cruzamento, p_1 é o valor da variável do primeiro indivíduo genitor, p_2 é o valor da variável do segundo indivíduo genitor e λ é um número aleatório entre 0 e 1. Se houvesse apenas uma troca entre os valores de cada posição, como ocorre no caso das variáveis binárias, não haveria geração de novos valores de variáveis e a convergência do algoritmo poderia ser prejudicada. Por isso, esse tipo de cruzamento costuma apresentar melhores resultados no caso de variáveis reais.

As maneiras implementadas de seleção da posição de quebra são:

Multiponto

O cruzamento multiponto funciona conforme o exemplo dado na seção 4.2.9, ou seja, o gene de cada um dos genitores é quebrado em um número de posições (que é um parâmetro) e os pedaços resultantes são trocados, formando dois novos indivíduos. Embora o número de posições de quebra seja fixo, a cada cruzamento essas posições são selecionadas aleatoriamente.

Parametrizado uniforme

No cruzamento parametrizado uniforme, em vez de ocorrer divisão em um número fixo de pontos, existe em cada posição do gene uma probabilidade p de ocorrer uma divisão. Assim, pode ocorrer um cruzamento com nenhum, poucos ou muitos pontos de quebra. A probabilidade p é um parâmetro do método e deve ser fornecida pelo usuário.

CAPÍTULO 5 MODELAGEM ESTÁTICA E DINÂMICA

Neste capítulo são discutidos a modelagem dos problemas estático e dinâmico e os algoritmos desenvolvidos para solucionar as equações resultantes destas modelagens. Na seção 5.1 é abordado o modelo estático, explicitando hipóteses, carregamentos considerados e equações utilizadas na modelagem, assim como os métodos empregados para integração do sistema de equações diferenciais resultante. Na seção 5.2 o modelo dinâmico é apresentado, abordando hipóteses, carregamentos modelados, discretização por elementos finitos e a solução no domínio da frequência. Na seção 5.3, é apresentada uma comparação entre os resultados obtidos com o uso dos modelos expostos anteriormente e com o *software* comercial Orcaflex, para quatro casos diferentes. Na seção 5.4, são apresentadas as equações utilizadas para cálculo das tensões no *riser*.

5.1 Modelo Estático

5.1.1 Introdução

A análise estática é aquela na qual a configuração de equilíbrio de um *riser* é determinada a partir de suas propriedades físico-mecânicas, dos pontos aos quais as suas extremidades estão conectadas e também das condições ambientais a que ele está submetido.

Neste capítulo é apresentado o modelo estático para um *riser* submerso extensível, com rigidez flexional nula e livre para torcer, sujeito a esforços gravitacionais, hidrostáticos e hidrodinâmicos devidos ao arrasto causado pela correnteza marítima. O efeito da rigidez flexional é introduzido através de uma técnica do tipo camada limite (MARTINS, 2000). É também feita a hipótese de que o *riser* está apoiado em um solo infinitamente rígido, plano e horizontal e de que não há atrito entre este e o solo. É comum que o ângulo de inclinação do solo seja conhecido. O modelo aqui desenvolvido não trata este caso, devido à hipótese de

solo horizontal, mas poderia passar a fazê-lo com algumas alterações (embora, de qualquer forma, considerar o ângulo constante ainda seria uma aproximação). Estas alterações, no entanto, se restringiriam ao modelo, podendo ser utilizada para a otimização a mesma metodologia proposta neste trabalho.

Por fim, a implementação de um algoritmo para a integração numérica do sistema de equações diferenciais resultantes do modelo é descrita.

Este modelo foi inicialmente desenvolvido por Martins (1984), levando em consideração diretamente a rigidez flexional e, depois o algoritmo de solução foi aprimorado com a introdução da técnica de camada limite, originalmente desenvolvida por Aranha et al. (1997) e verificada experimentalmente em Pesce et al. (1998), que permite que se leve em consideração o efeito da rigidez flexional nas regiões em que este é importante, como o topo, o TDP e as junções entre trechos diferentes. Em Silveira e Martins (2005) é mostrado como uma modelagem semelhante pode ser utilizada para resolver o problema com rigidez flexional. O algoritmo resultante, no entanto, é lento e, por isso, neste trabalho o modelo de cabo é utilizado. No presente trabalho foi feita uma generalização do número de trechos do *riser*, tornando o modelo capaz de lidar com casos em *lazy-wave*, além da catenária. Foi também aprimorado o algoritmo de solução, para melhorar tanto a velocidade de solução quanto a robustez de convergência do modelo.

5.1.2 Definição do Problema Estático

Considere um *riser* preso em uma das extremidades numa unidade flutuante e, na outra extremidade, apoiado no fundo do mar. O *riser* pode ser rígido ou flexível ou um cabo umbilical, com propriedades mecânicas que podem variar ao longo de seu comprimento, por exemplo, no caso de uma configuração em *lazy-wave*, como a da Figura 5.1.

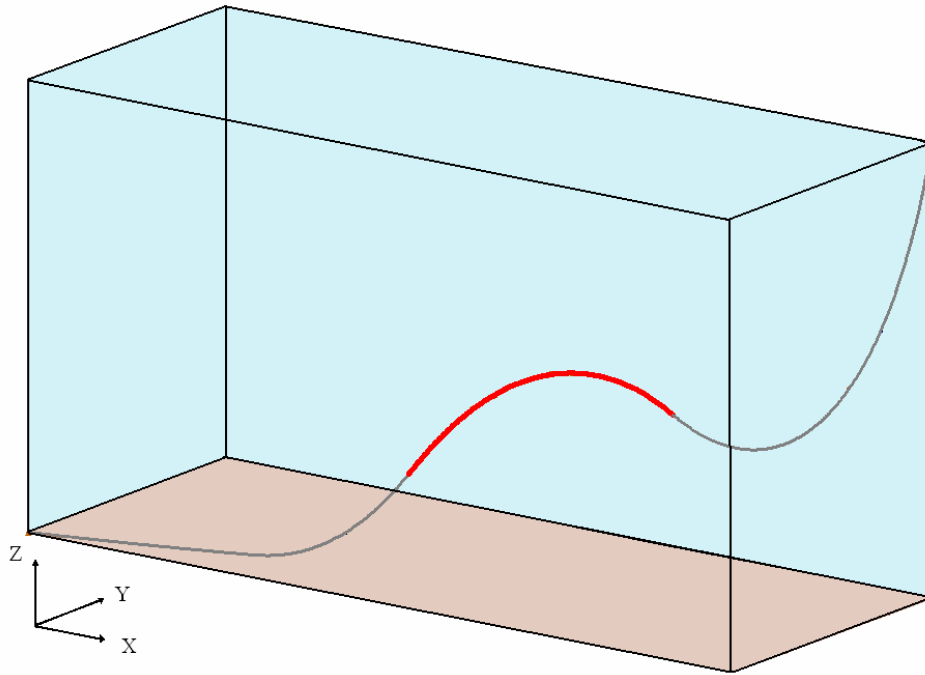


Figura 5.1 – Esquema tridimensional de um *riser* submerso na configuração tipo *lazy-wave*.

A análise estática consiste na determinação da configuração de equilíbrio assumida por um *riser* quando submetido a esforços que não variam com o tempo. Para isso, devem ser conhecidas a geometria do problema, as propriedades mecânicas do *riser* e as condições ambientais.

Para definir a geometria do problema devem-se fornecer as coordenadas (X_T, Y_T, Z_T) do topo (o ponto onde o *riser* é preso à unidade flutuante).

As propriedades mecânicas necessárias são o diâmetro externo $D(s)$, o peso por unidade de comprimento $\gamma(s)$, a rigidez axial $EA(s)$, a rigidez flexional $EI(s)$ e os coeficientes de arrasto do *riser* nas direções transversal, $c_{d,t}(s)$ e axial, $c_{d,a}(s)$.

As condições ambientais consideradas são: a profundidade do local de instalação do *riser* h , a densidade da água ρ_a , a aceleração da gravidade local g e o perfil de correnteza marítima local $\vec{v}_c(z_0)$.

5.1.3 Sistema de Coordenadas

O sistema global de coordenadas que será utilizado é um sistema cartesiano com origem O na extremidade do *riser* que está presa ao fundo do mar. O eixo Oz é vertical e aponta no sentido da superfície, Ox e Oy são paralelos ao solo. A coordenada curvilínea s é definida com origem no mesmo ponto O e percorre o *riser*, com sentido positivo indo da origem para a extremidade suspensa.

Seja $\theta_0(s)$ o ângulo entre o plano horizontal e a reta tangente ao *riser* no ponto de coordenada s (Figura 5.2) e seja $\psi_0(s)$ o ângulo entre o eixo Ox e a projeção da reta tangente ao *riser* no ponto de coordenada s , plano Oxy (Figura 5.2). O subscrito “0” indica que se trata de uma variável do problema estático. De acordo com esta definição,

$$\psi_0(s) = \arctan\left(\frac{dy_0(s)}{dx_0(s)}\right)$$

e

$$\theta_0(s) = \arctan\left(\frac{dz_0(s)}{\sqrt{dy_0^2(s) + dx_0^2(s)}}\right)$$

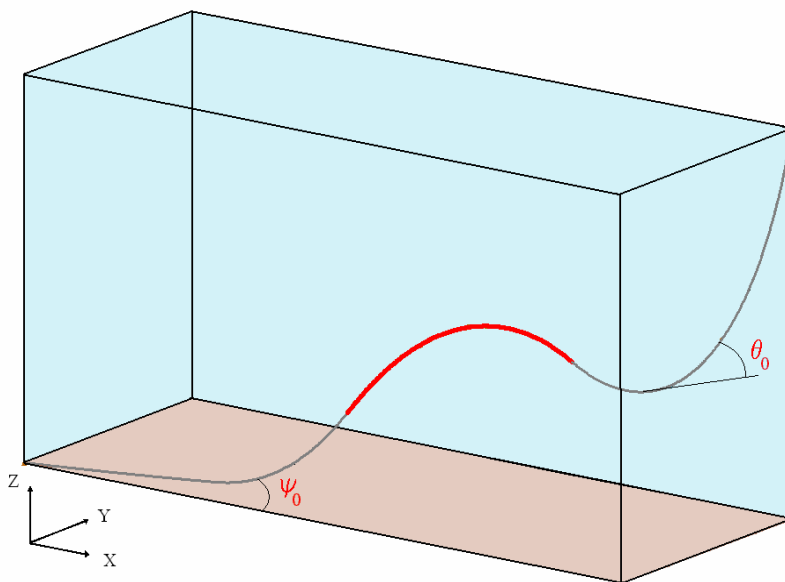


Figura 5.2 – Ângulos $\theta_0(s)$ e $\psi_0(s)$.

É também definida uma base ortonormal local $(\bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s), \bar{\mathbf{e}}_{2,0}(s), \bar{\mathbf{e}}_{3,0}(s))$. O vetor $\bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s)$ é definido como o vetor tangente ao *riser*, expresso no sistema global como:

$$\bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s) = \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \bar{\mathbf{i}} + \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s) \bar{\mathbf{j}} + \sin \theta_0(s) \bar{\mathbf{k}} \quad (5.1)$$

onde $(\bar{\mathbf{i}}, \bar{\mathbf{j}}, \bar{\mathbf{k}})$ é a base ortonormal do sistema global $Oxyz$ e $\bar{\mathbf{i}}, \bar{\mathbf{j}}$ e $\bar{\mathbf{k}}$ apontam, respectivamente, nas direções dos eixos Ox , Oy e Oz .

O versor $\bar{\mathbf{e}}_{3,0}(s)$ foi escolhido paralelo ao plano horizontal e o versor $\bar{\mathbf{e}}_{2,0}(s)$ foi escolhido de forma que $(\bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s), \bar{\mathbf{e}}_{2,0}(s), \bar{\mathbf{e}}_{3,0}(s))$ formem uma base ortonormal positiva:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s) = \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \bar{\mathbf{i}} + \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s) \bar{\mathbf{j}} + \sin \theta_0(s) \bar{\mathbf{k}} \\ \bar{\mathbf{e}}_{2,0}(s) = -\sin \theta_0(s) \cos \psi_0(s) \bar{\mathbf{i}} - \sin \theta_0(s) \sin \psi_0(s) \bar{\mathbf{j}} + \cos \theta_0(s) \bar{\mathbf{k}} \\ \bar{\mathbf{e}}_{3,0}(s) = \sin \psi_0(s) \bar{\mathbf{i}} - \cos \psi_0(s) \bar{\mathbf{j}} \end{array} \right. \quad (5.2)$$

A Figura 5.3 ilustra os versores descritos aqui.

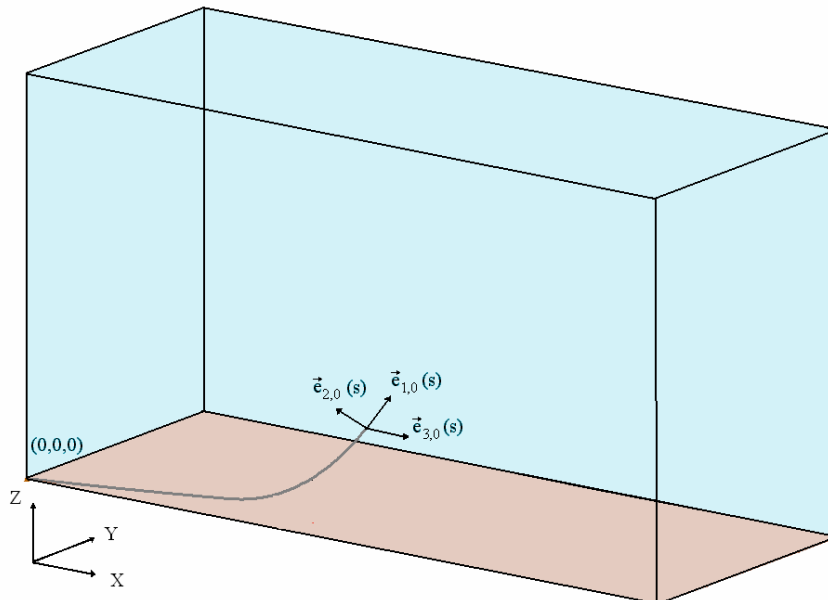


Figura 5.3 – Sistemas de referência.

Na próxima seção, os esforços atuantes serão modelados em função dos sistemas de referência anteriormente descritos.

5.1.4 Esforços Atuantes

Os esforços considerados são de três naturezas distintas: gravitacionais, hidrostáticos e hidrodinâmicos. As expressões desses três tipos de esforços considerados serão escritas para um trecho de *riser* de comprimento Δs . O intuito é obter as expressões dos esforços por unidade de comprimento, que serão utilizadas na seção seguinte, na qual as equações do modelo estático serão derivadas.

5.1.4.1 Esforços Gravitacionais

Este é o tipo mais simples de esforço e seu modelo é dado simplesmente por:

$$\bar{\mathbf{p}}_0(s) = -\gamma(s)\bar{\mathbf{k}} \quad (5.3)$$

onde $\gamma(s)$ é o peso por unidade de comprimento do *riser*, que pode variar com a coordenada curvilínea devido a mudanças de propriedades do *riser*, por exemplo, em trechos de *riser* com flutuadores. Na realidade, $\gamma(s)$ será considerado constante por trechos (ver seção 5.1.4.2).

5.1.4.2 Esforços Hidrostáticos

Segundo o princípio de Arquimedes, um corpo imerso num meio fluido é submetido a uma força de empuxo igual, em magnitude, ao peso do volume do fluido deslocado. O empuxo sobre um trecho de *riser* de comprimento Δs , com as extremidades tampadas seria:

$$\bar{\mathbf{E}}(s) = \gamma_a A(s)\Delta s\bar{\mathbf{k}} \quad (5.4)$$

onde $\gamma_a = \rho_a g$ é o peso específico por unidade de volume do fluido e $A(s)$ é a área da seção transversal do *riser*.

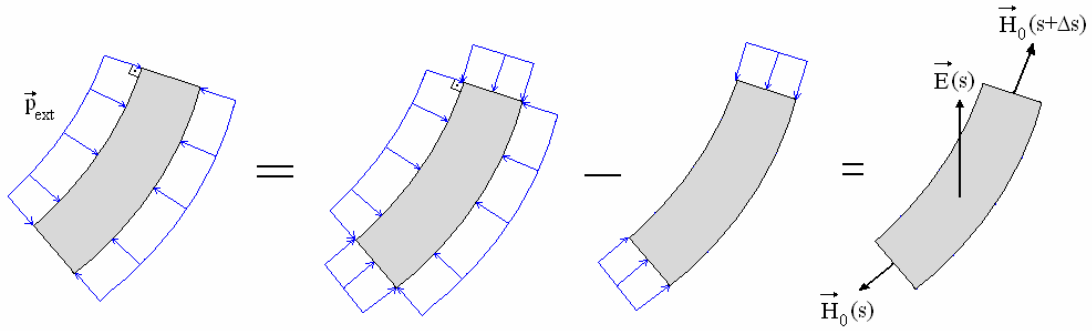


Figura 5.4 – Diagrama de Forças Equivalentes para a força hidrostática. (Baseado em Martins (2000)).

Como o *riser* é contínuo, não há pressão nas pontas de cada trecho, ocorrendo uma situação como a representada na Figura 5.4. A força atuante sobre o trecho considerado é então igual ao empuxo somado a uma força de tração variável com a profundidade, ou seja,

$$\vec{h}_0(s)\Delta s = \vec{E} + \vec{H}_0(s + \Delta s) - \vec{H}_0(s) \quad (5.5)$$

onde $\vec{h}_0(s)\Delta s$ é a força hidrostática que age num trecho de *riser* de comprimento Δs , \vec{E} é a força de empuxo dada pela equação (5.4) e $\vec{H}_0(s)$ é uma força de tração oposta à resultante da pressão hidrostática que agiria na tampa do elemento de *riser* fechado e isolado, dada por:

$$\vec{H}_0(s) = \gamma_a A(s)(h - z_0(s))\vec{e}_{1,0}(s) \quad (5.6)$$

lembrando que h é a profundidade. Dividindo a equação (5.5) por Δs é obtida então a força por unidade de comprimento $\vec{h}_0(s)$:

$$\vec{h}_0(s) = \frac{1}{\Delta s} (\vec{E} + \vec{H}_0(s + \Delta s) - \vec{H}_0(s)) \quad (5.7)$$

e que, utilizando a equação (5.4), fica:

$$\vec{h}_0(s) = \gamma_a A(s)\vec{k} + \frac{\vec{H}_0(s + \Delta s) - \vec{H}_0(s)}{\Delta s} \quad (5.8)$$

O limite para $\Delta s \rightarrow 0$ resulta em:

$$\bar{\mathbf{h}}_0(s) = \gamma_a A(s) \bar{\mathbf{k}} + \frac{d\bar{\mathbf{H}}_0}{ds}(s) \quad (5.9)$$

que, através da utilização da equação (5.6), fica

$$\bar{\mathbf{h}}_0(s) = \gamma_a A(s) \left\{ \bar{\mathbf{k}} + \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s)] \right\} \quad (5.10)$$

onde foi considerado que $\frac{dA(s)}{ds} = 0$, ou seja, a área da seção transversal é invariante dentro de um trecho. Lembrando que o versor $\bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s)$ da base local pode ser escrito na base global, equação (5.1), é obtido:

$$\bar{\mathbf{h}}_0(s) = \gamma_a A(s) \bar{\mathbf{k}} + h_{0,x}(s) \bar{\mathbf{i}} + h_{0,y}(s) \bar{\mathbf{j}} + h_{0,z}(s) \bar{\mathbf{k}} \quad (5.11)$$

cujas componentes são dadas por

$$\begin{aligned} h_{0,x}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \cos \theta_0(s) \cos \psi_0(s)] \\ h_{0,y}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \cos \theta_0(s) \sin \psi_0(s)] \\ h_{0,z}(s) &= -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s)) \sin \theta_0(s)] \end{aligned} \quad (5.12)$$

5.1.4.3 Esforços Hidrodinâmicos

Na análise estática, os esforços devidos à correnteza são considerados constantes. A escala de tempo da variação da velocidade média da correnteza é da ordem de horas e, portanto, muito maior que a escala de tempo do movimento do *riser*, que é da ordem de segundos.

A correnteza marítima pode alterar significativamente a configuração de um *riser* submerso, alterando assim a rigidez geométrica da instalação. Além disso, a tridimensionalidade do problema é devida, em quase sua totalidade, aos esforços hidrodinâmicos. Outra fonte de tridimensionalidade é o atrito entre o *riser* e o fundo do mar, que não está sendo levado em conta neste modelo.

A força de arrasto provocada pela correnteza pode ser obtida através da clássica fórmula de *Morison*, (FALTINSEN, 1993). Considerando um perfil de correnteza marítima que varia

com a profundidade tanto em direção quanto em intensidade, mas que é sempre horizontal, pode-se escrever a velocidade da correnteza como:

$$\bar{\mathbf{v}}_c(z_0) = v_c f(z_0) [\cos \psi_c(z_0) \bar{\mathbf{i}} + \text{sen} \psi_c(z_0) \bar{\mathbf{j}}] \quad (5.13)$$

onde v_c é uma constante que, multiplicada pela função $f(z_0)$, determina a intensidade da correnteza para cada cota z_0 ; $\psi_c(z_0)$ é o ângulo medido entre o eixo global Ox e a projeção da velocidade da correnteza na cota z_0 . A Figura 5.5 ilustra um perfil de correnteza.

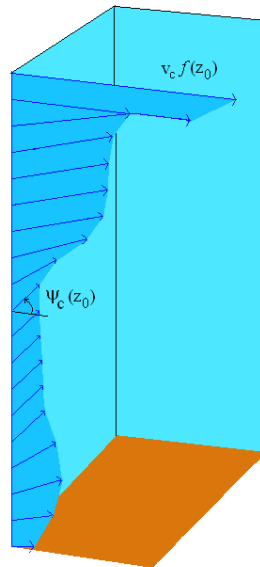


Figura 5.5 – Exemplo de perfil tridimensional de correnteza marítima.

A força de arrasto total pode ser modelada como a soma de duas parcelas, uma que age na direção axial do *riser* e outra na direção transversal:

$$\bar{\mathbf{c}}_0(s) = \bar{\mathbf{c}}_{0,t}(s) + \bar{\mathbf{c}}_{0,a}(s) \quad (5.14)$$

Uma discussão sobre a utilização desta modelagem pode ser encontrada em Pesce (1997).

A velocidade na direção axial pode ser escrita como a projeção da velocidade da correnteza na direção tangente ao *riser*, ou seja:

$$\bar{\mathbf{v}}_{c,a}(s) = (\bar{\mathbf{v}}_c(z_0) \cdot \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s)) \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s) \quad (5.15)$$

e a velocidade transversal é a diferença entre a velocidade total e a axial:

$$\bar{\mathbf{v}}_{c,t}(s) = \bar{\mathbf{v}}_c(z_0) - \bar{\mathbf{v}}_{c,a}(s) \quad (5.16)$$

A força de arrasto por unidade de comprimento, em cada direção, na coordenada s , é então obtida pela fórmula de *Morison*:

$$\bar{\mathbf{c}}_{0,t}(s) = \frac{1}{2} c_{d,t}(s) D(s) \rho_a \bar{\mathbf{v}}_{c,t}(s) |\bar{\mathbf{v}}_{c,t}(s)| \quad (5.17)$$

$$\bar{\mathbf{c}}_{0,a}(s) = \frac{1}{2} c_{d,a}(s) \pi D(s) \rho_a \bar{\mathbf{v}}_{c,a}(s) |\bar{\mathbf{v}}_{c,a}(s)| \quad (5.18)$$

O esforço total $\bar{\mathbf{c}}_0(s)$ é a soma destas duas parcelas e pode ser dividido em suas componentes, escritas no sistema global:

$$\bar{\mathbf{c}}_0(s) = c_{0,x}(s) \bar{\mathbf{i}} + c_{0,y}(s) \bar{\mathbf{j}} + c_{0,z}(s) \bar{\mathbf{k}} \quad (5.19)$$

onde,

$$c_{0,x}(s) = \bar{\mathbf{c}}_0(s) \cdot \bar{\mathbf{i}} \quad (5.20)$$

$$c_{0,y}(s) = \bar{\mathbf{c}}_0(s) \cdot \bar{\mathbf{j}} \quad (5.21)$$

$$c_{0,z}(s) = \bar{\mathbf{c}}_0(s) \cdot \bar{\mathbf{k}} \quad (5.22)$$

5.1.4.4 Esforços Totais

O esforço estático total por unidade de comprimento atuante sobre o *riser*, escrito como $\bar{\mathbf{q}}_0(s) = q_{0,x}(s) \bar{\mathbf{i}} + q_{0,y}(s) \bar{\mathbf{j}} + q_{0,z}(s) \bar{\mathbf{k}}$, é a soma dos três tipos de esforços apresentados, ou seja,

$$\bar{\mathbf{q}}_0(s) = \bar{\mathbf{p}}_0(s) + \bar{\mathbf{h}}_0(s) + \bar{\mathbf{c}}_0(s) \quad (5.23)$$

onde,

$$q_{0,x}(s) = h_{0,x}(s) + c_{0,x}(s) \quad (5.24)$$

$$q_{0,y}(s) = h_{0,y}(s) + c_{0,y}(s) \quad (5.25)$$

$$q_{0,z}(s) = p_{0,z}(s) + h_{0,z}(s) + c_{0,z}(s) \quad (5.26)$$

Definindo-se o peso efetivo por unidade de comprimento, $\gamma_{ef}(s)$, ou seja, o peso imerso por unidade de comprimento, como

$$\gamma_{ef}(s) = \gamma(s) - \gamma_a A(s) \quad (5.27)$$

então $q_{0,z}(s)$ pode ser escrito usando as equações (5.3), (5.10), (5.22), (5.26) e (5.27), após algum trabalho algébrico, como:

$$q_{0,z}(s) = -\gamma_{ef}(s) + \gamma_a A(s) \frac{d}{ds} \left((h - z_0(s)) \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s) \right) \cdot \bar{\mathbf{k}} + c_{0,z}(s) \quad (5.28)$$

5.1.5 Equações do Problema Estático

A partir dos esforços atuantes sobre o *riser*, deve ser obtido o sistema de equações que regem sua configuração estática. Para isto são utilizadas as equações de compatibilidade de deformação, de equilíbrio de forças, de compatibilidade geométrica, de equilíbrio de momentos e constitutivas.

5.1.5.1 Equação de Compatibilidade de Deformação

Considere um elemento de *riser* de comprimentos Δs e $\Delta \bar{s}$ nas suas configurações indeformada e deformada, respectivamente. Seja $\varepsilon_0(s)$ a deformação axial do elemento, pode-se escrever que:

$$\Delta \bar{s} = \Delta s + \varepsilon_0(s) \Delta s \quad (5.29)$$

Dividindo-se a equação (5.29) por Δs e tomando-se o limite para $\Delta s \rightarrow 0$, obtém-se

$$\frac{d\bar{s}}{ds} = 1 + \varepsilon_0(s) \quad (5.30)$$

5.1.5.2 Equação de Compatibilidade Geométrica

Seja $\vec{r}_0(s)$ o vetor de posição que liga a origem do sistema global de coordenadas $Oxyz$ ao ponto de coordenada curvilínea s . Este vetor pode ser escrito da seguinte forma:

$$\vec{r}_0(s) = x_0(s)\vec{i} + y_0(s)\vec{j} + z_0(s)\vec{k} \quad (5.31)$$

O vetor posição no fim do elemento de *riser* de tamanho $\Delta\bar{s}$ pode ser escrito em função do vetor posição anterior:

$$\vec{r}_0(s) + \vec{e}_{1,0}(s)\Delta\bar{s} = \vec{r}_0(s + \Delta\bar{s}) \quad (5.32)$$

Dividindo-se a equação (5.32) por $\Delta\bar{s}$ e tomando-se o limite para $\Delta\bar{s} \rightarrow 0$, obtém-se:

$$\frac{d\vec{r}_0(s)}{d\bar{s}} = \vec{e}_{1,0}(s) \quad (5.33)$$

Utilizando a equação (5.30), temos:

$$\frac{d\vec{r}_0(s)}{ds} = (1 + \varepsilon_0(s))\vec{e}_{1,0}(s) \quad (5.34)$$

5.1.5.3 Equação de Equilíbrio de Forças

Considere um elemento de *riser* na situação deformada, sobre o qual é aplicado um esforço externo igual a $\vec{q}_0(s)\Delta\bar{s}$, onde a barra escrita sobre as variáveis indica que estas se referem à situação deformada. Os esforços internos que solicitam a seção transversal do elemento, conforme ilustrado na Figura 5.6, são indicados por:

$$\vec{F}_0(s) = F_{0,x}(s)\vec{i} + F_{0,y}(s)\vec{j} + F_{0,z}(s)\vec{k} \quad (5.35)$$

Impondo o equilíbrio de forças, temos:

$$\vec{F}_0(s + \Delta\bar{s}) + \vec{q}_0(s)\Delta\bar{s} - \vec{F}_0(s) = \vec{0} \quad (5.36)$$

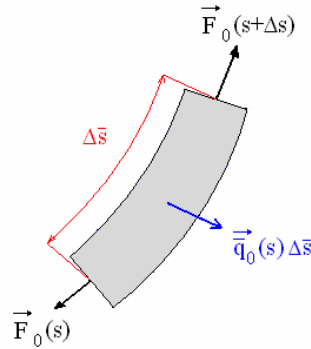


Figura 5.6 – Equilíbrio de Forças.

A resultante dos esforços externos é a mesma tanto na situação deformada quanto na indeformada, portanto:

$$\bar{\bar{\mathbf{q}}}_0(s)\Delta\bar{s} = \bar{\mathbf{q}}_0(s)\Delta s \quad (5.37)$$

A divisão da equação (5.36) por $\Delta\bar{s}$ e posterior utilização da equação (5.37), leva a:

$$\frac{\bar{\mathbf{F}}_0(s + \Delta\bar{s}) - \bar{\mathbf{F}}_0(s)}{\Delta\bar{s}} + \bar{\mathbf{q}}_0(s) \frac{\Delta s}{\Delta\bar{s}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (5.38)$$

É tomado o limite para $\Delta\bar{s} \rightarrow 0$:

$$\frac{d\bar{\mathbf{F}}_0(s)}{d\bar{s}} + \bar{\mathbf{q}}_0(s) \frac{ds}{d\bar{s}} = \bar{\mathbf{0}} \quad (5.39)$$

ou, simplificando:

$$\frac{d\bar{\mathbf{F}}_0(s)}{ds} = -\bar{\mathbf{q}}_0(s) \quad (5.40)$$

5.1.5.4 Equação de Equilíbrio de Momentos

Para um elemento de *riser*, deformado, submetido aos esforços ilustrados na Figura 5.7, o equilíbrio de momentos em relação à extremidade superior gera a seguinte relação:

$$\bar{\mathbf{M}}_0(s + \Delta\bar{s}) - \bar{\mathbf{M}}_0(s) + (\bar{\mathbf{F}}_0(s) \wedge \bar{\mathbf{e}}_{1,0}(s))\Delta\bar{s} + \bar{\bar{\mathbf{q}}}_0(s) \frac{\Delta\bar{s}^2}{2} = \bar{\mathbf{0}} \quad (5.41)$$

onde $\vec{M}_0(s) = M_{0,x}(s)\vec{i} + M_{0,y}(s)\vec{j} + M_{0,z}(s)\vec{k}$ é o momento fletor na seção s .

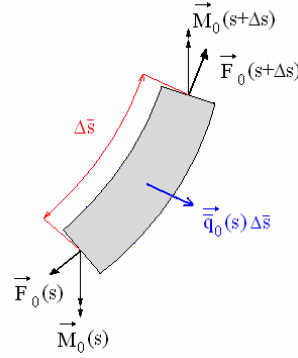


Figura 5.7 – Equilíbrio de Momentos.

Como neste modelo está sendo tratado o caso de rigidez flexional nula, o momento fletor será também nulo, pois o *riser* não resiste a esforços cortantes e se alinha com a tração. Assim, $\vec{M}_0(s) = \vec{0}$ para todo s e a equação (5.41) se torna:

$$\left(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{e}_{1,0}(s)\right)\Delta\bar{s} + \vec{q}_0(s) \frac{\Delta\bar{s}^2}{2} = \vec{0} \quad (5.42)$$

Dividindo-se a equação (5.41) por $\Delta\bar{s}$, obtém-se

$$\left(\vec{F}_0(s) \wedge \vec{e}_{1,0}(s)\right) + \vec{q}_0(s) \frac{\Delta\bar{s}}{2} = \vec{0} \quad (5.43)$$

Tomando-se o limite para $\Delta\bar{s} \rightarrow 0$, tem-se

$$\vec{F}_0(s) \wedge \vec{e}_{1,0}(s) = \vec{0} \quad (5.44)$$

5.1.5.5 Equações Constitutivas

Admitindo que o *riser* seja constituído por um material elástico linear e que trabalha apenas em seu regime elástico, pode-se escrever, segundo a Lei de Hooke, que:

$$\varepsilon_0(s) = \frac{\vec{F}_0(s) \cdot \vec{e}_{1,0}(s)}{EA(s)} \quad (5.45)$$

onde $\varepsilon_0(s)$ é a deformação axial, $\vec{\mathbf{F}}_0(s) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)$ é a componente axial do esforço interno do *riser* (tração) e $EA(s)$ é a rigidez axial.

5.1.5.6 A Força Efetiva

A expressão da força efetiva pode ser desenvolvida notando que o efeito da pressão hidrostática pode ser separado. Pode-se escrever que:

$$\vec{\mathbf{F}}_0(s) = \vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) + \vec{\mathbf{F}}_h(s) \quad (5.46)$$

onde $\vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) = F_{ef,0,x}(s)\vec{\mathbf{i}} + F_{ef,0,y}(s)\vec{\mathbf{j}} + F_{ef,0,z}(s)\vec{\mathbf{k}}$ é a força efetiva e $\vec{\mathbf{F}}_h(s)$ é a “força de tração hidrostática”, dada pelas equações (5.10), (5.11) e (5.12)

$$\frac{d\vec{\mathbf{F}}_h(s)}{ds} = h_{0,x}\vec{\mathbf{i}} + h_{0,y}\vec{\mathbf{j}} + h_{0,z}\vec{\mathbf{k}} = -\gamma_a A(s) \frac{d}{ds} [(h - z_0(s))\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)] \quad (5.47)$$

Integrando a equação (5.47) resulta:

$$\vec{\mathbf{F}}_h(s) = -\gamma_a A(s)(h - z_0(s))\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s) + \gamma_a \int \frac{dA(s)}{ds} [(h - z_0(s))\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)] ds \quad (5.48)$$

Dentro de cada trecho temos $\frac{dA(s)}{ds} = 0$, pois foi considerado que cada trecho possui propriedades constantes, assim:

$$\vec{\mathbf{F}}_h(s) = -\gamma_a A(h - z_0(s))\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s) \quad (5.49)$$

Quando ocorre uma mudança de trecho, a área da seção pode ser alterada. Neste caso surge uma descontinuidade em $\vec{\mathbf{F}}_h(s)$.

O carregamento efetivo aplicado sobre o *riser* pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{q}}_{ef,0}(s) &= q_{ef,0,x}(s)\vec{\mathbf{i}} + q_{ef,0,y}(s)\vec{\mathbf{j}} + q_{ef,0,z}(s)\vec{\mathbf{k}} \\ \vec{\mathbf{q}}_{ef,0}(s) &= -\gamma_{ef}(s)\vec{\mathbf{k}} + \\ &+ \frac{1}{2} c_{d,i}(s) D(s) \rho_a \vec{\mathbf{v}}_{c,i}(s) |\vec{\mathbf{v}}_{c,i}(s)| + \\ &+ \frac{1}{2} c_{d,a}(s) D(s) \rho_a \vec{\mathbf{v}}_{c,a}(s) |\vec{\mathbf{v}}_{c,a}(s)| \end{aligned} \quad (5.50)$$

E a equação de equilíbrio de forças, (5.40), toma a forma:

$$\frac{d\vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s)}{ds} = -\vec{\mathbf{q}}_{ef,0}(s) \quad (5.51)$$

A força efetiva desempenha papel fundamental no estudo da mecânica de *risers* submersos. “É ela, e não a força solicitante do ponto de vista estrutural, que determina a configuração de equilíbrio estática e rege a rigidez geométrica do *riser* a deslocamentos transversais, esta última a principal condicionante de sua resposta dinâmica.” (PESCE, 1997, p. 3 – 3).

É importante notar que, segundo a equação (5.49), $\vec{\mathbf{F}}_h(s)$ tem a direção do versor tangente $\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)$ e, desta forma, esta parcela não introduz momento fletor. A equação (5.44) pode ser reescrita:

$$\left(\vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) + \vec{\mathbf{F}}_h(s)\right) \wedge \vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s) = \vec{\mathbf{0}} \quad (5.52)$$

Como $\vec{\mathbf{F}}_h(s) \wedge \vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s) = \vec{\mathbf{0}}$:

$$\left(\vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) \wedge \vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)\right) = \vec{\mathbf{0}} \quad (5.53)$$

A equação (5.53) mostra matematicamente que a força efetiva está alinhada com a direção do versor tangente $\vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s)$, ou seja, é uma força de tração. Logo, pode-se escrever que:

$$\begin{cases} F_{ef,0,1}(s) = \vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{1,0}(s) = T_{ef,0}(s) \\ F_{ef,0,2}(s) = \vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{2,0}(s) = 0 \\ F_{ef,0,3}(s) = \vec{\mathbf{F}}_{ef,0}(s) \cdot \vec{\mathbf{e}}_{3,0}(s) = 0 \end{cases} \quad (5.54)$$

Usando a definição da base local, equação (5.2), pode-se reescrever a equação (5.54) como:

$$\begin{cases} F_{ef,0,x} \cos \theta_0 \cos \psi_0 + F_{ef,0,y} \cos \theta_0 \sin \psi_0 + F_{ef,0,z} \sin \theta_0 = T_{ef,0} - I \\ F_{ef,0,x} \sin \theta_0 \cos \psi_0 + F_{ef,0,y} \sin \theta_0 \sin \psi_0 - F_{ef,0,z} \cos \theta_0 = 0 \quad - II \\ F_{ef,0,x} \sin \psi_0 - F_{ef,0,y} \cos \psi_0 = 0 \quad - III \end{cases}, \quad (5.55)$$

onde a dependência da variável s foi omitida para simplificar a notação.

Derivando a equação (5.55 – III) com relação à coordenada curvilínea s é obtido:

$$\frac{dF_{ef,0,x}}{ds} \operatorname{sen} \psi_0 - \frac{dF_{ef,0,y}}{ds} \operatorname{cos} \psi_0 + \frac{d\psi_0}{ds} (F_{ef,0,x} \operatorname{cos} \psi_0 + F_{ef,0,y} \operatorname{sen} \psi_0) = 0 \quad (5.56)$$

Que, usando a equação (5.51), se torna:

$$\frac{d\psi_0}{ds} = \frac{q_{ef,0,x} \operatorname{sen} \psi_0 - q_{ef,0,y} \operatorname{cos} \psi_0}{F_{ef,0,x} \operatorname{cos} \psi_0 + F_{ef,0,y} \operatorname{sen} \psi_0} \quad (5.57)$$

Multiplicando-se a equação (5.55 – I) por $(\operatorname{cos} \theta_0)$, a equação (5.55 – II) por $(\operatorname{sen} \theta_0)$ e somando os resultados, é obtida a relação $F_{ef,0,x} \operatorname{cos} \psi_0 + F_{ef,0,y} \operatorname{sen} \psi_0 = T_{ef,0} \operatorname{cos} \theta_0$. Logo, a variação de ψ_0 ao longo de s é dada por:

$$\frac{d\psi_0}{ds} = \frac{q_{ef,0,x} \operatorname{sen} \psi_0 - q_{ef,0,y} \operatorname{cos} \psi_0}{T_{ef,0} \operatorname{cos} \theta_0} \quad (5.58)$$

A derivação da equação (5.55 – II) com relação à coordenada curvilínea s , resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{dF_{ef,0,x}}{ds} \operatorname{sen} \theta_0 \operatorname{cos} \psi_0 + \frac{dF_{ef,0,y}}{ds} \operatorname{sen} \theta_0 \operatorname{sen} \psi_0 - \frac{dF_{ef,0,z}}{ds} \operatorname{cos} \theta_0 + \\ & + \frac{d\theta_0}{ds} (F_{ef,0,x} \operatorname{cos} \theta_0 \operatorname{cos} \psi_0 + F_{ef,0,y} \operatorname{cos} \theta_0 \operatorname{sen} \psi_0 + F_{ef,0,z} \operatorname{sen} \theta_0) + \\ & - \operatorname{sen} \theta_0 \frac{d\psi_0}{ds} (F_{ef,0,x} \operatorname{sen} \psi_0 - F_{ef,0,y} \operatorname{cos} \psi_0) = 0 \end{aligned} \quad (5.59)$$

Usando as equações (5.51), (5.55 – I) e (5.55 – III), uma expressão para a variação de θ_0 em relação à coordenada s é obtida:

$$\frac{d\theta_0}{ds} = \frac{q_{ef,0,x} \operatorname{sen} \theta_0 \operatorname{cos} \psi_0 + q_{ef,0,y} \operatorname{sen} \theta_0 \operatorname{sen} \psi_0 - q_{ef,0,z} \operatorname{cos} \theta_0}{T_{ef,0}} \quad (5.60)$$

As equações vetoriais são expandidas utilizando-se os resultados obtidos nas equações (5.58) e (5.60), sendo assim obtido o sistema de equações diferenciais ordinárias em s para o caso de rigidez axial finita e rigidez flexional nula:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{dx_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \cos \theta_0 \cos \psi_0 \\
\frac{dy_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \cos \theta_0 \sin \psi_0 \\
\frac{dz_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \sin \theta_0 \\
\frac{dF_{ef,0,x}}{ds} = -q_{ef,0,x} \\
\frac{dF_{ef,0,y}}{ds} = -q_{ef,0,y} \\
\frac{dF_{ef,0,z}}{ds} = -q_{ef,0,z} \\
\frac{d\psi_0}{ds} = \frac{q_{ef,0,x} \sin \psi_0 - q_{ef,0,y} \cos \psi_0}{T_{ef,0} \cos \theta_0} \\
\frac{d\theta_0}{ds} = \frac{q_{ef,0,x} \sin \theta_0 \cos \psi_0 + q_{ef,0,y} \sin \theta_0 \sin \psi_0 - q_{ef,0,z} \cos \theta_0}{T_{ef,0}} \\
\varepsilon_0 = \frac{T}{EA}
\end{array} \right. \quad (5.61)$$

Na equação da deformação axial a tração considerada é a tração solicitante do ponto de vista estrutural e não a tração efetiva.

5.1.6 Interação *Riser* – Solo

Como o escopo deste trabalho engloba configurações dos tipos catenária e *lazy-wave*, é necessário modelar a interação entre o *riser* e o solo, pois estas configurações possuem trechos apoiados.

Existem algumas alternativas para a modelagem do trecho do *riser* que fica apoiado sobre o fundo do mar, embora ainda não exista um consenso sobre o assunto, Det Norske Veritas (2002). Por exemplo, Martins (1984) apresenta um modelo elasto-plástico; já Santos (2003) e Takafuji et al. (2007) apresentam um modelo de atrito de Coulomb. Em Pesce e Martins (2005), é apresentado um modelo assintótico para solo deformável linear elástico e o comportamento do *riser* em função da rigidez do solo é estudado. O *riser* pode ainda ficar enterrado ou mesmo numa espécie de “trincheira”, casos nos quais a modelagem é bem mais complicada (BRIDGE e HOWELLS, 2007).

O presente trabalho não utiliza modelo de atrito entre o *riser* e o fundo do mar. É considerado que o solo é plano e rígido e que o *riser* pode deslizar livremente sobre ele, de modo que o trecho apoiado apresenta curvatura nula em todos os seus pontos. É possível escrever um sistema de equações similar ao apresentado na equação (5.61).

Como hipótese apresentada na seção 5.1.2, o fundo do mar é suposto plano, horizontal e perfeitamente rígido. Sendo assim, o trecho apoiado sobre o solo irá possuir $z_0(s) = 0$, $F_{ef,0,z}(s) = 0$ e $\theta_0(s) = 0$ para toda coordenada curvilínea s tal que $0 \leq s \leq s_{TDP}$, onde s_{TDP} é a coordenada curvilínea do TDP. Também não são considerados os esforços hidrodinâmicos que agem sobre a parcela apoiada no solo.

Com as simplificações possíveis em razão das hipóteses discutidas acima, as equações que regem a configuração da parcela de *riser* apoiada sobre o solo são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \cos \psi_0 \\ \frac{dy_0}{ds} = (1 + \varepsilon_0) \sen \psi_0 \\ \frac{dz_0}{ds} = 0 \\ \frac{dF_{ef,0,x}}{ds} = 0 \\ \frac{dF_{ef,0,y}}{ds} = 0 \\ \frac{dF_{ef,0,z}}{ds} = 0 \\ \frac{d\psi_0}{ds} = 0 \\ \frac{d\theta_0}{ds} = 0 \\ \varepsilon_0 = \frac{T}{EA} \end{array} \right. \quad (5.62)$$

As hipóteses assumidas implicam em um ângulo constante no solo (ψ_s), estando a parte apoiada do *riser* disposta segundo uma reta com inclinação constante ψ_s . Isto faz com que o sistema de equações 5.62 seja bastante simples.

5.1.7 Condições de Contorno

Para um *riser* que possua uma parcela de seu comprimento apoiada sobre o solo marítimo, o sistema (5.61) deve ser utilizado na região em que $s_{TDP} \leq s \leq l_T$; o sistema (5.62) deve ser utilizado em $0 \leq s < s_{TDP}$ onde s_{TDP} é a coordenada curvilínea do TDP.

As condições de contorno para a parcela suspensa são:

$$\begin{aligned}
 x_0(l_T) &= X_T \\
 y_0(l_T) &= Y_T \\
 z_0(l_T) &= Z_T \\
 z_0(s_{TDP}) &= 0 \\
 F_{ef,0,z}(s_{TDP}) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5.63}$$

As três primeiras condições impõem que o *riser* termina na plataforma. A quarta condição é derivada da hipótese de solo plano, horizontal e infinitamente rígido e a última impõe que a força cortante no solo é nula, o que é consequência da rigidez flexional nula.

Para a parcela apoiada, descrita pelo sistema de equações (5.62), as condições de contorno são:

$$\begin{aligned}
 x_0(0) &= 0 \\
 y_0(0) &= 0
 \end{aligned}
 \tag{5.64}$$

No total, as equações (5.63) e (5.64) apresentam sete condições de contorno, consistentes com as sete incógnitas do problema: $x_0(s)$, $y_0(s)$, $z_0(s)$, $F_{ef,0,x}(s)$, $F_{ef,0,y}(s)$, $F_{ef,0,z}(s)$ e s_{TDP} (que é desconhecida *a priori*).

5.1.8 Solução Numérica

O método utilizado para realizar a integração numérica dos sistemas de equações diferenciais de primeira ordem é um Runge-Kutta 3-4, com passo adaptativo, sendo o tamanho do passo inversamente proporcional à curvatura local. Este método foi desenvolvido por Martins (1998) para uso em seu código Poliflex.

Note que as condições de contorno dadas pelas equações (5.63) e (5.64) impõem um problema de condições de contorno em dois pontos (conhecido como *two-point boundary-*

value problem). O sistema pode ser integrado a partir de $s = 0$ ou de $s = l_T$ e um método de estimativa (*shooting method*) utilizado para resolver o problema, como descrito por Keller (1968).

A integração numérica começa do ponto $s = l_T$ onde são conhecidas três condições de contorno: $x_0(l_T) = X_T$, $y_0(l_T) = Y_T$ e $z_0(l_T) = Z_T$. Utilizando a metodologia do *shooting method*, são estimados valores para $F_{ef,0,x}(l_T)$, $F_{ef,0,y}(l_T)$ e $F_{ef,0,z}(l_T)$. Com isso, ficam definidos valores estimados para $\theta_0(l_T)$, $\psi_0(l_T)$ e $\varepsilon_0(l_T)$. De posse desses valores iniciais, é feita a integração numérica de (5.61) até que $F_{ef,0,z}(s) = 0$, obtendo também um valor para s_{TDP} . Daí em diante (5.62) é integrada até $s = 0$.

A integração visa atingir os valores $x_0(0) = 0$, $y_0(0) = 0$ e $z_0(0) = 0$. Isso não acontece quando os valores arbitrados para $F_{ef,0,x}(l_T)$, $F_{ef,0,y}(l_T)$ e $F_{ef,0,z}(l_T)$ não estão corretos, o que é provável na primeira iteração. O valor obtido para s_{TDP} também provavelmente está incorreto.

Para encontrar os valores corretos das forças, a força é variada em uma direção por vez, até que a coordenada final desta direção coincida com a coordenada do ponto de truncamento do modelo. Foi feita a opção por iniciar pela direção z, variando a força efetiva do topo nesta direção ($F_{ef,0,z}(l_t)$), mantendo $F_{ef,0,y}(l_T)$ e $F_{ef,0,x}(l_T)$ constantes até que $z_0(0) = 0$. Em seguida, $F_{ef,0,y}(l_T)$ é variada, mantendo $F_{ef,0,x}(l_T)$ constante e ajustando $F_{ef,0,z}(l_t)$ a cada iteração até $y_0(0) = 0$ e $z_0(0) = 0$ e por fim $F_{ef,0,x}(l_T)$ é variada ajustando $F_{ef,0,y}(l_T)$ e $F_{ef,0,z}(l_t)$ até que $x_0(0) = 0$, $y_0(0) = 0$ e $z_0(0) = 0$.

Em cada uma destas direções, é encontrado um valor superior e um inferior para a força, de acordo com o comportamento da coordenada do início do *riser*. Encontrados estes valores, o intervalo é refinado até que se chegue a uma precisão pré-estabelecida.

Conforme notado por Patel & Seyed (1995) é comum partir das equações de catenária e refinar o resultado posteriormente através de um modelo mais completo. Assim, é utilizada a solução de catenária para obter as estimativas iniciais das componentes da força no topo.

5.1.9 Camada limite

A camada limite é uma técnica assintótica geral da matemática aplicada que no presente problema permite corrigir o resultado obtido na análise estática para levar em conta os efeitos da rigidez flexional na região de contato com o solo e nas junções entre trechos e da condição de contorno no topo, dada por uma mola angular que representa o *bending stiffener*. Esta técnica, originalmente desenvolvida por Aranha et al. (1997) e verificada experimentalmente em Pesce et al. (1998), parte da constatação que o efeito da rigidez flexional só é importante em regiões onde o modelo de cabo perfeitamente flexível prevê grandes descontinuidades na curvatura. Através da imposição de compatibilidade de ângulos e curvaturas recupera o comportamento destas grandezas quando existe rigidez flexional.

A configuração de catenária tem dois pontos críticos bem conhecidos, o TDP e o topo, por isso no modelo anterior havia uma separação entre uma camada limite e outra. Já no *riser* em *lazy-wave*, existem outros pontos potencialmente problemáticos, as junções de trechos. Dependendo da posição do TDP e dos comprimentos dos trechos, pode haver superposição entre duas ou mais camadas limites e, por isso, foi desenvolvido este modelo com camadas limites acopladas, capaz de tratar este caso.

O modelo é desenvolvido a partir da hipótese de desacoplamento entre as camadas limites dos ângulos θ e ψ .

Em Martins (2000) é obtida uma expressão geral para a correção de ângulos e curvaturas pela técnica de camada limite. Para isso, é feita a hipótese de que a força cortante é pequena em relação à tração. Uma equação diferencial que relaciona o ângulo da solução de fio, o ângulo da solução com rigidez flexional e sua segunda derivada foi obtida. Esta equação diferencial tem solução fechada, que representa o comportamento do ângulo antes da imposição de condições de contorno. A solução geral tem a forma:

$$\theta_{rf}(s) = \theta_0(s) + C_1 e^{-\frac{s-s_0}{\lambda_0}} + C_0 e^{\frac{s-s_0}{\lambda_0}}$$

onde C_0 e C_1 são constantes a serem determinadas, s_0 é a coordenada curvilínea do ponto de

interesse e $\lambda(s) = \sqrt{\frac{EI}{T_o(s)}}$, chamado de comprimento de flexão. Esta equação, derivada,

resulta em uma equação da seguinte forma para curvatura:

$$\chi_{rf}(s) = \chi_0(s) - \frac{C_1}{\lambda_0} e^{-\frac{s-s_0}{\lambda_0}} + \frac{C_0}{\lambda_0} e^{\frac{s-s_0}{\lambda_0}}$$

Para cada caso particular, muda a coordenada curvilínea do ponto de interesse e o valor de λ , conforme mostrado a seguir. As constantes são calculadas impondo as condições de contorno adequadas, conforme discutido na seção 5.1.9.1.

No TDP

$$\chi_{rf}^-(s) = \chi_0(s) + C_1 e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} + C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}},$$

onde $\lambda_{TDP} = \lambda(s_{TDP})$, $\lambda(s) = \sqrt{\frac{EI}{T_o(s)}}$, o índice *rf* se refere à solução com rigidez flexional e o índice $-$ representa a grandeza na região anterior ao ponto de interesse (um índice $+$ representa a grandeza na região posterior).

Esta equação é válida para a parte anterior ao TDP da solução de *riser*, com a suposição de solo plano e rígido, imposição de curvatura nula no ponto de tangência real s_{TDP} . Aplicando a condição de que a solução deve tender para a de cabo quanto mais distante do TDP for a coordenada curvilínea, temos:

$$\chi_{rf}^-(s) = (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s)$$

Para a parte após o TDP da solução de cabo, temos a forma:

$$\chi_{rf}^+(s) = (1 - e^{-\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-s_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}, \quad (5.65)$$

onde s_{TDP} é a posição do TDP da solução de cabo decrescido de λ_{TDP} , que é o deslocamento do ponto de tangência devido à rigidez flexional.

No Topo

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_0(s) + C_n e^{-\frac{s-s_t}{\lambda_t}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_t}{\lambda_t}} \quad (5.66)$$

$$\chi_{rf}^-(s) = \chi_0(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{s-s_t}{\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{s-s_t}{\lambda_t}}, \quad (5.67)$$

onde $\theta(s)$ é o ângulo em relação ao solo em função da coordenada curvilínea s , $\chi(s)$ a curvatura, $\lambda = \sqrt{\frac{EI}{T_0}}$ é o comprimento de flexão e C_i são constantes a determinar.

Usando procedimento análogo, é possível desenvolver as mesmas equações para as junções de trechos:

Antes da junção:

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{s-l}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} \quad (5.68)$$

$$\chi_{rf}^-(s) = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} \quad (5.69)$$

Depois da junção:

$$\theta_{rf}^+(s) = \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s-l}{\lambda_j}} + C_{i+3} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} \quad (5.70)$$

$$\chi_{rf}^+(s) = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l}{\lambda_{j+1}}}, \quad (5.71)$$

onde l é a coordenada curvilínea do ponto de junção entre os trechos estudados.

5.1.9.1 Condições de contorno

No modelo apresentado em Pesce (1997), a determinação dos coeficientes é feita através da imposição de que curvaturas e ângulos tendem assintoticamente ao valor calculado através do modelo de cabo. No modelo aqui apresentado, considera-se que as camadas limites se unem no ponto médio entre elas e é imposto que os ângulos e curvaturas nestes pontos tendem assintoticamente ao mesmo valor. Os coeficientes obtidos desta última forma tendem aos calculados da primeira forma com o aumento da distância entre os pontos de descontinuidade

de onde se originam as camadas limites. Para a extremidade superior é imposto o equilíbrio de momentos entre o *riser* e a mola angular.

Através da imposição das condições de contorno discutidas acima, são obtidas relações entre os coeficientes das equações anteriores. Três tipos de condições de contorno podem existir:

- Mola angular no topo;
- Curvatura tendendo a zero na parte apoiada do *riser*, para o ângulo θ , e tendendo à de cabo para o ângulo ψ ;
- Continuidade de ângulos e curvaturas nas junções entre camadas limites.

Quatro tipos de junções podem ocorrer:

- Junção entre a camada limite do TDP e a de um trecho;
- Junção entre a camada limite do TDP e a do topo;
- Junção entre camadas limites de diferentes trechos;
- Junção entre a camada limite do topo e a de um trecho;

A penúltima condição de contorno, para o ângulo θ , está implícita na equação 5.65. As demais condições de contorno a serem impostas dependem de cada caso específico.

A seguir, é apresentada a dedução das relações entre constantes para cada um dos casos possíveis, para o ângulo θ .

Ângulo θ

No Topo

Considerando uma mola angular de rigidez constante no topo, pelo equilíbrio de momentos:

$$EJ\chi_{rf}(s_t) = k(\theta_{rf}(s_t) - \theta_m) \quad (5.72)$$

Substituindo 5.67 e 5.66 em 5.72:

$$\chi_0(s) - \frac{C_n}{\lambda_i} e^{-\frac{s-s_i}{\lambda_i}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_i} e^{\frac{s-s_i}{\lambda_i}} = \frac{k}{EJ} (\theta_0(s) + C_n e^{-\frac{s-s_i}{\lambda_i}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_i}{\lambda_i}} - \theta_m),$$

onde n é o número da camada limite do topo, iniciando a contagem a partir do TDP.

$$-\frac{C_n}{\lambda_i} e^{-\frac{s-s_i}{\lambda_i}} - \frac{k}{EJ} C_n e^{-\frac{s-s_i}{\lambda_i}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_i} e^{\frac{s-s_i}{\lambda_i}} - \frac{k}{EJ} C_{n+1} e^{\frac{s-s_i}{\lambda_i}} = \frac{k}{EJ} (\theta_0(s) - \theta_m) - \chi_0(s)$$

$$\left(-\frac{1}{\lambda_i} - \frac{k}{EJ} \right) C_n e^{-\frac{s-s_i}{\lambda_i}} + \left(\frac{1}{\lambda_i} - \frac{k}{EJ} \right) C_{n+1} e^{\frac{s-s_i}{\lambda_i}} = \frac{k}{EJ} (\theta_0(s) - \theta_m) - \chi_0(s) \quad (5.73)$$

Junção de trechos

Em uma junção de trechos, impondo a compatibilidade de ângulos e curvaturas no ponto da junção é obtida a relação:

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_{rf}^+(s) \quad \text{em } s = l,$$

onde o índice $-$ representa a grandeza na região anterior ao ponto de interesse e o índice $+$ representa a grandeza na região posterior.

Substituindo $s = l$ em 5.68 e 5.70:

$$\theta_{rf}^-(s, t) = \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s-l}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i + C_{i+1}$$

$$\theta_{rf}^+(s) = \theta_0(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s-l}{\lambda_j}} + C_{i+3} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} + C_{i+3},$$

onde i é a posição da camada limite no *riser*, iniciando pela do TDP e,

$$\theta_0^-(s) + C_i + C_{i+1} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} + C_{i+3}$$

$$C_i + C_{i+1} - C_{i+2} - C_{i+3} = \theta_0^+(s) - \theta_0^-(s) \quad (5.74)$$

Analogamente, para a curvatura:

$$\begin{aligned}\chi_{rf}^-(s) &= \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} \\ \chi_{rf}^+(s) &= \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l}{\lambda_{j+1}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} \\ -\frac{C_i}{\lambda_j} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} + \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} - \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} &= \chi_0^+(s) - \chi_0^-(s)\end{aligned}\quad (5.75)$$

Continuidade nos pontos médios

Impondo a continuidade de ângulos e curvaturas no ponto médio entre duas camadas limites, é possível a ocorrência de diferentes situações:

Caso I : TDP - Trecho

TDP (equação 5.65):

$$\chi_{rf}^-(s) = (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}$$

Trecho (equação 5.69):

$$\chi_{rf}^+(s) = \chi_0(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}}$$

Impondo $\chi_{rf}^-(s) = \chi_{rf}^+(s)$ no encontro de camadas limites (em $s = \frac{l_j + l_{j+1}}{2}$):

$$\begin{aligned}\chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} &= (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) + C_0 e^{\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \\ C_0 e^{\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} &= (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}) \chi_0(s) - \chi_0^+(s),\end{aligned}\quad (5.76)$$

onde l_j é a posição do TDP.

Caso II : TDP - Topo

TDP (equação 5.65):

$$\chi_{rf}^-(s) = (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) + C_0 e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}}$$

Topo (equação 5.67):

$$\chi_{rf}^+(s) = \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{s-s_t}{\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{-\frac{s-s_t}{\lambda_t}}$$

Fazendo $\chi_{rf}^-(s) = \chi_{rf}^+(s)$ em $s = \frac{l_j + l_{j+1}}{2}$:

$$\begin{aligned} \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} &= (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) + C_0 e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} \\ C_0 e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}} - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{-\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} &= (1 - e^{-\frac{s-S_{TDP}}{\lambda_{TDP}}})\chi_0(s) - \chi_0^+(s) \end{aligned} \quad (5.77)$$

onde l_j é a posição do TDP e s_t a do topo.

Caso III : Trecho - Trecho

Neste caso, a condição a ser imposta é:

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_{rf}^+(s) \text{ em } s = \frac{l_j + l_{j+1}}{2}$$

Das equações 5.70 e 5.68, temos:

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}}$$

$$\theta_{rf}^+(s) = \theta_0(s) + C_{i+2} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}}, \text{ então:}$$

$$\theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} = \theta_0^+(s) + C_{i+2} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + C_{i+3} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} \text{ e:}$$

$$C_i e^{\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} - C_{i+2} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} - C_{i+3} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} = 0 \quad (5.78)$$

Analogamente, para a curvatura:

$$\chi_{rf}^-(s) = \chi_{rf}^+(s) \text{ em } s = \frac{l_j + l_{j+1}}{2}$$

Das equações 5.71 e 5.69:

$$\begin{aligned} \chi_{rf}^-(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} \\ \chi_{rf}^+(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{s-l_{j+1}}{\lambda_{j+1}}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} + \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}}, \end{aligned}$$

igualando as duas expressões:

$$-\frac{C_i}{\lambda_j} e^{\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{-\frac{l_{j+1}-l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+2}}{\lambda_{j+1}} e^{\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} - \frac{C_{i+3}}{\lambda_{j+1}} e^{-\frac{l_j-l_{j+1}}{2\lambda_{j+1}}} = 0 \quad (5.79)$$

Caso IV : Trecho – Topo

Neste caso, a condição de contorno a ser imposta é:

$$\theta_{rf}^-(s) = \theta_{rf}^+(s) \text{ em } s = \frac{l_j + s_t}{2}$$

De 5.70 e 5.66:

$$\begin{aligned} \theta_{rf}^-(s) &= \theta_0(s) + C_i e^{-\frac{s-l_j}{\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s-l_j}{\lambda_j}} = \theta_0^-(s) + C_i e^{-\frac{s_t-l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s_t-l_j}{2\lambda_j}} \\ \theta_{rf}^+(s) &= \theta_0^+(s) + C_n e^{-\frac{s-s_t}{\lambda_t}} + C_{n+1} e^{\frac{s-s_t}{\lambda_t}} = \theta_0^+(s) + C_n e^{-\frac{l_j-s_t}{2\lambda_t}} + C_{n+1} e^{\frac{l_j-s_t}{2\lambda_t}} \end{aligned}$$

Igualando ambas as equações:

$$\begin{aligned} \theta_0^-(s) + C_i e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} &= \theta_0^+(s) + C_n e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} + C_{n+1} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} \\ C_i e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} + C_{i+1} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} - C_n e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} - C_{n+1} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} &= \theta_0^+(s) - \theta_0^-(s) \end{aligned} \quad (5.80)$$

Analogamente, para a curvatura:

$$\chi_{rf}^-(s) = \chi_{rf}^+(s) \text{ em } s = \frac{l_j + s_t}{2}$$

De 5.71 e 5.67:

$$\begin{aligned} \chi_{rf}^-(s) &= \chi_0(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{\frac{s - l_j}{\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s - l_j}{\lambda_j}} = \chi_0^-(s) - \frac{C_i}{\lambda_j} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} \\ \chi_{rf}^+(s) &= \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{\frac{s - s_t}{\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{s - s_t}{\lambda_t}} = \chi_0^+(s) - \frac{C_n}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} + \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} \end{aligned}$$

Igualando as duas expressões:

$$-\frac{C_i}{\lambda_j} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_{i+1}}{\lambda_j} e^{\frac{s_t - l_j}{2\lambda_j}} + \frac{C_n}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} - \frac{C_{n+1}}{\lambda_t} e^{\frac{l_j - s_t}{2\lambda_t}} = 0 \quad (5.81)$$

Ângulo ψ

As equações obtidas para o ângulo θ são válidas também para ψ , desde que θ seja substituído por ψ em cada equação. Isto não ocorre, no entanto, no TDP, pois o ângulo ψ tem um comportamento diferente do θ nesta região. Enquanto o último é descrito pela equação 5.65 por causa do contato com o solo, a camada limite para ψ é semelhante à de uma mudança de trecho, descrita pelas equações 5.69 e 5.68 para a parte anterior ao TDP e por 5.70 e 5.71 para a parte posterior a este. Assim, os casos I e II da seção anterior se tornam iguais ao III e IV, respectivamente, devendo ser tomado como ponto de mudança de trecho o próprio TDP e com curvatura e ângulo tendendo assintoticamente aos calculados através do modelo de cabo na região anterior ao TDP.

5.1.9.2 Montagem do sistema

É montado um sistema linear para cada ângulo, utilizando as relações deduzidas acima, seguindo a ordem em que as camadas limites ocorrem no *riser*. Esta ordem varia de acordo com cada caso específico, e faz com que um sistema diferente tenha que ser montado em cada caso. O número de coeficientes a determinar também varia de caso para caso, mas devido à forma como é construído o sistema, este número é sempre igual ao número de equações, por isso os sistemas são sempre determinados.

Resolvidos os sistemas lineares, os coeficientes são determinados. Com os coeficientes obtidos, as curvaturas e ângulos podem ser calculados no ponto desejado, através das fórmulas expostas anteriormente.

5.2 Modelo Dinâmico

Este item descreve o modelo dinâmico tridimensional utilizado neste trabalho. É feita a hipótese de que o problema dinâmico é uma perturbação da solução estática e o problema resultante é solucionado utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF). Assim, o problema é resolvido de forma discreta, utilizando um elemento de 12 graus de liberdade (dois nós, cada um com três translações e três rotações).

Nos subitens a seguir são abordados vários aspectos do modelo, como a escolha das funções de interpolação, cálculo das matrizes de massa, rigidez, amortecimento e carregamento do elemento e rotação entre os sistemas local e global.

São considerados na análise dinâmica os esforços causados pela incidência de uma onda sobre o *riser* e pelo movimento do topo devido ao movimento da unidade flutuante.

5.2.1 Equação do movimento

A partir do equilíbrio das forças agindo sobre o *riser* é possível obter a equação do movimento do sistema. As forças externas atuantes podem ser escritas na forma $\vec{P}(s, t)$, sendo t o tempo e s a coordenada curvilínea do *riser*. Três forças surgem em resposta ao movimento do *riser*: viscosa $\vec{F}_v(s, t)$, restauradora $\vec{F}_s(s, t)$ e de inércia $\vec{F}_i(s, t)$.

A força de inércia é igual à soma das forças que agem sobre o *riser*, portanto:

$$\bar{\mathbf{F}}_1(s, t) = \bar{\mathbf{P}}(s, t) - \bar{\mathbf{F}}_s(s, t) - \bar{\mathbf{F}}_d(s, t) \quad (5.82)$$

Reescrevendo:

$$\bar{\mathbf{F}}_1(s, t) + \bar{\mathbf{F}}_s(s, t) + \bar{\mathbf{F}}_d(s, t) = \bar{\mathbf{P}}(s, t) \quad (5.83)$$

A força de inércia é o produto da massa (incluindo massa adicional) pela aceleração:

$$\bar{\mathbf{F}}_1(s, t) = m\ddot{\bar{\mathbf{q}}}(s, t) \quad (5.84)$$

onde $\bar{\mathbf{q}}$ é o deslocamento do segmento de *riser* medido relativamente à sua posição estática.

A força viscosa é linearizada e, portanto, é proporcional à velocidade:

$$\bar{\mathbf{F}}_d(s, t) = c\dot{\bar{\mathbf{q}}}(s, t) \quad (5.85)$$

Por fim, a força restauradora é proporcional ao deslocamento:

$$\bar{\mathbf{F}}_s = k\bar{\mathbf{q}}(s, t) \quad (5.86)$$

Substituindo 5.84, 5.85 e 5.86 em 5.83, tem-se:

$$m\ddot{\bar{\mathbf{q}}}(s, t) + c\dot{\bar{\mathbf{q}}}(s, t) + k\bar{\mathbf{q}}(s, t) = \bar{\mathbf{P}}(s, t) \quad (5.87)$$

Para resolver o problema dinâmico, uma equação de forma semelhante a 5.87 (porém matricial) será obtida através de uma discretização pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

5.2.2 O Elemento

O elemento utilizado para resolver o problema dinâmico é um pórtico tridimensional de comprimento L e raio R com 12 graus de liberdade, como mostrado na Figura 5.8.

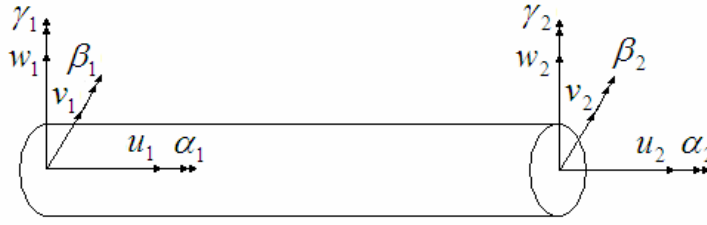


Figura 5.8 – Graus de liberdade do elemento.

Os graus de liberdade do elemento podem ser escritos como:

$$\mathbf{Q} = \{ \mathbf{u}_1(t) \quad v_1(t) \quad w_1(t) \quad \alpha_1(t) \quad \beta_1(t) \quad \gamma_1(t) \quad \mathbf{u}_2(t) \quad v_2(t) \quad w_2(t) \quad \alpha_2(t) \quad \beta_2(t) \quad \gamma_2(t) \}$$

A partir destas hipóteses, os deslocamentos podem ser escritos, no sistema local, na forma:

$$u(x,t) = \varphi_1(x)u_1(t) + \varphi_7(x)u_2(t)$$

$$v(x,t) = \varphi_2(x)v_1(t) + \varphi_6(x)\gamma_1(t) + \varphi_8(x)v_2(t) + \varphi_{12}(x)\gamma_2(t)$$

$$w(x,t) = \varphi_3(x)w_1(t) - \varphi_5(x)\beta_1(t) + \varphi_9(x)w_2(t) - \varphi_{11}(x)\beta_2(t)$$

$$\alpha(x,t) = \varphi_4(x)\alpha_1(t) + \varphi_{10}(x)\alpha_2(t) \quad (5.88)$$

onde $\varphi_i(x)$ ($i = 1, \dots, 12$) é a função de forma para cada grau de liberdade, conforme definidos em 5.2.2.1. γ e β têm sinais opostos já que têm influências opostas nos deslocamentos v e w . A interpolação dos ângulos é feita pela derivada dos deslocamentos:

$$\gamma(x,t) = \frac{d\varphi_2(x)}{dx}v_1(t) + \frac{d\varphi_6(x)}{dx}\gamma_1(t) + \frac{d\varphi_8(x)}{dx}v_2(t) + \frac{d\varphi_{12}(x)}{dx}\gamma_2(t)$$

$$\beta(x,t) = \frac{d\varphi_3(x)}{dx}w_1(t) - \frac{d\varphi_5(x)}{dx}\beta_1(t) + \frac{d\varphi_9(x)}{dx}w_2(t) - \frac{d\varphi_{11}(x)}{dx}\beta_2(t) \quad (5.89)$$

5.2.2.1 Funções de forma

No método dos elementos finitos, os valores dos deslocamentos são, a princípio, conhecidos apenas nos nós, seja como resultado de cada iteração, seja como valor imposto. Para que os deslocamentos possam ser calculados ao longo do elemento, são definidas funções de interpolação, também conhecidas como funções de forma. Estas funções são polinômios, com

coeficientes calculados a partir da imposição de condições de contorno e grau definido pelos requisitos de continuidade das variáveis a serem interpoladas.

Direções u e α :

A partir da hipótese de que tanto força axial quanto momento de torção são constantes no elemento, as funções de interpolação das direções u e α podem ser um polinômio do primeiro grau, cuja primeira derivada é constante.

Impondo-se o deslocamento unitário no primeiro nó, é obtido:

$$\varphi_1(x) = \varphi_4(x) = a_1x + b_1$$

Condições de contorno:

$$\varphi_1(0) = \varphi_4(0) = 1 \Rightarrow b_1 = 1$$

$$\varphi_1(L) = \varphi_4(L) = 0 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{L}$$

Assim,

$$\varphi_1(x) = \varphi_4(x) = 1 - \frac{x}{L}$$

Através da imposição de deslocamento unitário no segundo nó:

$$\varphi_7(x) = \varphi_{10}(x) = a_7x + b_7$$

Aplicando as condições de contorno:

$$\varphi_7(0) = \varphi_{10}(0) = 0 \Rightarrow b_7 = 0$$

$$\varphi_7(L) = \varphi_{10}(L) = 1 \Rightarrow a_7 = \frac{1}{L}$$

Ou seja,

$$\varphi_7(x) = \varphi_{10}(x) = \frac{x}{L}$$

Direções v e w :

Com a hipótese de força cortante no elemento constante, pode ser utilizado um polinômio de terceiro grau como função de forma para as direções v e w . A primeira derivada, que representa os ângulos β e γ é de segundo grau, a segunda derivada representa a curvatura e a terceira derivada, constante, é a força cortante dividida pela rigidez flexional. As funções de forma podem ser escritas:

$$\varphi_2(x) = \varphi_3(x) = a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2$$

$$\varphi_8(x) = \varphi_9(x) = a_8x^3 + b_8x^2 + c_8x + d_8$$

Com a imposição de um deslocamento unitário no primeiro nó:

Condições de contorno:

$$\varphi_2(0) = \varphi_3(0) = 1 \Rightarrow d_2 = 1$$

$$\varphi'_2(0) = \varphi'_3(0) = 0 \Rightarrow c_2 = 0$$

$$\varphi_2(L) = \varphi_3(L) = 0 \Rightarrow a_2L^3 + b_2L^2 + 1 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{-b_2L^2 - 1}{L^3}$$

$$\varphi'_2(L) = \varphi'_3(L) = 0 \Rightarrow 3a_2L^3 + 2b_2L^2 = 0 \Rightarrow b_2 = -\frac{3}{L^2}$$

Assim,

$$\varphi_2(x) = \varphi_3(x) = \frac{2x^3}{L^3} - \frac{3x^2}{L^2} + 1$$

E no segundo nó, impondo as condições de contorno:

$$\varphi_8(0) = \varphi_9(0) = 0 \Rightarrow d_8 = 0$$

$$\varphi'_8(0) = \varphi'_9(0) = 0 \Rightarrow c_8 = 0$$

$$\varphi_8(L) = \varphi_9(L) = 1 \Rightarrow a_8 L^3 + b_8 L^2 = 1 \Rightarrow a_8 = \frac{1 - b_8 L^2}{L^3}$$

$$\varphi'_8(L) = \varphi'_9(L) = 0 \Rightarrow 3a_8 L^3 + 2b_8 L^2 = 0 \Rightarrow b_8 = \frac{3}{L^2}$$

Então,

$$\varphi_8(x) = \varphi_9(x) = -\frac{2x^3}{L^3} + \frac{3x^2}{L^2}$$

Direções β e γ :

Da mesma maneira das direções v e w , as funções de interpolação de ambas as direções β e γ são representadas por um polinômio do terceiro grau. Deste modo, a primeira derivada representa os próprios ângulos β e γ , a segunda derivada representa a curvatura e a terceira derivada, que é constante, equivale à força cortante dividida pela rigidez flexional. As funções de forma podem ser escritas:

$$\varphi_5(x) = \varphi_6(x) = a_5 x^3 + b_5 x^2 + c_5 x + d_5$$

$$\varphi_{11}(x) = \varphi_{12}(x) = a_{11} x^3 + b_{11} x^2 + c_{11} x + d_{11}$$

Impondo um ângulo (derivada da função de forma) unitário no primeiro nó, é obtido:

Condições de contorno:

$$\varphi_5(0) = \varphi_6(0) = 0 \Rightarrow d_5 = 0$$

$$\varphi'_5(0) = \varphi'_6(0) = 1 \Rightarrow c_5 = 1$$

onde $\varphi'(x) = \frac{d\varphi(x)}{dx}$.

$$\varphi'_5(L) = \varphi'_6(L) = 0 \Rightarrow 3a_5 L^2 + 2b_5 L + 1 = 0 \Rightarrow b_5 = -\frac{2}{L}$$

$$\varphi_5(L) = \varphi_6(L) = 0 \Rightarrow a_5 L^3 + b_5 L^2 + c_5 L = 0 \Rightarrow a_5 = -\frac{b_5 L + c_5}{L^2}$$

Então,

$$\varphi_5(x) = \varphi_6(x) = \frac{x^3}{L^2} - \frac{2x^2}{L} + x$$

Aplicando as condições de contorno ao segundo nó:

$$\varphi_{11}(0) = \varphi_{12}(0) = 0 \Rightarrow d_{11} = 0$$

$$\varphi'_{11}(0) = \varphi'_{12}(0) = 0 \Rightarrow c_{11} = 0$$

$$\varphi_{11}(L) = \varphi_{12}(L) = 0 \Rightarrow a_{11} L^3 + b_{11} L^2 = 0 \Rightarrow b_{11} = -a_{11} L$$

$$\varphi'_{11}(L) = \varphi'_{12}(L) = 1 \Rightarrow 3a_{11} L^2 + 2b_{11} L = 1 \Rightarrow a_{11} = \frac{1}{L^2}$$

Assim:

$$\varphi_{11}(x) = \varphi_{12}(x) = \frac{x^3}{L^2} - \frac{x^2}{L}$$

5.2.3 Deslocamentos discretos

Sejam $\bar{\mathbf{q}}(x, t)$ os deslocamentos contínuos do elemento, $N(x)$ a matriz das funções de forma, $Q(t)$ o vetor de deslocamentos nodais, r a coordenada cilíndrica a partir do centro do *riser*.

Os deslocamentos discretos do elemento, $\bar{\mathbf{q}}(x, t) = \{u(x, t) \ v(x, t) \ w(x, t) \ \alpha(x, t).r\}^T$, podem ser escritos conforme a equação 5.90, a seguir:

$$\bar{q}(x,t) = N(x)Q(t) =$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_1(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_7(x) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_6(x) & 0 & \varphi_8(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_{12}(x) \\ 0 & 0 & \varphi_3(x) & 0 & -\varphi_5(x) & 0 & 0 & 0 & \varphi_9(x) & 0 & -\varphi_{11}(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_4(x)r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varphi_{10}(x)r & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ v_1(t) \\ w_1(t) \\ \alpha_1(t) \\ \beta_1(t) \\ \gamma_1(t) \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (5.90)$$

5.2.4 Matriz de massa

A matriz de massa total pode ser dividida em duas partes: a matriz de massa M , correspondente à massa da estrutura e a matriz M_a , que representa a inércia devido ao fluido deslocado pela estrutura, comumente chamado de massa adicional. Ambas as matrizes são obtidas através da energia cinética, desprezando as inércias de rotação, já que um *riser*, em geral, tem o comprimento muito maior que o raio e as rotações são pequenas por hipótese.

Seja a energia cinética escrita na forma discreta:

$$T = \frac{1}{2} Q^T (M + M_a) Q = \frac{1}{2} \int_V \bar{q}^T (\rho + c_m \rho_a) \bar{q} dV =$$

$$\frac{1}{2} \int_V (N(x)Q(t))^T (\rho + c_m \rho_a) (N(x)Q(t)) dV$$

onde ρ é a massa específica do *riser*, ρ_a é a massa específica do fluido em que este está imerso e c_m é uma matriz diagonal dos coeficientes de massa adicional.

As matrizes são obtidas resolvendo:

$$(M + M_a) = \int_V N(x)^T (\rho + c_m \rho_a) N(x) dV$$

Desta maneira, chega-se às seguintes matrizes:

$$M = \frac{\rho A L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 35R^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$M_a = \frac{\rho_a A L}{420} \begin{bmatrix} 140c_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70c_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156c_{mv} & 0 & 0 & 0 & 22Lc_{mv} & 0 & 54c_{mv} & 0 & 0 & 0 & -13Lc_{mv} \\ 0 & 0 & 156c_{mw} & 0 & -22Lc_{mw} & 0 & 0 & 0 & 54c_{mw} & 0 & 13Lc_{mw} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70R^2c_{m\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 35R^2c_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22Lc_{mw} & 0 & 4L^2c_{mw} & 0 & 0 & 0 & -13Lc_{mw} & 0 & -3L^2c_{mw} & 0 \\ 0 & 22Lc_{mv} & 0 & 0 & 0 & 4L^2c_{mv} & 0 & 13Lc_{mv} & 0 & 0 & 0 & -3Lc_{mv} \\ 70c_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140c_{mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54c_{mv} & 0 & 0 & 0 & 13Lc_{mv} & 0 & 156c_{mv} & 0 & 0 & 0 & -22Lc_{mv} \\ 0 & 0 & 54c_{mw} & 0 & -13Lc_{mw} & 0 & 0 & 0 & 156c_{mw} & 0 & 22Lc_{mw} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 35R^2c_{m\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70R^2c_{m\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13Lc_{mw} & 0 & -3L^2c_{mw} & 0 & 0 & 0 & 22Lc_{mw} & 0 & 4L^2c_{mw} & 0 \\ 0 & -13Lc_{mv} & 0 & 0 & 0 & -3L^2c_{mv} & 0 & -22Lc_{mv} & 0 & 0 & 0 & 4L^2c_{mv} \end{bmatrix}$$

onde c_{mi} corresponde ao coeficiente de massa adicional da direção i .

5.2.5 Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez pode ser encontrada pela aplicação do Primeiro Teorema de Castigliano, que relaciona a rigidez com a energia de deformação do elemento U , tal que:

$$K_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} \quad (5.91)$$

onde os índices i e j representam as linhas e as colunas da matriz, respectivamente.

A energia de deformação da barra pode ser obtida através da equação 5.92:

$$U^e = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon_{xx}^2 dV + \frac{G}{2} \int_V (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2) dV \quad (5.92)$$

onde ε são as deformações em cada direção, de acordo com os índices.

ε_{xx} é influenciado por cinco efeitos diferentes. O primeiro é o da deformação axial devido a esforços aplicados na própria direção axial. Para esse caso, sendo Δu a deformação axial e Δx o tamanho indeformado do elemento, pode ser escrito:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

Fazendo o limite $\Delta x \rightarrow 0$ temos:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.93)$$

O efeito seguinte é o da flexão na deformação axial, análogo em v e w , que pode ser demonstrado como uma mudança nos ângulos de flexão nas duas pontas de um segmento de tamanho Δx .

A Figura 5.9 mostra, no plano x-y, o efeito da flexão:

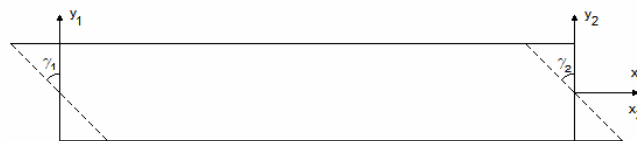


Figura 5.9 – Deformação em x devido à flexão em torno de z.

Como $\gamma = \frac{\partial v}{\partial x}$ e $\varepsilon_{xx} = -y \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\Delta x}$, tomando o limite $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\varepsilon_{xx} = -y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (5.94)$$

No plano x-z, o ângulo envolvido é β e:

$\varepsilon_{xx} = z \frac{\beta_2 - \beta_1}{\Delta x}$, que tomando o limite $\Delta x \rightarrow 0$ e utilizando $\beta = \frac{\partial w}{\partial x}$ fica:

$$\varepsilon_{xx} = z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (5.95)$$

Por fim, existe a mudança das direções transversais do *riser*, um efeito que adquire importância devido à alta tração existente em *risers*.

Olhando para o plano x-y, como mostra a Figura 5.10, para um elemento de tamanho Δx :

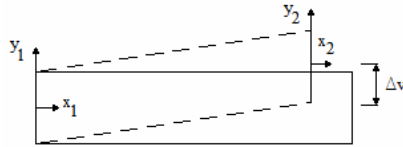


Figura 5.10 - Deformação causada pela mudança de y

Aplicando o teorema de Pitágoras, $(\Delta v)^2 + (\Delta x)^2 = (\Delta x + \Delta u)^2$ e, se for desprezado o termo

$(\Delta u)^2$ e substituindo $\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta u}{\Delta x}$, é obtido:

$(\Delta v)^2 = 2(\Delta x)^2 \varepsilon_{xx}$, que no limite para $\Delta x \rightarrow 0$ é:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (5.96)$$

Analogamente para o plano x-z:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (5.97)$$

A deformação total nesta direção é obtida somando as equações (5.93), (5.94), (5.95), (5.96) e (5.97):

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} - y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (5.98)$$

As deformações ε_{xy} e ε_{xz} dependem do ângulo de torção $\alpha(x,t)$, assim:

$$\varepsilon_{xy} = -z \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\Delta x}, \text{ onde } \alpha \text{ é o ângulo de torção em cada nó. Fazendo o limite } \Delta x \rightarrow 0 \text{ é}$$

obtido:

$$\varepsilon_{xy} = -z \frac{\partial \alpha}{\partial x} \quad (5.99)$$

e

$$\varepsilon_{xz} = y \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\Delta x}, \text{ que para } \Delta x \rightarrow 0:$$

$$\varepsilon_{xz} = y \frac{\partial \alpha}{\partial x} \quad (5.100)$$

Então, elevando as equações (5.98), (5.99) e (5.100) ao quadrado:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^2 = & \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 - 2y \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - 2z \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + y^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 \\ & - y \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2yz \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - y \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^4 - z \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + z^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^4 \end{aligned} \quad (5.101)$$

$$\varepsilon_{xy}^2 = z^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 \quad (5.102)$$

$$\varepsilon_{xz}^2 = y^2 \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 \quad (5.103)$$

A equação 5.92 pode ser reescrita na forma:

$$U^e = \frac{E}{2} \iint_A \varepsilon_{xx}^2 dAdx + \frac{G}{2} \iint_A (\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{xz}^2) dAdx \quad (5.104)$$

onde E é o módulo de elasticidade e G é o módulo de elasticidade ao cisalhamento.

Considerando que y e z são medidos a partir dos eixos principais, as integrais das formas $\int_A y dA$, $\int_A z dA$ e $\int_A yz dA$ são nulas. Desprezando os termos de 4ª ordem, pode-se substituir 5.101, 5.102 e 5.103 em 5.104, integrando na área da seção transversal e obtendo:

$$\begin{aligned}
 U^e &= \frac{EA}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{EA}{2} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{EA}{2} \int_0^L \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \\
 &+ \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{EI}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)^2 dx
 \end{aligned} \tag{5.105}$$

Utilizando as funções de forma:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{d\varphi_1}{dx} u_1 + \frac{d\varphi_7}{dx} u_2 = \frac{1}{L} (u_2 - u_1) \\
 \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{d\varphi_2}{dx} v_1 + \frac{d\varphi_6}{dx} \gamma_1 + \frac{d\varphi_8}{dx} v_2 + \frac{d\varphi_{12}}{dx} \gamma_2 \\
 &= \left(\frac{6x^2}{L^3} - \frac{6x}{L^2} \right) (v_1 - v_2) + \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{4x}{L} + 1 \right) \gamma_1 + \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x}{L} \right) \gamma_2 \\
 \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{d\varphi_3}{dx} w_1 - \frac{d\varphi_5}{dx} \beta_1 + \frac{d\varphi_9}{dx} w_2 - \frac{d\varphi_{11}}{dx} \beta_2 \\
 &= \left(\frac{6x^2}{L^3} - \frac{6x}{L^2} \right) (w_1 - w_2) - \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{4x}{L} + 1 \right) \beta_1 - \left(\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x}{L} \right) \beta_2 \\
 \frac{\partial \alpha}{\partial x} &= \frac{d\varphi_4}{dx} \alpha_1 + \frac{d\varphi_{10}}{dx} \alpha_2 = \frac{1}{L} (\alpha_2 - \alpha_1) \\
 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} v_1 + \frac{d^2\varphi_6}{dx^2} \gamma_1 + \frac{d^2\varphi_8}{dx^2} v_2 + \frac{d^2\varphi_{12}}{dx^2} \gamma_2 \\
 &= \left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) (v_1 - v_2) + \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right) \gamma_1 + \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right) \gamma_2 \\
 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= \frac{d^2\varphi_3}{dx^2} w_1 - \frac{d^2\varphi_5}{dx^2} \beta_1 + \frac{d^2\varphi_9}{dx^2} w_2 - \frac{d^2\varphi_{11}}{dx^2} \beta_2 \\
 &= \left(\frac{12x}{L^3} - \frac{6}{L^2} \right) (w_1 - w_2) - \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{4}{L} \right) \beta_1 - \left(\frac{6x}{L^2} - \frac{2}{L} \right) \beta_2
 \end{aligned}$$

Considerando a tração solicitante $T = EA \frac{\partial u}{\partial x}$ constante dentro do elemento e substituindo em

5.105, é obtido:

$$\begin{aligned}
 U^e = & \frac{EA}{2L}(u_2^2 - 2u_1u_2 + u_1^2) + \frac{T}{2} \left(\frac{1}{5}v_1\gamma_2 - \frac{1}{5}v_2\gamma_2 - \frac{1}{5}v_2\gamma_1 + \frac{1}{5}v_1\gamma_1 - \frac{L}{15}\gamma_1\gamma_2 \right. \\
 & + \frac{2L}{15}\gamma_2^2 + \frac{2L}{15}\gamma_1^2 + \frac{6}{5L}v_1^2 + \frac{6}{5L}v_2^2 - \frac{12}{5L}v_1v_2 \left. \right) + \frac{T}{2} \left(-\frac{1}{5}w_1\beta_2 + \frac{1}{5}w_2\beta_2 + \frac{1}{5}w_2\beta_{11} \right. \\
 & - \frac{1}{5}w_1\beta - \frac{L}{15}\beta_1\beta_2 + \frac{2L}{15}\beta_2^2 + \frac{2L}{15}\beta_1^2 + \frac{6}{5L}w_1^2 + \frac{6}{5L}w_2^2 - \frac{12}{5L}w_1w_2 \left. \right) + \frac{EI}{2} \left(\frac{4}{L}\gamma_1^2 \right. \\
 & + \frac{4}{L}\gamma_1\gamma_2 + \frac{4}{L}\gamma_2^2 + \frac{12}{L^2}v_1\gamma_2 - \frac{12}{L^2}v_2\gamma_1 - \frac{12}{L^2}v_2\gamma_2 + \frac{12}{L^2}v_1\gamma_1 + \frac{12}{L^3}v_1^2 - \frac{24}{L^3}v_1v_2 + \frac{12}{L^3}v_2^2 \left. \right) \\
 & + \frac{EI}{2} \left(\frac{4}{L}\beta_1^2 + \frac{4}{L}\beta_1\beta_2 + \frac{4}{L}\beta_2^2 - \frac{12}{L^2}w_1\beta_2 + \frac{12}{L^2}w_2\beta_1 + \frac{12}{L^2}w_2\beta_2 - \frac{12}{L^2}w_1\beta_1 + \frac{12}{L^3}w_1^2 \right. \\
 & \left. - \frac{24}{L^3}w_1w_2 + \frac{12}{L^3}w_2^2 \right) + \frac{GJ}{2L}(\alpha_2^2 - 2\alpha_1\alpha_2 + \alpha_1^2)
 \end{aligned} \tag{5.106}$$

Aplicando o Primeiro Teorema de Castigliano é encontrada a matriz de rigidez. Neste ponto é interessante fazer uma divisão. Os termos que possuem T constituem a chamada matriz de rigidez geométrica K_G , enquanto os termos restantes fazem parte da matriz de rigidez elástica, chamada K_E . A matriz de rigidez total é a soma das duas partes:

$$K = K_E + K_G,$$

onde:

$$K_E = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$K_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 \\ 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{TL}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{T}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6T}{5L} & 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6T}{5L} & 0 & \frac{T}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 & 0 & 0 & \frac{T}{10} & 0 & \frac{2TL}{15} & 0 \\ 0 & \frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{TL}{30} & 0 & -\frac{T}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2TL}{15} \end{bmatrix}$$

5.2.6 Matriz de amortecimento e vetor de carregamento

Adotando a fórmula de Morison para modelar a força viscosa que surge do movimento relativo entre o *riser* imerso no fluido e o próprio fluido, obtém-se uma expressão quadrática com a velocidade:

$$\bar{\mathbf{f}}_b = \frac{1}{2} \rho_a D C_D |\bar{\mathbf{v}}_r(x, t)| \bar{\mathbf{v}}_r(x, t) \quad (5.107)$$

ρ_a é a densidade do fluido, D é o diâmetro do *riser*, C_D é o coeficiente de arrasto na direção do escoamento, $\bar{\mathbf{v}}_r(x, t)$ é a velocidade relativa entre o *riser* e o fluido, dada por:

$$\bar{\mathbf{v}}_r(x, t) = \bar{\mathbf{v}}_m(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_c,$$

com

$$\bar{\mathbf{v}}_m(x, t) = \dot{\bar{\mathbf{q}}}(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_w(t), \quad (5.108)$$

onde $\bar{\mathbf{v}}_c$ é a velocidade da correnteza e $\bar{\mathbf{v}}_w(t)$ é a da onda.

Substituindo 5.108 em 5.107, projetando nas direções axial e transversal (cujos coeficientes de arrasto são diferentes) e subtraindo a parcela estática, são obtidas as equações:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{f}}_{b,t} = & \frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} |\dot{\bar{\mathbf{q}}}(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_c - \bar{\mathbf{v}}_w(t)| \dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x, t) \\ & - \frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} |\dot{\bar{\mathbf{q}}}(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_c - \bar{\mathbf{v}}_w(t)| (\bar{\mathbf{v}}_{c,t} + \bar{\mathbf{v}}_{w,t}(t)) + \frac{1}{2} \rho_a D C_{D,t} |\bar{\mathbf{v}}_c| (\bar{\mathbf{v}}_{c,t}) \end{aligned} \quad (5.109)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{f}}_{b,a} = & \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} |\dot{\bar{\mathbf{q}}}(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_c - \bar{\mathbf{v}}_w(t)| \dot{\bar{\mathbf{q}}}_a(x, t) \\ & - \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} |\dot{\bar{\mathbf{q}}}(x, t) - \bar{\mathbf{v}}_c - \bar{\mathbf{v}}_w(t)| (\bar{\mathbf{v}}_{c,a} + \bar{\mathbf{v}}_{w,a}(t)) + \frac{1}{2} \rho_a \pi D C_{D,a} |\bar{\mathbf{v}}_c| (\bar{\mathbf{v}}_{c,a}) \end{aligned}, \quad (5.110)$$

onde o índice a se refere a axial e t a transversal.

Como as expressões para a força de arrasto são não-lineares, para resolver o problema dinâmico no domínio da frequência essas não-linearidades devem ser removidas linearizando-se a Fórmula de Morison.

Essa linearização foi feita conforme proposto em Takafuji e Martins (2007), impondo uma forma linear para a força viscosa e igualando a energia dissipada por ciclo nos dois casos

(linear e não-linear) através do cálculo iterativo de um fator, $A_0(x)$. Escrevendo as equações lineares, temos:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{D},t}(x,t) = \frac{1}{2} \rho D \tilde{C}_{D,t}(x) \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},t}(x,t) \quad (5.111)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{D},a}(x,t) = \frac{1}{2} \rho \pi D \tilde{C}_{D,a}(x) \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},a}(x,t), \quad (5.112)$$

onde $\tilde{C}_{D,a} = A_{0,a}(x)C_{D,a}$ e $\tilde{C}_{D,t} = A_{0,t}(x)C_{D,t}$.

A potência dissipada em cada instante de tempo em cada nó é o produto da força de arrasto sobre o nó pela velocidade daquele nó. Integrando esta potência em um ciclo temos a energia dissipada. Igualando esta energia dissipada nas formas não-linear e linear:

$$\int_0^T \tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{D}} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{\mathbf{t}}(x,t) dt = \int_0^T \tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{D}} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{\mathbf{t}}(x,t) dt, \quad (5.113)$$

onde $T = \frac{2\pi}{\omega}$ é o período do movimento relativo.

Substituindo 5.107, 5.108, 5.111 e 5.112 em 5.113, obtemos, para a direção transversal:

$$\begin{aligned} C_{d,t} \int_0^T \left(\|\tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},t} - \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{c},t}\| \cdot (\tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},t} - \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{c},t}) + \|\tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{c},t}\| \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{c},t} \right) \cdot \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{\mathbf{t}}(x,t) dt \\ = \tilde{C}_{d,t} \int_0^T \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},t} \cdot \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_{\mathbf{t}}(x,t) dt \end{aligned} \quad (5.114)$$

Decompondo a velocidade relativa entre o *riser* e a onda na direção transversal ao *riser*, suposta harmônica:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{v}}_{\mathbf{m},t}(x,t) = A_x(x) \omega \text{sen}(\omega t + \phi_x) \vec{\mathbf{i}} \\ + A_y(x) \omega \text{sen}(\omega t + \phi_y) \vec{\mathbf{j}} \\ + A_z(x) \omega \text{sen}(\omega t + \phi_z) \vec{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (5.115)$$

Decompondo a velocidade do *riser* na direção transversal, também harmônica:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\mathbf{q}}}_t(x,t) &= C_x(x)\omega \text{sen}(\omega t + \theta_x)\bar{\mathbf{i}} \\ &+ C_y(x)\omega \text{sen}(\omega t + \theta_y)\bar{\mathbf{j}} \\ &+ C_z(x)\omega \text{sen}(\omega t + \theta_z)\bar{\mathbf{k}}\end{aligned}\quad (5.116)$$

A velocidade da correnteza transversal ao *riser* também pode ser decomposta em suas componentes:

$$\bar{\mathbf{v}}_{c,t} = V_{c,x}\bar{\mathbf{i}} + V_{c,y}\bar{\mathbf{j}} + V_{c,z}\bar{\mathbf{k}}\quad (5.117)$$

Substituindo 5.115, 5.116 e 5.117 em 5.114 e fazendo a manipulação algébrica, a constante $A_{0,t}(x)$ pode ser calculada através de:

$$A_{0,t}(x) = \frac{K_1}{K_2},\quad (5.118)$$

onde ocultando as dependências de x para maior clareza, K_1 e K_2 são dados por:

$$\begin{aligned}K_1 &= \int_0^T \left((A_x\omega \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{c,x})^2 + (A_y\omega \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{c,y})^2 + (A_z\omega \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{c,z})^2 \right) \\ &+ \left[(A_x\omega \text{sen}(\omega t + \phi_x) - V_{c,x})C_x\omega \text{sen}(\omega t + \theta_x) + (A_y\omega \text{sen}(\omega t + \phi_y) - V_{c,y})C_y\omega \text{sen}(\omega t + \theta_y) \right. \\ &\quad \left. + (A_z\omega \text{sen}(\omega t + \phi_z) - V_{c,z})C_z\omega \text{sen}(\omega t + \theta_z) \right] dt\end{aligned},$$

integral que pode ser resolvida numericamente e,

$$K_2 = \pi\omega(A_xC_x \cos(\phi_x - \theta_x) + A_yC_y \cos(\phi_y - \theta_y) + A_zC_z \cos(\phi_z - \theta_z))$$

Como o valor de $A_{0,t}$ não é conhecido de antemão, mas é necessário para resolver o problema dinâmico, é escolhido um valor inicial, que é atualizado iterativamente.

Assim, a fórmula de Morison linearizada na direção transversal pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\tilde{\bar{\mathbf{f}}}_{b,t} = \frac{1}{2}\rho DA_{0,t}C_{D,t}(\bar{\mathbf{v}}_{r,t} - \bar{\mathbf{v}}_{c,t}) = \frac{1}{2}\rho DA_{0,t}C_{D,t}(\dot{\bar{\mathbf{q}}}_t - \bar{\mathbf{v}}_{w,t})\quad (5.119)$$

Para a direção axial, através de procedimento análogo, pode ser obtido $A_{0,a}$ e a fórmula de Morison linearizada para a direção axial:

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{d},a} = \frac{1}{2} \rho \pi D A_{0,a} C_{D,a} (\bar{\mathbf{v}}_{r,a} - \bar{\mathbf{v}}_{c,a}) = \frac{1}{2} \rho D A_{0,a} C_{D,a} (\dot{\bar{\mathbf{q}}}_a - \bar{\mathbf{v}}_{w,a}) \quad (5.120)$$

A partir destas equações, são obtidas uma matriz de amortecimento viscoso, que agrupa os termos que multiplicam as velocidades dos pontos do *riser* e um vetor de carregamento, com os demais termos.

5.2.6.1 Matriz de Amortecimento Viscoso

A energia dissipada em um elemento é dada por:

$$E^e = \int_0^L \bar{\mathbf{f}}_{\mathbf{d}} \cdot \bar{\mathbf{q}}(x,t) dx \quad (5.121)$$

que pode ser reescrita como:

$$F_D \cdot \underline{Q}(t) = \int_0^L c \dot{\bar{\mathbf{q}}}(x,t) \cdot \bar{\mathbf{q}}(x,t) dx \quad (5.122)$$

c é a matriz:

$$c = \begin{bmatrix} c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{t,z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{t,y} \end{bmatrix}$$

onde

$$c_a = \frac{1}{2} \rho_a \pi D A_0 C_{D,a}$$

$$c_{t,y} = \frac{1}{2} \rho_a D A_0 C_{D,t,y}$$

$$c_{t,z} = \frac{1}{2} \rho_a D A_0 C_{D,t,z}$$

e $C_{D,a}$ é o coeficiente de arrasto axial, $C_{D,t,y}$ é o coeficiente de arrasto transversal na direção y local do elemento e $C_{D,t,z}$ é o coeficiente de arrasto transversal na direção z local do elemento.

Escrevendo 5.122 na forma discreta:

$$\dot{Q}^T(t) C \dot{Q}(t) = \int_0^L (N(x) c \dot{Q}(t))^T (N(x) \dot{Q}(t)) dx \quad (5.123)$$

E, portanto,

$$C = \int_0^L (N(x) c)^T N(x) dx \quad (5.124)$$

A matriz de amortecimento linear fica:

$$C = \frac{L}{420} \begin{bmatrix} 140c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 22Lc_{t,y} & 0 & 54c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & -13Lc_{t,y} \\ 0 & 0 & 156c_{t,z} & 0 & -22Lc_{t,z} & 0 & 0 & 0 & 54c_{t,z} & 0 & 13Lc_{t,z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22Lc_{t,z} & 0 & 4c_{t,z}L^2 & 0 & 0 & 0 & -13Lc_{t,z} & 0 & -3c_{t,z}L^2 & 0 \\ 0 & 22Lc_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 4c_{t,y}L^2 & 0 & 13Lc_{t,y} & 0 & 0 & 0 & -3c_{t,y}L^2 \\ 70c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140c_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 13Lc_{t,y} & 0 & 156c_{t,y} & 0 & 0 & 0 & -22Lc_{t,y} \\ 0 & 0 & 54c_{t,z} & 0 & -13Lc_{t,z} & 0 & 0 & 0 & 156c_{t,z} & 0 & 22Lc_{t,z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13Lc_{t,z} & 0 & -3c_{t,z}L^2 & 0 & 0 & 0 & 22Lc_{t,z} & 0 & 4c_{t,z}L^2 & 0 \\ 0 & -13Lc_{t,y} & 0 & 0 & 0 & -3c_{t,y}L^2 & 0 & -22Lc_{t,y} & 0 & 0 & 0 & 4c_{t,y}L^2 \end{bmatrix}$$

5.2.6.2 Vetor de carregamento

Este vetor agrupa os termos da força viscosa que não multiplicam as velocidades dos nós e é dado por:

$$P(t) = \frac{1}{2} \rho_a D \left\{ \begin{array}{l} \int_0^L \pi A_{0,a}(x) C_{D,a} v_{w,x}(t) dx \\ \int_0^L A_{0,t}(x) C_{D,t,y} v_{w,y}(t) dx \\ \int_0^L A_{0,t}(x) C_{D,t,z} v_{w,z}(t) dx \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \int_0^L \pi A_{0,a}(x) C_{D,a} v_{w,x}(t) dx \\ \int_0^L A_{0,t}(x) C_{D,t,y} v_{w,y}(t) dx \\ \int_0^L A_{0,t}(x) C_{D,t,z} v_{w,z}(t) dx \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$$

Onde $v_{w,x}$, $v_{w,y}$ e $v_{w,z}$ são as componentes da velocidade da onda.

A velocidade da onda é dada por:

$$\vec{v}_w(t) = v_{w,x}(t) \vec{i} + v_{w,y}(t) \vec{j} + v_{w,z}(t) \vec{k}$$

ou ainda, partindo do potencial de velocidades do campo ondulatório:

$$\vec{v}_w(t) = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k}$$

onde,

$$\phi = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} \text{sen}(K_w x \cos(\alpha_w) + K_w y \text{sen}(\alpha_w) - \omega t)$$

sendo, $K_w = \frac{\omega^2}{g}$, onde A_w é a amplitude da onda, ω é o período da onda, g é a aceleração

da gravidade e α_w é o ângulo que a onda faz com o plano xz global.

Então,

$$v_{w,x} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} \cos(K_w d_w - \omega t) K_w \cos \alpha_w$$

$$v_{w,y} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} \cos(K_w d_w - \omega t) K_w \text{sen} \alpha_w$$

$$v_{w,z} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} \text{sen}(K_w d_w - \omega t) K_w$$

onde $d_w = x \cos \alpha_w + y \text{sen} \alpha_w$.

Estes podem ser reescritos na forma:

$$v_{w,x} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} K_w \cos \alpha_w \text{Re}(e^{-iK_w d_w} e^{i\omega t})$$

$$v_{w,y} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} K_w \text{sen} \alpha_w \text{Re}(e^{-iK_w d_w} e^{i\omega t})$$

$$v_{w,z} = \frac{gA_w}{\omega} e^{K_w z} K_w \text{Re}(e^{-iK_w d_w} e^{i\omega t})$$

onde $\text{Re}(x)$ é a parte real do número complexo x .

5.2.7 Matriz de Rotação

A formulação, até aqui, foi desenvolvida para uma base local, o que torna necessário utilizar uma matriz de rotação para que as matrizes correspondentes a cada elemento sejam rotacionadas para a orientação deste. Em outras palavras, as matrizes devem ser reescritas, já que estão em uma base local, em uma base global.

Os deslocamentos nodais podem ser escritos como:

$$Q = R\tilde{Q}$$

onde \sim representa a base global.

Analogamente, o carregamento fica:

$$P = R\tilde{P}$$

A equação do movimento na base local é:

$$M\ddot{Q} + C\dot{Q} + KQ = P$$

Transformando-se para a base global, tem-se:

$$MR\ddot{Q} + CR\dot{Q} + KRQ = R\tilde{P}$$

Que equivale a escrever:

$$R^T MR\ddot{Q} + R^T CR\dot{Q} + R^T KRQ = \tilde{P}$$

Então,

$$\tilde{M} = R^T MR$$

$$\tilde{C} = R^T CR$$

$$\tilde{K} = R^T KR$$

É feita a rotação na seguinte ordem: ψ em torno do eixo z, θ em torno do eixo y e ξ em torno do eixo x. A matriz de rotação que relaciona a base local e a global é obtida multiplicando as matrizes de rotação em cada eixo:

$$R = R_3 R_2 R_1$$

onde R_1 , R_2 e R_3 são matrizes de rotação, respectivamente, dos eixos x, y e z, apresentada a seguir.

Multiplicando as matrizes de rotação de cada eixo, temos a matriz de rotação total:

$$R = R_3 R_2 R_1 = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & \cos\theta \sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\xi \sin\theta \cos\psi - \cos\xi \sin\psi & \sin\psi \sin\theta \sin\xi + \cos\xi \cos\psi & \sin\xi \cos\theta \\ \cos\xi \sin\theta \cos\psi + \sin\xi \sin\psi & \sin\psi \sin\theta \cos\xi - \sin\xi \cos\psi & \cos\xi \cos\theta \end{bmatrix}$$

Como cada elemento possui dois pares de eixos, um de deslocamentos e outro de rotações para ambos os nós, a matriz de rotação do elemento fica:

$$T_R = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

5.2.8 Solução no Domínio da Freqüência

Considerando um sistema linear sujeito a uma excitação harmônica, ele pode ser resolvido no domínio da freqüência, obtendo-se diretamente o seu estado estacionário. Supondo um movimento harmônico, o deslocamento no estado estacionário pode ser escrito na seguinte forma:

$$Q(t) = Q_0 e^{i\omega t}$$

onde Q_0 é a amplitude do deslocamento.

A velocidade e a aceleração, primeira e a segunda derivadas de $Q(t)$ são:

$$\dot{Q}(t) = i\omega Q_0 e^{i\omega t}$$

$$\ddot{Q}(t) = -\omega^2 Q_0 e^{i\omega t}$$

O equilíbrio do sistema é dado por:

$$M\ddot{Q}(t) + C\dot{Q}(t) + KQ(t) = F(t),$$

que pode ser reescrito como:

$$(-\omega^2 M + i\omega C_j + K)Q_0 e^{i\omega t} = P e^{i\omega t}$$

ou:

$$(-\omega^2 M + i\omega C_j + K)Q_0 = P$$

onde o índice j se refere ao número da iteração. Definindo a matriz dinâmica:

$$D_j = (-\omega^2 M + i\omega C_j + K)$$

O sistema a ser resolvido, em cada iteração, se torna:

$$D_j Q_0 = P$$

Por causa da linearização do amortecimento, esta solução é feita iterativamente, alterando o amortecimento a cada iteração (é mudada a matriz C , através do fator A_θ , definido em 5.2.6), até que a energia dissipada a cada ciclo pelo modelo linear seja igual à do não-linear.

5.2.9 Condições de Contorno

Para que o problema possa ser resolvido, devem ser definidas as condições de contorno adequadas.

No topo, existe uma imposição de deslocamentos, pois se considera que o *riser* está fixo na plataforma e acompanha o movimento de seu ponto de conexão. Também é considerado que há um enrijecedor à flexão na extremidade superior, que é representado por molas angulares de rigidez constante ligadas a cada um dos ângulos.

No solo, conforme mostrado por Pesce (1997), o ponto de contato da solução estática pode ser tomado, em primeira ordem, como uma articulação no problema dinâmico, desde que a solução seja corrigida localmente através, por exemplo, de uma técnica de camada limite.

Como a malha de elementos finitos é montada apenas para a parte suspensa do *riser*, é necessário representar a parte apoiada de alguma maneira. Neste trabalho, foram calculadas, para cada grau de liberdade (com exceção do ângulo θ), molas de rigidez equivalente à da parte apoiada do *riser*. Estas molas foram então ligadas ao nó do TDP, sendo solicitadas pelo movimento deste.

O cálculo das molas foi feito através da perturbação da configuração estática de equilíbrio correspondente à dinâmica em estudo. A partir da configuração estática é imposto, no TDP, um acréscimo de força ou momento, para cada grau de liberdade. O *riser* é então integrado, apenas na parte apoiada, até o seu fim e a diferença entre a posição do final do *riser* e a posição do ponto de truncamento do modelo, no grau de liberdade em questão, é tomada como deslocamento da mola. Dividindo a força ou momento imposto por esse deslocamento é obtida a rigidez da mola equivalente à parte apoiada do *riser*.

5.2.10 Camada Limite no Ponto de Contato

Ao contrário do modelo estático, que é resolvido com um modelo sem rigidez flexional, requerendo a correção de ângulos e curvaturas em todas as regiões do *riser* em que ocorrem mudanças de propriedades ou outras descontinuidades, o modelo dinâmico se utiliza de um elemento que considera o efeito da rigidez flexional, tornando desnecessárias as correções em mudanças de trecho e no topo. A única correção que deve ser feita é no contato com o solo. Nesta região foi feita a hipótese de que os efeitos da rigidez flexional nos ângulos θ e ψ são independentes. Assim, o efeito da condição não-linear de contato fica restrito ao ângulo θ e apenas a curvatura devido à variação deste ângulo deve ser corrigida. No ângulo ψ não é realizada correção na região do TDP, pois não há uma condição não-linear de contato como ocorre com o ângulo θ e a parte apoiada do *riser* já é representada pelas molas equivalentes. Como pode ser visto pelos resultados das comparações apresentadas na seção 5.3, a hipótese de independência entre os ângulos θ e ψ leva a bons resultados, pois até o comportamento da curvatura é recuperado com boa precisão.

Para realizar a correção do ângulo θ , é utilizada a expressão desenvolvida por Pesce (1997) para solução assintótica local da curvatura dinâmica, que pode ser escrita da seguinte forma:

$$\chi(s,t) = \frac{1}{2}(1 + \sin \beta(s,t))(1 - e^{-\sqrt{\frac{T_0}{T_0 + \tau(t)}} \beta(s,t)}) \chi_0(s),$$

onde

$$\beta(s,t) = \frac{s - s_{TDP} - x_{TDP}(t)}{\lambda_{TDP}},$$

s_{TDP} é a posição do TDP da solução estática de *riser* decrescido de λ_{TDP} , que é o deslocamento do ponto de tangência devido à rigidez flexional e $x_0(t)$ é dado por:

$$x_0(t) = -\frac{T_0}{\gamma_{ef}} \theta(s,t),$$

em que $\theta(s,t)$ é o resultado da solução no domínio da frequência.

Segundo este modelo, há um pico de amplitude de variação dinâmica da curvatura, que ocorre em $s = s_{TDP} + \max(x_{TDP}(t))$, a seção mais longe do TDP para a qual em algum instante ocorre a condição $\beta(s,t) \leq 0$. Esta seção fica suspensa durante todo o ciclo e é apoiada no solo apenas quando $x_{TDP}(t)$ alcança no seu ponto máximo, apresentando curvatura nula neste instante. Isto torna essa seção a de maior amplitude de curvatura dinâmica, com uma amplitude da ordem de χ_0 .

5.3 Comparações com Orcaflex

Neste item são apresentadas algumas comparações entre os resultados obtidos com a utilização dos modelos desenvolvidos nos itens anteriores e com o software comercial Orcaflex, tendo por objetivo mostrar que os modelos propostos fornecem bons resultados.

5.3.1 Dados

No caso estudado, o mar tem profundidade de 1255 metros. A projeção horizontal é de 2340 metros, com a cota de fixação do *riser* de 1247,9 metros.

O diâmetro interno do *riser* é de 0,3556 metros e o externo 0,4064 metros. Os resultados para duas configurações são apresentados: uma catenária, resultado do estudo de caso da seção 7.1.4 e uma *lazy-wave* resultado do estudo de caso da seção 7.1.2. O segmento flutuado da *lazy-wave* tem diâmetro externo de 0,9764 metros.

O material do *riser* é um aço de densidade 7800 kg/m^3 e módulo de elasticidade 210 GPa. O flutuador do segmento intermediário é de um material de densidade 500 kg/m^3 .

A Tabela 5.1 apresenta o comprimento dos trechos das duas configurações.

Tabela 5.1 – Comprimento dos trechos (m).

Trecho	1 (topo)	2	3
Catenária	3270	---	---
<i>Lazy-wave</i>	2100	450	520

Os resultados para duas condições ambientais são apresentados. A Tabela 5.2 apresenta os movimentos do topo dos casos estudados, enquanto a Tabela 5.3 apresenta os perfis de correntezas. É imposto ainda um *offset* da plataforma de 5% da profundidade na direção da correnteza superficial. Nenhuma onda incidente foi utilizada, apenas os movimentos do topo foram impostos. No sistema de coordenadas utilizado para os movimentos da tabela, X é o movimento na direção de lançamento do *riser*, positivo no sentido da extremidade no solo para a extremidade suspensa, Z é a direção vertical, positivamente orientada para cima e Y é a direção do vetor resultante do produto vetorial entre Z e X (ver Figura 5.11).

Tabela 5.2 – Movimentos impostos pela unidade flutuante ao topo do *riser*.

Condição Ambiental	Período (s)	X		Y		Z	
		Amplitude (m)	Fase (°)	Amplitude (m)	Fase (°)	Amplitude (m)	Fase (°)
1	11,35	1,2527	98,22	0,4342	-89,39	1,4185	-26,97
2	15,35	2,6352	91,45	0,3999	-88,56	2,3712	-1,78

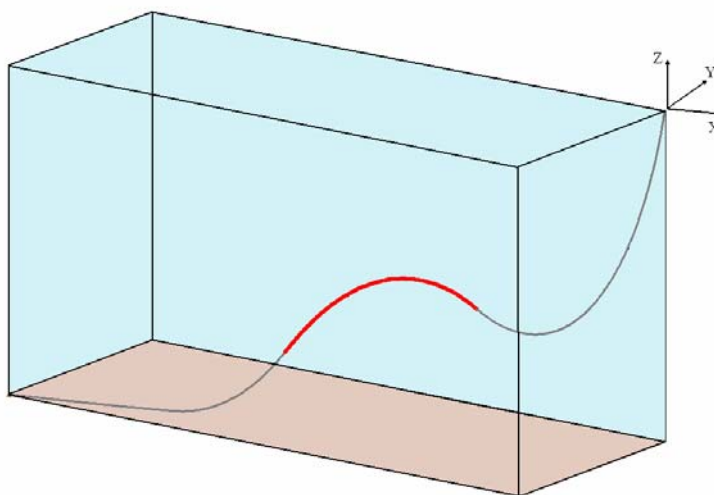


Figura 5.11 – Direções dos movimentos impostos ao topo do *riser*.

Tabela 5.3 – Velocidades (m/s) e direções ($^{\circ}$ em relação à direção de lançamento do riser) da correnteza em função da profundidade.

Profundidade(m)	Condição Ambiental			
	1		2	
0	1,60	0°	1,70	0°
50	1,35	0°	1,37	0°
100	1,10	0°	1,17	0°
140	0,76	45°	1,17	0°
230	0,71	45°	0,73	0°
340	0,69	45°	0,60	0°
415	0,64	45°	0,62	180°
545	0,53	90°	0,51	180°
640	0,53	90°	0,53	180°
750	0,58	90°	0,55	180°
815	0,64	90°	0,62	180°
1255	0,00	90°	0,00	180°

5.3.2 Resultados

Para cada configuração, em cada condição ambiental, são apresentados os gráficos das projeções da linha elástica nos planos XZ e XY, dos ângulos θ e ψ estáticos, da tração e curvatura estáticos e das amplitudes dinâmicas das coordenadas, dos ângulos θ e ψ , da tração e da curvatura.

Catenária

Condição Ambiental 1

Os resultados estáticos (Figura 5.10 até Figura 5.17) apresentam ótima concordância para todas as variáveis analisadas. Para os resultados dinâmicos (Figura 5.18 a Figura 5.24), as amplitudes de tração, das coordenadas X e Z e do ângulo θ , também apresentam resultados

com grande semelhança. Já a amplitude em Y apresenta maiores diferenças, ocorrendo o mesmo com a amplitude do ângulo ψ , pois esses graus de liberdade são acoplados. Esta diferença nos graus de liberdade fora do plano pode ser explicada pela maneira como é feita a iteração para igualdade da energia dissipada, que privilegia os graus de liberdade com maiores movimentos, que no caso são os das direções X e Z. Esta diferença, no entanto, não influencia muito a amplitude de curvatura (Figura 5.24), que também é bastante semelhante por ambos os modelos, embora exista uma diferença da ordem de 10% na região do TDP.

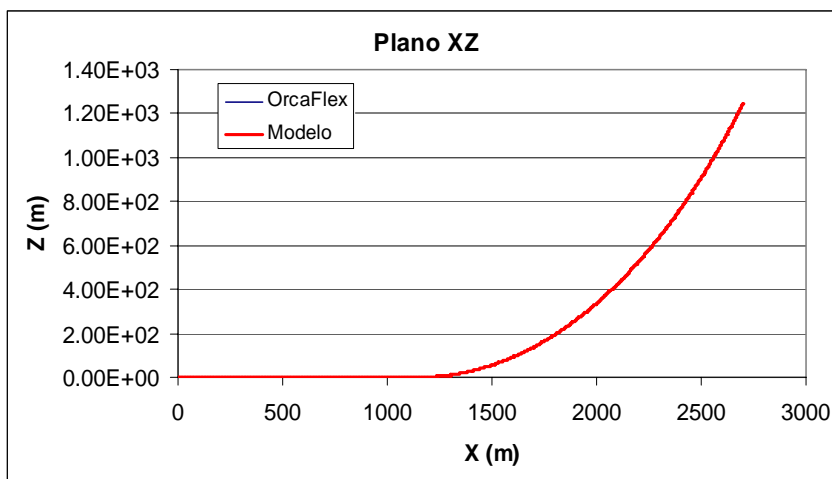


Figura 5.12 – Linha elástica no plano XZ.

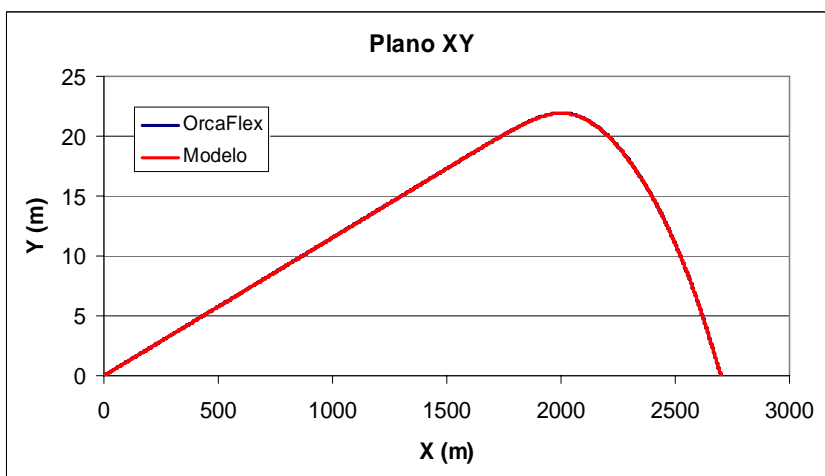


Figura 5.13 – Linha elástica no plano XY.

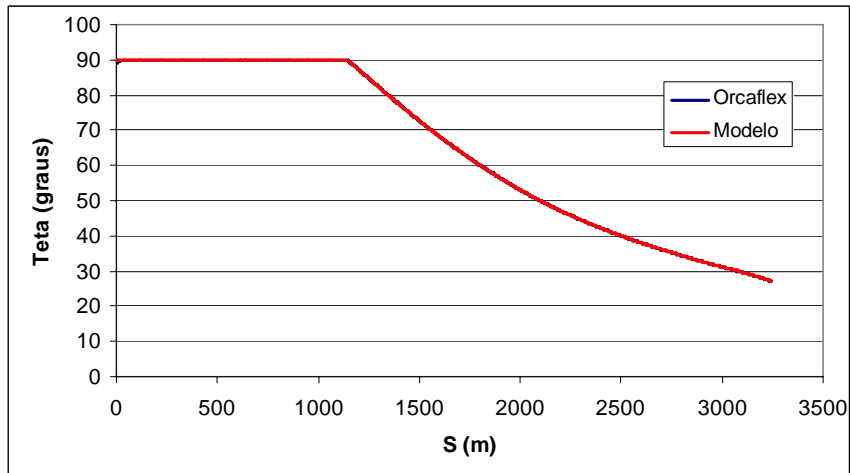


Figura 5.14 – Ângulo θ estático (em relação à vertical).

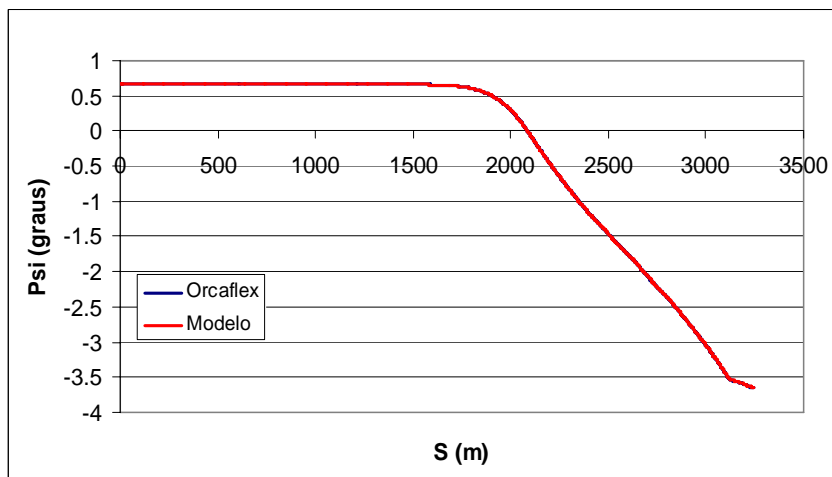


Figura 5.15 – Ângulo ψ estático.

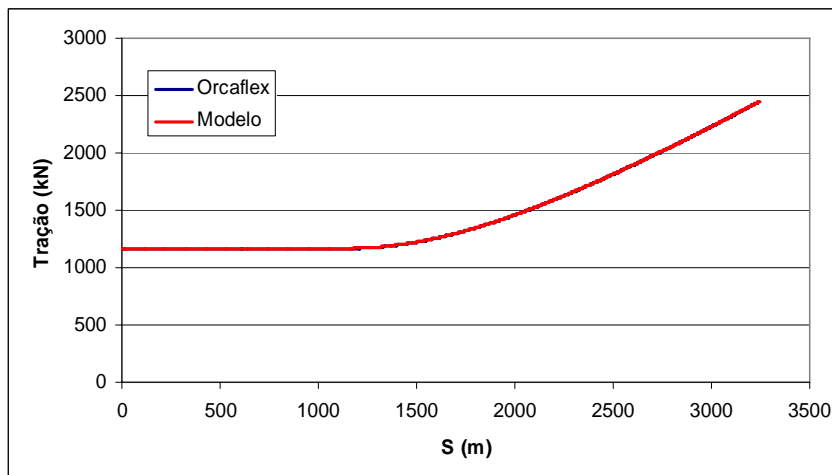


Figura 5.16 – Tração estática.

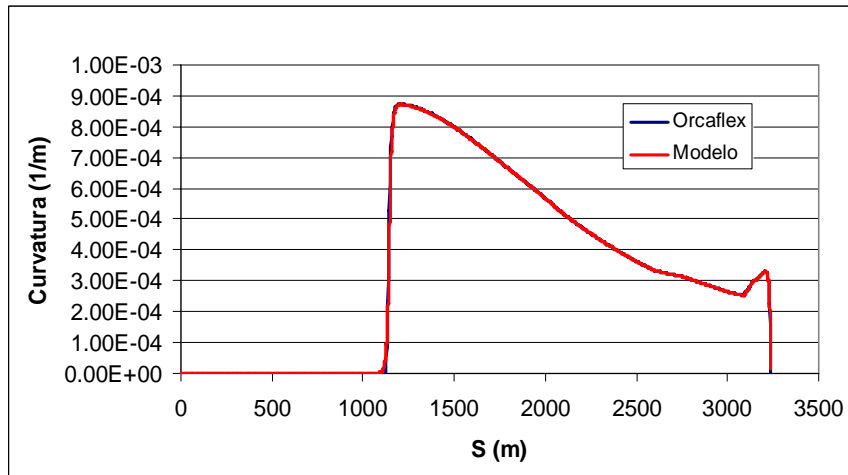


Figura 5.17 – Curvatura estática.

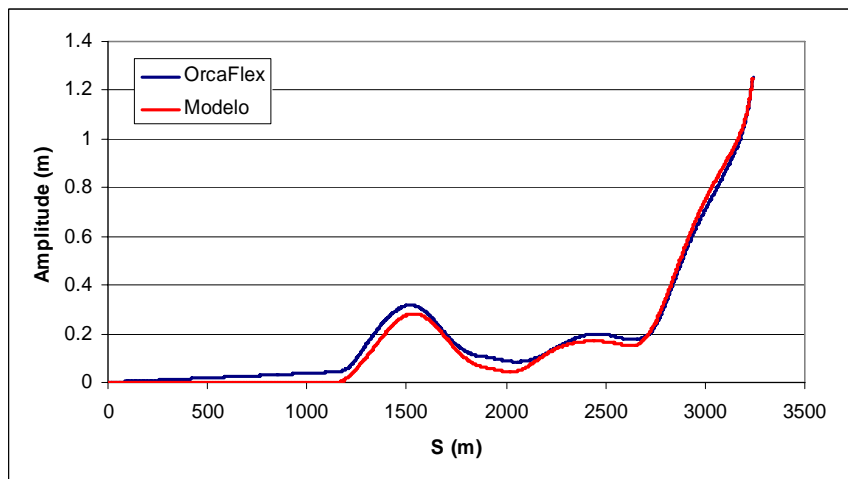


Figura 5.18 – Amplitude dinâmica de X.

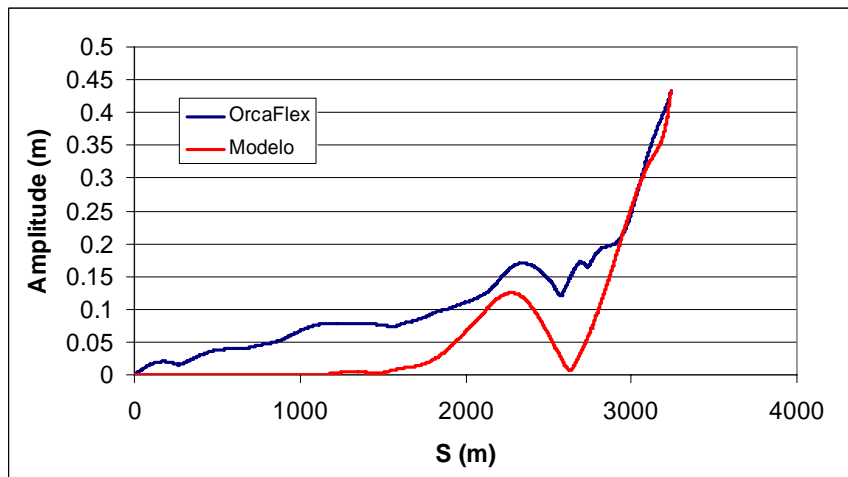


Figura 5.19 – Amplitude dinâmica de Y.

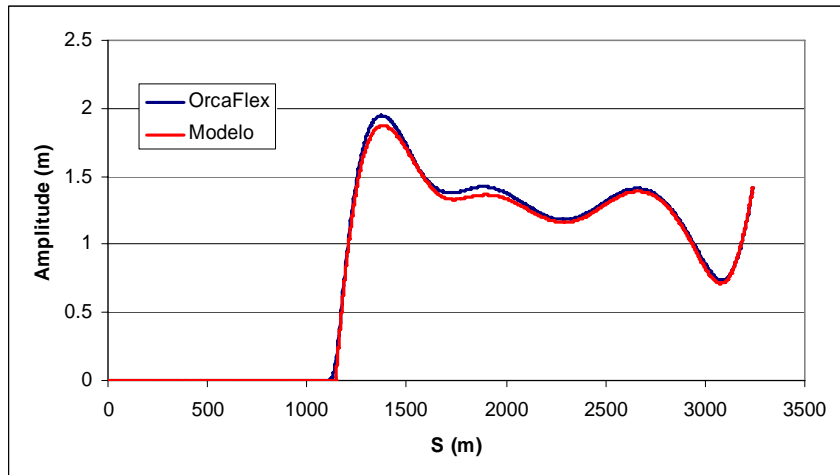


Figura 5.20 – Amplitude dinâmica de Z.

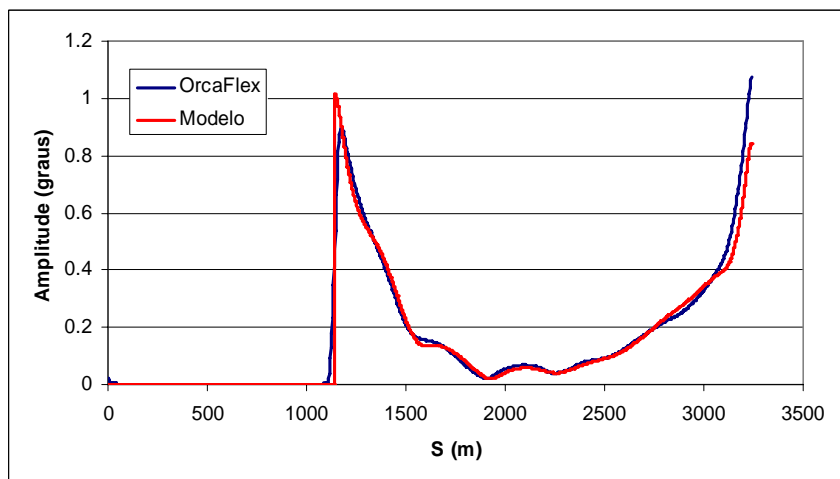


Figura 5.21 – Amplitude dinâmica de θ .

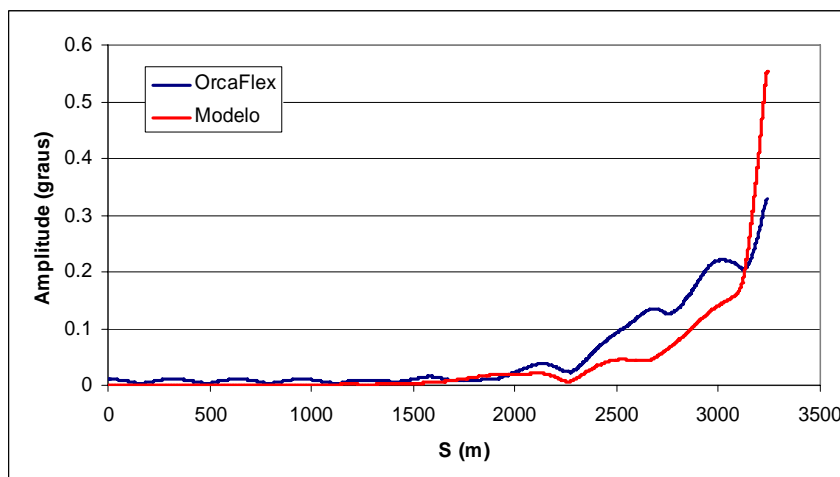


Figura 5.22 – Amplitude dinâmica de ψ .

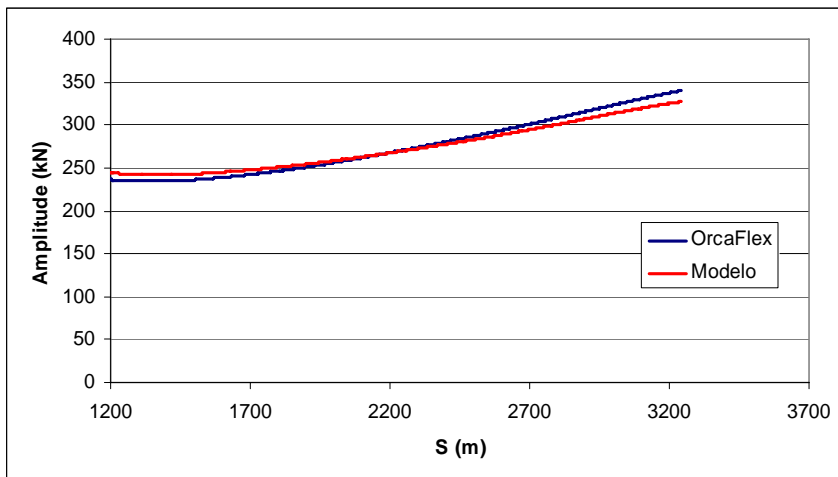


Figura 5.23 – Amplitude dinâmica da tração.

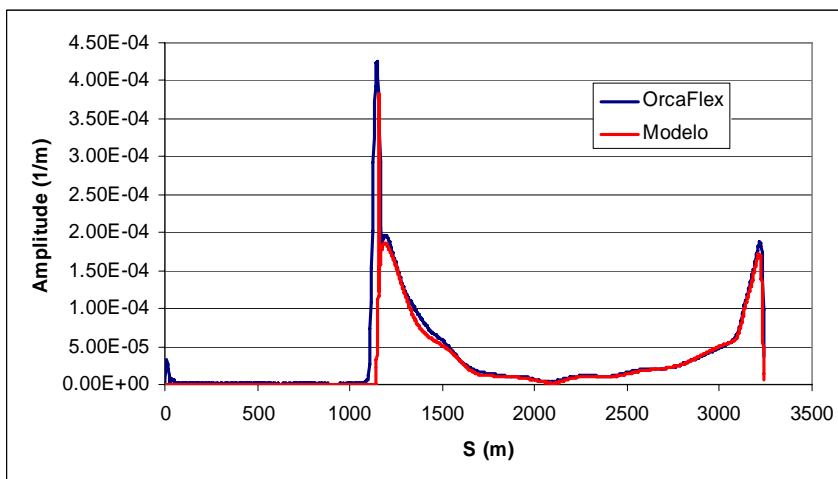


Figura 5.24 – Amplitude dinâmica da curvatura.

Condição Ambiental 2

Para esta condição ambiental, os resultados seguem o padrão da condição ambiental anterior, com resultados estáticos (Figura 5.25 a Figura 5.30), amplitudes de tração (Figura 5.36), deslocamentos em X e Z (Figura 5.31 e Figura 5.33) e ângulo θ (Figura 5.34) bastante próximos por ambos os modelos. Novamente, as amplitudes de Y (Figura 5.32) e ψ (Figura 5.35) apresentam as maiores diferenças, enquanto na amplitude de curvatura existem diferenças da ordem de 10% na região do TDP. É interessante notar o surgimento de um deslocamento estático fora do plano. Isto acontece por que na interpolação entre as profundidades 340m e 415m surgem ângulos entre 0 e 180 graus, formando uma helicóide, que dá origem a um carregamento fora do plano.

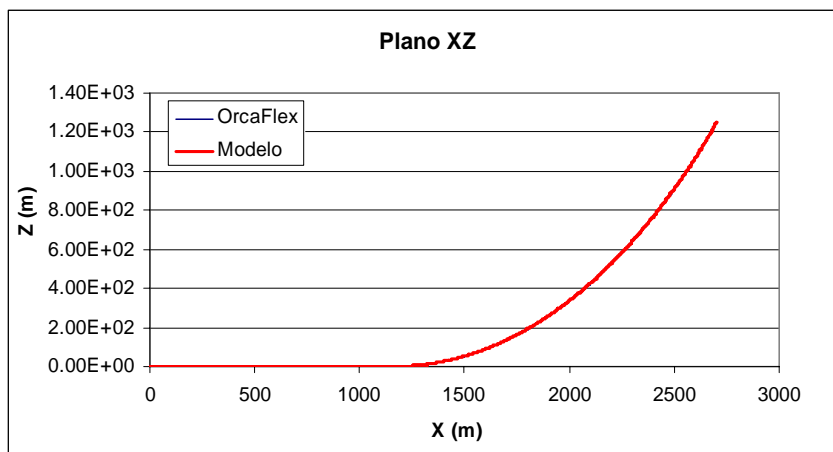


Figura 5.25 – Linha elástica no plano XZ.

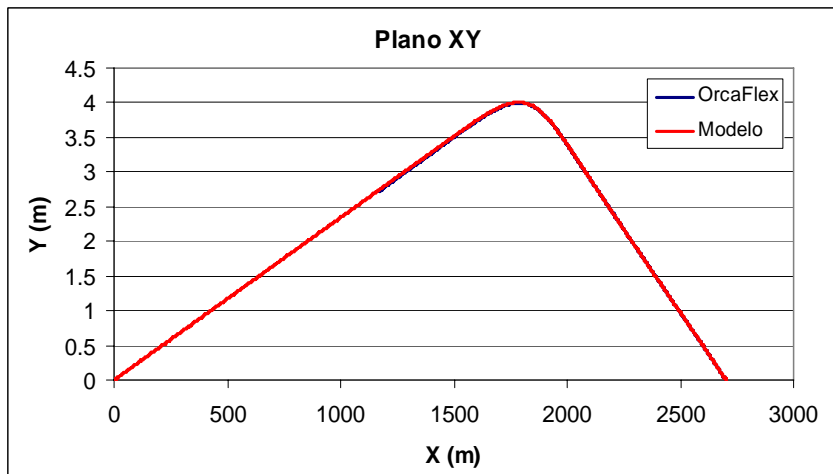


Figura 5.26 – Linha elástica no plano XY.

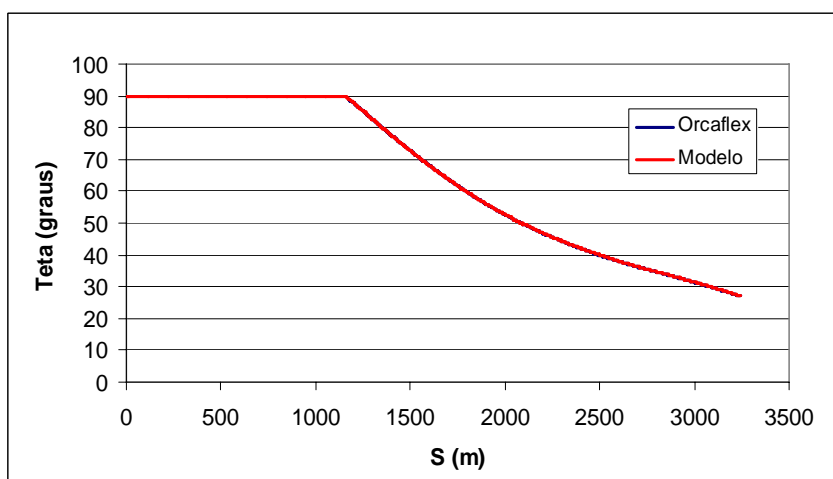


Figura 5.27 – Ângulo θ estático (em relação à vertical).

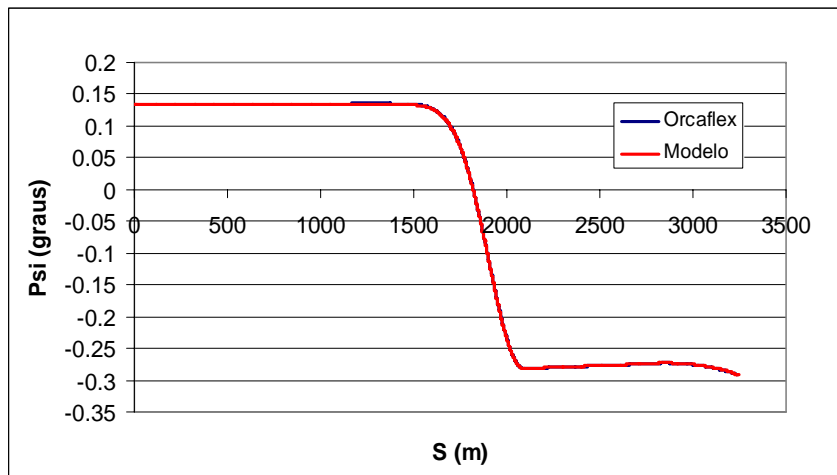


Figura 5.28 – Ângulo ψ estático.

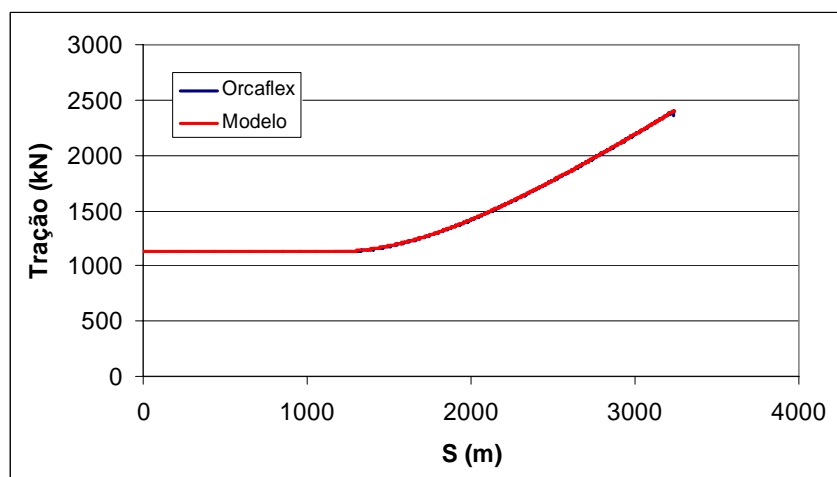


Figura 5.29 – Tração estática.

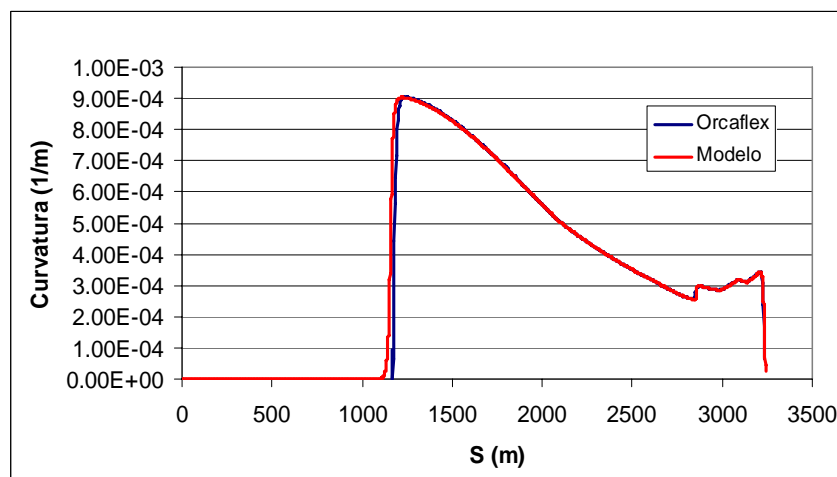


Figura 5.30 – Curvatura estática.

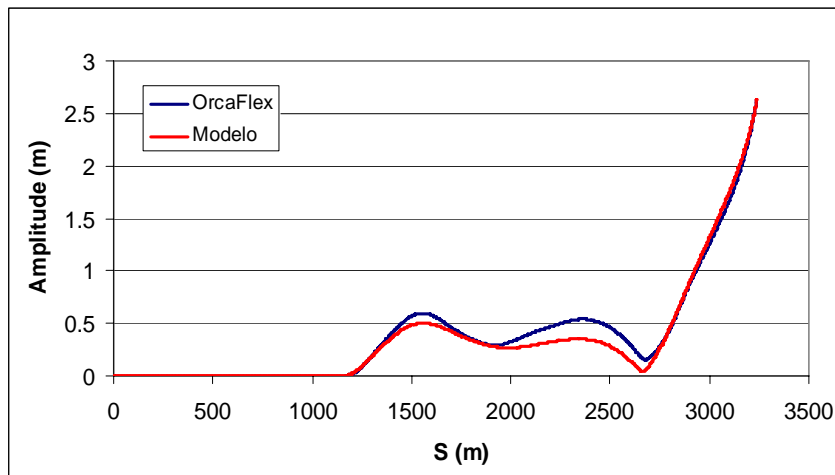


Figura 5.31 – Amplitude dinâmica de X.

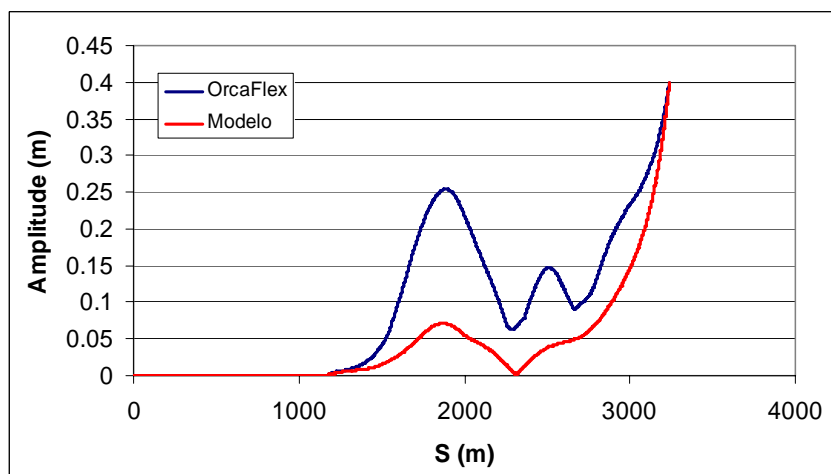


Figura 5.32 – Amplitude dinâmica de Y.

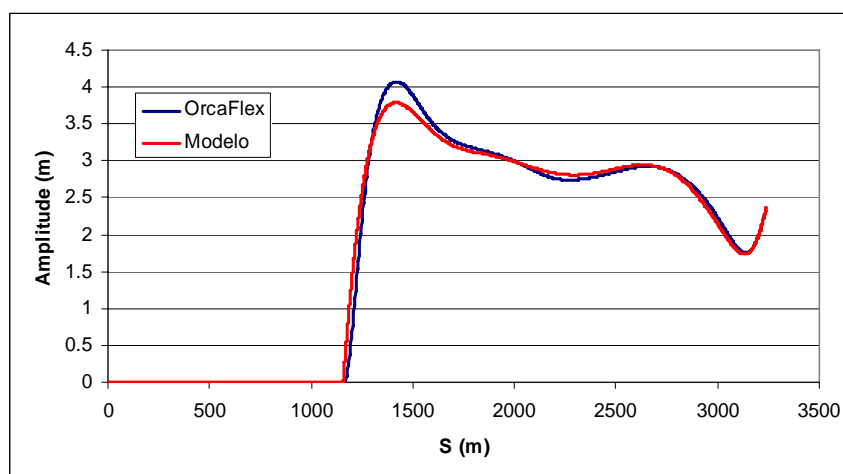


Figura 5.33 – Amplitude dinâmica de Z.

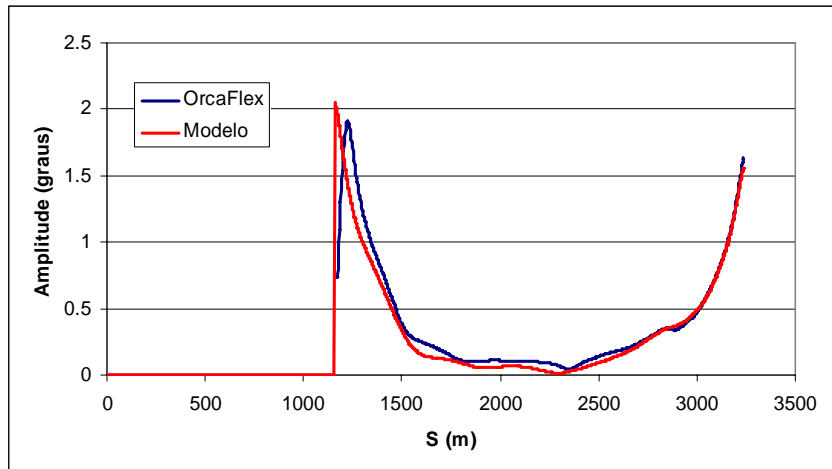


Figura 5.34 – Amplitude dinâmica de θ .

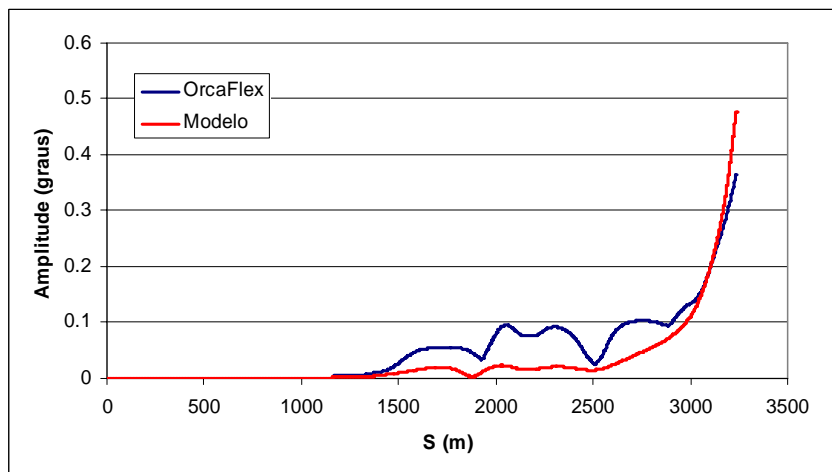


Figura 5.35 – Amplitude dinâmica de ψ .

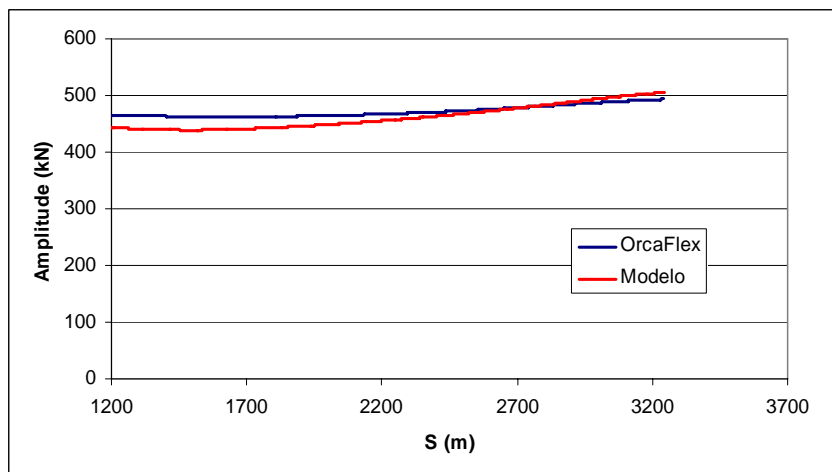


Figura 5.36 – Amplitude dinâmica da tração.

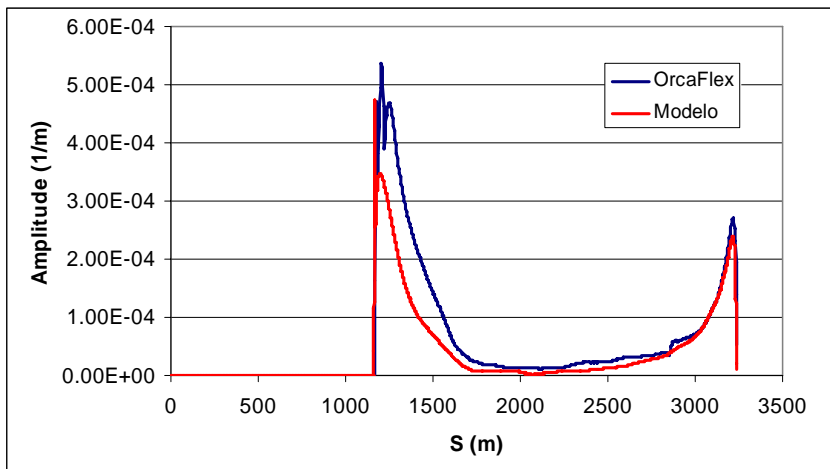


Figura 5.37 – Amplitude dinâmica da curvatura.

Lazy-wave

As comparações dos resultados para a configuração *lazy-wave* levam às mesmas conclusões que no caso da catenária. Desta forma, assim como no caso da catenária, existe uma ótima concordância na maioria dos resultados, existindo diferenças significativas apenas nas amplitudes de Y e ψ .

Condição Ambiental 1

As comparações dos resultados estáticos (Figura 5.38 a Figura 5.43) e dinâmicos (Figura 5.44 a Figura 5.50) revelam que, em geral, existe uma boa concordância nos resultados obtidos por ambos os modelos. As amplitudes de X (Figura 5.44) e Z (Figura 5.46) obtidas com o modelo estão mais próximas daquelas obtidas pelo Orcaflex do que na configuração em catenária (Figura 5.18 e Figura 5.20, respectivamente).

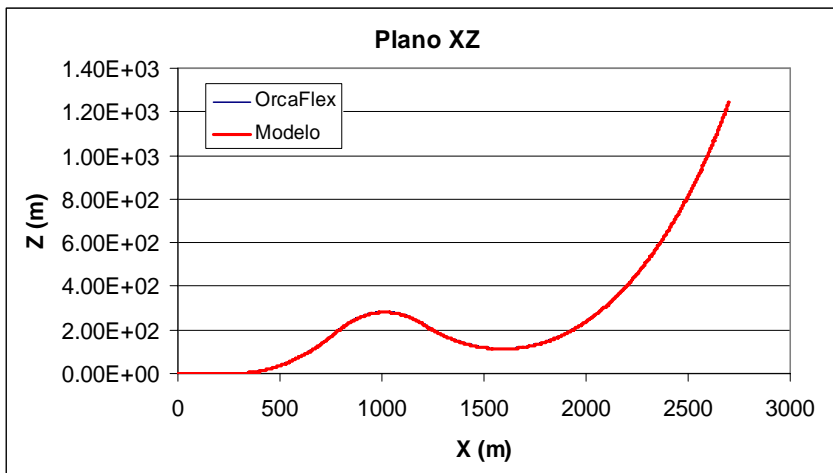


Figura 5.38 – Linha elástica no plano XZ.

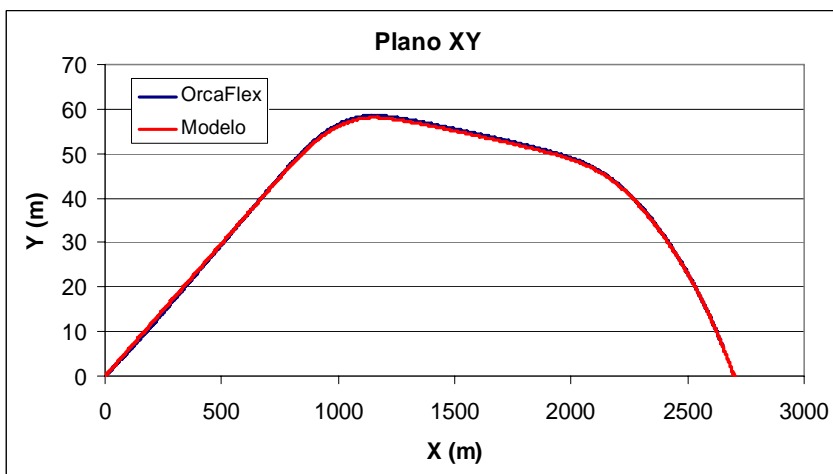


Figura 5.39 – Linha elástica no plano XY.

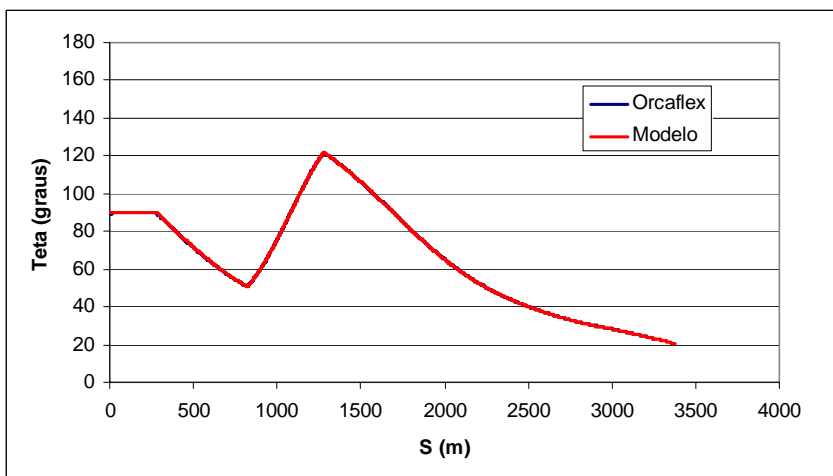


Figura 5.40 – Ângulo θ estático (em relação à vertical).

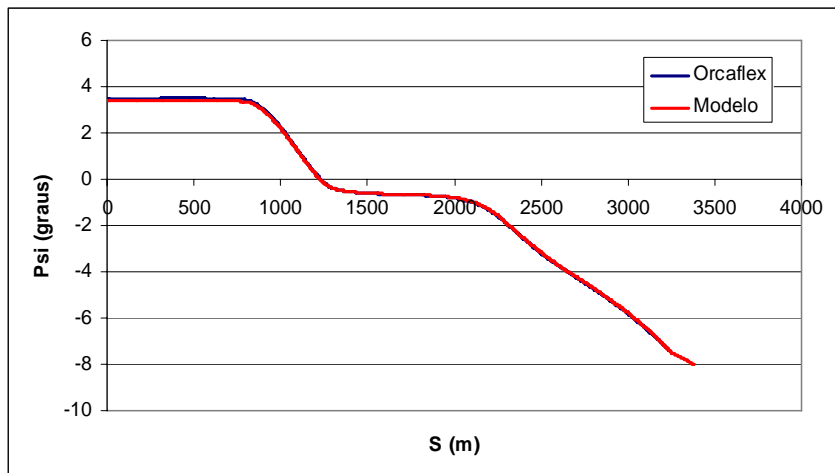


Figura 5.41 – Ângulo ψ estático.

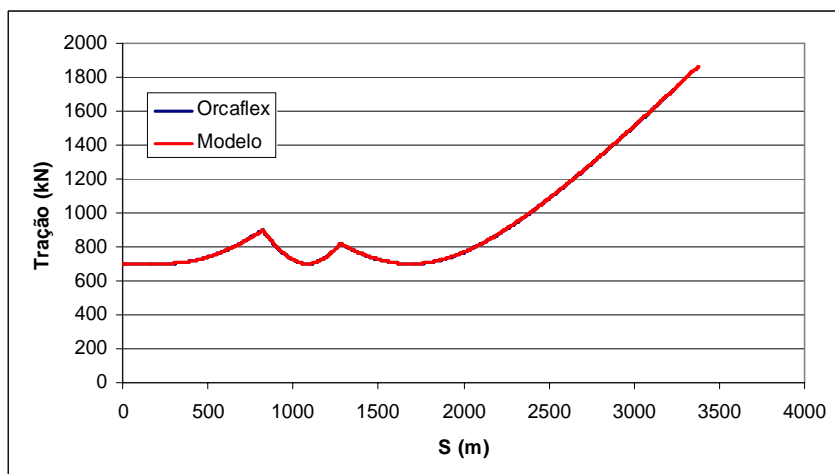


Figura 5.42 – Tração estática.

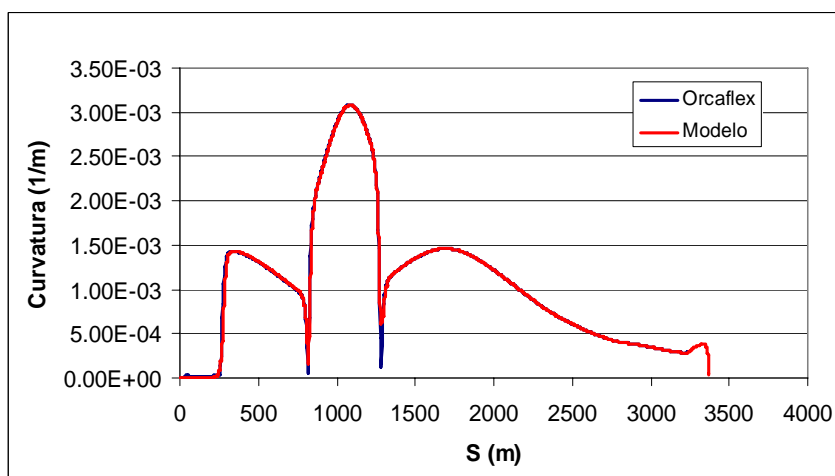


Figura 5.43 – Curvatura estática.

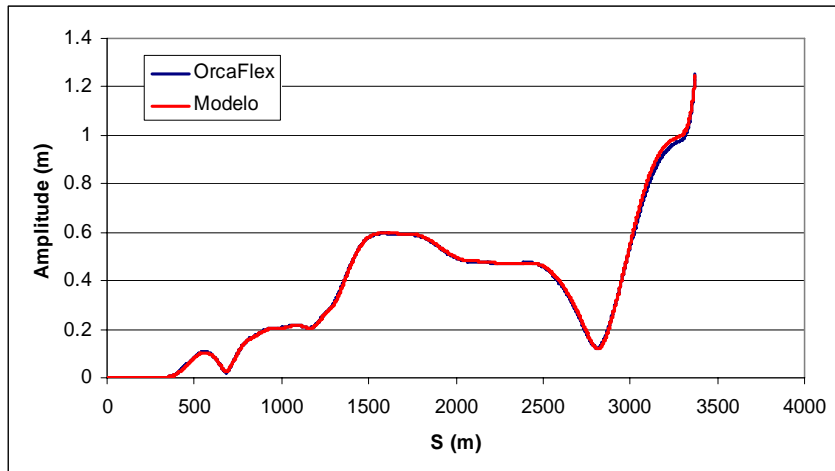


Figura 5.44 – Amplitude dinâmica de X.

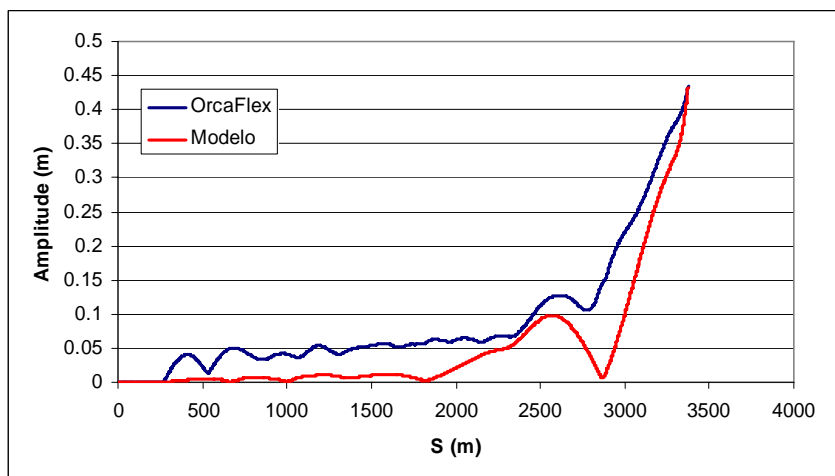


Figura 5.45 – Amplitude dinâmica de Y.

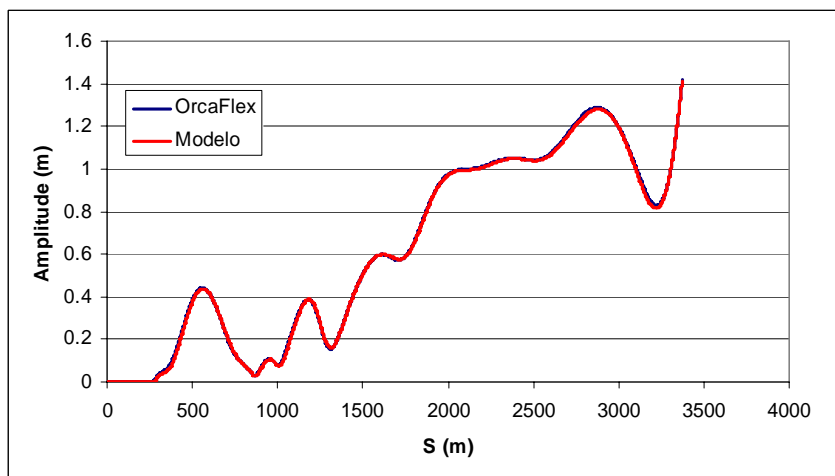


Figura 5.46 – Amplitude dinâmica de Z.

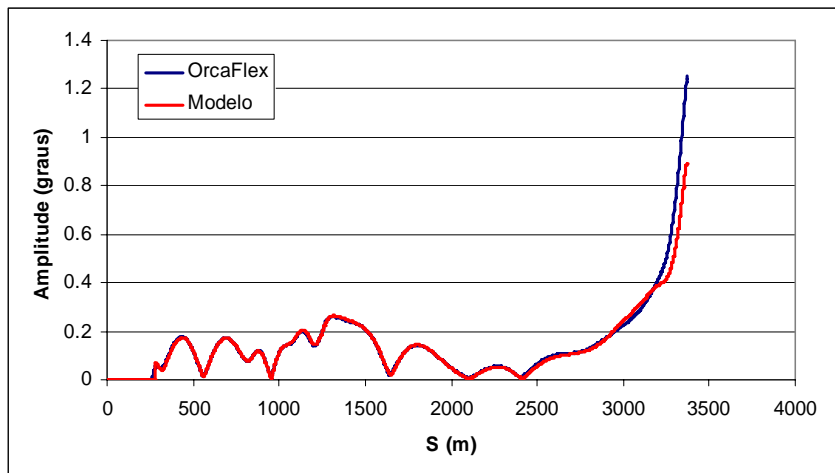


Figura 5.47 – Amplitude dinâmica de θ .

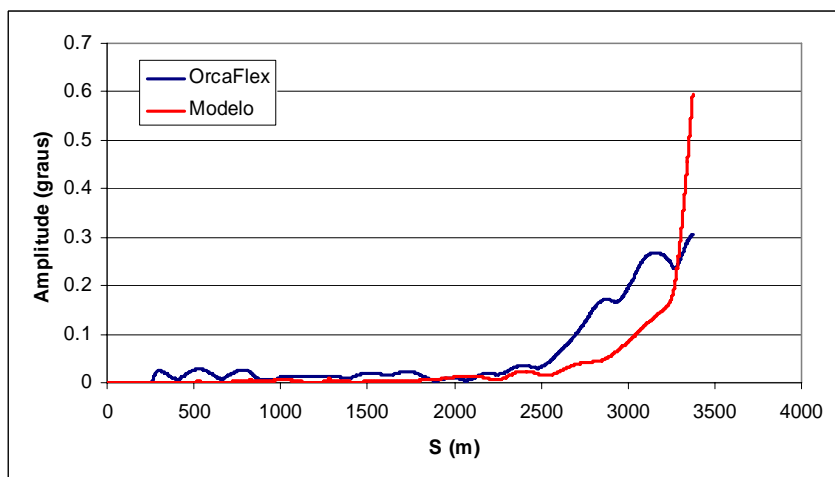


Figura 5.48 – Amplitude dinâmica de ψ .

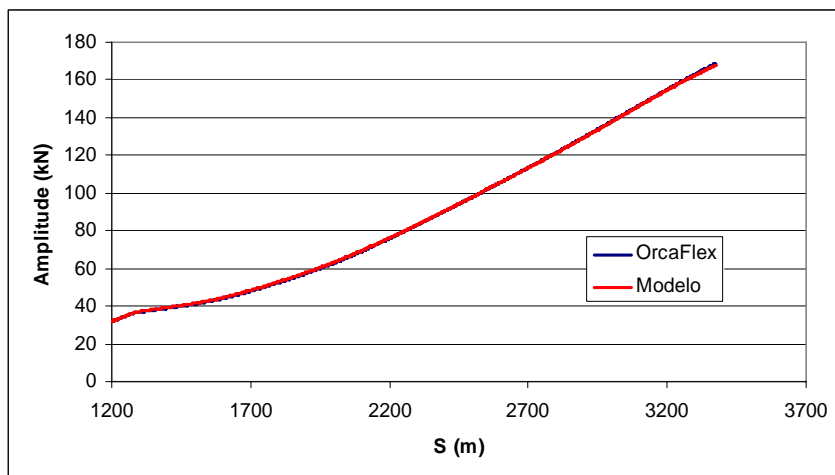


Figura 5.49 – Amplitude dinâmica da tração.

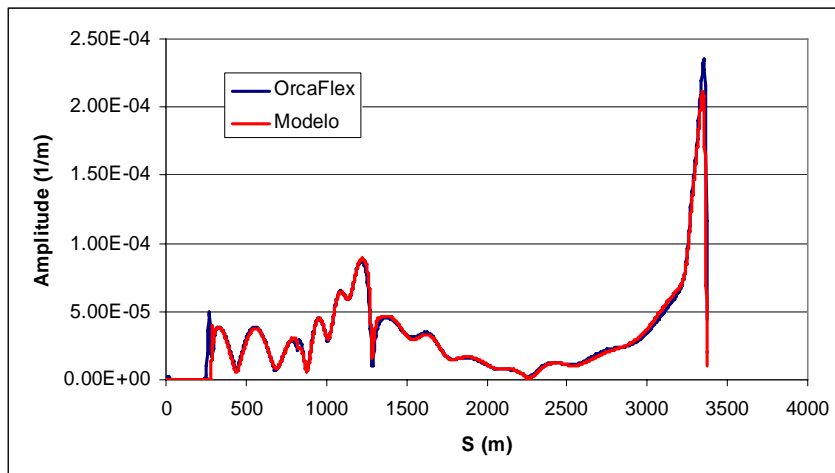


Figura 5.50 – Amplitude dinâmica da curvatura.

Condição Ambiental 2

Na segunda condição ambiental é constatado o mesmo comportamento que na condição ambiental anterior, com resultados bastante semelhantes entre os modelos, exceto para as amplitudes de Y (Figura 5.58) e ψ (Figura 5.61). Assim como na condição ambiental anterior, amplitudes de X (Figura 5.57) e Z (Figura 5.59) também são mais próximas entre os modelos para a configuração *lazy-wave* do que para a catenária.

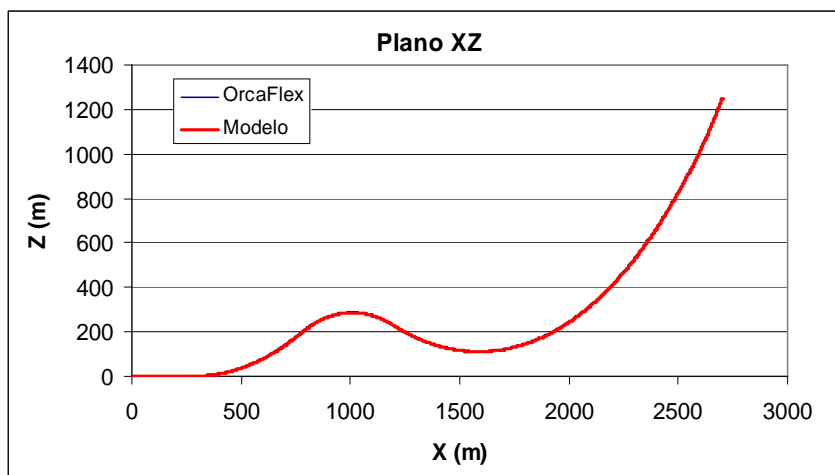


Figura 5.51 – Linha elástica no plano XZ.

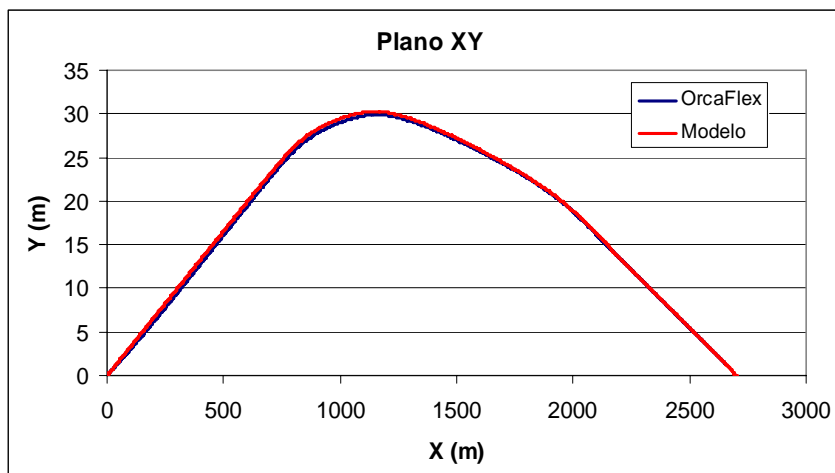


Figura 5.52 – Linha elástica no plano XY.

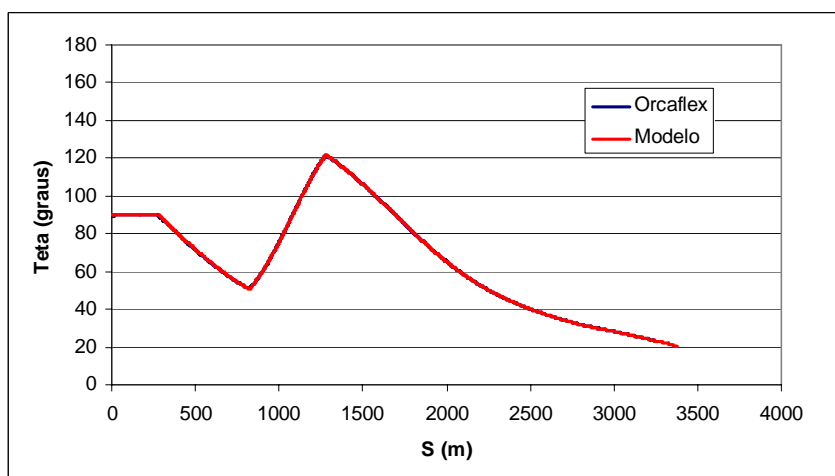


Figura 5.53 – Ângulo θ estático (em relação à vertical).

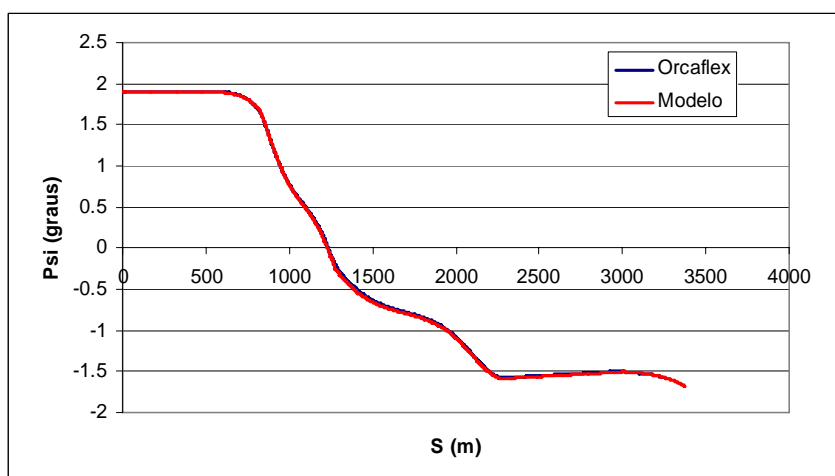


Figura 5.54 – Ângulo ψ estático.

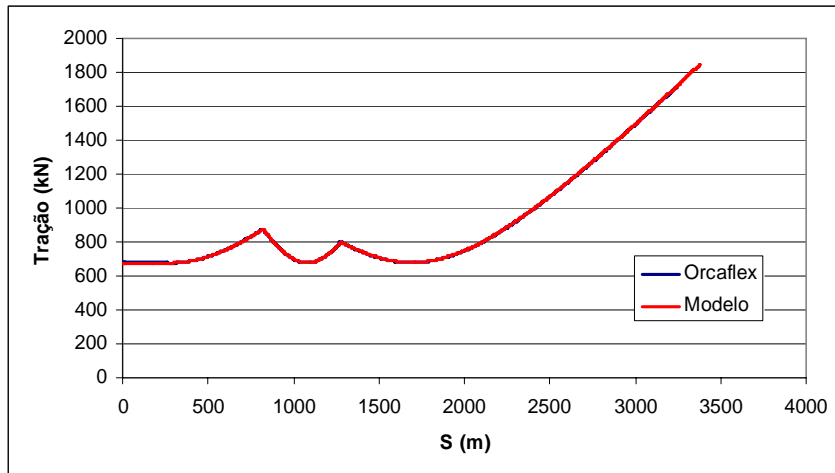


Figura 5.55 – Tração estática.

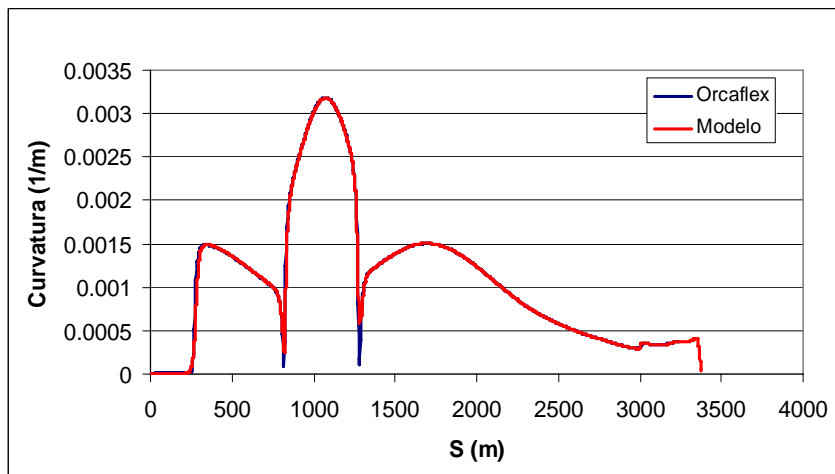


Figura 5.56 – Curvatura estática.

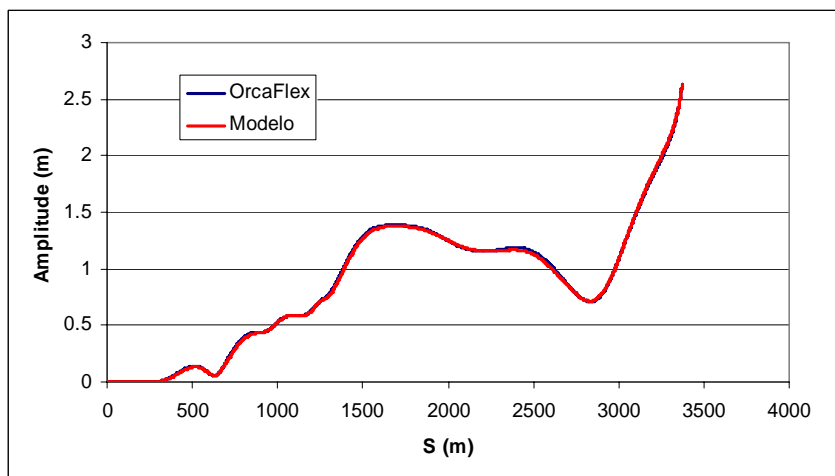


Figura 5.57 – Amplitude dinâmica de X.

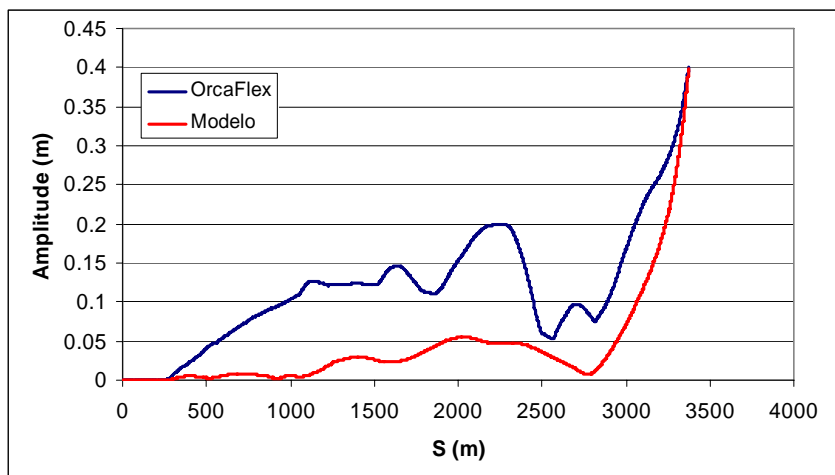


Figura 5.58 – Amplitude dinâmica de Y.

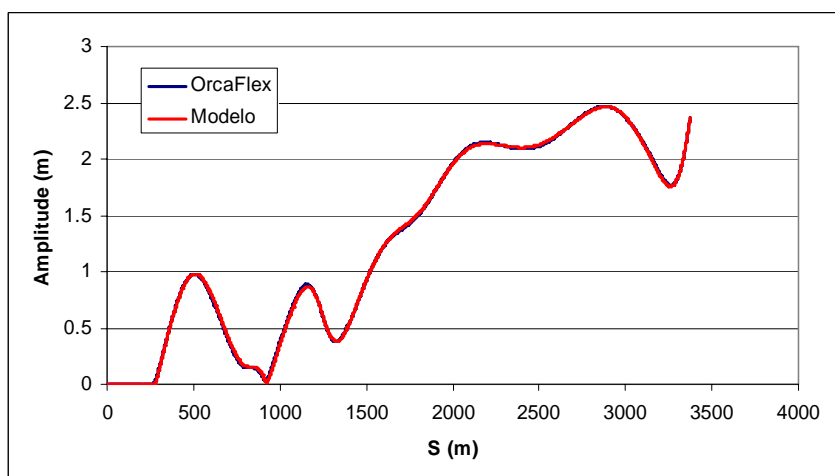


Figura 5.59 – Amplitude dinâmica de Z.

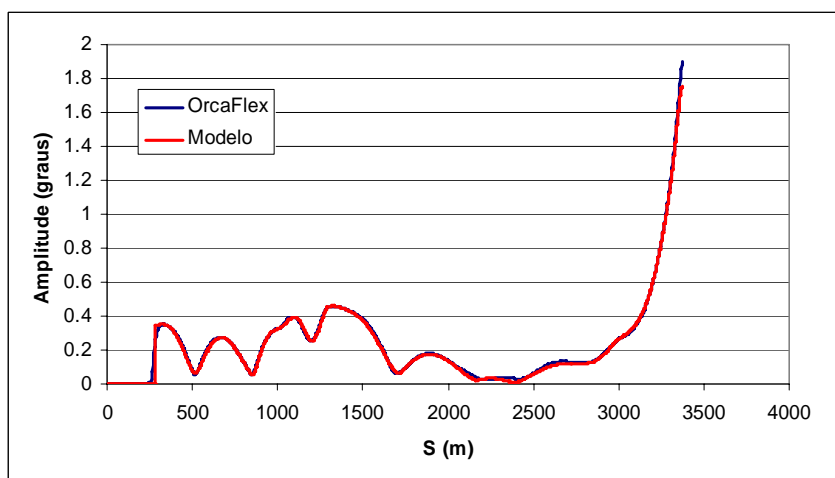


Figura 5.60 – Amplitude dinâmica de θ .

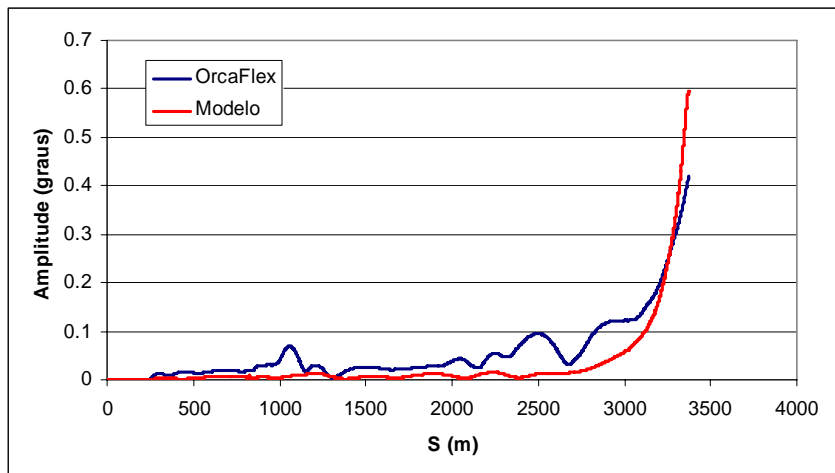


Figura 5.61 – Amplitude dinâmica de ψ .

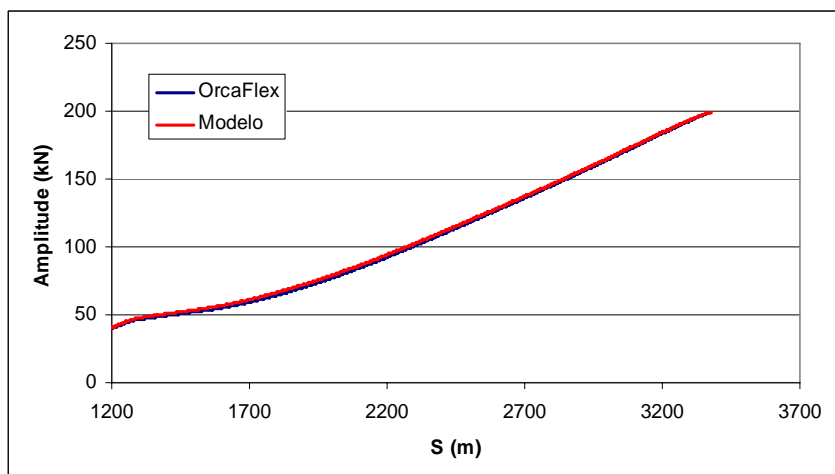


Figura 5.62 – Amplitude dinâmica da tração.

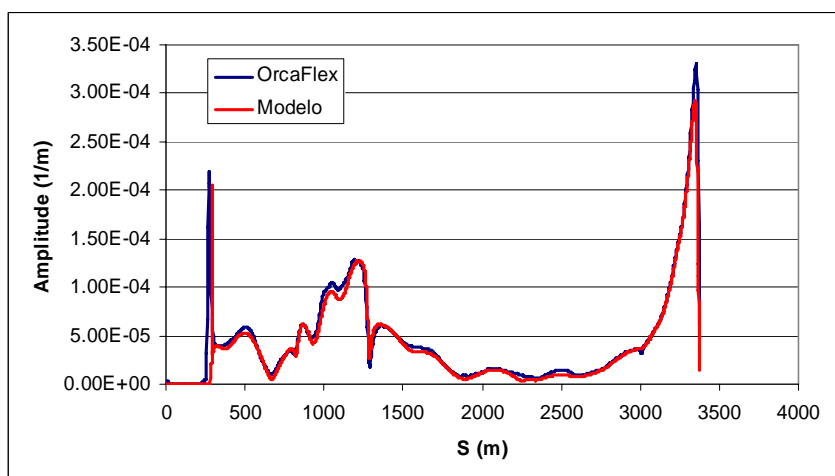


Figura 5.63 – Amplitude dinâmica da curvatura.

5.4 Cálculo das tensões sobre o riser

Neste item é apresentado o cálculo das tensões atuantes sobre o riser. São considerados como esforços atuantes a força de tração (ou compressão) suportada pelo riser (F), o momento fletor (M_f) e as pressões interna e externa (p_i e p_e , respectivamente). O cálculo é feito para um estado triplo de tensões, utilizando o sistema de coordenadas definido na Figura 5.64, onde X é a direção em torno da qual é aplicado o momento fletor, Z é a direção normal à secção transversal e a direção Y é definida pelo produto vetorial de Z por X. O estado triplo de tensões sobre um elemento está representado na Figura 5.65.

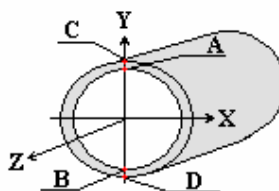


Figura 5.64 – Sistema de coordenadas e pontos críticos de tensão para um riser rígido.

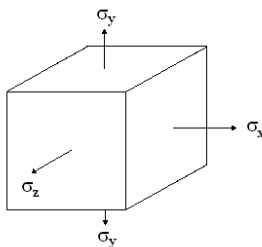


Figura 5.65 – Estado de tensões em cada ponto do riser.

Com exceção do momento fletor, os demais esforços são axissimétricos e, por isso, só é necessário estudar as tensões em 4 pontos críticos, de maior solicitação. Estes pontos estão representados na Figura 5.64, identificados por letras de A a D.

As expressões a seguir, obtidas a partir da teoria de elasticidade de tubo de parede espessa, são utilizadas para o cálculo das tensões em cada ponto:

Ponto A

$$\sigma_x = \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} p_i - \frac{2b^2}{b^2 - a^2} p_e,$$

onde a é o raio interno do riser e b o raio externo.

$$\sigma_y = -p_i$$

$$\sigma_z = \frac{2\nu(p_i a^2 - p_e b^2)}{(b^2 - a^2)} + \frac{F}{\pi(b^2 - a^2)} + \frac{4M_f a}{\pi(b^4 - a^4)}$$

Ponto B

$$\sigma_x = \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} p_i - \frac{2b^2}{b^2 - a^2} p_e$$

$$\sigma_y = -p_i$$

$$\sigma_z = \frac{2\nu(p_i a^2 - p_e b^2)}{(b^2 - a^2)} + \frac{F}{\pi(b^2 - a^2)} - \frac{4M_f a}{\pi(b^4 - a^4)}$$

Ponto C

$$\sigma_x = \frac{2a^2}{b^2 - a^2} p_i - \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} p_e$$

$$\sigma_y = -p_e$$

$$\sigma_z = \frac{2\nu(p_i a^2 - p_e b^2)}{(b^2 - a^2)} + \frac{F}{\pi(b^2 - a^2)} + \frac{4M_f b}{\pi(b^4 - a^4)}$$

Ponto D

$$\sigma_x = \frac{2a^2}{b^2 - a^2} p_i - \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2} p_e$$

$$\sigma_y = -p_e$$

$$\sigma_z = \frac{2\nu(p_i a^2 - p_e b^2)}{(b^2 - a^2)} + \frac{F}{\pi(b^2 - a^2)} - \frac{4M_f b}{\pi(b^4 - a^4)}$$

Como não foi considerado o efeito da força cortante, nem do momento de torção, as tensões de cisalhamento $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ são nulas e, portanto, a tensão equivalente de Von Mises pode ser escrita na forma:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2}}$$

CAPÍTULO 6 IMPLEMENTAÇÃO

6.1 Introdução

Este capítulo aborda a implementação desenvolvida neste trabalho, tratando de aspectos não diretamente relacionados à teoria que, por isso, foram separados tanto para possibilitar melhor organização, quanto para serem explicados em maiores detalhes.

Conforme discutido no capítulo 3, o problema de otimização que aqui se propõe resolver apresenta diversas complicações, requerendo cuidados especiais em cada fase da solução do problema e a superação de diversas dificuldades para chegar ao resultado final.

Começando pela definição do problema, embora as restrições a serem aplicadas sejam, em sua maioria, adaptações de critérios de engenharia comumente aplicados a este tipo de projeto, a função objetivo inicialmente utilizada (custo) não levou a resultados satisfatórios, motivando a procura de uma outra função objetivo, capaz de levar a soluções com resposta dinâmica desejável. Para chegar à função adotada neste trabalho, foi necessário um trabalho de análise crítica de diferentes soluções em diversas condições de carregamento, destacando pontos fortes e fracos de cada uma, até a obtenção de um critério que representa bem o desempenho de uma dada solução e através do qual se pode criar uma hierarquia de soluções melhores e piores.

As variáveis de projeto selecionadas, se implementadas da forma como definidas no capítulo 3 levariam a dois problemas: o primeiro deles é que as variáveis da flutuação permitem que mais de um conjunto de valores definam o mesmo flutuador, fazendo com que existam múltiplas soluções iguais com diferentes conjuntos de valores de variáveis de projeto, uma situação indesejável do ponto de vista de otimização. Em segundo lugar, o número de trechos variável cria dificuldades quando ocorre a remoção de um trecho, pois deve ser escolhido qual trecho deve ser removido e, também, quando um novo trecho é criado, pois as propriedades iniciais deste devem ser definidas.

Com base no estudo de trabalhos anteriores sobre otimização de *risers*, aliado aos conhecimentos pré-existentes tanto em projeto como em análise paramétrica, foram propostas alternativas para contornar estes problemas, alternativas estas que foram sendo aprimoradas com a análise dos resultados de otimização. Por fim, foram adotados o segmento flutuado equivalente (discutido na seção 6.2.2) e a fixação do número de trechos do *riser* (discutida na seção 6.2.1).

Em seguida foi necessário adequar os métodos de otimização ao problema em estudo. Dos métodos estudados e apresentados no capítulo 4, apenas o Algoritmo Genético e o Método do Recozimento Simulado são capazes de tratar o problema completo definido, por serem capazes de tratar variáveis discretas. Os demais podem apenas ser utilizados em uma versão reduzida do problema, em que os materiais do *riser* e do flutuador são mantidos fixos.

Existem, ainda, detalhes específicos que devem ser definidos para que determinados métodos possam ser utilizados. Em primeiro lugar, exceto pela programação linear seqüencial, nenhum dos métodos é capaz de lidar diretamente com as restrições. Por isso, é necessário definir uma regra de penalização, que aumenta o valor da função objetivo das soluções que violam as restrições, induzindo assim a volta para o domínio viável. A função de penalização utilizada está discutida na seção 6.3.

Também foi necessário implementar o cálculo dos gradientes tanto da função objetivo quanto das restrições, pois estes são requeridos por alguns dos métodos. Como nem a função objetivo nem as restrições podem ser escritas analiticamente, foi implementado um cálculo numérico, no caso uma diferença central. Este cálculo apresenta uma complicação quando ou a função objetivo ou as restrições não podem ser calculadas (por um problema de convergência, por exemplo) em um dos pontos necessários para o cálculo das derivadas. Estes casos foram tratados de maneira especial, passando a utilizar diferença para frente ou para trás. O cálculo dos gradientes está discutido na seção 6.4.

A seção 6.5 apresenta particularidades dos métodos de otimização. Para o método de Powell, além das penalizações, também foi necessário escolher um método específico para fazer as minimizações em linha necessárias em cada iteração (seção 6.5.1). Já o Quasi-Newton requer a matriz Hessiana cujo cálculo é computacionalmente muito pesado, por isso na seção 6.5.2 é discutido o método empregado para sua aproximação.

No Método do Recozimento Simulado, a geração de cada nova solução é feita através de uma regra de perturbação. Esta regra é específica para cada problema estudado, dependendo das características das variáveis de projeto, das restrições e da função objetivo. Foram feitas algumas tentativas e, com os próprios resultados da otimização, a regra foi sendo aprimorada até sua forma final, descrita na seção 6.5.3.

Para o Algoritmo Genético, algumas das suas fases podem ser feitas de mais de uma maneira, sendo cada uma delas mais adequada a determinados tipos de problema. Como não existem regras para saber qual maneira é a mais eficiente para o problema estudado, foram implementadas diferentes opções permitindo um teste posterior. Estas opções estão apresentadas na seção 6.5.4, que traz ainda uma discussão de detalhes de implementação da versão paralela do algoritmo, que fogem da teoria.

Como o problema tratado é o de projeto de um *riser*, que é simulado com modelos matemáticos, apesar de todo o trabalho na parte de otimização não se obtém um bom resultado se o modelo utilizado não for capaz de representar de maneira fiel o comportamento do *riser*. Por isso foi necessário aprimorar os modelos existentes não apenas para torná-los adequados ao tipo de configuração a ser simulada, mas também para aumentar sua robustez e velocidade de solução. Uma discussão das mudanças feitas nos modelos pode ser encontrada na seção 6.6.1 para o modelo estático e na seção 6.6.2 para o modelo dinâmico.

Por fim, na seção 6.7 são discutidas as ferramentas computacionais que foram implementadas para entrada de dados, execução da otimização e visualização dos resultados obtidos.

6.2 Problema de otimização

6.2.1 Número de trechos

Conforme definido no capítulo 3, o número de trechos do *riser* é uma variável de projeto, mas surge um problema no tratamento de um novo segmento recém-criado, pois é necessário definir as propriedades iniciais deste trecho (comprimento, material, diâmetro, assim como as demais discutidas no capítulo 3) e em que posição inseri-lo em relação aos demais. Para evitar estes problemas, é imposto um número de trechos, que é mantido fixo durante a otimização. Caso o número de trechos não seja o ótimo, durante a otimização os comprimentos de alguns

trechos são anulados, levando a uma solução que apresenta, de fato, o número de trechos desejado. Assim, o número de trechos fixo é o máximo que o *riser* pode ter e um *riser* com menos trechos pode ser modelado com a imposição de comprimento nulo para um ou mais trechos.

6.2.2 Trecho flutuado equivalente

Embora seja possível tratar os flutuadores da maneira descrita no capítulo 3, ou seja, considerando como variáveis o diâmetro externo, o comprimento dos módulos e o espaçamento entre eles, é possível adotar uma abordagem diferente, fazendo uma transformação de variáveis que substitui um trecho com módulos por outro com um flutuador único, que cobre o trecho inteiro, conforme a Figura 6.1, e tem as mesmas propriedades de peso submerso, arrasto e massa adicional que o trecho original, dentro das hipóteses discutidas adiante.

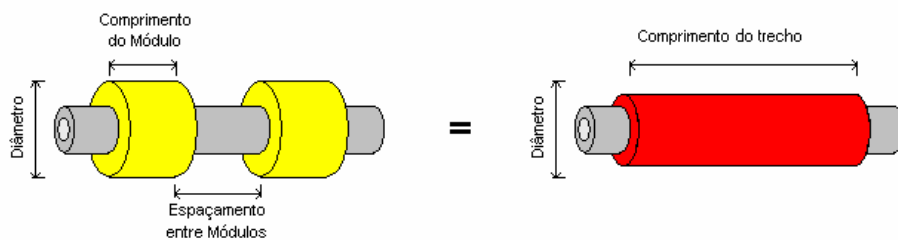


Figura 6.1 – Equivalência entre trechos.

Com esta transformação passa a ser necessário definir apenas o diâmetro equivalente do flutuador, sendo possível calcular as propriedades reais, a saber, diâmetro do flutuador, comprimento do módulo e espaçamento a partir deste diâmetro equivalente e do comprimento do trecho, que já era uma das variáveis de projeto.

O segmento flutuado é caracterizado por três incógnitas, o comprimento do módulo (L_f), o espaçamento entre módulos (S_f) e o diâmetro do flutuador (D_f), que devem ser definidos a partir do diâmetro equivalente do flutuador (D_{eq}), do peso linear equivalente (γ_{eq}), do comprimento do segmento (L_t) e do diâmetro externo do *riser* (D_t), resultados da

otimização. Para isso, são necessárias três equações. Estas foram obtidas através da igualdade de peso submerso, de força de arrasto e de força de inércia devido à massa adicional.

São conhecidos ainda o diâmetro interno do *riser* (D_{int}), a densidade da água (γ_a), os coeficientes de arrasto normal ($c_{d,t}$ e $c_{d,f}$) e de massa adicional ($c_{m,t}$ e $c_{m,f}$) do trecho de *riser* sem flutuador e do trecho de *riser* com flutuador, assim como a densidade dos materiais do *riser* e do flutuador (γ_t e γ_f). Os coeficientes de arrasto e de massa adicional, a rigor, são dependentes das variáveis L_f , S_f , D_f e D_t , por isso, é necessário conhecer a dependência dos coeficientes com estas variáveis e realizar um processo iterativo para encontrar os valores corretos.

Impondo a igualdade de peso submerso entre trecho flutuado e trecho equivalente, temos:

$$\frac{\pi}{4}(\gamma_{eq} - \gamma_a)D_{eq}^2(L_f + S_f) = \frac{\pi}{4}[\gamma_t(D_t^2 - D_{int}^2) + \gamma_f(D_f^2 - D_t^2) - \gamma_a D_f^2]L_f + \frac{\pi}{4}[\gamma_t(D_t^2 - D_{int}^2) - \gamma_a(D_t^2)]S_f$$

Com alguma manipulação algébrica, chega-se à seguinte equação:

$$D_f^2 = D_{eq}^2 \left(1 + \frac{S_f}{L_f} \right) - \frac{(\gamma_f + \gamma_a)}{(\gamma_f - \gamma_a)} D_t^2 \left(\frac{S_f}{L_f} \right)$$

A força de inércia devido à massa adicional pode ser escrita para um elemento infinitesimal de tamanho ds como:

$$\vec{f}_i = -\frac{\pi}{4} D^2 \rho_a c_m ds \vec{n}$$

Pode-se igualar a força total sobre um trecho de *riser* de comprimento $L_f + S_f$ com a seguinte equação:

$$\frac{\pi}{4} D_{eq}^2 c_{m,t} (L_f + S_f) = \frac{\pi}{4} D_f^2 c_{m,f} L_f + \frac{\pi}{4} D_t^2 c_{m,t} S_f,$$

que, manipulada, se torna:

$$S_f = \frac{\frac{D_f^2 c_{m,f}}{D_{eq}^2 c_{m,t}} - 1}{1 - \frac{D_t^2}{D_{eq}^2}} L_f$$

Por fim, é igualada a força de arrasto na direção normal ao *riser*, modelada pela fórmula de *Morison* (FALTINSEN, 1990):

$$\vec{f}_d = -0,5 \rho_a D c_d |\vec{v}_{c,n}| \vec{v}_{c,n},$$

onde $\vec{v}_{c,n}$ é a velocidade da corrente na direção normal ao *riser*. Assim, pode-se fazer a equivalência considerando a força sobre um trecho de comprimento $L_f + S_f$:

$$D_{eq} c_{d,t} (L_f + S_f) = D_f c_{d,f} L_f + D_t c_{d,t} S_f$$

$$L_f = \frac{(D_{eq} - D_t) c_{d,t}}{D_f c_{d,f} - D_{eq} c_{d,t}} S_f$$

Desta forma, são obtidas as três equações que permitem definir os parâmetros do trecho flutuado em função dos parâmetros do trecho equivalente, obtidos através da otimização.

Como não está sendo levada em conta a transição entre trecho com flutuador e sem flutuador, o resultado acima é uma aproximação. Esta aproximação, no entanto, pode ser a única possível, pois não são disponíveis, em geral, na etapa de projeto, as curvas de c_d e c_m em função de todas as combinações de parâmetros do flutuador (L_f , S_f e D_f).

6.3 Penalizações

Em problemas como o tratado aqui, em que o tamanho do domínio viável em relação ao espaço de busca é muito pequeno, a utilização de penalizações (discutidas no capítulo 2) ganha uma importância enorme, pois é muito difícil encontrar um ponto viável para servir de solução inicial, especialmente por meios aleatórios, como requerem o Método do Recozimento Simulado e o Algoritmo Genético. A utilização das penalizações também facilita a transição de uma área do domínio viável para outra não contígua no caso dos

algoritmos heurísticos. Isto acontece por que, caso apareça um ponto que não está no domínio viável, as penalidades evitam o descarte desse ponto e induzem a ida para a região do domínio viável mais próxima.

Devido aos motivos apresentados e ao uso de penalizações ter sido feito com sucesso em trabalhos como Tanaka e Martins (2006) e Rodrigues (2004), este será o tratamento dado às restrições neste trabalho. A seguinte função de penalização foi selecionada:

$$f_{obj}^p(x) = f_{obj}(x) \prod_{i=1}^n (1 + p_i) w_i$$

Onde:

$f_{obj}^p(x)$ valor da função objetivo após a penalização;

$f_{obj}(x)$ valor da função objetivo antes da penalização;

n número de restrições desrespeitadas;

p distância relativa do valor da restrição para o limite permitido

(Exemplo: Se o ângulo no topo máximo permitido é 5 e encontra-se 8, então $p = (8-5)/5 = 0,6$. Se o limite for nulo o próprio valor da restrição é utilizado.);

w peso da restrição. Utilizado para ajustar a importância relativa das restrições.

Esta função tem as seguintes características:

- A penalização aumenta com o número de restrições violadas;
- A penalização aumenta com o grau de violação de cada restrição;
- A ordem de grandeza da função é mantida se as violações não forem muito grandes e numerosas;

Estas três características são desejáveis em uma função de penalização (RAO, 1996), justificando sua utilização neste trabalho.

6.4 Cálculo dos gradientes

Três dos métodos descritos no capítulo 4 (PLS, Fletcher-Reeves e Quasi-Newton) requerem o cálculo de gradientes, por isso foi necessário implementar este cálculo.

Tanto as restrições quanto a função objetivo são calculadas com base em diversas simulações estáticas e dinâmicas, o que torna impossível calcular os gradientes de forma analítica. Por isso, foi implementada derivação numérica por diferença central, de acordo com a equação a seguir:

$$f'(x) \cong \frac{f(x + \Delta x) - f(x - \Delta x)}{2\Delta x}$$

onde Δx é fornecido pelo usuário.

Em alguns casos a função objetivo ou uma das restrições não é definida em um dos pontos necessários ao cálculo do gradiente. Nesse caso, o programa passa automaticamente a utilizar uma diferença para frente ou para trás, dependendo do ponto no qual não é definida a função objetivo ou uma das restrições. As equações para o cálculo das derivadas nestes casos são, respectivamente:

$$f'(x) \cong \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

e

$$f'(x) \cong \frac{f(x) - f(x - \Delta x)}{\Delta x}$$

6.5 Métodos de Otimização

6.5.1 Método das Direções Conjugadas de Powell

O método de Powell não leva em conta as restrições do problema, por isso é fundamental que sejam utilizadas penalizações para tornar o método aplicável ao problema específico tratado aqui. As penalizações utilizadas são de acordo com o descrito na seção 6.3.

As minimizações em cada uma das direções foram implementadas utilizando o método de Divisão de Intervalo (seção 4.2.6).

6.5.2 Quasi-Newton

Neste método, a cada iteração, a matriz Hessiana deve ser reavaliada para o cálculo da direção de busca. Conforme descrito no item 6.4, não é possível derivar analiticamente a função objetivo, o que leva ao cálculo numérico do gradiente. O mesmo vale para a matriz Hessiana, ou seja, esta só poderia ser calculada numericamente. No entanto, o cálculo numérico é demorado, pois envolve duas avaliações da função objetivo para cada termo. Como no caso do gradiente são n termos, onde n é o número de variáveis de projeto e no caso da Hessiana n^2 termos, um cálculo da Hessiana toma um tempo muito maior que um de gradiente.

Para contornar o problema da demora de cálculo da Hessiana, foi utilizada uma técnica para aproximação desta matriz conhecida como DFP, descrita na seção 4.2.4.1, que permite a aplicação do algoritmo de otimização mesmo sem conhecimento da Hessiana real e utiliza nessa aproximação apenas o gradiente que, conforme explicado anteriormente é calculado muito mais rapidamente. Neste trabalho foi utilizada a técnica DFP, por uma razão prática, pois a DFP faz a aproximação da inversa da matriz Hessiana, conforme utilizado pelo método de Newton, enquanto a outra técnica comumente utilizada, a BFGS, aproxima a Hessiana e necessitaria de uma inversão de matriz a cada iteração.

6.5.3 Método do Recozimento Simulado

Conforme explicado na seção 4.3.1, a perturbação da configuração é específica para cada problema e muito pouca orientação pode ser encontrada na literatura, apenas uma linha geral de atributos desejáveis:

I - Deve gerar uma configuração viável a partir de outra viável;

II - Deve ser baseada em alguma regra aleatória;

III - Deve depender da “temperatura”, gerando maiores diferenças nas variáveis quando a “temperatura” for alta;

No problema aqui estudado, o 1º atributo é o mais difícil de cumprir, pois é impossível determinar, exceto em alguns casos específicos, se uma configuração é viável ou não antes da realização das simulações estáticas e dinâmicas.

A regra utilizada na implementação realizada escolhe aleatoriamente variáveis a serem alteradas e as muda de um valor proporcional a um número aleatório entre 0 e 1 multiplicado pela relação entre a “temperatura” atual e a inicial e pelo tamanho do intervalo de variação definido pelo usuário para aquela variável específica.

Como são utilizados números aleatórios para seleção das variáveis a serem alteradas e também para a amplitude da alteração de valor, o 2º atributo é cumprido. A multiplicação pela razão entre “temperatura” atual e inicial garante o cumprimento do 3º atributo, pois a amplitude de variação depende da “temperatura” atual, a qual é decrescente ao longo do processo de otimização.

6.5.4 Algoritmo Genético

Conforme descrito no item 4.3.2, o Algoritmo Genético tem quatro fases: cálculo de aptidão, seleção, recombinação e mutação. Para a mutação, apenas uma possibilidade foi discutida, tendo sido esta implementada. Para a fase de recombinação, foi implementada a recombinação multiponto, com o número de pontos podendo ser definido pelo usuário. Para a seleção foram implementados os mecanismos Roleta e Torneio. Como ambos são mutuamente exclusivos, um deles deverá ser escolhido em cada otimização. Também foi implementado o mecanismo de Elitismo, que seleciona os melhores de uma geração diretamente para a seguinte. Este mecanismo não interfere com os outros dois, sendo complementar a eles e podendo ser utilizado ou não conforme a conveniência do usuário. Por fim, para o cálculo de aptidão foram implementados os tipos Misto e Classificação. Novamente, ambos são excludentes e, por isso, deve ser selecionado um deles para cada otimização.

A existência de diferentes maneiras para a realização de cada uma das fases do Algoritmo Genético combinada com os parâmetros que devem ser definidos (como probabilidades de mutação e recombinação) leva a um grande número de possibilidades de configuração do algoritmo. Por isso, é necessário estudar quais valores de parâmetros e que mecanismos

devem ser utilizados para realizar a otimização. Este é o tema do Apêndice B, onde são apresentados resultados de testes com cada um dos mecanismos implementados.

Foi também implementada uma versão paralela do algoritmo para permitir sua execução nos *clusters* disponíveis. A paralelização foi feita conforme descrito no item 4.3.2, dividindo o cálculo das aptidões entre os nós escravos e concentrando toda a parte do Algoritmo Genético propriamente dito no nó central.

A programação dos nós escravos foi feita de forma a poder ser usada não só pelo Algoritmo Genético, mas também pelo Método do Recozimento Simulado e por qualquer outro método que venha a ser paralelizado. Isto foi feito utilizando campos definidos pelo MPI (Apêndice A), chamados *tags*, como parâmetros de comando. Assim, na própria mensagem recebida pelo nó escravo com os dados do indivíduo, vem também codificada uma ordem, por exemplo, de calcular sua aptidão ou de sair do programa após envio dos resultados.

Este mecanismo permite um controle mais eficiente dos nós escravos pelo nó central, diminuindo o tamanho das mensagens a serem enviadas, o que é de grande importância em uma implementação paralela, pois a comunicação entre os nós costuma ser um dos gargalos do desempenho da paralelização.

6.6 Modelos

6.6.1 Modelo Estático

O modelo estático, cuja dedução completa é desenvolvida no Capítulo 5, é resolvido através da integração direta das equações que regem o problema do cabo perfeitamente flexível, submetido posteriormente a uma correção do tipo camada limite, para levar em conta o efeito da rigidez flexional. O modelo desenvolvido neste trabalho é uma extensão daquele apresentado por Santos (2003), que foi generalizado para tratar de configurações *lazy-wave* e teve os algoritmos de solução trabalhados para melhorar a robustez, passando a resolver casos que anteriormente não eram possíveis, e diminuir o tempo computacional. Ambos os objetivos são muito importantes para sua aplicação em otimização, pois esta, além de executar o modelo diversas vezes, cria soluções pouco convencionais, que desafiam a capacidade do

modelo e que não seriam criadas por um projetista comum sendo, por isso, o modelo pouco testado anteriormente nestas situações.

Para iniciar a integração é necessário conhecer os valores das três componentes da força no topo, que não são conhecidas a priori. Quando são utilizados valores incorretos das componentes, as coordenadas da posição em que o cabo termina são diferentes daquelas impostas, mais próximas destas o quanto mais próxima a força no topo for da correta. Utilizando desta propriedade, o algoritmo de solução encontra intervalos para os valores das componentes das forças através da análise das coordenadas do fim do *riser* para diferentes valores de força no topo. As componentes são variadas uma a uma, até que a coordenada correspondente a esta direção seja a correta.

A ordem desta variação é importante, pois embora não afete o resultado quando existe convergência, afeta a convergência e o tempo de solução. Por isso foi estudada a melhor ordem para variação nas componentes das forças do topo.

A análise teórica do problema, em conjunto com a simulação de casos de teste mostrou que a melhor ordem é a seguinte: primeiro a força vertical é iterada, em seguida a força na direção ortogonal ao plano definido pela reta que une as duas extremidades do *riser* e pela vertical passando por uma dessas extremidades e, por fim, a força na direção ortogonal às duas primeiras.

A força vertical é a primeira a ser iterada por que está associada à maior não-linearidade do problema, o toque no solo. Esta força deve ser tal que no ponto de toque, o ângulo entre *riser* e solo seja nulo. Se a força vertical for superestimada, o ângulo se anulará antes do solo ser tocado e, continuando a integração, o *riser* começará a subir. Este caso não era tratado anteriormente, sendo descartado o valor encontrado quando isto acontecia. Para permitir o tratamento deste caso, em vez de iterar a força até que o ângulo na cota do solo se anule, foi adotado um procedimento inverso e é iterada a força até que a cota do ponto em que o ângulo se anula coincida com a do solo.

Esta ordem de variação descrita acima é a melhor tanto do ponto de vista de desempenho computacional quanto de capacidade de convergência do modelo.

Em testes posteriores, verificou-se também que a convergência do método é sensível ao máximo passo permitido para a integração. Enquanto um passo máximo da ordem de 100

metros funciona bem para a grande maioria dos casos, em determinadas situações, importantes do ponto de vista de engenharia, há necessidade de um passo menor, da ordem de 10 metros. Como não é possível saber, a priori, quais os casos que necessitam de menor passo máximo e a simulação é bem mais lenta se realizada com passo menor, foi criado um mecanismo automático para ajuste deste passo, iniciando pelo passo definido pelo usuário e diminuindo de acordo com o resultado da simulação. Como as configurações que necessitam de passos menores divergem rapidamente quando um passo grande demais é utilizado, este mecanismo é bastante eficiente.

6.6.2 Modelo Dinâmico

Para adequar o modelo dinâmico ao problema de otimização foi necessário, em primeiro lugar generalizá-lo para os casos de *lazy-wave*, já que anteriormente somente catenárias eram modeladas. O modelo utilizado é baseado no método dos elementos finitos e está apresentado no Capítulo 5.

Depois de concluída a alteração do modelo, durante os testes foi notado que para casos de *lazy-wave* era necessária uma quantidade muito grande de elementos para obter um resultado satisfatório, consumindo muito tempo computacional. Isto motivou a troca do tipo de elemento utilizado e mudança no modelo para um novo elemento, um pórtico com 12 graus de liberdade e continuidade de ângulos entre elementos. Apesar de bastante trabalhosa, esta alteração foi importante, pois tornou possível a obtenção de resultados de boa qualidade com um número pequeno de elementos, tornando a simulação muito mais rápida. A Tabela 6.1 mostra uma comparação entre os períodos naturais da *lazy-wave* da Figura 7.5, um dos resultados do estudo de caso, calculados com diferentes números de elementos e com os elementos de treliça e de pórtico para ilustrar o ganho obtido com a troca de elemento.

Pode-se observar pela tabela que para o elemento de treliça a solução demora a convergir com o aumento no número de elementos. Por outro lado, com o elemento de pórtico a solução com 400 elementos é bastante próxima da solução com 1600 elementos e semelhante àquela da treliça com 25600 elementos, sendo obtida em um tempo computacional muito menor.

Tabela 6.1 – Comparação entre períodos naturais (s) para diferentes tipos e quantidades de elementos.

Elementos	Treliça			Pórtico	
	800	6400	25600	400	1600
1	49,63	104,15	115,61	121,26	121,43
2	40,83	50,06	52,45	53,76	53,93
3	35,68	37,45	37,94	38,11	38,20
4	22,74	30,26	31,93	32,53	32,56
5	22,48	23,76	24,01	24,04	24,10

Outra alteração importante foi feita na parte de linearização do amortecimento. Esta linearização é feita alterando iterativamente o coeficiente de arrasto para que a energia dissipada em um ciclo seja igual pelos modelos linear e não-linear. Foi adotado o critério de linearização por nó descrito por Takafuji e Martins (2007), no qual a igualdade de energia dissipada por ciclo é imposta para cada nó. Este critério foi utilizado por ter mostrado melhores resultados do que o critério global que era utilizado anteriormente (MARTINS, 2000), em que é feito um balanço da integral da energia dissipada ao longo do *riser*.

6.7 Ferramentas Computacionais

Para executar a otimização, foi necessário criar uma ferramenta computacional. Nesta ferramenta foram implementados os modelos estático e dinâmico discutidos acima, assim como os seis métodos de otimização não-linear, o método de otimização em linha e o Simplex, para problemas lineares, todos discutidos no capítulo 4.

A análise dos recursos computacionais disponíveis e do problema a ser resolvido mostra que o volume de dados necessário para a otimização é grande, assim como o volume de dados produzidos como resultado. Assim, foi necessária a criação de uma interface para que o usuário pudesse fornecer os dados de entrada de maneira prática e que permitisse a visualização dos resultados da otimização. Por outro lado, o *software* de otimização é portátil, para permitir a utilização tanto em sistemas Windows, mais comuns em

computadores pessoais, quanto em sistemas Linux, normalmente utilizados em computadores paralelos.

Combinando estes requisitos com a experiência em desenvolvimento de *software* pré-existente, chegou-se à conclusão de que dois *software* deveriam ser desenvolvidos: um para a interface de entrada de dados e visualização de resultados e outro para realização da otimização propriamente dita.

No primeiro *software* foi utilizada a linguagem C# e o compilador Microsoft Visual Studio, que permitem uma maior produtividade no desenvolvimento da interface, por contarem com controles prontos para determinadas tarefas, como edição de tabelas e visualização gráfica ou tabular de resultados. Este *software* foi feito de maneira a criar o arquivo de entrada para o otimizador e ler o arquivo de resultados gerado por este. O processo pode ser feito de maneira automatizada caso se deseje utilizar a versão Windows do *software* de otimização. Neste caso, o arquivo de entrada é gerado, o *software* de otimização executado automaticamente e, após seu término, o arquivo de resultados é aberto e o usuário pode consultá-los. Caso a versão Linux (ou outra que venha a ser desenvolvida) seja utilizada, o usuário tem a opção de gerar o arquivo de entrada, que deve ser copiado manualmente para a máquina em que se executará a otimização. O *software* de otimização deve então ser executado e o arquivo de resultados gerado pode ser posteriormente aberto para permitir a visualização destes.

Já o *software* de otimização foi desenvolvido em C++ padrão ANSI, beneficiando-se da flexibilidade desta linguagem e do desempenho superior do código gerado em relação ao C#. Os recursos de linguagem orientada a objeto foram utilizados para criar uma classe virtual que representa um problema de otimização. Para cada problema a ser resolvido, é derivada uma classe que compartilha os métodos da classe virtual, substituindo aqueles que devem ser realizados de maneira diversa da padrão. Com isso, o problema a ser resolvido torna-se transparente para os algoritmos de otimização e estes podem ser utilizados sem alterações em outros problemas em que venham a ser necessários. Para a entrada de dados neste *software*, foi criado um formato de texto, por permitir a criação tanto manual como automática através do *software* de interface. A saída de resultados é feita através de dois arquivos. O primeiro, em formato texto, para permitir inspeção visual pelo usuário, traz um resumo de cada configuração simulada, com seus valores de variáveis de projeto, restrições e valor de função objetivo, assim como informações sobre o processo de otimização, diferentes para cada método. O segundo arquivo é em formato binário e contém todos os resultados da otimização,

incluindo linhas elásticas e outros resultados para cada condição dinâmica ou estática da configuração ótima em cada iteração (ou geração) do método de otimização utilizado. Este arquivo pode ser aberto no outro *software* para visualização dos resultados.

Este *software* já foi compilado e testado com os compiladores Microsoft Visual Studio, G++ e Intel C++ Compiler for Linux (ICPC). Enquanto o primeiro gera o executável para a plataforma Windows, os demais o fazem para a plataforma Linux, para diversos *hardwares*, tendo o *software* sido testado tanto em computadores pessoais (i386), quanto em máquinas Xeon e Itanium. Como foi utilizada a linguagem C++ com o padrão ANSI, não devem existir problemas significativos de portabilidade caso seja necessário compilar o *software* em outra plataforma. A implementação paralela foi realizada utilizando o padrão MPI, para o qual existem diferentes pacotes para diversos *hardwares*, todos capazes de interpretar as diferentes instruções da maneira adequada ao sistema em que se dá a execução. Assim, a paralelização também não impede a portabilidade do *software*. O Apêndice A apresenta uma visão geral sobre o padrão MPI.

CAPÍTULO 7 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo será feito um estudo de caso com o objetivo de mostrar os resultados que podem ser obtidos com a utilização de otimização para solucionar o problema definido nos capítulos anteriores.

Na seção 7.1.1 são apresentados os dados gerais do caso estudado. Na seção 7.1.2 é estudada a influência das condições ambientais sobre o resultado da otimização, iniciando pelos movimentos do topo causados pelas ondas incidentes sobre a unidade flutuante e passando às correntezas e *offsets*, sempre para o caso em que o *riser* está ligado a uma plataforma semi-submersível. Em seguida, na seção 7.1.3 são feitas comparações entre os algoritmos de otimização apresentados no capítulo 4. Primeiro, dois algoritmos heurísticos, o Método do Recozimento Simulado e o Algoritmo Genético são comparados, quanto à solução ótima fornecida e o tempo computacional para otimização. Também é estudada a paralelização de ambos os métodos e a redução de tempo de simulação obtida para cada um deles. Em seguida, os métodos locais são comparados entre si, em um conjunto de casos escolhidos aleatoriamente. São estudados tempos e qualidade da solução encontrada por cada método. Um destes métodos é selecionado e utilizado para refinar a resposta obtida por um dos algoritmos heurísticos. Na seção 7.1.4, a função objetivo adotada (máxima amplitude de tensão dinâmica) é comparada com outras duas funções objetivo, o custo e a máxima tensão estática, sendo mostradas as vantagens e desvantagens de cada uma através da análise das configurações ótimas obtidas com cada função objetivo. É inclusive estudado um caso em que há variação no diâmetro externo do *riser*. Na seção 7.2, é estudado o caso em que o *riser* está preso a um outro tipo de plataforma: uma FPSO, que apresenta movimentos muito maiores do que uma plataforma semi-submersível. Na seção 7.2.1 é apresentado o resultado obtido pela otimização, que é comparado com o resultado obtido para o caso da plataforma semi-submersível e também com uma catenária. Na seção 7.2.2, são apresentados os resultados de otimizações nas quais o ângulo do topo é dado, um caso de grande importância prática, pois é comum que se tenha este ângulo especificado. Vários ângulos são simulados, e os resultados são comparados entre si e com o caso em que o ângulo é livre.

7.1 Plataforma Semi-Submersível

7.1.1 Dados

No caso estudado, o *riser* será instalado em uma região em que o mar tem profundidade de 1255 metros. A projeção horizontal é de 2340 metros, com o *riser* se estendendo do ponto de truncamento do modelo para o topo na direção de oeste para leste e a sua cota de fixação é 1247,9 metros. A Figura 7.1 mostra algumas dimensões do caso estudado.

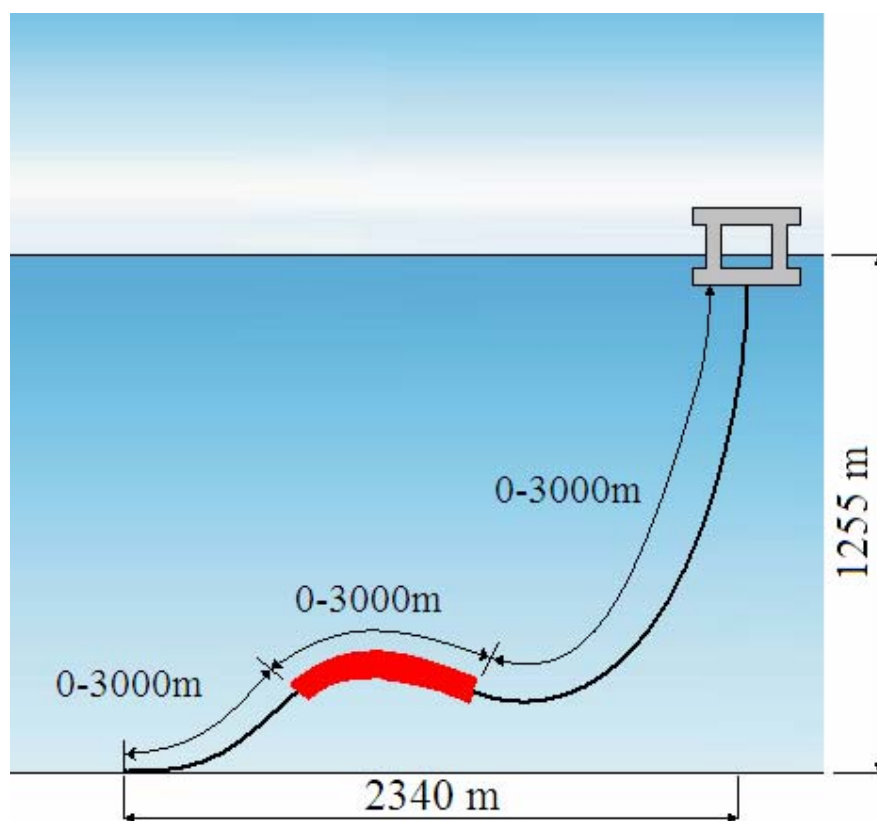


Figura 7.1 – Ilustração do estudo de caso.

O diâmetro interno do *riser* é de 0,3556 metros e o externo é de 0,4064 metros, exceto na seção 7.1.5, onde o efeito da variação do diâmetro externo é estudado. A Figura 7.2 mostra o *riser* utilizado.

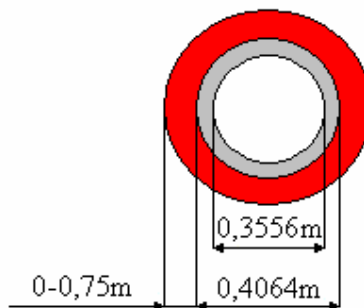


Figura 7.2 – Representação do riser utilizado no estudo de caso.

O material do riser é um aço de densidade 7800 kg/m^3 e módulo de elasticidade 210 GPa . O flutuador do segmento intermediário é de um material de densidade 500 kg/m^3 .

As variáveis de projeto podem tomar valores dentro do intervalo da Tabela 7.1. O intervalo selecionado permite que sejam analisadas desde configurações em catenária até *lazy-waves* com flutuadores de grandes diâmetros.

Tabela 7.1 – Intervalo das variáveis de projeto.

Intervalo das variáveis	Mínimo (m)	Máximo (m)
Comprimentos	0	3000
Espessura do flutuador	0	0,75

Condições ambientais

Cada configuração foi submetida a 4 diferentes condições ambientais, correspondendo às condições reais de mares extremos (centenários) na Bacia de Campos, modelados através da amplitude máxima de onda e seu período associado. Os movimentos impostos no topo foram calculados para uma plataforma semi-submersível. Os valores do perfil de velocidade da correnteza estão apresentados na Tabela 7.3 e as amplitudes, fases (em relação à onda) e período do movimento imposto estão apresentados na Tabela 7.2. Associado a cada mar, existe um *offset* de 5% da lâmina d'água na direção da velocidade da correnteza na superfície.

No sistema de coordenadas utilizado, X aponta para o Leste, Y para o Norte e Z é a direção vertical, positivamente orientada para cima.

Tabela 7.2 – Movimentos impostos pela unidade flutuante ao topo do riser.

Condição Ambiental	Período (s)	X		Y		Z	
		Amplitude (m)	Fase (°)	Amplitude (m)	Fase (°)	Amplitude (m)	Fase (°)
1	10	0,7027	109,66	0,3477	-98,68	0,8773	-58,58
2	11,35	1,2527	98,22	0,4342	-89,39	1,4185	-26,97
3	14,7	2,2368	91,64	0,385	-88,47	2,0821	-3,41
4	15,35	2,6352	91,45	0,3999	-88,56	2,3712	-1,78

Tabela 7.3 – Velocidades (m/s) e direções (° em relação ao Leste, crescendo no sentido anti-horário) da correnteza em função da profundidade.

Profundidade(m)	Mar							
	1		2		3		4	
0	1,15	0°	1,60	0°	1,80	0°	1,70	0°
50	1,00	0°	1,35	0°	1,43	0°	1,37	0°
100	1,05	0°	1,10	0°	1,29	0°	1,17	0°
140	0,98	0°	0,76	45°	1,10	0°	1,17	0°
230	0,76	0°	0,71	45°	0,67	0°	0,73	0°
340	0,58	0°	0,69	45°	0,64	0°	0,60	0°
415	0,62	45°	0,64	45°	0,60	90°	0,62	180°
545	0,52	45°	0,53	90°	0,39	135°	0,51	180°
640	0,55	45°	0,53	90°	0,48	135°	0,53	180°
750	0,57	45°	0,58	90°	0,69	135°	0,55	180°
815	0,63	45°	0,64	90°	0,66	135°	0,62	180°
1255	0,00	45°	0,00	90°	0,00	135°	0,00	180°

Estes carregamentos foram inicialmente colocados apenas na direção do riser, ou seja, com a correnteza e a onda se propagando do Oeste para Leste. Em seguida, os carregamentos foram

duplicados, alterando a direção, inicialmente a 180° e posteriormente a 90° da direção inicial. Isto foi feito para estudar os efeitos de carregamentos em múltiplas direções sobre a otimização.

Restrições

Foram impostas restrições ao raio de curvatura mínimo, limitado a 50 metros, e na tensão máxima a que o *riser* pode estar submetido, fixada em 403 MPa, resultado da aplicação de um coeficiente de segurança de 1,2 em relação à tensão de escoamento de 483 MPa apresentada pelo material do *riser*, um aço X70. Também não foi tolerada compressão dinâmica e foi imposta uma cota mínima de 20 m para a região do vale no caso de uma *lazy-wave*, destinada a evitar a possibilidade de ocorrer um choque desta região com o solo durante a operação do *riser*.

Função Objetivo

A função objetivo utilizada ao longo deste estudo de caso é aquela descrita no item 3.3, ou seja, a máxima amplitude de tensão dinâmica ao longo do *riser* em todos os casos dinâmicos. A única exceção é a seção 7.1.3, onde também são utilizadas as funções objetivo custo e tensão estática máxima ao longo do *riser* para fins de comparação.

Parâmetros

As otimizações que foram realizadas com o Algoritmo Genético, utilizaram sempre os parâmetros selecionados da maneira apresentada no Apêndice B. Estes parâmetros são:

População	50
Probabilidade de cruzamento	0,9
Probabilidade de mutação	0,1
Seleção	Roleta + elitismo (2 configurações por geração)

O algoritmo foi terminado após 30 gerações consecutivas sem melhora no valor da função objetivo. Conforme discutido no capítulo 3, tanto comprimentos dos segmentos quanto diâmetro do flutuador são variáveis contínuas, codificadas como números reais, por isso, quando apenas estes são variados, o cromossomo tem apenas 4 posições (3 comprimentos e o

diâmetro do flutuador do segmento intermediário). Por causa do resultado comparativo apresentado na seção 7.1.3.1, que mostra que o Método do Recozimento Simulado tem eficiência similar e é mais rápido quando se tem um grande número de núcleos disponíveis para a otimização, o Algoritmo Genético não foi usado em casos com variação de diâmetro, casos nos quais o cromossomo teria um tamanho diferente.

Nos casos em que as simulações foram feitas com o uso do Método do Recozimento Simulado, foram utilizados os seguintes parâmetros:

“Temperatura” inicial	2000
“Temperatura” final	0,2
Transições por “temperatura”	20
Decréscimo de “temperatura”	20

A obtenção dos valores destes parâmetros pode ser encontrada em maiores detalhes no Apêndice B.

Quanto às penalizações, foram utilizados pesos unitários em todas as restrições.

7.1.2 Influência das condições ambientais

Mares

Neste item será estudada a influência dos mares utilizados na otimização sobre o resultado obtido, com o objetivo de obter evidências que permitam a seleção de um número adequado de condições ambientais para a otimização.

Resultados

Foram simulados casos separados com cada um dos estados de mar e um caso com os 4 estados; Estes serão chamados de casos 1 a 5. Em nenhum destes casos foi considerado a correnteza ou o *offset* associado, mas sim apenas o movimento do topo. A Tabela 7.4 apresenta os valores ótimos da função objetivo para cada um dos casos. As linhas elásticas das configurações ótimas para cada condição ambiental separada estão na Figura 7.3. A

Figura 7.4 apresenta a linha elástica da configuração ótima para o caso em que os 4 estados de mar foram incluídos na otimização.

Tabela 7.4 – Função objetivo e variáveis de projeto para a simulação com diferentes mares. Entre parênteses a região do *riser* onde ocorre este valor da função objetivo.

Caso	Função Objetivo (MPa)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
		Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
1	3,57 (Topo)	690	600	1420	0,27
2	5,44 (Topo)	790	280	1710	0,40
3	4,55 (Topo)	1600	590	1440	0,20
4	4,74 (Topo)	1660	1120	1130	0,17
5	5,78 (Topo)	2020	340	890	0,41

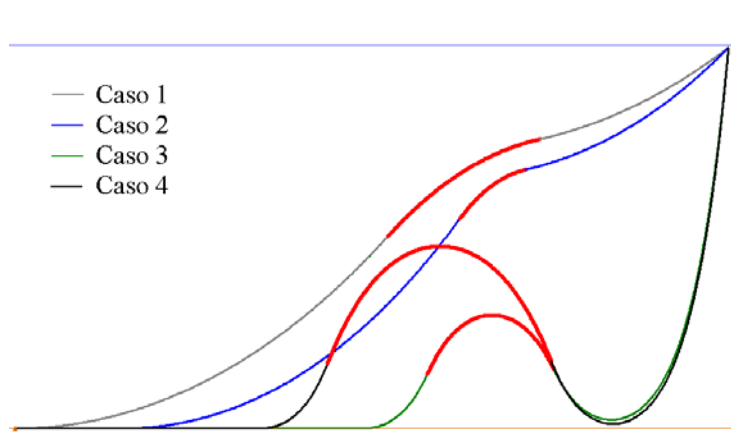


Figura 7.3 - Linha elástica da configuração ótima dos casos 1 a 4.

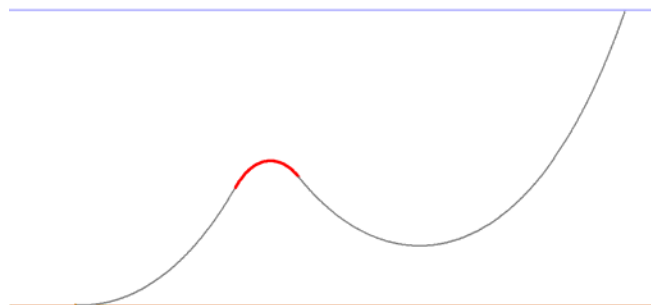


Figura 7.4 – Linha elástica da configuração ótima do caso com os 4 estados de mar, sem correntezas e *offsets*.

Pode-se observar que foram obtidas configurações bastante diferentes entre si. Nos dois primeiros mares, o período e a amplitude do movimento do topo são menores. Para estes casos as soluções encontradas (Figura 7.3) com menor amplitude de tensão são configurações de pequeno comprimento, bastante tracionadas, com formas próximas às de uma catenária. Já os dois mares seguintes têm tanto períodos quanto movimentos do topo maiores. Para estes casos, as soluções mais adequadas (Figura 7.3) foram *lazy-waves* com uma corcova bem pronunciada.

Quando os quatro estados de mar são levados em conta na otimização (Figura 7.4), obtém-se uma solução intermediária, que conta com uma corcova menos pronunciada do que as das soluções dos casos com os estados de mar 3 e 4, além de ser mais tracionada que estas soluções. Assim, ao utilizar múltiplos estados de mar, a otimização é forçada a encontrar uma solução de compromisso, que embora não seja a melhor para cada caso separado é a melhor para os casos no conjunto. Assim, será obtida uma configuração que, embora seja a melhor para os casos utilizados na otimização, pode ser insatisfatória para a situação real se as condições ambientais não a representarem adequadamente.

Correntezas e *offsets*

Até agora as otimizações foram realizadas sem as correntezas e *offsets* associados a cada estado de mar. Considerando, no caso 5, as correntezas da Tabela 7.3 e *offsets* de 5% da profundidade na direção da correnteza superficial, o resultado é alterado, passando a configuração ótima a ser aquela da Figura 7.5, com uma função objetivo de 6,35 MPa (na região do topo). Este caso será chamado de caso 6. A solução é limitada pela restrição de cota mínima do vale em relação ao solo, que está ativa.

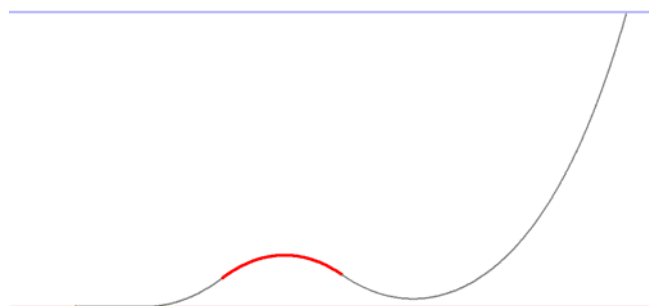


Figura 7.5 – Linha elástica da configuração resultante da otimização com todos os mares, correntezas e *offsets*.

As correntezas e *offsets* alteram o nível de tração do *riser*, e conseqüentemente suas frequências e modos naturais e sua resposta dinâmica. Como a função objetivo é baseada em um critério dinâmico e as correntezas e *offsets* influem na dinâmica, se torna necessário considerá-los no processo de otimização. O exemplo mostra esta importância, pois existe uma diferença significativa entre o resultado da Figura 7.4 e o da Figura 7.5.

A direção de incidência da correnteza sobre o *riser* também influencia seu comportamento estático e dinâmico, potencialmente alterando o resultado da otimização. Nos casos anteriores, todos os mares apresentavam correntezas na direção do *riser*. A seguir, serão inseridos mares com correntezas em outras direções para estudar o efeito destas na configuração ótima obtida.

Inicialmente, os quatro mares serão duplicados, com a direção da correnteza alterada em 180 graus. Assim teremos oito mares na otimização, os quatro originais e mais quatro com a correnteza e *offset* no sentido contrário. Para este caso, que será chamado de caso 7, a configuração ótima encontrada é aquela mostrada na Figura 7.6, cuja função objetivo é 6,75 MPa (no topo).

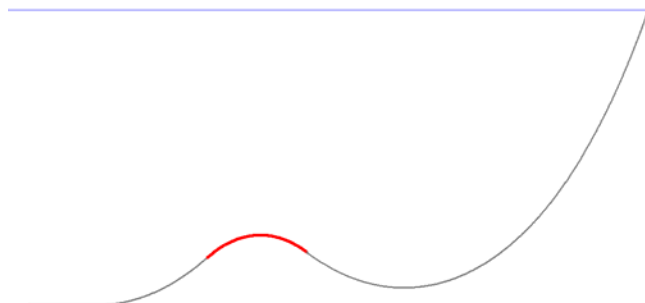


Figura 7.6 – Resultado da otimização utilizando correntezas tanto no sentido do *riser* quanto no sentido contrário.

Comparando a configuração ótima deste caso com a encontrada no caso anterior (Figura 7.5), nota-se que esta apresenta tanto a corcova quanto o vale mais altos. Isto ocorre por causa do *offset* imposto. No caso anterior, os *offsets* aumentavam a projeção horizontal do *riser* em relação à configuração neutra e assim o *riser* ficava mais esticado nos casos dinâmicos do que na sua posição neutra. Já no caso atual, em metade dos casos os *offsets* diminuem a projeção horizontal e, assim, é possível que uma configuração cujo vale esteja, na posição neutra, próximo da restrição de cota mínima passe a violar esta restrição quando os *offsets* são aplicados. Este é o caso da configuração da Figura 7.5, que apresenta um valor de função

objetivo menor do que 6,75 MPa, mas não pode ser considerada a configuração ótima por que viola a restrição de cota mínima do vale.

Serão agora incluídas correntezas fora do plano XZ, em um procedimento análogo ao feito anteriormente, ou seja, os quatro mares originais serão rotacionados, desta vez de 90° e adicionados aos oito já existentes (quatro com correntezas no sentido do *riser* e quatro com correntezas no sentido oposto), formando o caso 8. Fazendo a otimização com os doze mares resultantes, é obtida a configuração representada na Figura 7.7.

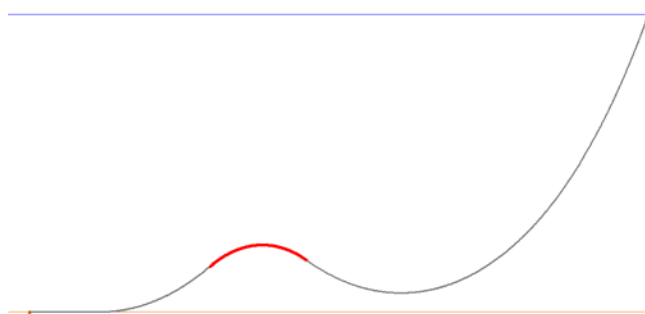


Figura 7.7 – Linha Elástica da configuração ótima para o caso com correntezas fora do plano.

A solução obtida neste caso tem uma função objetivo de 6,76 Mpa (no topo), bastante próxima do valor obtido no caso anterior. A solução obtida no caso 7, quando simulada com as condições de mar deste caso, apresenta uma função objetivo de 6,75 MPa, ou seja, melhor do que a encontrada aqui. Ambas as soluções são, no entanto, semelhantes, com flutuadores de diâmetros iguais e uma diferença de comprimento de apenas 20m no primeiro trecho e 10m nos demais trechos, além de valores bastante semelhantes de função objetivo. Este tipo de resultado é esperado pela própria natureza do Algoritmo Genético, que é, em geral, capaz de encontrar a região onde está o mínimo global, mas pode não encontrar este mínimo, ou demorar para fazê-lo. Para o objetivo do presente texto este resultado é bastante satisfatório, não havendo, do ponto de vista de engenharia, diferenças significativas entre as soluções. Os valores das variáveis de projeto das soluções dos últimos três casos estão representados na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes correntezas.

Caso	Função Objetivo (MPa)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
		Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
6	6,43 (Topo)	1940	550	650	0,23
7	6,75 (Topo)	2120	460	510	0,29
8	6,76 (Topo)	2100	450	520	0,29

Comparando os resultados para os diversos casos analisados, conclui-se que é importante o efeito das correntezas e *offsets* no resultado da otimização, pois as configurações resultantes são diferentes. Quando consideradas correntezas em diversas direções, aquelas que se propagam no sentido contrário ao do lançamento do *riser* (casos “*near*”) foram as determinantes da configuração final, pois não houve alteração significativa no resultado com a subsequente inclusão de outras correntezas. Os mares em que a correnteza se propaga na direção contrária à do *riser* são determinantes no sentido de tornar não-viáveis algumas soluções que anteriormente eram viáveis, mas que passam a violar alguma restrição por causa destes mares. Isto é o que acontece com a configuração ótima do caso em que as correntezas estão na direção do *riser*, pois embora os mares em que ocorrem as maiores tensões ainda sejam aqueles em que a correnteza se propaga na direção do *riser*, há um aumento no valor da função objetivo, por que as soluções em que as tensões são menores passam a violar alguma restrição.

O exemplo apresentado mostra que é necessário escolher os casos de carregamento utilizados na otimização de forma criteriosa, incluindo mares cujas ondas representem todo o espectro de frequências dos carregamentos dinâmicos a que o *riser* pode ser submetido durante sua vida útil e correntezas nas direções que são esperadas na prática.

Embora as correntezas de velocidade superficial fora do plano de lançamento não tenham alterado a solução ótima neste caso de estudo, não se pode descartar a possibilidade de que isto ocorra em outro caso e, por isso, estas correntezas não podem ser deixadas de fora da otimização.

É importante ressaltar também que as amplitudes de tensão obtidas em cada um dos casos são significativamente menores que o limite de fadiga do material, que é 14,75 MPa (para 10^8 ciclos pela curva E, segundo Det Norske Veritas (2008)). Assim, como nos casos extremos a amplitude de tensão é menor que o limite de fadiga, é possível prever, mesmo sem realizar uma análise de fadiga que não haverá problemas quanto à vida útil deste *riser*.

7.1.3 Comparação entre algoritmos

7.1.3.1 Algoritmo Genético e Método do Recozimento Simulado

Neste item será apresentada uma comparação entre tempos e resultados obtidos com dois algoritmos de otimização: o Algoritmo Genético (GA) e o Método do Recozimento Simulado (SA). Foram estudadas tanto a versão serial do algoritmo quanto a paralela, quantificando os ganhos de desempenho com a utilização de diversos núcleos.

Conforme descrito no capítulo 4, ambos são algoritmos heurísticos, que utilizam regras aleatórias para procurar escapar de mínimos locais e obter o mínimo global. Ambos os métodos possuem muitos parâmetros a serem determinados, por isso a seleção destes foi tratada com maior detalhe no Apêndice B. Os parâmetros utilizados aqui são aqueles selecionados da forma descrita naquele Apêndice e, como caso de estudo, foi utilizado o caso 8 da seção 7.1.2, utilizando como função objetivo a máxima amplitude de tensão dinâmica.

Para a simulação com 1 processador, os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 7.6, e a linha elástica da configuração neutra está na Figura 7.8.

Tabela 7.6 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes algoritmos e 1 processador.

Algoritmo	Função Objetivo (MPa)	Tempo (min)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
			Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
GA	6,76	819	2100	450	520	0,29
SA	6,78	895	2170	480	530	0,29

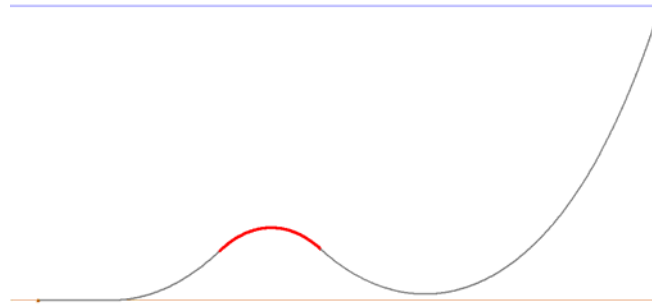


Figura 7.8 – Linha Elástica da configuração ótima obtida com o Método do Recozimento Simulado.

Quando múltiplos núcleos são utilizados, é possível definir um fator de diminuição do tempo de execução, como o tempo levado por 1 processador para execução do programa dividido pelo tempo levado por um determinado número de núcleos. Em um programa perfeitamente paralelizado, este fator será igual ao número de núcleos utilizados. Na prática, no entanto, isto raramente ocorrerá, pois os algoritmos não são totalmente paralelizáveis e existem perdas devido à comunicação entre núcleos. É possível também, embora raro, que o fator seja maior, caso exista alguma diferença entre o programa paralelizado e o serial que não esteja diretamente ligada ao processamento como, por exemplo, uma menor quantidade de memória alocada por cada nó do programa paralelo em comparação com o serial.

As curvas de fator de diminuição do tempo de execução foram levantadas para o problema em questão com a utilização de uma *Silicon Altix 450* do LIFE&MO (Laboratório de Interação Fluido-Estrutura & Mecânica *Offshore*), com 16 processadores *Itanium II* (32 núcleos) e 64 GB de memória compartilhada. Elas estão apresentadas na Figura 7.9 para o Método do Recozimento Simulado e na Figura 7.10 para o Algoritmo Genético.

Pode-se observar que o Método do Recozimento Simulado apresenta um desempenho próximo ao ideal por todo o intervalo de número de núcleos utilizado, embora apresente sinais de estagnação com 32 núcleos, o limite do *hardware* disponível. Este desempenho pode ser explicado pela dedicação do nó central a apenas receber as soluções realizadas pelos outros nós e gerar as demais soluções a serem avaliadas, o que, por ser uma tarefa muito mais rápida do que cada cálculo de função objetivo feito pelos demais nós permite que estes nós estejam praticamente todo o tempo trabalhando na capacidade máxima.

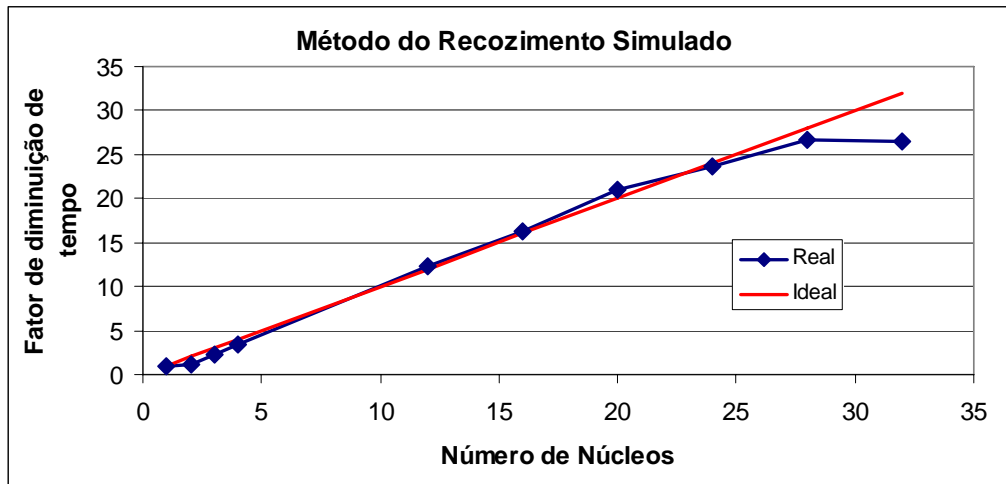


Figura 7.9 – Ganho de desempenho com a paralelização para o Método do Recozimento Simulado.

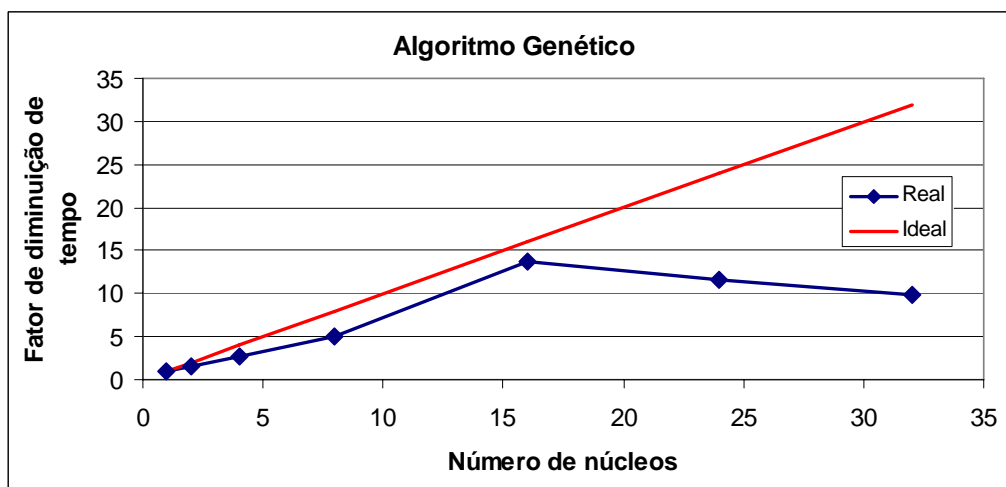


Figura 7.10 – Ganho de desempenho com a paralelização para o Algoritmo Genético.

Já para o Algoritmo Genético, o resultado foi pior em termos de ganho de desempenho. Isto acontece por uma conjunção de uma característica do problema com uma da forma como o método foi implementado. Neste problema existe grande disparidade no tempo de simulação entre soluções diferentes. Muitas soluções são descartadas logo na primeira simulação estática por não serem fisicamente possíveis, enquanto outras passam pela simulação de todos os casos estáticos e dinâmicos, somente após as quais pode ser calculada a função objetivo. A característica do método é que o número de soluções analisadas em cada geração é constante e isso, em conjunto com a disparidade entre tempos de simulação, faz com que em determinados instantes já não existam mais configurações a serem enviadas para os núcleos

que já terminaram de avaliar as soluções recebidas e estes núcleos fiquem em espera enquanto os demais não terminarem as suas simulações e uma nova geração for formada. Assim, enquanto no Método do Recozimento Simulado novas soluções são constantemente geradas e os núcleos não ficam inativos, no Algoritmo Genético novas soluções só são criadas no início de cada geração e em alguns momentos núcleos podem ficar inativos por falta de novas configurações a serem simuladas.

O Algoritmo Genético costuma ser descrito na literatura como um algoritmo altamente paralelizável (HAFTKA e GÜRDAL, 1999), em desacordo com os resultados obtidos até o momento. Isto acontece por que, em geral, considera-se que a função objetivo leva um tempo aproximadamente fixo para ser calculada.

Para provar este ponto, foi feita uma otimização com o Algoritmo Genético, mas com as variáveis de projeto fixas. Assim, apenas uma solução foi simulada e a função objetivo foi calculada em um tempo fixo. Os resultados de ganho de desempenho neste caso estão representados na Figura 7.11 e apresentam um excelente comportamento, ficando um pouco acima do ideal mesmo para 24 núcleos, um número próximo ao limite do *hardware* disponível. A população utilizada foi de 96 indivíduos, múltiplo da maioria dos números de núcleos utilizados.

É possível um desempenho acima do ideal por que cada nó precisa gerenciar menos memória do que o nó central na versão serial, justificando um ganho extra de velocidade no cálculo. Além disso, pelas características do *hardware*, a comunicação entre núcleos é extremamente rápida, o que, aliado ao esforço de redução da comunicação efetuado durante o desenvolvimento do *software*, reduz a degradação de ganho de desempenho por causa da comunicação que é esperada especialmente quando muitos núcleos estão envolvidos.

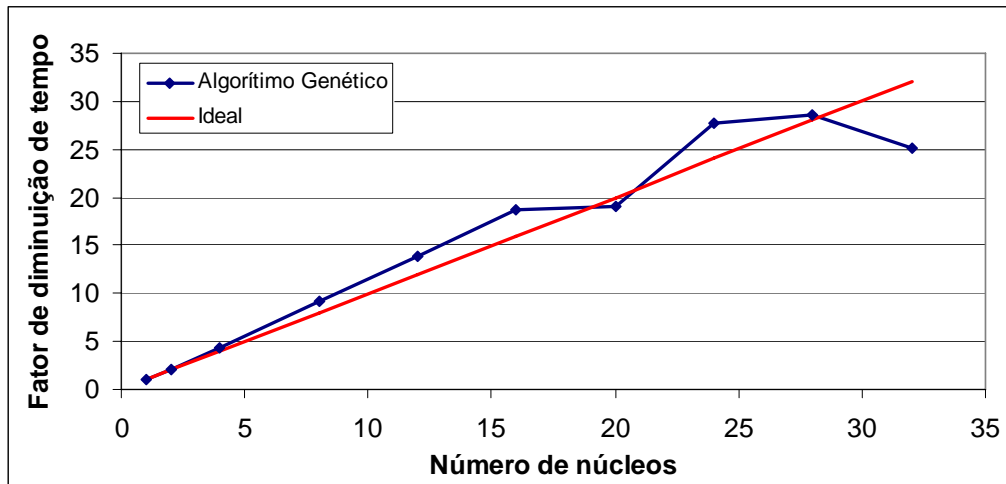


Figura 7.11 - Ganho de desempenho com o Algoritmo Genético quando a função objetivo é calculada em um tempo fixo.

É possível notar também a existência de dois pontos de inflexão na curva, de 16 para 20 núcleos e de 24 para 28 núcleos. Isto ocorre por que nem 20 nem 28 são divisores inteiros de 96, o tamanho da população, e não há uma diferença significativa quando são inseridos mais núcleos sem chegar ao próximo divisor inteiro do tamanho da população.

Para 32 núcleos há uma queda no desempenho em relação a 24 núcleos, que pode ser devido a ter sido atingido o limite do *hardware* disponível, não sendo necessariamente uma limitação do algoritmo.

Desta forma, para o problema estudado, embora o Algoritmo Genético seja mais rápido para um núcleo, o Método do Recozimento Simulado tem uma escalabilidade muito melhor do que o Algoritmo Genético, com resultados semelhantes, e deve ser utilizado quando um grande número de núcleos estiver disponível.

7.1.3.2 Métodos de Programação Matemática

Neste item são comparados os métodos de programação matemática estudados no capítulo 4. Eles são: Programação Sequencial Linear (PLS), Quasi-Newton (QN), Fletcher-Reeves (FR) e Powell. Uma questão importante é a solução inicial, já que estes métodos tendem a encontrar mínimos locais próximos à região da solução inicial utilizada. Uma maneira recomendada na literatura (HAFTKA e GÜRDAL, 1999) de se evitar a obtenção de mínimos locais consiste em fazer várias otimizações com diferentes soluções iniciais.

Neste trabalho foram utilizadas como soluções iniciais as soluções da primeira geração do algoritmo genético do item anterior, com as 12 condições ambientais. Como estas soluções são geradas aleatoriamente, elas tendem a cobrir o espaço de busca de maneira uniforme. Cada uma das 50 soluções foi otimizada com cada um dos métodos, obtendo os valores de função objetivo mostrados na Tabela 7.7.

Tabela 7.7 – Valor da função objetivo (com penalizações) inicial e após a otimização com cada um dos algoritmos. A linha tracejada representa uma configuração impossível fisicamente.

	Inicial	PLS	QN	FR	Powell
1	50,48	30,29	13,49	18,34	27,69
2	963,91	753,53	16,48	16,47	21,78
3	21,71	21,58	13,42	14,62	19,07
4	17,23	14,35	6,76	6,76	7,33
5	858,43	858,43	346,91	346,92	347,60
6	---	---	---	---	---
7	57,04	47,45	16,52	17,25	35,62
8	24,16	24,16	20,23	20,20	20,08
9	29,28	29,28	29,28	29,28	15,13
10	8775,21	28,98	31,50	32,35	13,09
11	638,20	548,35	341,79	24,58	330,75
12	---	---	---	---	---
13	---	---	---	---	---
14	920,91	811,09	920,91	920,91	494,32
15	57,55	22,67	22,91	22,91	16,73
16	38,38	19,46	15,46	15,64	17,86
17	---	---	---	---	---
18	31,40	29,40	16,68	17,29	16,93
19	13,69	13,69	6,76	6,74	11,50

20	44,84	19,61	23,04	23,04	16,76
21	21,21	21,21	10,94	19,68	11,61
22	3537096,51	60660,27	7,80	7,80	7,98
23	---	---	---	---	---
24	---	---	---	---	---
25	9,89	9,89	8,57	8,76	9,87
26	490,35	430,71	27,38	27,38	224,53
27	14,33	14,19	6,72	6,72	13,92
28	20,58	19,00	16,99	16,99	7,69
29	12,19	11,39	10,23	10,21	10,47
30	---	---	---	---	---
31	---	36,29	---	---	20,82
32	40,23	26,82	24,56	24,56	19,89
33	---	1309,96	18,39	17,30	1178,91
34	15,70	15,70	15,70	9,53	9,47
35	22,47	16,86	18,09	15,95	13,48
36	---	---	---	---	---
37	31,80	22,84	21,07	21,07	29,32
38	---	---	---	---	---
39	---	21,67	---	---	17,63
40	370,45	350,88	348,16	316,08	346,22
41	---	---	---	---	---
42	129,63	65,37	33,50	17,24	58,29
43	---	39,42	---	---	347,37
44	388,57	388,57	349,09	346,20	24,16
45	---	24,05	---	---	18,40
46	14,79	14,79	6,76	6,74	6,92

47	24,28	15,73	15,22	14,67	15,08
48	11,81	11,18	10,87	6,74	6,77
49	18,51	18,51	15,43	15,30	14,64
50	8,64	8,64	8,64	7,55	7,85

As configurações utilizadas são as mesmas da primeira geração do Algoritmo Genético. Por isso, qualquer solução obtida cujo valor de função objetivo seja maior do que o valor da função objetivo obtida pelo Algoritmo Genético indica que o método ficou preso em um mínimo local, de onde não conseguiu sair. Das 200 otimizações realizadas, em apenas 10 o resultado é uma configuração cujo valor de função objetivo é menor ou igual ao da configuração resultante do Algoritmo Genético. Isto motiva a utilização dos algoritmos heurísticos como o próprio Algoritmo Genético e o Método do Recozimento Simulado, que tem uma maior probabilidade de encontrar o mínimo global ou uma configuração próxima dele.

É importante notar que, com exceção da configuração 22, em todos os casos nos quais foi obtida uma solução cujo valor de função objetivo é da mesma ordem de magnitude da solução obtida pelo Algoritmo Genético, a configuração inicial já tinha um valor de função objetivo relativamente baixo. Assim, saindo de uma configuração muito longe da ótima, a chance de um desses algoritmos encontrá-la é bastante baixa.

A partir destes valores de função objetivo, foram calculados os decréscimos de valor de função objetivo para cada caso, apresentados na Tabela 7.8. É possível observar que todos os algoritmos foram capazes de obter melhorias significativas na maioria das soluções embora falhassem em algumas. O algoritmo que falhou em obter redução no valor da função objetivo no maior número de casos foi o Quasi-Newton (14 casos), seguido pelo Fletcher-Reeves (12 casos), pelo PLS (9 casos) e, finalmente, pelo Powell (6 casos). Em todos os casos em que o método de Powell falhou os outros três métodos também falharam.

A maior redução média no valor da função objetivo foi obtida pelo método de Powell (51,3%), seguido do Fletcher-Reeves (46,7%) e do Quasi-Newton (43,6%). Por último vem o PLS que reduziu, em média, em 30,1% o valor da função objetivo.

Tabela 7.8 – Decréscimo percentual no valor da função objetivo após a otimização com cada um os algoritmos. São mostrados apenas casos em que é possível calcular a função objetivo da solução final de pelo menos um dos algoritmos. Quando a configuração inicial não possuía valor de função objetivo foi atribuído 100% de redução.

	PLS	QN	FR	Powell
1	40,0%	73,3%	63,7%	45,1%
2	21,8%	98,3%	98,3%	97,7%
3	0,6%	38,2%	32,7%	12,2%
4	16,7%	60,8%	60,8%	57,5%
5	0,0%	59,6%	59,6%	59,5%
7	16,8%	71,0%	69,8%	37,6%
8	0,0%	16,3%	16,4%	16,9%
9	0,0%	0,0%	0,0%	48,3%
10	99,7%	99,6%	99,6%	99,9%
11	14,1%	46,4%	96,1%	48,2%
14	11,9%	0,0%	0,0%	46,3%
15	60,6%	60,2%	60,2%	70,9%
16	49,3%	59,7%	59,2%	53,5%
18	6,4%	46,9%	44,9%	46,1%
19	0,0%	50,6%	50,8%	16,0%
20	56,3%	48,6%	48,6%	62,6%
21	0,0%	48,4%	7,2%	45,3%
22	98,3%	100,0%	100,0%	100,0%
25	0,0%	13,3%	11,4%	0,2%
26	12,2%	94,4%	94,4%	54,2%
27	1,0%	53,1%	53,1%	2,9%
28	7,7%	17,4%	17,4%	62,6%
29	6,6%	16,1%	16,2%	14,1%

31	100,0%	---	---	100,0%
32	33,3%	39,0%	39,0%	50,6%
33	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
34	0,0%	0,0%	39,3%	39,7%
35	25,0%	19,5%	29,0%	40,0%
37	28,2%	33,7%	33,7%	7,8%
39	100,0%	---	---	100,0%
40	5,3%	6,0%	14,7%	6,5%
42	49,6%	74,2%	86,7%	55,0%
43	100,0%	---	---	100,0%
44	0,0%	10,2%	10,9%	93,8%
45	100,0%	---	---	100,0%
46	0,0%	54,3%	54,4%	53,2%
47	35,2%	37,3%	39,6%	37,9%
48	5,3%	8,0%	42,9%	42,7%
49	0,0%	16,6%	17,3%	20,9%
50	0,0%	0,0%	12,6%	9,1%

O tempo para as otimizações está apresentado na Tabela 7.9. É possível observar que os métodos de Powell e Fletcher-Reeves demoram significativamente mais do que o Quasi-Newton, que por sua vez leva aproximadamente o dobro do tempo do PLS. Com a exceção do PLS, os demais métodos apresentam também um desvio-padrão do tempo de execução muito alto, indicando uma alta variabilidade neste tempo.

Tabela 7.9 – Média e desvio padrão dos tempos de otimização, normalizados pelo tempo médio do PLS (1 equivale a 12.7 minutos no hardware de teste).

Tempo	PLS	QN	FR	Powell
Média	1,00	1,85	10,40	15,04
Desvio Padrão	0,34	2,14	6,71	16,23

De todo o exposto, observa-se que o método de Powell é claramente o mais robusto, obtendo a maior redução média de valor da função objetivo e o menor número de casos sem nenhuma redução neste valor. Esta robustez, no entanto, é obtida com um custo computacional muito alto, que torna o seu tempo de execução grande demais em comparação, por exemplo, com o PLS que é, em média, 15 vezes mais rápido. De fato, o método de Powell requer, em média, um tempo computacional semelhante ao do Algoritmo Genético e do Método do Reconhecimento Simulado paralelizados com 4 núcleos, tornando sua utilização não prática.

O mesmo raciocínio se aplica ao Fletcher-Reeves que, além de ter a execução demorada, foi incapaz de melhorar o valor da função objetivo em um número relativamente grande de casos.

Quanto ao Quasi-Newton, embora sua execução seja significativamente mais rápida que a do Powell e do Fletcher-Reeves, ainda é quase 2 vezes mais demorada que a do PLS. Sua redução do valor da função objetivo é de 46,3% contra 30,1% do PLS, mas em 14 casos não conseguiu reduzir a função objetivo, contra apenas 9 do PLS.

Por isso, o PLS foi considerado o melhor dos métodos de programação matemática estudados, balanceando velocidade de execução com boa robustez.

Em seguida, o PLS foi aplicado para a configuração ótima obtida na seção 7.1.2. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 7.10. Conforme esperado, apenas uma pequena melhora no valor da função objetivo foi obtida pela aplicação do PLS sobre o resultado do Algoritmo Genético. Isto ocorre por que o Algoritmo Genético é, em geral, capaz de encontrar a região em que um mínimo se encontra sem, no entanto, chegar a esse mínimo. Esse refinamento é mais bem feito por um método local, como o PLS.

Tabela 7.10 – Função objetivo e variáveis de projeto para as configurações antes e depois da otimização por PLS.

Configuração	Função Objetivo (MPa)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
		Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
Inicial	6,76	2100	450	520	0,29
Otimizada por PLS	6,72	2135	455	490	0,29

Assim, embora uma otimização local seja capaz de, em geral, encontrar uma configuração de melhor valor de função objetivo, é pouco provável, para este problema, que o resultado de uma otimização feita por um método heurístico possa ser melhorado o suficiente para justificar o tempo extra despendido na segunda otimização.

7.1.4 Comparação entre funções objetivo

Conforme discutido no capítulo 2, os trabalhos anteriores sobre otimização de *risers* utilizaram custo como função objetivo, apesar das limitações existentes a esta abordagem, discutidas no capítulo 3. Nesta seção, serão apresentados resultados que ilustram as diferenças entre os resultados obtidos com a utilização como função objetivo do custo, da máxima tensão estática e da máxima amplitude de tensão dinâmica.

As condições ambientais utilizadas na otimização são as 12 do caso 8 da seção anterior. O custo foi calculado conforme proposto por Larsen e Hanson (1999), como sendo proporcional ao volume do segmento. Arbitrou-se o custo do flutuador no triplo por unidade de volume do que o *riser*.

Utilizando as mesmas restrições da seção anterior, com a função objetivo custo foi obtida a configuração ótima apresentada na Figura 7.12.

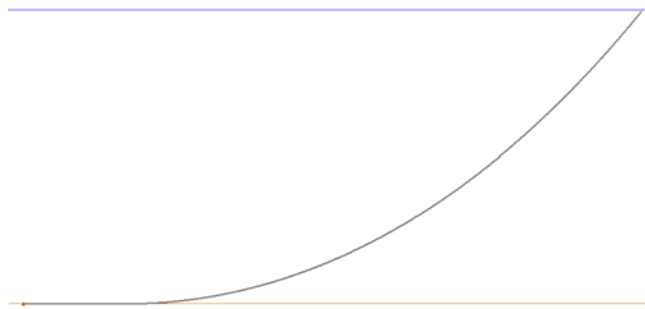


Figura 7.12 – Configuração ótima segundo o critério de custo.

Conforme esperado, a configuração ótima para este caso é uma catenária (pois trechos flutuados são mais caros) com o menor comprimento possível. De fato, sempre que for possível ajustar uma catenária que atenda às restrições, essa será preferível à *lazy-wave* por este critério, pois o trecho flutuado é mais caro e a sua eliminação diminui o custo da solução. A máxima amplitude de tensão neste caso é 59,7 MPa (no TDP), cerca de 9 vezes maior do que a da solução do caso 8. Como o comprimento da solução é muito pequeno, o ângulo no topo com a vertical é bastante grande, de 39°.

A Figura 7.13 e a Tabela 7.11 trazem, respectivamente, as linhas elásticas e tensões, comprimento e ângulo do topo das configurações otimizadas por cada critério.

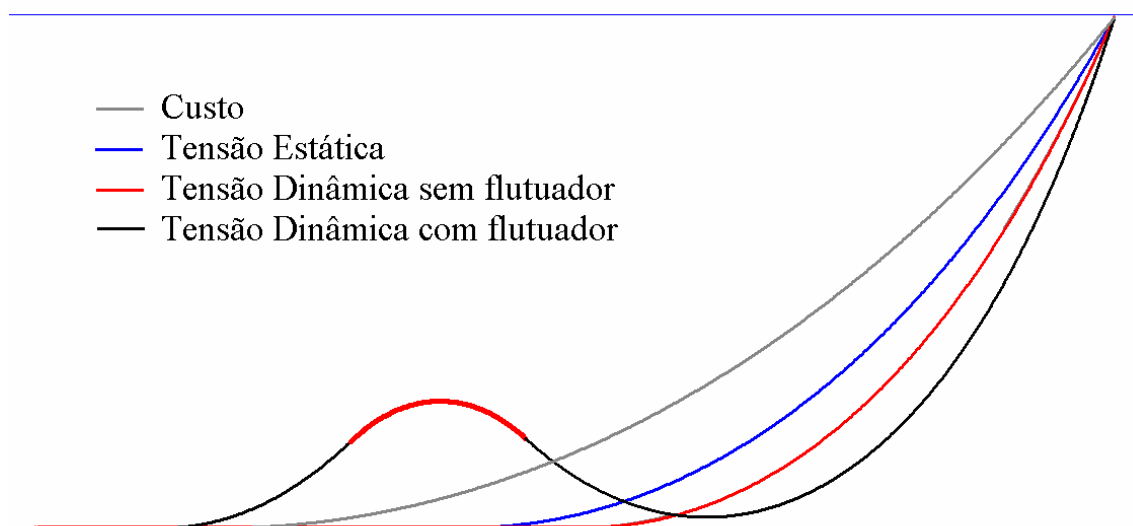


Figura 7.13 – Comparação entre as configurações ótimas segundo as diferentes funções objetivo.

Tabela 7.11 – Comparação entre as diferentes funções objetivo. Entre parênteses as regiões de ocorrência.

Função Objetivo	Máxima Tensão Estática (MPa)	Amplitude de Tensão Dinâmica (MPa)	Comprimento (m)	Ângulo do topo (°)
Custo	206,9 (Topo)	59,7 (TDP)	3057	39,0
Tensão Estática	114,6 (TDP)	27,9 (TDP)	3151	26,3
Tensão Dinâmica (sem flutuador)	141,1 (TDP)	16,6 (TDP)	3270	21,8
Tensão Dinâmica (com flutuador)	204,8 (Corcova)	6,8 (Topo)	Ver Tabela 7.5	19,9

A configuração otimizada pela tensão estática apresenta um ângulo do topo de 26,3°, não sendo tão curta quanto a configuração otimizada por custo que, por ser altamente tracionada, apresenta grande tensão devido à tração. Por outro lado, o ângulo também não é muito pequeno, o que implicaria em uma maior curvatura na região do TDP e, conseqüentemente, maiores tensões de flexão. Assim, a catenária foi escolhida de maneira a combinar baixa tração e curvatura, balanceando tensões de tração e flexão. A configuração ótima por este critério não é uma *lazy-wave*, pois como pode ser observado da Tabela 7.11, esta configuração apresenta alta tensão de flexão, que ocorre devido a sua corcova e seu vale terem alta curvatura.

A solução de menor amplitude de tensão dinâmica tende a ser uma *lazy-wave*, por causa da atenuação de movimento e, conseqüentemente de esforços e tensão no TDP proporcionada pelo flutuador. A solução otimizada por este critério tende a possuir uma maior vida útil em relação às outras, o que pode ser visto, no caso estudado, pela diferença entre as amplitudes de tensões de ambas as soluções ótimas.

Para fins de comparação, foi também feita uma otimização retirando os flutuadores do trecho intermediário, mas mantendo como função objetivo a amplitude de tensão dinâmica. A amplitude de tensão desta configuração é de 16,6 MPa, contra 6,76 MPa da configuração com flutuadores. Ainda assim é uma amplitude consideravelmente menor que a da configuração otimizada por tensão estática (27,9 MPa). A tensão estática (141,1 MPa) desta configuração

sem flutuadores é apenas 19% maior que a da configuração otimizada por tensão estática (114,6 MPa) e 45% menor que a tensão estática da configuração otimizada por tensão dinâmica, com flutuadores (204,8 MPa). Desta forma, é possível observar que a função objetivo amplitude de tensão dinâmica leva a bons resultados mesmo quando a configuração é restrita a uma catenária e que em alguns casos esta configuração pode até mesmo ser preferível a uma *lazy-wave*, pois apresenta menor tensão estática e uma amplitude de tensão dinâmica não muito alta.

No caso da configuração otimizada por custo, o nível das tensões tanto estáticas quanto dinâmicas é alto em comparação com o das outras configurações.

Por esse motivo foi feita uma nova simulação, desta vez com uma restrição adicional, de ângulo máximo estático de 25° , mais adequado. O resultado obtido nesta otimização foi a solução da Figura 7.14, 5,3% mais cara que a anterior e com uma amplitude máxima de tensão de 21,5 MPa, ou seja, há uma grande melhora na resposta dinâmica com um pequeno aumento no custo. É possível observar que, novamente, a solução obtida é aquela de menor comprimento possível que satisfaz as restrições e que, embora o nível de tensão dinâmico desta solução seja significativamente menor que o da anterior, ainda é 218% maior que o da solução otimizada por este critério. Para comparação, otimizando uma catenária pelo critério de mínima amplitude de tensão dinâmica, o resultado é uma configuração semelhante à da Figura 7.14, com amplitude de tensão de 21,1 MPa e ângulo estático de $23,8^\circ$. Assim, o critério de máxima amplitude de tensão dinâmica, mesmo restrito a uma catenária, foi capaz de obter uma configuração semelhante àquela obtida com a função objetivo custo, mas sem a necessidade da restrição de ângulo.

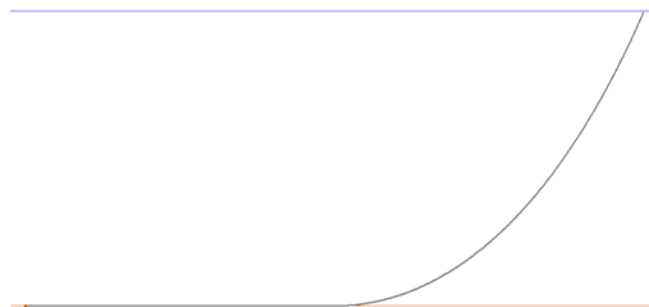


Figura 7.14 – Configuração ótima segundo o critério de custo restringindo o máximo ângulo do topo a 25 graus.

7.1.5 Variação do diâmetro externo

Outro caso ilustrativo é obtido permitindo a variação do diâmetro externo do *riser*. Nos resultados apresentados na Figura 7.15, foi permitida a variação entre 0,4064 m e 0,5080 m. Não foi considerado nenhum fator de concentração de tensões nas regiões de mudança de trechos quando estes são de diâmetros diferentes, mas a maneira como é feita a transição entre os trechos deve ser estudada no detalhamento do projeto. Nesta fase, o efeito local do tipo de conexão selecionado pode ser estudado em detalhe e a conexão projetada de maneira a atingir os níveis desejados de tensão.

Novamente, são apresentados para a amplitude de tensão dinâmica resultados com e sem flutuador. A configuração com flutuador apresenta o valor de função objetivo de 5,27 MPa (Tabela 7.12), apenas um pouco menor que o 6,76 MPa do caso sem variação de diâmetro. Foram aumentados os diâmetros dos segmentos do topo e do TDP, mas não do segmento flutuado. O flutuador selecionado apresenta menor diâmetro do que o anterior, o que permite uma menor curvatura neste segmento.

A otimização por amplitude de tensão dinâmica sem flutuadores levou a uma configuração com maior diâmetro no topo, mas não no TDP, e amplitude de tensão significativamente menor do que a da catenária sem variação de diâmetro (9,9 contra 16,6 MPa), na Figura 7.15. Este maior diâmetro externo aumenta o peso do *riser*, servindo como uma espécie de lastro que altera a sua resposta dinâmica e que foi selecionado pelo algoritmo de otimização de maneira a minimizar a amplitude máxima de tensão resultante dos carregamentos dinâmicos aplicados. É importante também notar que a amplitude de tensão desta solução é apenas 3,1 MPa maior que a da *lazy-wave* obtida no caso 8. Embora esta diferença seja grande em termos relativos (46%), em valores absolutos ela é pequena, mostrando que este tipo de catenária também pode ser uma solução viável em determinados casos. Note que o ângulo no topo desta solução também é menor, o que pode ser desejável.

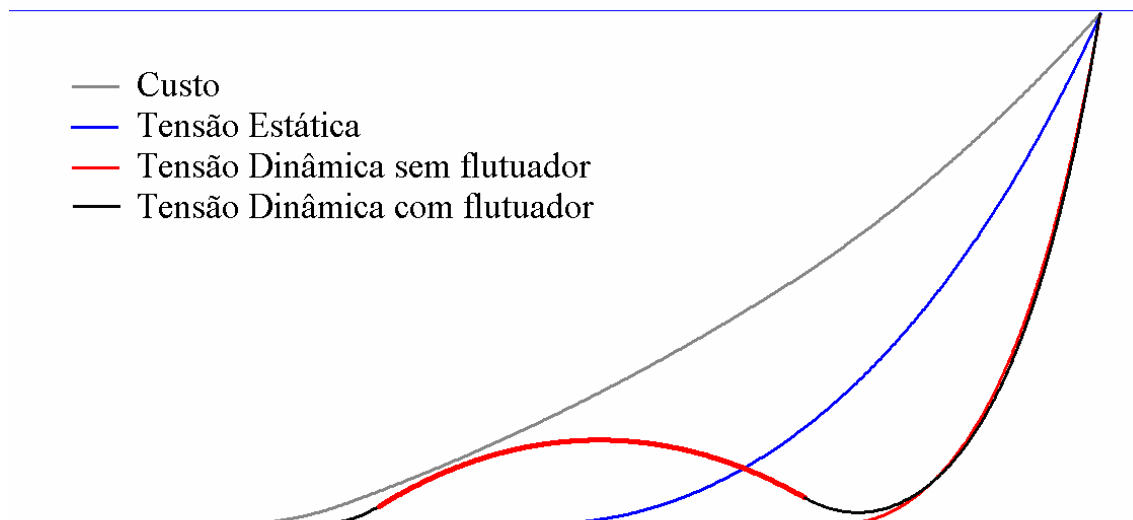


Figura 7.15 – Configuração ótima segundo o critério de tensão permitindo a variação de diâmetro externo.

Tabela 7.12 – Comparação entre as configurações ótimas obtidas com as diferentes funções objetivo.

Função Objetivo	Máxima Tensão Estática (MPa)	Amplitude de Tensão Dinâmica (MPa)	Ângulo do topo (°)
Custo	258,3 (Junção Trechos 2 e 3)	84,1 (Junção Trechos 2 e 3)	36,5
Tensão Estática	114,6 (TDP)	27,9 (TDP)	26,3
Tensão Dinâmica (sem flutuador)	255,1 (Junção Trechos 1 e 2)	9,9 (Junção Trechos 1 e 2)	8,8
Tensão Dinâmica (com flutuador)	221,1 (Vale)	5,27 (Topo)	10,3

Já a otimização utilizando custo levou a uma solução (Figura 7.15) com comprimento menor que a do caso em que se utilizou a amplitude de tensão dinâmica como função objetivo. A solução otimizada por custo apresenta ainda o diâmetro máximo na região do TDP e um diâmetro do trecho do topo maior que o do caso de diâmetro fixo. Em ambos os casos, o diâmetro foi aumentado como maneira de reduzir as tensões nas respectivas regiões, que de outra maneira excederiam o valor da restrição. Este resultado recupera qualitativamente

aquele obtido por Larsen e Hanson (1999) para um *riser* instalado em uma profundidade de 1500 m. Embora a restrição de tensão total tenha sido satisfeita, a amplitude de tensão dinâmica é bastante grande, sugerindo que este *riser* apresentaria uma vida à fadiga insatisfatória. Conforme já havia acontecido no caso anterior, a solução obtida com a otimização por custo apresenta um ângulo do topo na condição neutra próximo a 40°, e por isso seria necessário introduzir uma restrição neste ângulo para obter um resultado mais realista. Já as soluções obtidas com o critério de amplitude de tensão dinâmica apresentam um ângulo do topo em torno de 10°.

Tabela 7.13 – Variáveis de projeto das configurações ótimas na comparação entre as diferentes funções objetivo.

Função Objetivo	Comprimento do Trecho (m)			Diâmetro (m)			Espessura do Flutuador (m)
	1	2	3	1	2	3	
Custo	1040	1190	800	0,4318	0,4064	0,5080	0
Tensão Estática	3151	0	0	0,4064	0,4064	0,4064	0
Tensão Dinâmica (sem flutuador)	1340	520	1640	0,4826	0,4064	0,4064	0
Tensão Dinâmica (com flutuador)	1570	1100	880	0,4318	0,4064	0,4318	0,19

Tanto na otimização por custo quanto nas otimizações por amplitude de tensão dinâmica, a tensão estática da configuração ótima deste caso foi maior que a encontrada no caso de diâmetro fixo. O motivo pelo qual isto acontece pode ser descoberto analisando a configuração obtida através da otimização por tensão estática. Comparando a Tabela 7.11 e Tabela 7.13, observa-se que a mesma configuração foi obtida tanto para o caso de diâmetro fixo quanto para o caso em que o diâmetro pode ser variado. Analisando as configurações intermediárias, nota-se que toda vez em que houve um aumento do diâmetro externo, a tensão

de flexão foi aumentada tanto por causa do aumento do peso do *riser* quanto pelo aumento da distância entre o ponto mais externo do *riser* e a linha neutra. Isto tornou as configurações de maior diâmetro externo piores do ponto de vista de tensão estática. A otimização utilizando outras funções objetivo, ao aumentar o diâmetro externo para obter ganhos em outras propriedades, acaba aumentando a tensão estática. Esta tensão, desde que seja menor que o limite máximo estabelecido para o material (restrição), não é levada em conta quando as outras funções objetivo são utilizadas, e assim o método de otimização não vê problema neste aumento de tensão.

As amplitudes de tensão das configurações encontradas utilizando o critério de amplitude de tensão dinâmica (Tabela 7.13) são abaixo do limite de fadiga do material do *riser* (14,75 MPa para 10^8 ciclos pela curva E, segundo Det Norske Veritas (2008)) e, assim, este *riser* teria vida à fadiga infinita, mesmo não tendo sido otimizado por este critério. O mesmo ocorre com todos os outros *risers* obtidos até o momento com o critério de amplitude de tensão dinâmica. Já o *riser* obtido com o critério de custo, por ter uma grande amplitude de tensão possivelmente não seria aprovado em uma análise de fadiga.

Devido às particularidades do problema de projeto de um *riser*, um aumento do diâmetro externo não leva necessariamente a uma queda na amplitude de tensão por causa do aumento da área e do momento de inércia do *riser*. Isto ocorre por que tanto a massa quanto as forças hidrodinâmicas atuantes sobre o *riser* são alteradas, mudando sua resposta dinâmica. Assim, do ponto de vista estrutural podem existir configurações com menor diâmetro e menor tensão. De fato, neste caso estudado, se mantivermos o diâmetro constante no valor máximo (0,5080 m), a solução de menor amplitude de tensão apresenta 13,4 MPa, superior aos 9,9 MPa da solução da Tabela 7.13, que tem menores diâmetros ao longo de todo o *riser*.

Do ponto de vista do custo, uma solução que apresente o diâmetro máximo ao longo de todo o comprimento só pode ser ótima se for consideravelmente mais curta que todas as outras que satisfazem as restrições, o que não ocorre neste caso.

Do exposto neste item pode-se concluir que embora seja possível realizar a otimização utilizando custo como função objetivo, os problemas descritos no capítulo 3 e ilustrados nos casos estudados acima fazem com que o critério de amplitude de tensão dinâmica adotado seja mais adequado ao problema, pois este leva à obtenção de soluções que apresentam tanto menores amplitudes de tensão quanto melhores ângulos de topo.

7.2 FPSO

Neste item o cenário utilizado foi alterado. A plataforma a que o *riser* está conectado passa ser uma FPSO, que impõe ao topo do *riser* maiores movimentos verticais, uma situação particularmente desfavorável para um *riser* rígido. A profundidade também foi alterada, para 2000 metros, a fim de estudar um caso em águas mais profundas. A projeção horizontal é de 2700 metros, com o *riser* lançado na direção noroeste.

Os intervalos de variação das variáveis de projeto foram mantidos, assim como os valores das propriedades mecânicas dos materiais do *riser* e do flutuador. O diâmetro externo foi aumentado de 0,4064 metros para 0,4572 metros para atender ao critério de flambagem.

A função objetivo e restrições utilizadas são as mesmas do caso da plataforma semi-submersível.

Condições ambientais

Cada configuração foi submetida a 20 diferentes condições ambientais, montadas de acordo com a Tabela 7.14. Os ângulos da onda e da correnteza superficial são medidos a partir do Norte, crescendo no sentido horário. O ângulo de incidência relativo ao FPSO é zero quando a onda incide sobre a popa da plataforma. O *offset* utilizado foi de 5% da profundidade.

Os movimentos do topo foram então calculados utilizando o RAO da plataforma P-47, na condição de calado de 7 metros, na qual os movimentos verticais impostos ao *riser* são máximos. Esta plataforma é utilizada para qualificação de *risers* e umbilicais pela Petrobras por apresentar os movimentos mais agressivos entre as unidades flutuantes desta empresa (PETROBRAS, 2003 e 2004). O resultado está na Tabela 7.15. No sistema de coordenadas utilizado, X aponta para o Leste, Y para o Norte e Z é a direção vertical, positivamente orientada para cima.

Tabela 7.14 – Correntezas, ondas e aproamento do FPSO para as condições ambientais do caso estudado.

Caso	Correnteza		Onda		FPSO
	Período de retorno	Direção (°)	Período de retorno	Direção (°)	Aproamento (°)
1	10	135	100	135	0
2	10	315	100	315	0
3	10	0	100	0	0
4	10	45	100	45	0
5	100	135	10	135	0
6	100	315	10	315	0
7	100	0	10	0	0
8	100	45	10	45	0
9	10	135	100	112,5	22,5
10	10	315	100	337,5	22,5
11	10	0	100	22,5	22,5
12	10	45	100	22,5	22,5
13	100	135	10	112,5	22,5
14	100	315	10	337,5	22,5
15	100	0	10	22,5	22,5
16	100	45	10	22,5	22,5
17	100	202,5	1	112,5	90
18	100	247,5	1	337,5	90
19	100	292,5	1	22,5	90
20	100	112,5	1	22,5	90

Tabela 7.15 – Período (s), amplitudes (m) e fases (°) dos movimentos impostos ao topo.

Condição	Período	X		Y		Z	
		Amplitude	Fase	Amplitude	Fase	Amplitude	Fase
Ambiental							
1	8,90	0,10	103,03	0,10	-76,97	0,73	121,51
2	11,40	0,20	130,28	0,20	-49,72	1,72	-25,18
3	13,30	0,39	-62,42	0,00	0,00	5,45	-61,99
4	13,70	0,51	-66,96	0,51	-66,96	6,91	-63,52
5	8,60	0,07	144,51	0,07	-35,49	0,46	152,84
6	11,10	0,19	140,11	0,19	-39,89	1,17	0,13
7	13,00	0,17	-50,24	0,00	0,00	4,25	-60,48
8	13,30	0,27	-62,42	0,27	-62,42	5,32	-61,99
9	8,90	0,09	91,12	0,11	-110,08	0,94	99,87
10	13,30	0,66	-68,12	1,26	-157,79	6,37	-63,28
11	13,70	1,02	-70,57	1,56	-156,20	7,79	-63,80
12	13,70	1,02	-70,57	1,56	-156,20	7,79	-63,80
13	8,60	0,08	108,89	0,08	-60,11	0,59	120,91
14	13,00	0,39	-64,07	0,98	-159,37	5,13	-62,79
15	13,30	0,63	-68,04	1,20	-157,79	6,20	-63,25
16	13,30	0,63	-68,04	1,20	-157,79	6,20	-63,25
17	8,20	0,50	128,35	1,18	-52,99	1,98	-26,95
18	12,60	0,65	13,93	0,23	-135,50	3,80	-61,95
19	12,90	0,81	28,39	0,48	-16,88	4,73	-62,60
20	12,90	0,81	28,39	0,48	-16,88	4,73	-62,60

7.2.1 Resultados

Neste item, todas as otimizações foram realizadas utilizando o Método do Recozimento Simulado. Fazendo a otimização com as condições ambientais definidas anteriormente, foi obtida a configuração da Figura 7.16, cuja função objetivo é 25,5 MPa. Os valores das variáveis de projeto estão apresentados na Tabela 7.16.

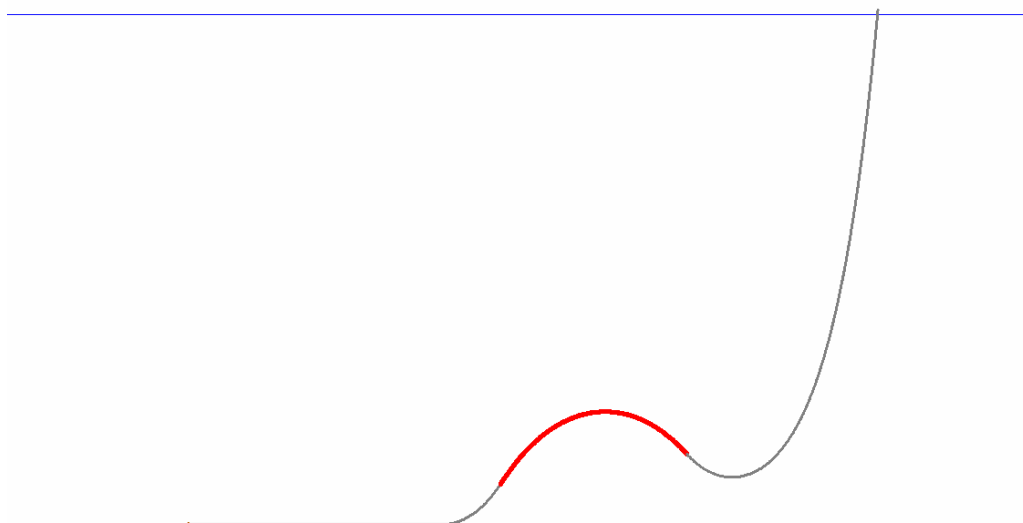


Figura 7.16 – Configuração ótima para o caso FPSO.

Tabela 7.16 – Função objetivo e variáveis de projeto para o caso FPSO.

Função Objetivo (MPa)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
	Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
25,5 (Topo)	2220	900	1300	0,38

Em comparação com o caso da plataforma semi-submersível, a configuração ótima tem um flutuador mais longo e mais espesso. Apesar de o flutuador ser mais espesso, o peso submerso do trecho flutuado é semelhante para ambas as configurações por causa da maior espessura do *riser* ligado à FPSO e, por isso, ambas as configurações apresentam corcovas bem definidas, embora o vale da configuração do *riser* ligado à FPSO não seja tão próximo ao solo. Isto ocorre por que o *offset* é maior, em valor absoluto, nesse caso do que no caso da plataforma semi-submersível.

A tensão estática atinge 363 MPa por causa da curvatura na região do vale, que é mais acentuada nos casos em que o *offset* diminui a projeção horizontal (casos *near*). Esta tensão é significativamente mais alta que a do caso em que o *riser* está ligado à plataforma semi-submersível (204,8 MPa).

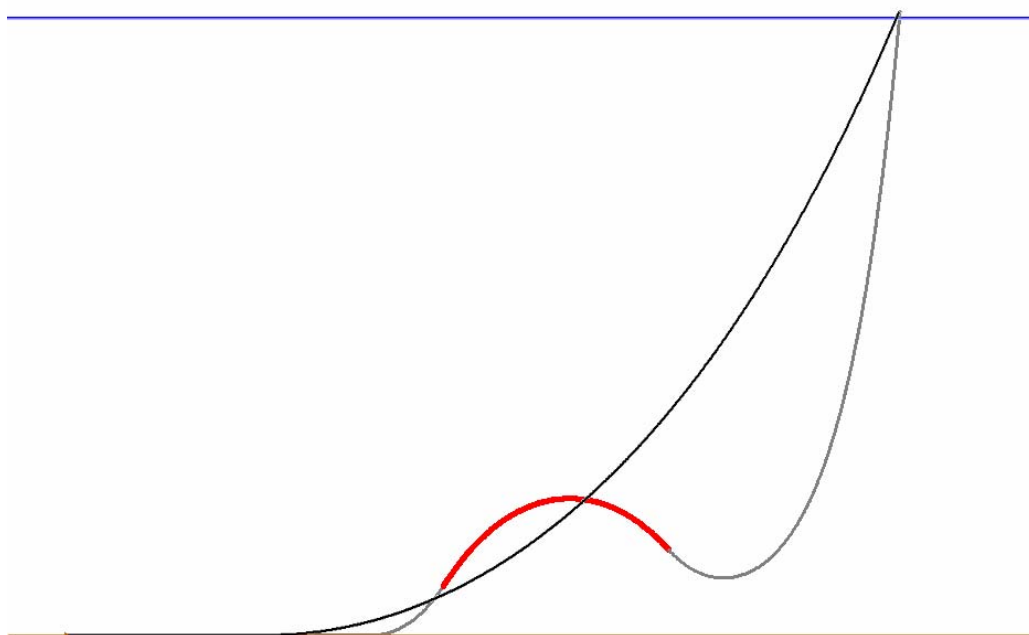


Figura 7.17 – Configuração ótima para o caso FPSO, comparada com a catenária ótima.

Na Figura 7.17, a configuração ótima é comparada com a catenária ótima para este caso. Esta catenária tem um ângulo de 23 graus na configuração neutra e apresenta menor tensão estática máxima do que a *lazy-wave* (305 MPa e 363 MPa respectivamente), mas uma amplitude de tensão muito maior (97,3 MPa no TDP, contra apenas 25,5 MPa, no topo, da *lazy-wave*). Além disso, a catenária sofre compressão dinâmica em algumas condições ambientais, com um valor máximo de 23,9kN. A ocorrência de compressão dinâmica na configuração de catenária é, para esta profundidade, muito difícil de evitar. De fato, mesmo realizando tentativas manuais de ajuste do comprimento da catenária, não foi possível encontrar uma na qual não ocorresse compressão dinâmica em nenhum dos carregamentos ambientais. Assim, a *lazy-wave* otimizada não apenas tem uma amplitude de tensão dinâmica muito menor (quase 3 vezes), como também não sofre compressão dinâmica, que é altamente indesejável.

7.2.2 Ângulo do topo imposto

Nesta seção é estudado o caso de um ângulo de topo fixo na configuração neutra. Este caso é importante, pois é prática comum a especificação de um determinado ângulo para o topo do *riser*.

Do ponto de vista da otimização, quanto mais restrita a faixa de ângulos permitida pior é o problema, pois o domínio viável é reduzido e passa a ser uma porção muito menor do espaço de solução. Além disso, como qualquer mudança de um comprimento de trecho ou do diâmetro de um flutuador ou do *riser* levará a uma solução com ângulo do topo diferente, se o intervalo de ângulo definido for muito pequeno não é possível, só com a mudança do valor de uma variável de projeto, obter uma solução que atenda a essa restrição a partir de outra que também atenda a essa restrição. Assim o domínio viável, além de pequeno é não-contíguo, existindo algumas configurações viáveis cercadas por muitas não-viáveis, o que obriga a variação de pelo menos dois valores como, por exemplo, dois comprimentos ou um comprimento e um diâmetro para passar de uma configuração viável para outra. Tudo isso torna o problema muito mais difícil, o que, aliado à importância prática deste subproblema, faz desse um caso bastante interessante a ser estudado.

Em uma primeira tentativa foi utilizado o mesmo procedimento dos casos anteriores. Foram encontrados problemas de convergência do processo de otimização, que teve dificuldade em encontrar configurações viáveis com o ângulo de topo especificado. Este problema é perceptível analisando as configurações geradas ao longo do processo de otimização, a partir do que se nota que quase todas estão fora do intervalo de ângulo definido. Tentou-se também utilizar o Algoritmo Genético, encontrando-se o mesmo problema. Uma alternativa para contornar este problema seria aumentar a “temperatura” inicial no Método do Recozimento Simulado ou, no Algoritmo Genético o número de configurações simuladas e a probabilidade de mutação. Em ambos os casos, o tempo de otimização aumentaria e, por isso, foi procurada outra alternativa: a cada configuração gerada, é simulada a configuração neutra e o ângulo do topo é verificado. Se este ângulo é diferente do desejado, o comprimento do segmento do topo é alterado até atingir o ângulo desejado. Para isso são feitos incrementos de 1% no comprimento do segmento até encontrar valores que cerquem o ângulo desejado, que são tomados como intervalos superior e inferior para um método de bissecção. Desta forma, foi possível realizar as otimizações cujos resultados são apresentados a seguir, sem incremento significativo de tempo de simulação em relação ao caso anterior.

Foram impostos os ângulos de 4, 7, 10, 15 e 20° e feita uma otimização para determinar a melhor configuração para cada caso. As configurações obtidas estão apresentadas na Tabela 7.17.

Tabela 7.17 – Função objetivo e variáveis de projeto para as simulações com diferentes ângulos do topo.

Caso	Função Objetivo (MPa)	Comprimentos (m)			Espessura do flutuador (m)
		Trecho 1	Trecho 2	Trecho 3	
Livre (5°)	25,5 (Topo)	2220	900	1300	0,38
4°	26,8 (Topo)	2210	790	1540	0,41
7°	26,0 (Topo)	2160	540	1530	0,53
10°	27,6 (Topo)	2240	580	1240	0,53
15°	30,0 (Topo)	2300	600	970	0,53
20°	43,0 (Flutuador)	1890	330	1440	0,54

Pode-se observar que o valor da função objetivo é bastante semelhante tanto para o caso de ângulo livre quanto para os casos de ângulo fixo. Para os ângulos maiores, o valor da função objetivo é crescente com o ângulo.

A Figura 7.18 mostra as configurações ótimas para cada ângulo. As configurações para 7, 10 e 15 graus são semelhantes, pois apresentam segmento flutuado de comprimento e diâmetro semelhantes. A diferença no ângulo do topo é dada principalmente pela variação no comprimento do segmento no solo, embora o segmento do topo também tenha comprimentos diferentes entre as configurações. Para o ângulo de 20 graus, não foi possível ajustar uma configuração semelhante. Se a projeção horizontal fosse maior, provavelmente seria encontrada uma configuração semelhante às demais. Por isso, uma outra configuração foi encontrada. Esta configuração apresenta um flutuador intermediário que ajuda a diminuir a transmissão de movimento do topo para o TDP, mas sem fornecer flutuação suficiente para formar uma corcova pronunciada como nas outras configurações. Já com o ângulo de 4 graus, a tensão máxima passaria o limite imposto se fosse utilizada uma configuração semelhante às de 7, 10 e 15 graus, por causa da alta curvatura na região do vale. Para evitar a curvatura

excessiva, foi adotado um flutuador de menor diâmetro e maior comprimento, que resulta em corcovas mais baixas.

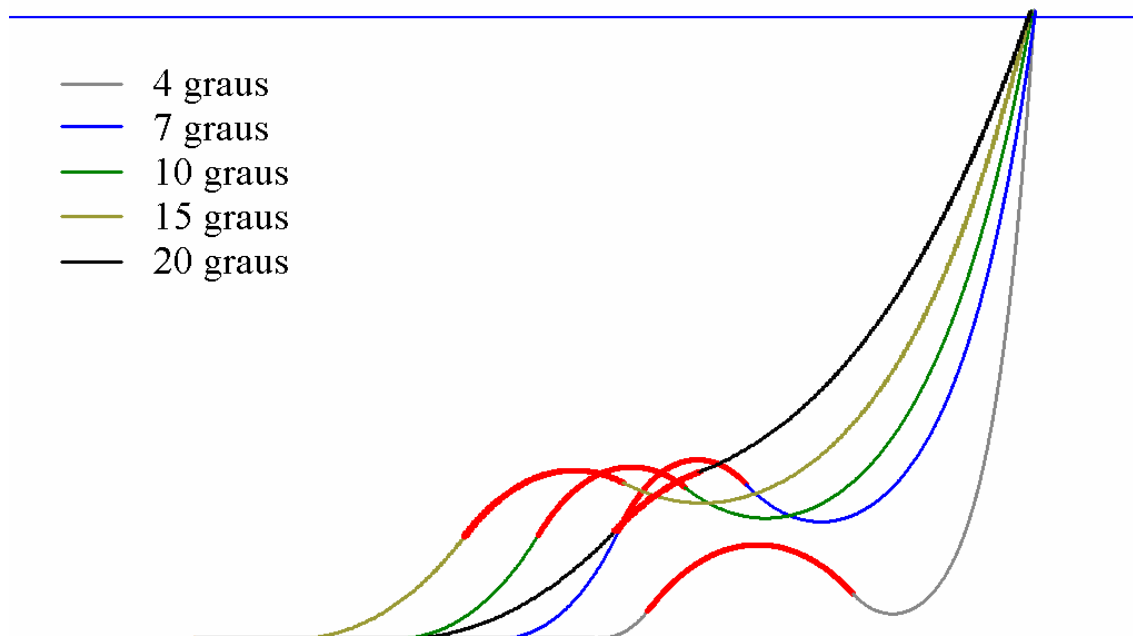


Figura 7.18 – Configurações ótimas para diferentes ângulos de topo.

Os resultados mostram que, mesmo no caso de ângulo do topo imposto, é possível obter bons resultados com a utilização de um método de otimização, apesar de dificuldade extra imposta por esta restrição. As configurações obtidas apresentam amplitudes de tensão semelhantes à da configuração de ângulo livre, com exceção da configuração com ângulo do topo de 20 graus. Para as demais configurações, a maior diferença é de 4,5 MPa ou cerca de 18%.

CAPÍTULO 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas e discutidas as conclusões obtidas ao longo deste trabalho, além de serem apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

Conclusões gerais

Conforme exposto no capítulo 1, o projeto de um sistema de *risers* é uma tarefa complexa, pois cada *riser* tem que atender a uma série de requisitos técnicos em um grande número de condições de trabalho. O aumento da profundidade de exploração tem tornado mais difícil a utilização de *risers* na configuração mais comum, a catenária. Para viabilizar a exploração em grandes profundidades, outras configurações podem ser utilizadas, destacando-se a *lazy-wave*, estudada neste trabalho.

A utilização deste tipo de configuração traz dificuldades adicionais ao projeto, pois cresce muito o número de parâmetros a serem definidos pelo projetista e o tempo computacional requerido para fazer uma análise paramétrica, motivando o uso de otimização para obter configurações que satisfaçam critérios de engenharia no menor tempo possível.

Assim, no capítulo 2 são discutidos trabalhos anteriores que aplicaram otimização ao problema do projeto de um *riser*, após uma introdução à otimização. Na maioria dos trabalhos encontrados não se chegou a realizar análises dinâmicas por causa do longo tempo computacional envolvido e, em todos os casos, foi utilizado o custo como função objetivo. No presente trabalho foram incorporadas análises dinâmicas ao processo de otimização e a função objetivo foi discutida, mostrando-se os problemas de cada alternativa. A discussão procurou ressaltar a importância da dinâmica do *riser*, que se for ignorada pode inviabilizar tecnicamente uma solução, ainda que esta seja ótima por outros critérios. Isto se aplica tanto à função objetivo custo quanto à máxima tensão estática, as duas funções objetivo alternativas estudadas neste trabalho. Apesar disso, das comparações feitas no capítulo 7, é perceptível

que a questão da dinâmica é muito mais crítica para configurações otimizadas por custo do que para aquelas otimizadas por tensão estática.

As mesmas particularidades que tornam desafiador o projeto de um *riser* também tornam o problema de otimização aqui estudado difícil de ser resolvido. Na definição do problema, exposta no capítulo 3, já foi possível antever essa dificuldade, pois o problema resultante além de ter variáveis tanto discretas quanto contínuas, possui uma função objetivo cujo cálculo é de alto custo computacional e não permite o cálculo de gradiente a não ser por métodos numéricos que requerem mais cálculos da função objetivo e são, por isso, demorados. A própria definição da função objetivo foi trabalhosa, pois a primeira função adotada não levou a resultados satisfatórios e foi necessário um trabalho de busca por um critério mais adequado. Esta busca requereu o estudo do problema com um enfoque prático, pois se desejava encontrar um critério que fosse ao mesmo tempo simples e que sintetizasse a experiência de projeto de maneira a levar a uma configuração tecnicamente boa, sem que fosse necessária a imposição de um grande número de restrições, para as quais a definição de valores limite numéricos dificultaria a utilização da metodologia proposta.

O capítulo 4 apresenta métodos de otimização, selecionados entre uma vasta gama de métodos disponíveis por terem sido aplicados com grande sucesso em outros problemas. Destes métodos, dois são heurísticos, e procuram o mínimo global da função objetivo, além de serem capazes de tratar variáveis discretas, enquanto os demais são de programação matemática, tendendo a encontrar mínimos locais e limitados a variáveis contínuas. Conforme o estudo de caso apresentado no capítulo 7, os métodos foram utilizados com sucesso e seu desempenho comparado.

No capítulo 6 foram descritos os diversos cuidados necessários para na fase de implementação e testes do *software*. Por causa da complexidade do problema, diversas dificuldades precisaram ser superadas. A parte do trabalho que demandou maior tempo foi, certamente, a modelagem física do problema. Os modelos estático e dinâmico pré-existentes eram utilizados para análise e, embora muito eficientes computacionalmente, não eram adequados ao uso que se pretendia fazer deles, pois necessitavam de generalização e de um trabalho intenso para melhora de robustez, especialmente em configurações pouco usuais. Por isso, os modelos tiveram que ser estudados e generalizados em alguns aspectos, e foi necessário alterar a implementação em diversos pontos para incorporar as mudanças de modelo. Após esta etapa, os modelos foram testados à exaustão para garantir sua robustez, caso contrário soluções

válidas seriam rejeitadas por problemas de modelo, o que é altamente indesejável. Este trabalho envolveu testes de diferentes configurações em diversos casos de carregamento, com uma posterior análise dos resultados obtidos e levou a um aprimoramento de diversas fases do algoritmo, como os critérios de parada e a melhor ordem de variação das estimativas de força em cada direção para o algoritmo de solução, descrito no Capítulo 5. Também foi possível criar um maior entendimento sobre a influência dos parâmetros de entrada sobre os resultados obtidos, permitindo uma escolha equilibrada entre desempenho e qualidade de solução.

Por todo o exposto, fica claro que em muitas etapas do trabalho foi necessária a análise cuidadosa do problema, seja para torná-lo mais facilmente tratável ou para permitir uma solução mais eficiente. Isto envolveu desde a definição do problema e dos métodos de otimização empregados até o teste e aprimoramento dos modelos utilizados, através da simulação de diferentes soluções em diversos casos, que possibilitaram detectar e corrigir problemas, aumentar a robustez e capacidade de convergência dos modelos utilizados.

Todo esse trabalho foi necessário para poder tornar operacional a idéia motivadora deste texto, ou seja, a integração de modelos eficientes, otimização e computação paralela em uma mesma ferramenta para acelerar a escolha de configurações na primeira fase do projeto.

Através dos estudos de caso apresentados no capítulo 7, foram abordadas diversas conclusões derivadas deste trabalho. Enquanto algumas destas conclusões se referem ao projeto de *risers* em geral, especialmente aquelas sobre os casos de carregamento a serem utilizados, outras são específicas da utilização de otimização para a realização deste tipo de projeto.

Conclusões sobre as condições ambientais a serem utilizadas na otimização

Em primeiro lugar, a otimização com estados de mar separados e depois em conjunto mostrou a importância de levar em conta uma faixa representativa de períodos/ frequências de excitação no projeto. Quando apenas um estado de mar é utilizado, é obtida uma solução que apresenta boa resposta dinâmica apenas na frequência de carregamento imposta neste estado de mar e que pode, em outras frequências, apresentar uma resposta que leve a solução a violar os requisitos de projeto. Utilizando diferentes frequências, a solução obtida apresenta o melhor comportamento possível em toda a faixa de frequências, embora para uma frequência específica não seja tão bom quanto o da solução otimizada para esta frequência.

Em seguida, foi estudada a influência das correntezas e *offsets* da plataforma associados sobre a solução do problema de otimização. Do apresentado conclui-se que a solução é alterada significativamente quando se leva em conta a influência destes fenômenos. Isto ocorre porque tanto correntezas como *offsets* alteram a tração sobre o *riser*, que por sua vez altera os modos e períodos naturais deste, levando a uma resposta dinâmica diferente.

Conclusão semelhante à anterior foi encontrada em relação à direção dos carregamentos. Neste caso, a inclusão de correntezas provenientes da direção oposta à das correntezas originais também alterou a solução do problema. Estes casos incluídos tendem a deixar o *riser* menos tracionado, alterando suas frequências naturais o que, novamente, altera sua resposta dinâmica, tornando a solução, que anteriormente era a ótima, pior do que outra, que passa a ser a ótima. Ao incluir outro conjunto de correntezas, a 90 graus do inicial, não há mudança significativa de solução no caso apresentado. Isto, no entanto, não pode ser tomado como uma indicação de que a simulação de mares cuja correnteza está fora do plano não é necessária, significando apenas que neste caso específico as correntezas contrárias ao *riser* foram as dominantes no problema, o que pode não ocorrer em outro caso. Como regra geral deve ser considerado um conjunto de correntezas que bem representem o cenário em que o *riser* será instalado.

Conclusões sobre os métodos de otimização

Dos métodos apresentados no capítulo 4, apenas dois (Algoritmo Genético e Método do Recozimento Simulado) são capazes de lidar também com variáveis discretas e seus resultados foram comparados. Foi constatado que ambos levam a resultados aproximadamente iguais, com uma vantagem de 9,2 % no tempo de execução para o Algoritmo Genético quando apenas um núcleo é utilizado no processamento. Quando mais de um núcleo é utilizado, no entanto, o quadro é alterado. O Método do Recozimento Simulado apresenta uma melhor escalabilidade, ou seja, ele utiliza de forma mais eficiente os núcleos, fazendo com que, conforme o número de núcleos é aumentado, o tempo de execução se aproxime do tempo do Algoritmo Genético e acabe se tornando menor. Esta diferença de escalabilidade foi investigada, e observou-se que se deve à combinação de tamanho de população constante com uma grande diferença de tempos de execução entre diferentes configurações, que ocorre por que algumas são impossíveis fisicamente e, por isso, rapidamente descartadas, enquanto outras requerem a simulação de todas as condições ambientais. Segundo os testes conduzidos, a partir de 4 núcleos se torna vantajoso a utilização do Método do Recozimento Simulado.

Como os algoritmos testados apresentaram boa escalabilidade, com o fator de diminuição de tempo de simulação obtido com a utilização dos 32 núcleos disponíveis no *hardware* de teste (processadores Itanium II), o tempo de simulação caiu de cerca de 15 horas para meia hora com o Método do Recozimento Simulado e de 13 horas e meia para uma hora com o Algoritmo Genético. Esta é uma grande diferença de tempo em comparação com uma análise paramétrica como a descrita no capítulo 1, que pode ser estender por dias mesmo com uma malha de discretização grosseira.

Em seguida, os demais métodos de otimização foram testados. Como a solução ótima obtida por estes métodos é dependente da configuração inicial, foram feitas diversas simulações, utilizando as configurações da primeira geração do Algoritmo Genético. Os métodos foram comparados quanto ao tempo de otimização, redução no valor da função objetivo e quantidades de falhas (casos em que a otimização não consegue melhorar o valor inicial), chegando à conclusão de que o PLS é o método que melhor balanceia estes critérios entre os métodos locais.

O PLS foi então utilizado para tentar melhorar o resultado obtido com a otimização pelo Algoritmo Genético. Embora tenha sido obtida uma configuração cujo valor de função objetivo é menor do que o da configuração resultante do Algoritmo Genético, a redução foi inferior a 1%, não justificando o tempo adicional necessário para a realização desta segunda otimização. Além disso, não há garantia de que ele seja sempre capaz de melhorar a solução.

Conclusões sobre a função objetivo

Nos itens 7.1.4 e 7.1.5, a discussão sobre a função objetivo, realizada no capítulo 3, foi retomada, desta vez demonstrando através de um exemplo as vantagens e desvantagens de cada função objetivo. Embora para cada uma das funções objetivo estudadas, um *riser* que satisfaz todas as restrições aplicadas tenha sido encontrado, as configurações são bem diferentes entre si.

A função objetivo custo tende a levar a uma solução que seja a mais curta possível. A máxima tensão estática procura balancear tração no topo e no TDP e curvatura neste entorno, além de evitar corcovas, onde existe uma grande tensão de flexão. Assim, a configuração ótima por essas duas funções objetivo é, preferencialmente, uma catenária. Já quando a máxima amplitude de tensão dinâmica é utilizada como função objetivo, a solução mais provável é

uma *lazy-wave*, pois o flutuador não transmite tanto movimento ao TDP, diminuindo a amplitude de tensão neste ponto, normalmente crítico em uma catenária.

Comparando as amplitudes de tensões dinâmicas a que os *risers* estão submetidos, percebe-se que a resposta dinâmica das configurações otimizadas por custo é muito pior (157% na média dos casos com diâmetro constante e variável) que a das configurações otimizadas por tensão estática e que estas apresentam uma amplitude de tensão dinâmica 370% maior, em média, do que as configurações otimizadas por este critério. Apesar da diferença relativa entre configurações otimizadas por custo e pela tensão estática ser menor do que a diferença relativa entre estas últimas e as configurações otimizadas por amplitude de tensão dinâmica, a diferença absoluta é maior. Embora as configurações otimizadas por tensão dinâmica sejam necessariamente melhores que as demais neste critério, a diferença é muito grande, a ponto de as configurações otimizadas por tensão dinâmica (tanto sem quanto com flutuador) estarem dentro do limite de vida infinita a fadiga, enquanto as demais estão acima e podem apresentar problemas.

Outro critério de comparação é a tensão estática. Naturalmente, as configurações otimizadas por este critério apresentaram a menor tensão estática. No caso da otimização utilizando como função objetivo a amplitude máxima de tensão dinâmica, quando o diâmetro foi mantido fixo e sem flutuador, a tensão estática não foi muito alta (cerca de 30% maior que a mínima). Mas nos casos com flutuador e quando a variação de diâmetro sem flutuador foi permitida, a tensão aumentou muito, passando a ser quase o dobro da mínima e aproximadamente o valor da tensão estática das configurações resultantes das otimizações por custo.

Assim, o custo se mostrou uma função objetivo que leva a configurações inferiores por ambos os critérios estruturais analisados. Embora possam ser utilizados estes critérios como restrições para evitar soluções demasiado ruins tecnicamente, as outras duas funções objetivo, que levam em conta critérios estruturais, permitem obter configurações tecnicamente viáveis sem a necessidade de definição destas restrições.

A máxima tensão estática permitiu encontrar configurações que além de baixo nível de tensão estática, apresentam tensões dinâmicas moderadas, sendo uma alternativa adequada, especialmente em casos em que uma alta tensão estática seja motivo de preocupação no projeto, por exemplo, por causa de altas trações no topo em um caso de águas profundas.

As configurações otimizadas por amplitude de tensão dinâmica, além de apresentar vida útil à fadiga superior às demais (pois a amplitude de tensão é inferior ao limite de fadiga), tem um nível de tensão estática que, embora mais alto (255,1 MPa no pior caso), ainda está longe do limite imposto, de 402,5 MPa, uma diferença de 37%.

Pelo exposto acima, chegou-se à conclusão que a máxima amplitude de tensão dinâmica é a melhor função objetivo entre as analisadas neste trabalho.

Conclusões sobre o estudo com FPSO e variação da restrição de ângulo

Para diversificar o estudo de caso apresentado, foi então alterado o cenário, trocando a plataforma por uma FPSO, cujos movimentos são maiores que os de uma semi-submersível. A profundidade também foi aumentada, passando para 2000 metros. O número de condições ambientais foi alterado, passando para 20, entre os quais estão casos combinando ondas decenárias e correntes centenárias e outros combinando correntes decenárias e ondas centenárias. O ângulo de incidência das ondas sobre a FPSO varia de um caso de carregamento para outro, abrangendo desde mares na direção da linha que liga a popa à proa até mares incidentes lateralmente. Otimizando o *riser* neste cenário, foi obtida uma configuração semelhante à configuração ótima do caso estudado anteriormente (plataforma semi-submersível, profundidade de 1255 metros e 12 condições ambientais), ou seja, uma *lazy-wave* cujas corcovas são pronunciadas, embora com menor ângulo do topo (5 graus). O vale da configuração está em uma posição mais alta, provavelmente por causa dos maiores *offsets* da plataforma, que poderiam levar a um toque no solo do mar se a altura mínima do vale no caso neutro fosse demasiadamente baixa. A tensão estática é relativamente alta (363 MPa), mas dentro do limite aceitável para o material. A amplitude de tensão dinâmica é 25,5 MPa, apenas um pouco abaixo do limite de fadiga do material o que, no entanto, é suficiente para garantir vida infinita ao *riser*.

A configuração ótima foi ainda comparada com uma catenária. Constatou-se que não é possível, para este caso, encontrar uma catenária para a qual não ocorra compressão dinâmica. Relaxando esta restrição, a catenária de mínima amplitude de tensão dinâmica foi encontrada e comparada com a *lazy-wave* otimizada. A amplitude de tensão dinâmica da catenária é 97,3 MPa, quase 4 vezes maior que a da *lazy-wave* (25,5 MPa). A tensão estática, embora menor para a catenária, tem uma diferença muito menor (305 MPa e 363 MPa). Desta forma, foi

mostrado que também para o novo cenário estudado a metodologia apresentada leva a uma configuração tecnicamente viável, com boa resposta dinâmica.

Foram também simulados casos em que os ângulos do topo foram mantidos constantes, ou seja, desejava-se uma configuração com um determinado ângulo no topo. Conforme previsto, esta restrição criou dificuldades para o algoritmo de otimização, o que motivou a busca de adaptações que permitissem uma maior eficiência no tratamento destes casos. Após algumas tentativas, foi adotada uma diminuição de variáveis no problema, com a eliminação do comprimento do trecho superior. Este comprimento passou a ser determinado por um algoritmo (descrito no capítulo 7) que encontra, conhecidos os demais dados, o comprimento de segmento que resulta em um ângulo de topo do *riser* igual ao desejado.

Com a adaptação descrita acima, foi possível contornar os problemas de convergência, obtendo configurações otimizadas com determinados ângulos do topo. Naturalmente, os valores de função objetivo destas configurações são mais altos que o da configuração otimizada com liberdade de ângulo do topo. Esta diferença é pequena, no entanto. Para os casos mais comuns (até 10 graus), a diferença máxima de valor de função objetivo é de 8,2%. Mesmo para o pior caso entre os estudados, o de 20 graus, a diferença é pequena em valores absolutos (17,5 MPa). Enquanto a configuração para 4 graus é pouco diferente da configuração ótima com ângulo livre, as configurações de 7, 10 e 15 graus apresentam corcovas mais altas e menos pronunciadas, formando um certo padrão, com o TDP se deslocando para a esquerda de uma configuração para outra. Já para 20 graus o padrão é quebrado, pois o TDP seria antes ou muito próximo do ponto de truncamento do modelo. Por isso é escolhida uma configuração diferente, com um pequeno flutuador intermediário que não chega a formar uma corcova. Assim, a configuração de 20 graus está mais perto de uma catenária, embora o flutuador intermediário cause alguma diminuição no movimento transmitido do topo do *riser* até o TDP.

Conclusões Finais

Conforme discutido na seção 1.1.8, automatizaram-se aqui as primeiras fases do projeto, deixando as demais para verificação. É importante frisar que a configuração obtida através da otimização foi analisada através de modelos simplificados, devendo ser submetida a uma análise não-linear completa e a pequenas alterações caso seja necessário. Apesar da necessidade de realizar esta análise, um grande ganho foi obtido anteriormente na seleção de

uma única configuração para análise completa, dispensando a realização de dispendiosos estudos paramétricos.

Os resultados aqui apresentados mostram que a conjunção de métodos de otimização com modelos robustos de análise estática e dinâmica proposta permitiu obter configurações que atendem aos requisitos de projeto (na forma de restrições) e que, portanto, são tecnicamente viáveis. O processo de otimização requer um tempo relativamente curto, o que mostra a adequação da metodologia proposta, que pode facilitar e acelerar o trabalho do projetista, ao obter, em pouco tempo, uma configuração que é viável e apresenta bom comportamento dinâmico.

A redução no esforço necessário para o projeto de cada *riser* é uma importante contribuição para a realidade atual do projeto de sistemas *offshore*, pois sistemas cada vez mais complexos, com restritivos requisitos de projeto devem ser projetados em prazos cada vez menores.

Sugestões de trabalhos futuros

O trabalho aqui desenvolvido pode ser estendido em uma variedade de maneiras, discutidas a seguir.

Uma avaliação mais completa das configurações candidatas poderia ser feita adicionando uma análise preliminar de VIV. Para isso seria, em primeiro lugar, necessário realizar uma pesquisa dos diversos modelos existentes na literatura, avaliando sua adequação quanto à precisão dos resultados e tempo computacional necessário. Modelos que utilizam superposição modal seriam especialmente interessantes, pois já estão disponíveis, da análise dinâmica, as matrizes de massa e rigidez para o cálculo dos modos e frequências naturais do *riser*.

Uma possibilidade a ser estudada para tornar a otimização mais rápida é a utilização de uma técnica chamada de superfície de resposta, que já foi aplicada com sucesso a outros problemas de dinâmica estrutural na própria área *offshore* (RULE, 1997). Através da análise de configurações selecionadas (por uma metodologia de seleção de experimentos) e interpolação dos resultados, é possível reconstruir a superfície de resposta da estrutura em estudo. Esta resposta reconstruída é então utilizada para a otimização. Esta técnica permite uma grande

redução no número de análises necessárias para a otimização, com impacto direto no tempo computacional, justificando a investigação de seu uso para o problema aqui estudado.

Outra sugestão é que as configurações estudadas sejam ampliadas. Configurações como a *Lazy-S*, *Steep-S* e a *Steep-wave*, entre outras, têm vantagens que as tornam mais adequadas para determinadas situações. Por exemplo, em um campo no qual o espaço até o poço seja pequeno, uma *lazy-wave* ou catenária pode não ser viável. Por causa desse tipo de problema, em geral em uma primeira fase de projeto podem ser estudadas diversas configurações, que são avaliadas quanto aos seus pontos fortes e fracos, para posterior seleção daquela que é mais adequada ao cenário em questão. A inclusão de diferentes configurações entre as opções para otimização permitiria que a seleção fosse feita automaticamente, aumentando o escopo de aplicação da metodologia aqui apresentada.

Outra possibilidade é a extensão para diferentes tipos de *riser*. Neste trabalho o foco foi no *riser* rígido, cuja seção foi representada pelo diâmetro e material. Outros tipos de *riser* poderiam ser estudados, como o *pipe-in-pipe* e os flexíveis. Também poderiam ser estudados umbilicais. Como em qualquer caso a seção é mais complexa que a de um *riser* rígido, também a sua representação é mais difícil e seria necessário parametrizar a seção estudada e alterar a definição do problema (apresentada no capítulo 3), para adequá-la às diferentes variáveis requeridas em cada caso. Algumas das variáveis utilizadas atualmente são independentes da representação da seção, a saber, o comprimento dos segmentos e o diâmetro e material do flutuador. Nenhuma alteração é necessária no que se refere a estas variáveis.

Outro ponto a ser explorado é a utilização de mais de um objetivo na otimização. Quando mais de um objetivo é perseguido, é necessário de alguma forma criar uma relação de importância entre eles. Isto normalmente é feito através de pesos em uma função objetivo que é uma soma ponderada de valores de cada um dos objetivos. Existem, no entanto, outras alternativas que devem ser consideradas, como a utilização de lógica nebulosa para o cálculo da função objetivo, conforme feito por Lima et al. (2005), que permite a especificação de avaliações subjetivas para cada um dos objetivos, que são transformadas em um valor de função objetivo com o uso de regras pré-definidas.

Por fim, pode-se estudar a aplicação de otimização no projeto de outros componentes do sistema de produção *offshore*. Isto pode ser feito tanto para estruturas maiores, como a própria

plataforma (de maneira similar à apresentada por Birk et al., 2006), quanto para os acessórios do *riser*, como o enrijecedor à flexão ou a flange de conexão.

CAPÍTULO 9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALBRECHT, C. H. **Algoritmos evolutivos aplicados à síntese e otimização de sistemas de ancoragem**. Rio de Janeiro: Tese de Doutorado. Coppe-UFRJ, 2005.
- [2] AL-SARKHI, A.; CHAMBERS, F. W. **Optimization technique for design of automotive air filter housings with improved fluid dynamic performance and filtration**. [S.l.]: Particle Science and Technology, v. 22, n. 3, p. 235-252, 2004.
- [3] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **API Specification 5L** - specification for line pipe. [S.l.]: 2000.
- [4] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **Recommended practice for design and analysis of stationkeeping system for floating structures**: API-RP-2SK. [S.l.]: 1996.
- [5] AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. **Recommended practice 2RD** - design of risers for floating production systems (FPSs) and tension-leg platforms (TLPs). [S.l.]: 1998.
- [6] ARANHA, J. A. P.; MARTINS C. A.; PESCE C. P. **Analytical approximation for the dynamic bending moment at the touchdown point of a catenary riser**. [S.l.]: International Journal of Offshore and Polar Engineering, v.4, p. 293-300, 1997.
- [7] ASHLEY, H. **On making things the best**: aeronautical uses of optimization. Dayton: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aircraft Systems and Technology Conference, Aug 11-13, 1981, 33 p.
- [8] BALENA, R.; MARTINS, C. A.; SILVEIRA, L. M. Y.; TAKAFUJI, F. C. M.; TANAKA, R. L. **Fatigue analysis of lazy-wave steel risers**. Ouro Preto, Brazil: Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005.
- [9] BALIÑO, J. L.; BURR, K. P.; PEREIRA, N. A. L. **Modeling and simulation of severe slugging in pipeline-riser systems**. Brasília: Proceedings of the 19th International Congress of Mechanical Engineering, 2007.

- [10] BIRK, L.; CLAUSS, G. F.; LEE, J. Y. **Practical application of global optimization to the design of offshore structures**. Vancouver, Canada: 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2004.
- [11] BORDALO, S. N.; OLIVEIRA, R. C. **Estudo experimental do escoamento óleo-água com precipitação de parafinas em dutos submarinos**. Rio de Janeiro: Anais do XI ENCIT, v. 1, ABCM, 2006.
- [12] BOX, G. E. P. **Evolutionary operation: A method for increasing industrial productivity**. [S.l.]: Applied Statistics v.6, p. 81-101, 1957.
- [13] BRIDGE, C. D.; HOWELLS H. A. **Observations and modelling of steel catenary riser trenches**. Lisbon, Portugal: Proceedings of the 17th International Society of Offshore and Polar Engineering Conference, 2007.
- [14] BROUSSE, P. **Optimization in mechanics: Problems and methods**. North-Holland: 1988.
- [15] BURNS, S. A. **Recent Advances in Optimal Structural Design**. [S. l.]: ASCE Publications, 2002.
- [16] CERNY, V. **A thermodynamical approach to the travelling salesman problem: an efficient simulation algorithm**. [S.l.]: Journal of Optimization Theory and Applications, v. 45, p. 41-51, 1985.
- [17] CRISTELLO, N.; KIM, I. Y. **Design optimization of an automotive universal joint considering manufacturing cost**. Montreal, Canada: Proceedings of the 17th International Conference on Modeling and Simulation, 2006.
- [18] CUNLIFFE, N.; BAXTER, C.; MCCARTHY, T.; TRIM, A. **Evolutionary design of marine riser systems**. Vancouver, Canadá: Proceedings of the 23rd International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2004.
- [19] DE JONG, K. A. **An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems**. Michigan: Ph.D. Thesis, University of Michigan, 1975.
- [20] DET NORSKE VERITAS. **Recommended practice OS-F201: dynamic risers**. Norway: 2001.
- [21] DET NORSKE VERITAS. **Recommended practice RP-C203: fatigue strength analysis of offshore steel structures**. Norway: 2008.

- [22] DET NORSKE VERITAS. **Recommended practice RP-F105: free spanning pipelines.** Norway: 2002.
- [23] DIEKMANN, R.; LÜLING, R.; SIMON, J.; VIDAL, R. V. (Org.). **Problem independent distributed simulated annealing and its applications.** Applied Simulated Annealing, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. [S.l.]: Springer, 1993.
- [24] DONHA, D. C.; DESANJ, D. S.; KATEBI, R. M.; GRIMBLE, M. J. **H-infinity adaptive controllers for auto-pilot applications.** England: International journal of adaptive control and signal processing, v. 12, n. 8, p. 623-648, 1998.
- [25] FALTINSEN, O. **Sea loads on ships and offshore structures.** Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
- [26] FLOTATION TECHNOLOGIES. Disponível em: <http://www.flotec.com/flo31.html>. Acesso em 12 de julho de 2005.
- [27] GEIST, G. A.; KOHL, J. A.; PAPADOPOULOS, P. M. **PVM and MPI: a comparison of features.** [S.l.]: Calculateurs Paralleles, v.8, n.2, p; 137-150, 1996.
- [28] GEN, M.; CHENG R. **Genetic algorithms and engineering design.** [S.l.]: Wiley, 1997.
- [29] GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.** [S.l.]: Addison-Wesley Pub, 1989.
- [30] HAFTKA, R. T.; GÜRDAL, Z. **Elements of structural optimization.** [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [31] HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems.** Michigan: University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [32] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 13628-11: petroleum and natural gas industries — design and operation of subsea production systems – Part 11: flexible pipe systems for subsea and marine applications.** [S.l.]: 2004.
- [33] KELLER, H. B. **Numerical methods for two-point boundary value problems.** Blaisdell: 1968.

- [34] KIRKPATRICK, S. C.; GELATT, D.; VECCHI M. P. **Optimization by simulated annealing**. [S.l.]: Science, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983. Disponível em : <http://www.cs.virginia.edu/cs432/documents/sa-1983.pdf>
- [35] LAARHOVEN, P. J. M. VAN; AARTS, E. H. L. **Simulated annealing: theory and applications**. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1987.
- [36] LARSEN, C. M.; HANSON T. **Optimization of catenary risers**. [S.l.]: Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Transactions of the ASME, v.121(2), p.90-94, 1999.
- [37] LEE, K-H.; SHIN, J-K.; SONG S-L.; YOO Y-M.; PARK G-J. **Automotive door design using structural optimization and design of experiments**. [S.l.]: Proceedings of the I MECH E Part D Journal of Automobile Engineering, v. 217, n. 10, p. 855-865, October, 2003.
- [38] LEYLAND, G. **Multi-objective optimization applied to industrial energy problems**. Lausanne: Ph.D. Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.
- [39] LIMA, B. S. L. P.; JACOB, B. P.; EBECKEN, N. F. F. **A hybrid fuzzy/genetic algorithm for the design of offshore oil production risers**. [S.l.]: International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 64, p.1459-1482, 2005.
- [40] LOKANATHAN, A.; BROCKMAN, J.B.; RENAUD, J.E. **A multidisciplinary optimization approach to integrated circuit design**. McLean, Virginia: Proceedings of Concurrent Engineering: A Global Perspective. CE95 Conference, p. 121-129, August 23-25, 1995.
- [41] MAN, K. F.; TANG, K. S.; KWONG, S. **Genetic algorithms: concepts and designs**. [S.l.]: Springer, 1999.
- [42] MARTINS, C. A. **Análise dinâmica da operação de resgate lateral de oleoduto submarino**. São Paulo: Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1984, 284 p.
- [43] MARTINS, C. A. **Poliflex versão 1.0 manual do usuário**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1998.
- [44] MARTINS, C. A. **Uma ferramenta expedita para estudo da viabilidade de risers rígidos em catenária**. São Paulo: Tese de Livre-Docência, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2000.

- [45] MATTA, P. S. **Aplicação de algoritmos genéticos para a otimização da produção em poços de petróleo canhoneados**. Rio de Janeiro: Tese de Doutorado, Coppe-UFRJ, 2007.
- [46] MAXWELL, J. C. **On reciprocal figures, frames and diagrams of force**. Edinburg: Transactions of the Royal Society of Edinburg, v. 26, p.1, 1872.
- [47] MICHELL, A. G. **The limits of economy of material in frame structures**. [S.l.]: Philosophical Magazine, v.8, p.589-597, 1904.
- [48] MITCHELL, M. **Introduction to genetic algorithms**. [S.l.]: MIT Press, 1996.
- [49] MORRIS, A. J. **Foundations of structural optimization: A Unified Approach**. [S.l.]: Wiley, 1982.
- [50] MPI FORUM. **MPI Standard**. 2008, Disponível em: <http://www.mpi-forum.org/docs/docs.html>.
- [51] OPENMP ARCHITETURE REVIEW BOARD. **OpenMP fortran application program interface (version 2.0)**. [S.l.]: Technical report, 2000. Disponível em: <http://www.openmp.org>.
- [52] PATEL, M. H.; SEYED, F. B. **Review of flexible riser modelling and analysis techniques**. Guildford: Engineering Structures, v.17, n.4, p.293-304, 1995.
- [53] PESCE, C. P.; ARANHA, J. A. P.; MARTINS, C. A.; RICARDO, O. G. S.; SILVA, S. **Dynamic curvature in catenary risers at the touch-down point: an experimental study and the analytical boundary-layer solution**. [S.l.]: International Journal of Offshore and Polar Engineering, v. 8, n. 4, p. 302-310, 1998.
- [54] PESCE, C. P.; MARTINS, C. A.; CHAKRABARTI, S. (Org.). **Numerical computation of riser dynamics**. Numerical Models in Fluid-Structure Interaction. Southampton: WIT Press, p. 253-309, 2005.
- [55] PESCE, C. P. **Mecânica de cabos e tubos submersos lançados em catenária: uma abordagem analítica e experimental**. São Paulo: Tese de Livre Docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1997, 450 p.
- [56] PESCE, C. P.; PINTO, M. M. O.; MARTINS, C. A.; ARANHA, J. A. P. **Steel catenary risers for deep water applications**. The Hague, Holand: ISOPE 95, 5th International Symposium on Offshore and Polar Engineering, June, 1995.

- [57] PETROBRAS. **I-ET-3010.00-1500-960-PPC-006, Structural Analysis of Flexible Pipes rev. C**, 2004.
- [58] PETROBRAS. **I-ET-3010.00-1500-960-PPC-008, Structural Analysis of Umbilicals rev. 0**, 2003.
- [59] RAO, S. S. **Engineering optimization**. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1996.
- [60] RAMOS JR., R. P. **Modelos analíticos no estudo do comportamento estrutural de tubos flexíveis e cabos umbilicais**. São Paulo: Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2001, 305 p.
- [61] RARDIN, R. L. **Optimization in operations research**. [S.l.]: Prentice Hall, 1998.
- [62] RODRIGUES, G. J. O. **Ferramentas computacionais para otimização e síntese de sistemas híbridos de risers baseados no conceito de bóia de subsuperfície**. Rio de Janeiro: Tese de Doutorado, Coppe-UFRJ, 2004.
- [63] RULE, W. K. **A response surface for structural optimization**. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, v. 119, i. 3, p. 196-202, 1997.
- [64] SANTOS, M. F. **Mecânica global tridimensional de linhas submersas**. São Paulo: Tese de Doutorado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.
- [65] SARICA, C.; SHOHAM, O. **A simplified transient model for pipeline-riser systems**. [S.l.]: Chemical Engineering Science, v. 46, n.9, p. 2167-2179, 1991.
- [66] SCHIMIT, L. A. **Structural design by systematic synthesis**. [S.l.]: Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, p. 105-132, 1960.
- [67] SCHWEFEL, H. P. **Evolution and Optimum Seeking: the sixth generation**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1995.
- [68] SERTÃ, O. B.; MOURELLE, M. M.; GREALISH, F. W.; HARBERT, S. J.; SOUZA, L. F. A. **Steel catenary riser for the marlim field FPS P-XVIII**. Houston, Texas: Proceedings of the 28th Offshore Technology Conference, 1996.
- [69] SILVA, E. C. N. **Otimização em engenharia mecânica**. São Paulo: Apostila de curso de pós-graduação ministrado na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2003.

- [70] SILVEIRA, L. M. Y.; MARTINS, C. A. **A numerical method to solve the three-dimensional static problem of a riser with bending stiffness**. Halkidiki, Greece: 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2005.
- [71] SILVEIRA, L. M. Y.; MARTINS, C. A.; BALENA, R.; TANAKA, R. L.; TAKAFUJI, F. C. M. **Static analysis of lazy-wave steel risers**. Ouro Preto, Brazil: Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005.
- [72] SIMON, D. **Optimal state estimation: Kalman, H-infinity, and nonlinear approaches**. [S.l.]: Wiley, 2006.
- [73] SYNTECH MATERIALS. Disponível em: <http://www.syntechmaterials.com/standard.nxg>. Acesso em 18 de julho de 2006.
- [74] TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS C. A. **Damping linearization for frequency domain lazy-wave riser analysis**. Lisbon, Portugal: Proceedings of the 17th International Society of Offshore and Polar Engineering Conference, 2007.
- [75] TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L.; BALENA, R.; SILVEIRA, L. M. Y. **Parametric analysis of steel lazy-wave risers**. Ouro Preto, Brazil: Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005.
- [76] TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L. **Bending stiffness effect on the vibration modes of catenary risers**. Rio de Janeiro, Brazil: Rio Oil & Gas Expo and Conference, 2006.
- [77] TAKAFUJI, F. C. M.; MARTINS, C. A.; TANAKA, R. L. **Riser-seabed friction modelling**. Brasilia, Brazil: Proceedings of the 19th International Congress of Mechanical Engineering, 2007.
- [78] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A. **A genetic algorithm approach to steel riser optimization**. Hamburg, Germany: 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2006.
- [79] TANAKA, R. L.; MARTINS C. A. **Dynamic optimization of steel risers**. Lisbon, Portugal: Proceedings of the 17th International Society of Offshore and Polar Engineering Conference, 2007.
- [80] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A. **Parallel dynamic optimization of steel risers**. Estoril, Portugal: 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2008.

- [81] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A.; TAKAFUJI, F. C. M. **Steel riser optimization with simulated annealing**. Rio de Janeiro, Brazil: Rio Oil & Gas Expo and Conference, 2006.
- [82] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A.; TAKAFUJI, F. C. M.; SILVEIRA, L. M. Y.; BALENA, R. **Dynamic analysis of lazy-wave steel risers**. Ouro Preto, Brazil: Proceedings of the 18th International Congress of Mechanical Engineering, 2005.
- [83] TANAKA, R. L.; MARTINS, C. A.; TAKAFUJI, F. C. M. **Comparison of optimization methods applied to the steel riser problem**. Brasília, Brazil: Proceedings of the 19th International Congress of Mechanical Engineering, 2007.
- [84] TROSSET, M. W. **What is simulated annealing?** [S.l.]: Optimization and Engineering, v. 2, p. 201-213, 2001.
- [85] VIEIRA, L. T.; LIMA, B. S. L. P.; EVSUKOFF, A. G.; JACOB, B. P. **Application of genetic algorithms to the synthesis of riser configurations**. Cancun, México: Proceedings of the 22nd. International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, 2003.

GLOSSÁRIO

Aços duplex e superduplex – classes de aços com microestrutura bifásica, com uma matriz ferrítica e ilhas de austenita em proporções volumétricas semelhantes. São chamados duplex se apresentam um teor de cromo da ordem de 22% e superduplex se este teor é da ordem de 25%.

Análise paramétrica – análise na qual são definidos diversos valores para variáveis de interesse e todas as combinações entre estes valores são testadas.

Bending stiffener – estruturas poliméricas de forma cônica projetadas para limitar a curvatura de *risers* no topo.

Camada limite – técnica que permite a correção de ângulos e curvaturas nas regiões onde o efeito da rigidez flexional é importante.

Configuração neutra – configuração em que o *riser* está submetido apenas a seu peso próprio, sem correntes nem ondas. Nesta configuração não há *offset* da plataforma.

Domínio viável – região do espaço onde se localizam as soluções que respeitam as restrições.

Enrijecedor à flexão – termo em português para *bending stiffener*.

Espaço de busca – região do espaço onde é feita a busca pela solução ótima. É delimitada pelos intervalos das variáveis de projeto.

Função objetivo – função cujo valor mínimo ou máximo deseja-se encontrar.

Heurística – método aproximado para solução de um problema, não baseado diretamente em uma teoria, mas sim em conhecimento prévio combinado com intuição.

Lazy-wave – configuração de *riser* na qual existe um flutuador intermediário.

Offset – mudança na posição de equilíbrio estático da plataforma devido à ação de esforços externos.

Penalizações – mudanças no valor da função objetivo introduzidas com o objetivo de piorar o seu valor quando alguma restrição é violada.

Portabilidade – característica de uma aplicação de ser facilmente executada ou compilada em diversas plataformas.

Plataforma Semi-Submersível – plataforma composta de uma estrutura de um ou mais conveses, apoiada em flutuadores submersos.

RAO – *Response Amplitude Operator*, relaciona os movimentos da unidade flutuante com o ângulo de aproamento e com a frequência da onda, para uma onda de altura unitária.

Recozimento – processo no qual um metal é aquecido acima de sua temperatura de cristalização e resfriado lentamente para permitir o alívio de tensões residuais e a obtenção de uma estrutura cristalina estável.

Restrição ativa – restrição que altera a solução ótima.

Restrições – critérios que devem ser respeitados para que uma solução seja considerada viável.

Solução ótima – solução que apresenta o melhor valor possível de função objetivo.

Solução viável – solução que respeita as restrições.

Touchdown point – ponto onde o *riser* toca o solo.

Variáveis de projeto – variáveis cujos valores podem ser alterados durante o processo de otimização.

Variável contínua – variável que pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo.

Variável discreta – variável que pode apenas assumir determinados valores dentro de um intervalo.

VIV – *Vortex-Induced Vibration* ou Vibração Induzida por Vórtices. Quando um fluido encontra um corpo imerso, ocorre uma perturbação do escoamento. Esta perturbação pode levar à formação de vórtices. Estes vórtices induzem vibrações em *risers*, vibrações estas que podem se tornar uma grande fonte de dano, influenciando significativamente na sua vida útil.

APÊNDICE A COMPUTAÇÃO PARALELA

Como os algoritmos de otimização podem requerer um grande número de análises para chegar a um mínimo, o custo computacional e, portanto, o tempo para otimização pode ser muito alto se um único processador for utilizado. Este problema motiva o uso de processamento paralelo, cuja idéia básica é dividir o processamento entre vários processadores.

Um *cluster* de computadores é uma solução eficiente do ponto de vista de custo, pois permite manter uma relação aproximadamente linear entre capacidade de processamento e custo, bastando adicionar novos computadores à medida que maior capacidade é necessária, enquanto para um único computador, conforme o processador utilizado se aproxima do estado da arte da tecnologia, o custo por unidade de processamento cresce geometricamente.

Apesar disso, até alguns anos atrás, computadores com mais de um processador não eram muito comuns, em parte pelo rápido desenvolvimento dos processadores, que permitia em pequenos intervalos de tempo um grande aumento da capacidade computacional instalada pela simples troca do computador, restringindo a computação paralela a grandes *clusters* montados especificamente para aplicações que requeriam grande capacidade computacional.

Com o tempo, o desenvolvimento de processadores mais rápidos foi se tornando cada vez mais difícil, esbarrando em problemas como consumo de energia e capacidade de dissipação de calor. Isso motivou o desenvolvimento de processadores de múltiplos núcleos e, por isso, a situação atual é diferente daquela de alguns anos atrás, pois mesmo computadores comuns, de médio custo, possuem processadores do tipo *dual core*, em que um único processador possui dois núcleos e realiza dois processamentos ao mesmo tempo, agindo como se houvessem dois processadores, sem perda de desempenho em cada um deles. Em uma faixa de custo maior, já podem ser encontrados processadores *quad core*, com quatro núcleos e para o futuro próximo está previsto o lançamento de processadores de oito núcleos. Combinando estas máquinas em *clusters*, pode-se obter um grande número de núcleos em poucos processadores.

Esta capacidade só pode ser aproveitada se o *software* for desenvolvido especificamente levando em conta a natureza paralela do processador e for preparado para dividir o processamento de maneira coordenada entre os núcleos existentes.

As máquinas paralelas podem ser divididas em três tipos: máquinas de arquitetura de memória compartilhada (SMP), sistemas distribuídos e sistemas híbridos. Nas SMPs, toda a memória RAM disponível é compartilhada entre todos os processadores/núcleos do sistema permitindo que qualquer um deles acesse qualquer quantidade de memória necessária, desde que esteja disponível. Já nos sistemas distribuídos, cada processador tem a sua própria memória e podem apenas acessar essa memória e não a dos demais. Existem também sistemas híbridos, nos quais conjuntos de 2 ou mais núcleos dividem um mesmo espaço de memória que não é acessível aos demais conjuntos. Nesses sistemas, os conjuntos de núcleos que dividem a mesma memória são como uma SMP, enquanto a ligação entre estes conjuntos é um sistema híbrido.

Para o compartilhamento de memória e a comunicação entre os núcleos existem várias tecnologias, a maioria delas proprietárias dos fabricantes de *clusters*. A comunicação, no caso mais simples, pode ser feita através de uma rede comum, padrão Ethernet ou ATM. Essa solução tem a vantagem de ser barata e simples, mas é também relativamente lenta e não permite o compartilhamento de memória, servindo apenas para sistemas distribuídos ou para as partes distribuídas de sistemas híbridos.

Para permitir a coordenação entre os núcleos foram criados padrões de comunicação, como o OpenMP (OPENMP ARCHITETURE REVIEW BOARD, 2000), que só pode ser usado em SMPs. Outra possibilidade é o uso do MPI (*Message Passing Interface*), que é uma biblioteca que pode ser utilizada tanto em SMPs quanto em sistemas distribuídos ou híbridos. Como estão disponíveis ambos os tipos de máquinas para uso no desenvolvimento deste trabalho, é recomendável utilizar uma tecnologia que seja compatível com ambas. Uma terceira possibilidade seria o uso de outro padrão, o PVM (*Parallel Virtual Machine*), que assim como o MPI é compatível tanto com SMPs quanto com sistemas distribuídos e híbridos. Comparações entre MPI e PVM (GEIST, 1996), mostram que o PVM é mais indicado para utilização em rede heterogêneas e em sistemas sujeitos a falhas constantes, enquanto o MPI tem melhor performance em aplicações executadas em ambientes mais controlados, como o que será utilizado. Junta-se a isto a experiência já existente da equipe no desenvolvimento de aplicações com MPI, para justificar a escolha deste padrão.

É importante atentar para a comunicação entre os nós, pois isto pode se tornar um gargalo da simulação se o tráfego de dados for muito grande. Nisto o MPI se mostra novamente vantajoso, pois este permite comunicar a cada nó apenas os dados estritamente necessários,

mantendo a comunicação o mais leve possível e diminuindo a latência que poderia de outro modo comprometer todo o desempenho do sistema, enquanto o PVM transmite mais informações para permitir correção de erros e recuperação de falhas, que aumentam o tamanho de cada pacote em relação à informação transmitida.

É de se esperar que em um *software* perfeitamente paralelizado, o tempo de processamento seja proporcional a $\frac{1}{N}$, onde N é o número de processadores utilizados para a sua execução.

Porém, devido principalmente à latência da comunicação e a existência, em geral, de partes não divisíveis nos algoritmos, há um desvio deste valor teórico, que será maior quanto maior o volume de comunicação entre os nós e quanto mais custosa a parte não divisível do algoritmo.

A.1 MPI

O padrão MPI foi desenvolvido pelo fórum MPI, formado por representantes de 40 organizações, incluindo empresas, fabricantes de computadores paralelos e pesquisadores, que estudaram os sistemas baseados em troca de mensagens existentes e tentaram aproveitar as melhores características de cada, procurando fazer com que o padrão resultante tivesse alta portabilidade sem, no entanto, sacrificar o desempenho e a flexibilidade.

A comunicação entre os processadores é feita através de operações chamadas *scatter*, *gather* e *broadcast*. Estas operações são comunicações realizadas entre dois ou mais processadores através da troca de mensagens em formatos específicos. Na operação de *broadcast*, dados de um processador (geralmente o central) são passados para todos os outros, sendo esta operação utilizada para a passagem de dados que são iguais para todas as máquinas e, portanto, independentes de qual análise será executada.

As operações *scatter* permitem passar dados para uma determinada máquina, sendo útil, por exemplo, para o processador central informar cada um dos outros processadores dos dados de entrada para uma análise específica, enquanto as operações *gather* permitem recolher dados de outros processadores, como por exemplo, os resultados das análises realizadas por cada um deles, necessários para a tomada de decisão por parte do algoritmo de otimização.

Estas operações podem ser realizadas de dois modos: síncrono e assíncrono. No modo assíncrono, a mensagem é enviada e o processamento continua normalmente após o envio, enquanto no modo síncrono, após o envio da mensagem o processamento é suspenso até que seja recebida uma confirmação de recepção correta por parte do nó destinatário. Este modo geralmente é usado para obtenção de dados essenciais para a continuação da execução do programa. A existência destes dois modos permite uma programação menos suscetível a falhas, tornando simples a suspensão da execução do programa enquanto este não tem todos os dados necessários.

Além disso, as mensagens contêm não somente os dados transmitidos, como também campos destinados à transmissão de outras informações relevantes. Em especial, existe um campo chamado *tag*, que identifica o conteúdo de uma mensagem. Este campo pode ser usado para informar o receptor da mensagem sobre o que deve ser feito em seguida, ou como esta mensagem deve ser interpretada.

Por fim, há também um mecanismo chamado *probing*, que permite verificar se existe alguma mensagem para determinado processador, mas sem tentar recebê-la, o que seria uma operação muito mais demorada. Com este mecanismo é possível manter um processamento contínuo, enquanto se verifica a existência de mensagens. Somente quando houver uma mensagem que requer a atenção do processador, o processamento é interrompido e esta recebida e interpretada.

Uma lista completa dos comandos e funções pode ser encontrada no padrão MPI (MPI FORUM, 2008).

APÊNDICE B SELEÇÃO DOS PARÂMETROS DOS MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Entre os métodos estudados no capítulo 4, dois (o Método do Recozimento Simulado e o Algoritmo Genético) requerem a definição de um grande número de parâmetros, além da seleção de uma entre diversas formas de realizar alguma etapa do algoritmo. Este apêndice é dedicado à seleção dos parâmetros a serem utilizados no processo de otimização para cada um destes métodos.

Devido à natureza probabilística de ambos os métodos, não existe uma forma de determinar a priori quais valores de parâmetros devem ser utilizados, com algumas exceções, nem se a relação entre eles é linear.

É necessário ter em mente ainda que por causa da utilização de regras aleatórias, diferentes simulações com os mesmos valores de parâmetros levam a resultados diferentes. O número de simulações recomendado na literatura (DE JONG, 1975, LEYLAND, 2002) varia de autor para autor, de 20 a 100, e os valores médios e de desvio-padrão devem ser utilizados para avaliar o desempenho. Como no problema aqui estudado o cálculo de cada função objetivo é demorado, o tempo de simulação necessário para cada conjunto de parâmetros é alto. Por isso, foi possível realizar apenas cinco simulações com cada conjunto de parâmetros. Apesar disso, nos conjuntos de valores de parâmetros considerados ótimos, o desvio-padrão de resultados encontrado é baixo, indicando que a repetibilidade dos algoritmos, para estes valores de parâmetros, é boa e não há problema com a simulação de relativamente poucas vezes de cada caso.

Os testes apresentados aqui foram realizados otimizando com processamento serial o caso 8 do capítulo 6.

B.1 Método do Recozimento Simulado

O Método do Recozimento Simulado, conforme implementado, permite ao usuário alterar os seguintes parâmetros:

- “Temperatura” Inicial, que deve ser positiva e não nula;
- “Temperatura” Final, que também deve ser positiva e não nula;
- Número de transições em cada “temperatura”: define quantas iterações serão feitas em cada “temperatura”, ou seja, quando o equilíbrio do sistema em cada “temperatura” é considerado atingido. Deve assumir um valor inteiro, positivo e não-nulo;
- Resfriamento: define a regra pela qual a “temperatura” será diminuída. O usuário pode escolher entre três opções, a saber, decréscimo constante, decréscimo logarítmico e exponencial. Cada um destes está explicado em maiores detalhes na seção 4.3.1.

Uma primeira conclusão que pode ser tirada é quanto ao tempo de simulação. Embora o tempo de simulação varie significativamente de uma configuração para a outra, como em uma otimização são realizadas muitas simulações, a média é semelhante e o tempo de simulação se torna uma função aproximadamente linear do número de configurações simuladas. Na Figura B.1 é mostrado um gráfico de dispersão com o tempo de simulação em função do número de configurações para 30 simulações, variando de 100 a 5000 configurações. Também é estimada a reta que melhor aproxima os pontos, com $R^2 = 0,986$, o que confirma a hipótese de tempo variando aproximadamente linearmente com o número de configurações. Assim, daqui em diante o tempo de simulação para o Método do Recozimento Simulado é tomado como proporcional ao número de configurações simuladas.

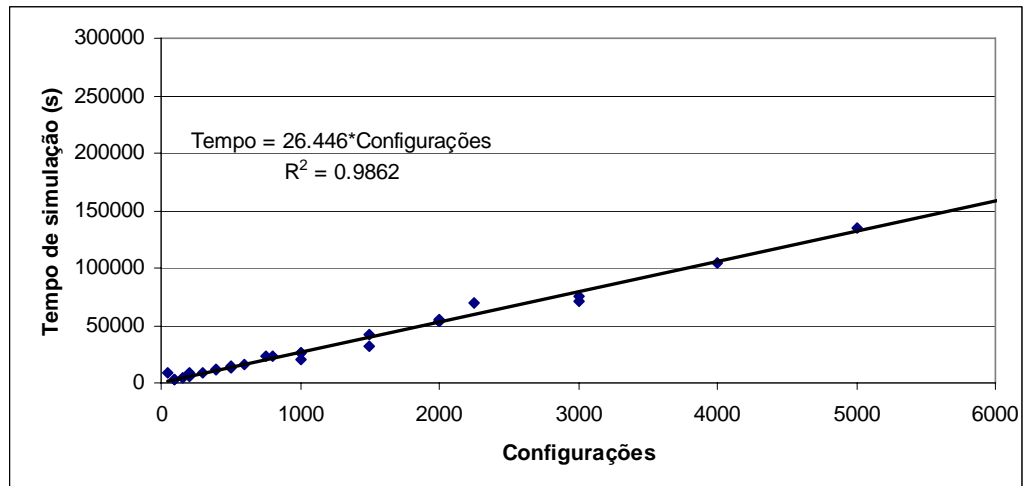


Figura B.1 – Tempo de simulação em função do número de configurações.

As “temperaturas” inicial e final podem ser determinadas de acordo com o procedimento descrito por Haftka e Gürdal (1999). Considerando que cada solução pior que a anterior tem uma probabilidade de aceitação dada por:

$$P(\Delta E) = e^{\left(\frac{-\Delta E}{kT}\right)},$$

a probabilidade de aceitação de uma solução com uma determinada discrepância entre valores de função objetivo pode ser definida e, a partir disto, calculada a “temperatura” necessária. Haftka e Gürdal (1999) propõem como critério de seleção a utilização de uma probabilidade inicial de aceitação de 95% para a diferença de função objetivo que se estima entre a melhor e a pior solução possível. Para o problema em estudo, se considerarmos uma diferença máxima de função objetivo estimada em 100 MPa a “temperatura” calculada é aproximadamente 2000. Este é o valor utilizado para a “temperatura” inicial, embora para comparação também tenham sido estudadas “temperaturas” de 1000 a 10000, com resultados semelhantes.

Para a “temperatura” final, procedimento semelhante ao descrito acima pode ser utilizado. Neste caso é definida uma pequena diferença de função objetivo que deve apresentar 1% de probabilidade de aceitação na “temperatura” final. Foi considerada uma diferença de 1 MPa como adequada, resultando em uma “temperatura” final de 0,2. Novamente, foram testados também valores próximos ao encontrado, para testar a sensibilidade do resultado a este parâmetro.

Quanto ao resfriamento, uma das opções implementadas, a exponencial, se mostrou inadequada ao problema, pois não foi possível encontrar um conjunto de valores de parâmetros que a levasse à convergência. Este resfriamento se caracteriza por possuir um controle de “temperatura” que se adapta automaticamente de acordo com o desvio-padrão da função objetivo das configurações simuladas em uma determinada “temperatura”. Para todos os conjuntos de parâmetros testados, este controle automático falhou quando encontrou configurações inviáveis, para as quais não houve convergência ou cujos valores de função objetivo se tornaram altos por causa das penalizações, fazendo o desvio-padrão das funções objetivo aumentar consideravelmente.

Assim, restam outros dois resfriamentos a serem testados, o logarítmico e o linear, além do parâmetro de número de transições por “temperatura”.

Para o resfriamento logarítmico, foram testados os seguintes valores de α_i : {0,7;0,75;0,8;0,85;0,9}. Valores fora deste intervalo levam a um número de configurações muito pequeno, para o qual o mínimo não é obtido, ou muito grande, para os quais a simulação se torna demasiadamente demorada.

Para o resfriamento linear, foram testados os seguintes valores de α_i : {20;50;66,666;100;200}. Novamente, para valores fora deste intervalo o número de configurações é ou muito pequeno, para o qual o mínimo não é obtido, ou muito grande, para os quais a simulação se torna demasiadamente demorada.

O número de transições por “temperatura” foi testado com os seguintes valores: {5;10;20;50;75;100}. Estes valores, combinados com os escolhidos para o resfriamento, implicam em simulações cujo número de configurações analisadas varia entre 50 e 10000.

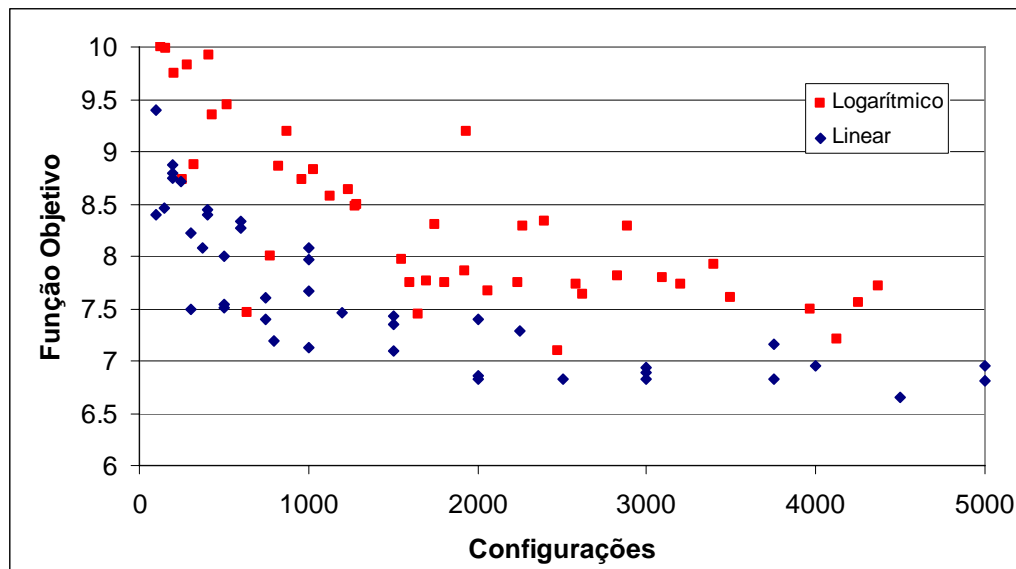


Figura B.2 – Comparação entre valor de função objetivo em função do número de configurações para as regras de resfriamento logarítmica e linear.

A Figura B.2 mostra uma comparação, para todos os conjuntos de valores de parâmetros simulados, das médias de valor de função objetivo encontrada como uma função do número de configurações simuladas. É possível observar que o resfriamento linear é superior ao logarítmico em todos os casos, ou seja, para encontrar um valor semelhante de função objetivo, o resfriamento linear precisa simular menos configurações (levando menos tempo) do que o logarítmico. Isso pode ser justificado por que a diminuição logarítmica de “temperatura” tende a aumentar o número de transições geradas com baixa “temperatura” e, portanto, configurações com pequenas mudanças em relação à anterior. Assim, acaba ocorrendo uma otimização local melhor, mas a região do mínimo global pode não ser encontrada, levando a uma pior função objetivo. Por ter se mostrado melhor, daqui em diante foram estudados os parâmetros para o resfriamento linear.

A Figura B.3 mostra como o valor ótimo médio da função objetivo varia com o número de transições por “temperatura”. Há uma queda do valor da função objetivo com o aumento do número de transições. A Figura B.4 mostra a variação do valor da função objetivo com o parâmetro α_i . A função objetivo cai com a diminuição de α_i . Em ambos os casos, há uma melhora da função objetivo com o aumento do número total de configurações simuladas, consistente com o apresentado na Figura B.2. Assim, fica demonstrado que o parâmetro importante para determinar o resultado obtido é, de fato, o número de configurações simuladas. Este número deve ser escolhido de acordo com o tempo disponível para simulação

e os parâmetros α_i e número de transições por “temperatura” devem ser selecionados de maneira a obter o número de configurações desejadas, de acordo com a seguinte equação:

$$N_i = \frac{T_i - T_f}{\alpha_i} t_i$$

onde N_i é o número de configurações total, T_i é a “temperatura” inicial, T_f a “temperatura” final, t_i o número de transições por “temperatura” e α_i o decréscimo de “temperatura”.

Na Figura B.2 pode ser observado que o decréscimo de função objetivo é pequeno a partir de 2000 configurações, por isso, este valor será considerado na determinação dos parâmetros α_i e t_i .

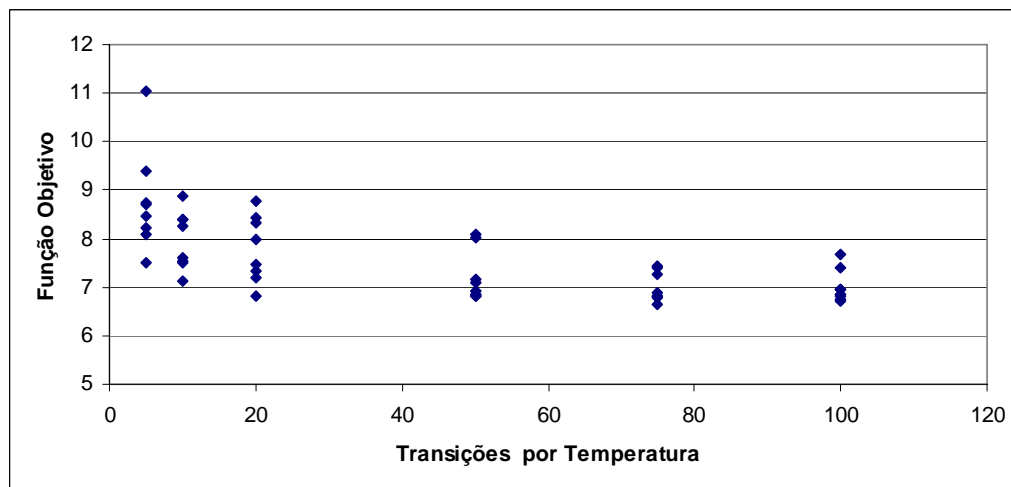


Figura B.3 – Função objetivo em função do número de transições por “temperatura”.

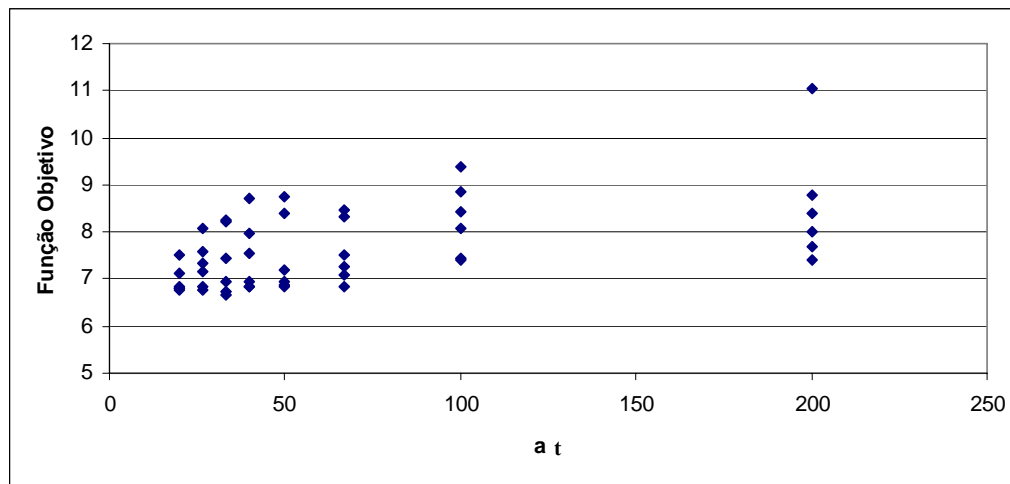


Figura B.4 – Função objetivo em função do valor de α_t .

A Figura B.4 mostra que, quanto menor o valor de α_t , menor a variação da função objetivo obtida com a mudança do parâmetro t_t , por isso, foi adotado $\alpha_t=20$, o menor valor testado. Calculando t_t e arredondando para o inteiro mais próximo, é obtido o valor 20.

B.2 Algoritmo Genético

Para utilizar o Algoritmo Genético, é preciso, em primeiro lugar definir como são codificadas as variáveis de projeto. Enquanto para as variáveis discretas, a única possibilidade é a utilização da codificação binária, para as variáveis reais pode ser utilizada tanto a codificação binária quanto a real. Como o problema em estudo possui variáveis de ambos os tipos, é preciso definir como será feita a codificação das variáveis reais.

Conforme discutido no capítulo 4, a codificação binária foi, historicamente, a primeira desenvolvida e, por ser capaz de tratar também de variáveis reais, ainda é em muitos casos utilizada, apesar da existência da codificação real que, por ter sido desenvolvida especialmente para essa classe de variáveis, permite a utilização de operadores de cruzamento e mutação diferentes, também já discutidos no capítulo 4. As vantagens da codificação real são discutidas na literatura por diversos autores para diversas classes de problemas, como, por exemplo, em Gen e Cheng (1997) e Man, Tang e Kwong (1999) e por isso esta codificação foi utilizada para as variáveis reais.

Para a seleção, foram implementadas duas opções: a roleta e o torneio. O torneio tem objetivo de aumentar as chances de reprodução dos genes inferiores, de maneira a manter a heterogeneidade genética da população. Segundo Mitchell (1996), no entanto, o mesmo pode ser feito utilizando roleta e aptidão calculada por classificação. Por isso, a seleção é feita por roleta e para cálculo da aptidão foram testados tanto o sistema misto quanto por classificação.

Quanto à seleção por elitismo, existem trabalhos exaustivos (DE JONG, 1975, LEYLAND, 2002) mostrando o ganho obtido quando se mantém na população os melhores genes encontrados até o momento. Por isso, este método de seleção foi utilizado, complementando a roleta.

Definidas a codificação e a seleção, os seguintes parâmetros foram estudados:

- cálculo de aptidão: misto ou por classificação;
- tamanho da população;
- probabilidade de mutação;
- probabilidade de cruzamento;

O cálculo de aptidão por classificação é recomendado para situações em que existe uma diferença relativa muito grande entre a piores e as melhores soluções em uma população, que podem levar ao domínio de uma solução, com desaparecimento das demais no processo de reprodução. Para o problema estudado não é esperada uma diferença maior que uma ordem de magnitude entre os valores da função objetivo de soluções que respeitem as restrições, o que não é suficiente para provar a necessidade da utilização da classificação, mas também não permite excluí-la. Por isso, ambas as formas de cálculo de aptidão foram estudadas.

Um estudo da literatura disponível tanto mais geral quanto na área *offshore*, permitiu delimitar os intervalos usuais de variação de cada um dos parâmetros. Para a probabilidade de mutação este intervalo está entre 0,01 e 0,2 e para a probabilidade de cruzamento entre 0,5 e 0,9. Este intervalo pode ser justificado teoricamente, pois uma probabilidade de cruzamento muito próxima de 1 impede que uma solução seja melhorada com uma pequena mudança causada apenas pela mutação e, por isso, pode ser prejudicial ao desempenho do algoritmo. Já a diminuição da probabilidade de cruzamento abaixo de 0,5 torna o Algoritmo Genético mais próximo de uma busca aleatória, mesmo efeito de uma probabilidade de mutação se

aproximando de 0,5. Para a probabilidade de mutação foram testados os valores {0,01;0,05;0,1;0,2}, enquanto para a probabilidade de cruzamento foram testados {0,5;0,7;0,9}

Para a população o intervalo encontrado é de 10 a 100 indivíduos, com um compromisso entre qualidade da solução e tempo computacional surgindo, pois a solução obtida tende a melhorar com o aumento da população de maneira não-linear, enquanto o tempo de simulação varia de maneira aproximadamente linear.

Inicialmente foi estudado o caso de cálculo misto de aptidão. Como parâmetros do cálculo misto (seção 4.3.2.2) foram utilizados $a_A = -1$, $b_A = C_{\max}$ e $\alpha_A = 1$, de maneira a obter a seguinte fórmula para a aptidão:

$$A = 1 - \frac{f_{obj}}{C_{\max}},$$

onde C_{\max} é o valor máximo da função objetivo, assim, a aptidão é normalizada entre 0 e 1, crescendo com a queda do valor da função objetivo, pois este é um problema de minimização.

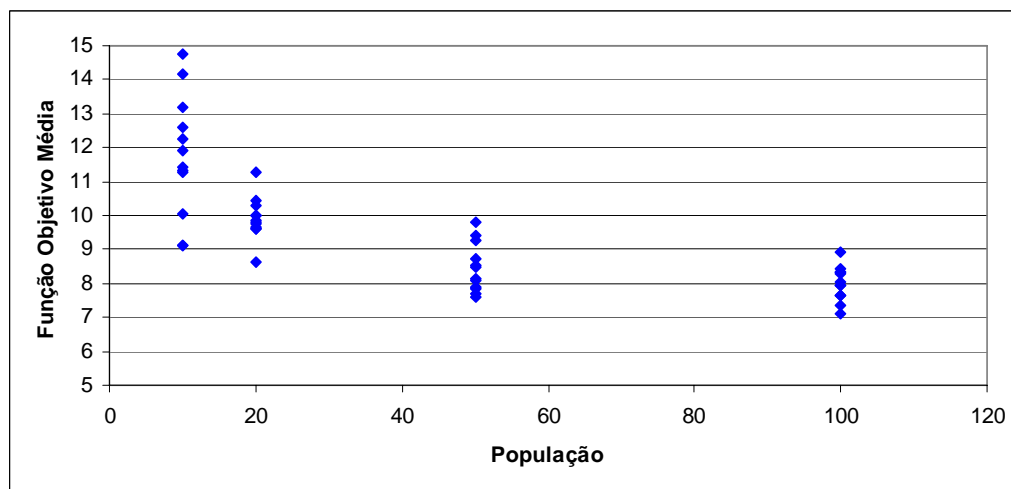


Figura B.5 – Valor médio de função objetivo em função do tamanho da população.

A Figura B.5 mostra o valor médio da função objetivo em função do tamanho da população. Para uma população de até 50 indivíduos há uma queda acentuada do valor da função objetivo, enquanto de 50 para 100 indivíduos há pouca diferença, embora o tempo de otimização seja muito maior. Por isso, foi escolhida uma população de 50 indivíduos, o que é coerente com a literatura (DE JONG, 1975). Para este tamanho de população, a melhor

combinação dos demais parâmetros é a probabilidade de mutação 0,1 e de cruzamento 0,9. Para este conjunto de parâmetros, foi encontrado um desvio-padrão da função objetivo ótima de 0,37, ou seja, bastante pequeno em relação ao valor da função objetivo (5,2%). O tempo médio de simulação foi de 13 horas e 39 minutos em um processador Itanium II, da mesma máquina utilizada para o estudo de caso do capítulo 7.

Já para o cálculo por classificação, a Figura B.6 mostra o valor médio da função objetivo em função da população utilizada. Há uma diferença maior entre uma população de 50 indivíduos e uma de 100 indivíduos do que no caso do cálculo misto, o que motiva o uso de uma população de tamanho 100. Para esta população, a melhor combinação de parâmetros é a probabilidade de mutação igual 0,1 e a de cruzamento 0,75. O desvio-padrão do valor ótimo da função objetivo para esse conjunto de parâmetros é de 0,40, semelhante ao anterior. O tempo médio de simulação foi de 18 horas e 30 minutos para um processador Itanium II.

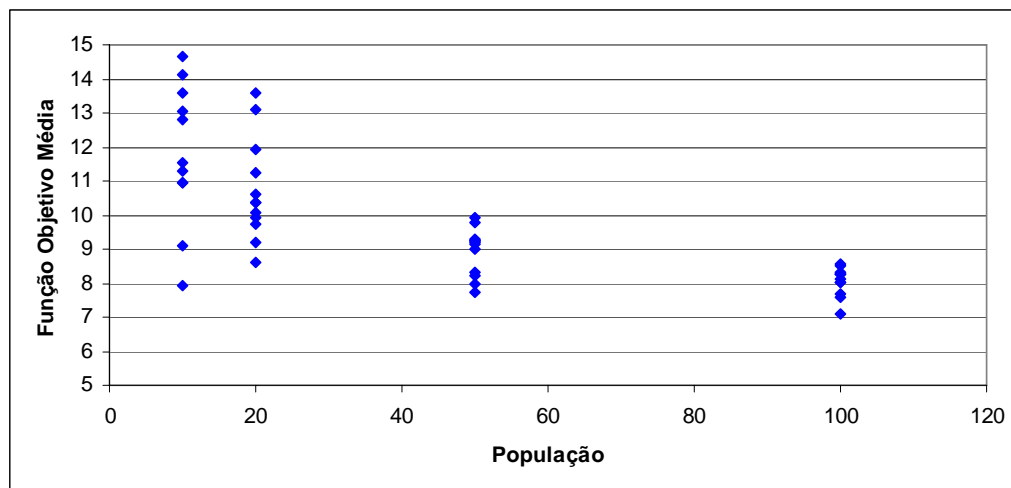


Figura B.6 – Valor médio de função objetivo em função do tamanho da população para a aptidão calculada através de classificação.

Comparando os resultados obtidos com os melhores parâmetros para o cálculo de aptidão por classificação e misto, o último se mostra melhor, pois tanto a média quanto o desvio-padrão dos valores ótimos das funções objetivo ao longo das cinco simulações são menores quando o cálculo misto é utilizado. Além disso, o tempo de simulação nestes casos também é inferior.