Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física II - 4300112

6ª Lista de exercícios - Teoria Cinética dos Gases - 2012

1. (Halliday) Considere uma amostra de gás argônio em um recipiente a 35°C e pressão de 1,22 atm. Supondo o raio desse átomo igual a $0,71 \times 10^{-10}$ m, calcule a fração do volume do recipiente que é realmente ocupada pelos átomos.

R: $4,3 \times 10^{-5}$.

2. (Halliday) A massa molar do iodo é de 127g/mol. Uma onda estacionária em um tubo cheio de gás de iodo, tratado aqui com um gás ideal, a 400 K tem os seus nós 6,77 cm distantes um do outro, quando a frequência é de 1000 Hz. Dado que a velocidade de propagação da onda nesse meio pode ser obtida por $v = \sqrt{(\gamma RT/M)}$, estando as variáveis representando as grandezas usuais, determine a partir do γ se esse gás é monoatômico ou diatômico.

3. (Halliday) A massa molecular do hidrogênio é de $3,3 \times 10^{-24}$ g. Se 10^{23} moléculas de hidrogênio por segundo atingem 2 cm^2 de uma parede, a um ângulo de 55° com a normal a essa parede e com velocidade de 10^5 cm/s, qual a pressão exercida sobre a parede pelo hidrogênio? Considere que as colisões são perfeitamente elásticas.

R: 1900 N/m^2.

4. (Moysés) Um gás é submetido a uma expansão isotérmica reversível num recipiente cilíndrico munido de um pistão de área A e massa M. O pistão desloca-se na direção x com velocidade constante u. Tem-se $u \ll v_{\text{qm}}$ e $M \gg m$, onde v_{qm} é a velocidade quadrática média das moléculas, cuja massa é m. Suponha as colisões das moléculas com o pistão perfeitamente elásticas num referencial que se move com o pistão.

(a) Mostre que, no referencial do laboratório (onde o cilindro está em repouso), as colisões com o pistão não são perfeitamente elásticas, calculando a perda de energia cinética de uma molécula que colide com o pistão com componente x da velocidade $v_x > 0$ (no resultado, despreze u em confronto com v_x).

(b) Some sobre todas as moléculas e mostre que a perda total de energia cinética é igual ao trabalho realizado na expansão do gás.

5. (Moysés) Um recipiente de 10 ℓ contém 7 g de nitrogênio gasoso, à pressão de 4,8 atm e à temperatura de 1800 K. A essa temperatura, uma porcentagem x das moléculas de nitrogênio encontram-se dissociadas em átomos. Calcule x.

R: $x = 30\%$.

6. (Moysés) A temperatura na superfície da Lua chega a atingir 127°C. Calcule a velocidade quadrática média do hidrogênio molecular a essa temperatura e compare-a com a velocidade de escape da superfície da Lua. Que conclusão pode ser tirada dessa comparação?

R: $v_{\text{qm}} = 2,2$ km/s; $v_{\text{escape}} = 2,4$ km/s.

7. (Moysés) Considere uma partícula esférica de $0,5\ \mu$m de raio e densidade $1,2$ g/cm^3, como as que foram utilizadas por Jean Perrin em experiências para determinação do número de Avogadro. Uma tal partícula, em suspensão num líquido, adquire um movimento de agitação térmica que satisfaz à lei de equipartição da energia. De acordo com esta lei, qual seria a velocidade quadrática média da partícula em suspensão à temperatura de 27°C?

R: 4,4 mm/s.

8. (Moysés) O diâmetro efetivo da molécula de CO_2 é $\approx 4,59 \times 10^{-8}$ cm. Qual é o livre percurso médio de uma molécula de CO_2 para uma densidade de $4,91$ kg/m^3?

R: $1,59 \times 10^{-6}$ cm.

9. (Moysés) Calcule o trabalho realizado por um gás de Van der Waals numa expansão isotérmica à temperatura T, passando do volume molar v_i para v_f.

R: $W = a\left(\frac{1}{v_f} - \frac{1}{v_i}\right) + RT\ \ln\left(\frac{v_f - b}{v_i - b}\right)$ (1 mol).

10. (Moysés) A pressão crítica e a temperatura crítica observadas para o CO_2 são, respectivamente, $P_C = 73,0$ atm e $T_C = 304,1$ K.

(a) Calcule as constantes de Van der Waals a e b para o CO_2.

(b) Calcule a densidade crítica ρ_C para o CO_2 pela equação de Van der Waals e compare-a com o valor observado de $0,46$ g/cm^3.

(c) Se o CO_2 fosse um gás ideal, a que pressão seria preciso submeter 1 mol de CO_2 para que ocupasse o volume de $0,5\ \ell$ à temperatura de $0°$C?

(d) Qual seria a pressão necessária na situação (c) considerando o CO_2 como um gás de Van der Waals?

(e) Em (d), que fração da pressão total é devida à interação entre as moléculas do gás?

R: (a) $a = 3,6$ atm $\times\ \ell^2/(\text{mol})^2$, $b = 0,043\ \ell/\text{mol}$; (b) $\rho_C = 0,34$ g/cm^3; (c) 44,8 atm; (d) 34,6 atm; (e) 42%.

11. Um recipiente contém uma mistura de um mol de gás monoatômico de massa m_1e 1 mol de gás diatômico de massa $m_2 = m_1/2$ à temperatura ambiente. Suponha comportamento aproximadamente ideal dos gases.

(a) Compare a energia cinética média e a velocidade de translação das moléculas dos dois tipos de gás.

(b) Qual é a razão entre as pressões parciais dos dois tipos de gás?

(c) Qual é a capacidade térmica do sistema?

(d) Se o recipiente é tampado com uma membrana semipermeável que permite somente a passagem do gás monoatômico, qual será a fração final da energia interna remanescente no recipiente após atingido novamente o equilíbrio termodinâmico? (Suponha que a pressão exterior seja sempre muito inferior à interior).

(e) Quais dos itens anteriores teria resposta diferente caso a temperatura fosse alta o suficiente para excitar modos vibracionais da molécula diatômica?

(f) Caso somente uma das moléculas monoatômicas permaneça no interior do recipiente, juntamente com as diatômicas, determine a razão f_{12}/f_{22} entre a frequência de colisão desta molécula monoatômica (f_{12}) e a de uma diatômica (f_{22}), com as outras - note que as velocidades relativas médias entre as diferentes combinações de moléculas é diferente. Use $r_2 = 2r_1$para os raios moleculares diatômico (r_2) e monoatômico (r_1).

(g) Determine a razão entre os caminhos livres médios dos dois diferentes tipos de moléculas $\bar{l}_1/\bar{l}_2$ na situação do item (f).

(h) Tendo em vista que o volume das moléculas não é nulo, proponha uma correção para a equação $PV = (n_1 + n_2)RT$ que valeria para uma mistura de dois tipos de gases perfeitos (sendo n_1 e n_2 o número de moles de cada tipo de gás, considerando que são esferas duras de raios r_1 e $r_2 = 2r$, respectivamente). [Sugestão: considere um "volume de exclusão" médio entre pares de moléculas de diferentes combinações. Verifique se confere com os casos limites n_1 ou n_2 nulo.] Calcule o parâmetro de Van der Waals b (covolume efetivo) para $n_1 = 1$ mol e $n_2 = 0,5$ mol em função de N_A (Número de avogadro) e$v_0 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$.

R: (a) $\langle E_{c1}\rangle = \langle E_{c2}\rangle$, $v_2/v_1 = \sqrt{2}$; (b) $P_1/P_2 = 1$; (c) $C_V = 4R$; (d) $\frac{3}{8}$; (e) c e d; (f) $\frac{9\sqrt{3}}{32} \simeq 0,49$; (g) $\frac{32}{9\sqrt{6}} \simeq 1,45$; (h) $b = 17N_A v_0$.

12. A figura abaixo representa o potencial $u(r)$ de interação entre duas moléculas esféricas em função da distância r entre seus centros. Este potencial esquemático contém um "caroço" de potencial infinito de raio r_0 e um trecho linear $r_0 < r < r_1$, em que o potencial é negativo, crescendo de $-u_0$ até 0, permanecendo igual a zero para $r > r_1$.

(a) Com base neste potencial, calcule as constantes a e b, da equação de Van der Waals em função de r_0 e u_0, para $r_1 = 3r_0$.

(b) Determine os parâmetros r_0 e u_0, dados $a = 0,5\text{m}^6\text{Pa/mol}^2$, $b = 4.10^{-5}\text{m}^3/\text{mol}$.

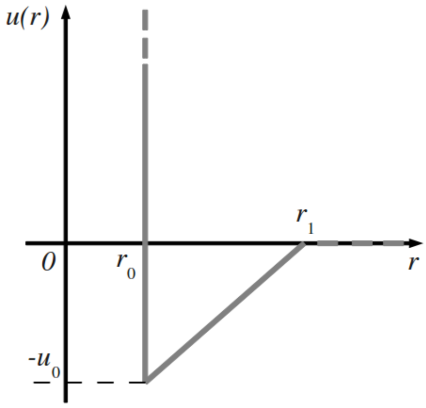
Dicas:

- Para obter o co-volume, note que r_0 não é o raio de cada molécula, mas do potencial de interação entre duas moléculas.
- Calcule a força de interação entre duas moléculas em função da distância.

Para obter a correção da pressão, considere uma superfície plana "vertical":

- Considere uma esfera de raio r_1 em torno de uma molécula na superfície. O número médio de moléculas que exerce força com componente "para a esquerda" da superfície sobre a molécula considerada corresponde à densidade de moléculas multiplicada pelo volume da casca hemisférica de raio interno r_0 e raio externo r_1 (por quê?).
- Calcule a componente horizontal média dessa força sobre uma dada molécula. Considere que o peso estatístico de um ângulo θ com relação à normal ao plano é proporcional a $\sin\theta$ (por quê?).
- Considere o número de moléculas por unidade de área dentro de uma distância correspondente ao alcançe da interação para estimar a força total "para a esquerda" por unidade de área (pressão negativa sobre a superfície plana). Com base nesta hipótese

deve-se obter $a = N_A^2 13\pi u_0 r_0^3$. Na verdade este é um limite superior, o valor correto é uma fração deste (grosso modo, 1/2). Tente descobir por quê e peça ao professor para explicar se não conseguir. O valor correto (indicado na resposta) pode ser obtido mais facilmente calculando-se a energia potencial média em função de V e derivando-se com relação ao volume.



R: (a) $b = \frac{2}{3}\pi N_A r_0^3$; $a = N_A^2 6\pi u_0 r_0^3$; (b) $r_0 = 3,17 \times 10^{-10}$m; $u_0 = 2,3 \times 10^{-21}$J ou 0,014 eV.