

# Eletromagnetismo Avançado — 7600035

## Primeira lista complementar.

28/08/2023

Exercícios do livro texto (Griffiths - Introdução à Eletrodinâmica - 3a. edição) assinalados com número em negrito.

1. Num sistema de coordenadas cilíndricas, uma carga elétrica está na posição  $\vec{r}_e = a\hat{z}$ , enquanto um monopolo magnético está na posição  $\vec{r}_m = -a\hat{z}$ , onde  $a$  é uma constante. O campo magnético de um monopolo foi dado na lista 1. Encontre o vetor de Poynting num ponto qualquer com coordenadas  $(s, \varphi, z = 0)$  e desenhe as linhas de campo do vetor de Poynting sobre o plano  $z = 0$ .
2. Um capacitor é formado por duas placas planas paralelas de área  $A$  separadas pela distância  $d$ , no vácuo. Na situação mostrada na figura 1, a placa de cima tem carga positiva, e a de baixo, negativa, de forma que a diferença de potencial entre as placas do capacitor é  $V_0$ , inicialmente. Escolhe-se um sistema de coordenadas com eixo  $z$  perpendicular às placas do capacitor. Por meio de dois fios condutores relativamente longos, liga-se o capacitor a um resistor com resistência  $R$ . O resistor tem formato cilíndrico, com raio  $a$  e altura  $h$ , e seu eixo tem a direção do eixo  $z$ . Uma vez feita a conexão, uma corrente

$$I(t) = I_0 e^{-t/RC},$$

onde  $C$  é a capacitância do capacitor, e  $I_0$  é uma corrente que você deve determinar, passa a circular pelo circuito. Calcule o módulo do vetor de Poynting no interior do capacitor e faça um desenho indicando a direção do vetor  $\vec{S}$  nessa mesma região;

3. A superfície de uma esfera de raio  $R$  está uniformemente carregada com carga  $Q$ . Fora da superfície, não há carga. Calcule a força que o hemisfério inferior exerce sobre o superior. Para isso, calcule o fluxo do tensor  $\vec{T}$  em uma superfície hemisférica fechada no plano inferior e concêntrica com o hemisfério superior, com raio ligeiramente maior que  $R$ .
4. Repita a questão 3 calculando agora o fluxo através do plano horizontal infinito que passa pelo centro da esfera.
5. Uma casca cilíndrica de raio  $R$  e comprimento  $L \gg R$  está uniformemente carregada com densidade superficial  $\sigma$ . O interior da casca está vazia, e a casca não tem tampas. Define-se um sistema

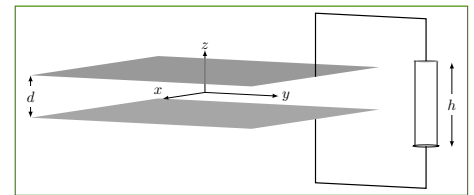


Figura 1: Questão 1.

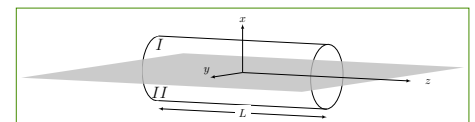


Figura 2: Questão 2.

de coordenadas com eixo  $z$  coincidente com o eixo da casca e origem no centro da casca. O plano  $yz$  divide a casca em duas partes iguais. Encontre a força elétrica que a metade inferior  $II$  exerce sobre a superior  $I$ .

6. **8.5** Considere um capacitor com placas planas paralelas, como o considerado em classe. A placa de baixo está sobre o plano  $z = -d/2$  e tem densidade de carga  $-\sigma$ , e a de cima, sobre o plano  $z = d/2$ , com densidade  $\sigma$ .

- (a) Encontre o tensor de Maxwell na região entre as placas;
- (b) Qual é o momento por unidade de área e por unidade de tempo, que cruza o plano  $z = 0$ ?
- (c) Discuta fisicamente a resposta do item anterior.

7. Um cabo coaxial comprido, de comprimento  $\ell$ , consiste de dois condutores, um interno com raio  $a$  e outro externo com raio  $b$ . Como a figura 3 mostra, o cabo está conectado a uma bateria de um lado e a um resistor no outro. O condutor interno tem carga uniforme com densidade linear  $\lambda$  e conduz corrente  $I$  para a direita. O externo tem densidade e corrente opostas. Qual é o momento armazenado nos campos?

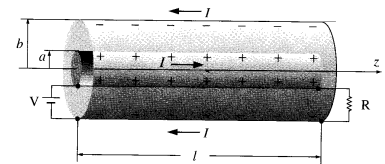


Figure 8.5

Figura 3: Questão 7

8. Considere um solenóide muito comprido, com raio  $R$  e  $n$  voltas por unidade de comprimento, por onde circula uma corrente  $I$ . Duas cascas cilíndricas de comprimento  $\ell$  são concêntricas com o solenóide e estão paradas. Uma delas tem raio  $a < R$  e está carregada com carga  $Q$ , uniformemente distribuída em sua superfície. A outra tem raio  $b > R$  e está carregada uniformemente com carga  $-Q$ . Na figura 4, imagine que  $\ell \gg b$ . A densidade de campo angular devida a campos elétrico e magnético é dada pela expressão

$$\vec{\ell}_{em} = \vec{r} \times \vec{p}_{em},$$

onde  $\vec{p}_{em}$  é a densidade de momento devida aos campos. Calcule o momento angular dos campos no sistema da figura.

- 9. Para o par carga-monopolo na questão 1, calcule o momento angular total contido nos campos.
- 10. **8.9** Um solenóide muito longo com raio  $a$  e  $n$  voltas por unidade de comprimento conduz uma corrente  $I_s$ . Um anel de fio com raio  $b \gg a$  e resistência  $R$  está posicionado concêntricamente com o solenóide. Quando a corrente no solenóide é gradualmente reduzida, uma corrente  $I_r$  é induzida no anel.

- (a) Calcule  $I_r$ , em termos de  $dI_s/dt$ ;

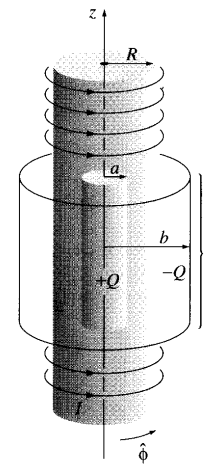


Figure 8.7

Figura 4: Questão 8

- (b) Compare a potência  $RI_r^2$  com a integral do vetor de Poynting infinitesimalmente fora do solenóide sobre toda a superfície do solenóide.