I - DINÂMICA DO PONTO

1. INTRODUÇÃO

NESTE ITEM FAREMOS UMA BREVE REVISÃO DA DINÂMICA DO PONTO MATERIAL, ANTES DE PASSARMOS AO ESTUDO DOS CORPOS RÍGIDOS (OU SISTEMAS RÍGIDOS). NA VERDADE O QUE SE FAZ É CONCENTRAR TODA A MASSA E TODAS AS FORÇAS QUE AGEM NUM CORPO OU SISTEMA RÍGIDO, NUM ÚNICO PONTO, SENDO ESTE PROCEDIMENTO PERFEITAMENTE ACEITÁVEL QUANDO AS DIMENSÕES DESTE CORPO PUDEREM SER DESPREZADAS, POIS SÃO IRRELEVANTES QUANDO NO ESTUDO DO MOVIMENTO.

2. ALGUNS CONCEITOS

2.1 ESPAÇO ABSOLUTO: É UM "REFERENCIAL" QUE PERMANECE, IMÓVEL E INDEPENDENTE DE QUALQUER FATOR EXTERNO.

2.2. TEMPO ABSOLUTO: PARA NEWTON É AQUILO QUE ESCOA DE MANEIRA UNIFORME E INDEPENDENTE DE QUALQUER FATOR EXTERNO.

3. AXIOMAS DE NEWTON

3.1 LEI DA INÉRCIA: "TODO MATERIAL ISOLADO NO TEMPO E ESPAÇO ABSOLUTOS PERMANECE EM REPOUSO OU EM MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME."

NESTA LEI ISOLADO SIGNIFICA AUSENTE DE EFEITOS DE FORÇAS.

DEFINIÇÃO: UMA GRANDEZA MUITO ÚTIL E COM A QUAL PODEMOS REDEFINIR O PRINCÍPIO DA INÉRCIA, E A QUANTIDADE DE MOVIMENTO, DADA POR:

$$\vec{Q} = m.\vec{v}$$

DESTA FORMA O PRINCÍPIO FICA: "TODO SISTEMA ISOLADO TEM QUANTIDADE DE MOVIMENTO CONSTANTE".

ESTA É A CHAMADA "LEI DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO", MAIS TARDE VEREMOS QUE ELA TAMBÉM SE APLICA AO CENTRO DE MASSA DE UM SISTEMA.

3.2. PRINCÍPIO FUNDAMENTAL

"A TAXA DE VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO É PROPORCIONAL À FORÇA QUE AGE NUM PONTO MATERIAL, E SE DÁ NA MESMA DIREÇÃO E SENTIDO DAQUELA FORÇA".

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \dot{\vec{Q}} = \vec{F}$$, ONDE $\vec{F}$ É O VETOR APLICADO AO PONTO.

MAS: $\vec{Q} = m.\vec{v}$, ENTÃO $\dot{\vec{Q}} = \dot{m}\vec{v} + m\dot{\vec{v}}$

SE EM PARTICULAR $m = CTE \Rightarrow \vec{F} = m.\vec{a}$

3.3. PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO.

"AS FORÇAS QUE DOIS PONTOS MATERIAIS EXERCEM SOBRE SI SÃO DIRETAMENTE OPOSTAS".

4. TEOREMAS.

4.1. TEOREMA DA VARIAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

"A VARIAÇÃO TOTAL DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO É IGUAL AO IMPULSO DA FORÇA ATUANTE NO MESMO INTERVALO DE TEMPO".

$$\vec{I} = \Delta\vec{Q} = \vec{Q}(t) - \vec{Q}(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt.$$

4.2 TEOREMA DA ENERGIA.

"A VARIAÇÃO TOTAL DE ENERGIA CINÉTICA ENTRE DOIS INSTANTES É IGUAL AO TRABALHO TOTAL DA FORÇA ENTRE OS MESMOS INSTANTES."

$$\Delta T = T(t) - T(t_0) = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\cdot\vec{v}\, dt = \mathcal{T}$$

CASO PARTICULAR

SE, EM PARTICULAR, EXISTIR UMA FUNÇÃO POTENCIAL U DA FORÇA, ISTO É:

$$\vec{F} = \operatorname{grad} U(\vec{r}) \quad , \quad U(\vec{r}) : \text{FUNÇÃO ESCALAR}$$

ENTÃO:

$$dU = \vec{F}\cdot d\vec{P} = d\mathcal{T}$$

$\therefore \; T - U = E$, À QUANTIA $-U = V$ DÁ-SE O NOME DE ENERGIA POTENCIAL.

$$T + V = T_0 + V_0 = E \text{ (CONST.)}$$ – QUE É A CHAMADA INTEGRAL DA ENERGIA

4.3. TEOREMA DO MOMENTO ANGULAR.

" A VARIAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR EM RELAÇÃO A UM PONTO FIXO OU A UM POLO EM MOVIMENTO PARALELO EM RELAÇÃO ÀQUELE PONTO CONSIDERADO, É IGUAL AO MOMENTO DA FORÇA EM RELAÇÃO AO MESMO POLO.

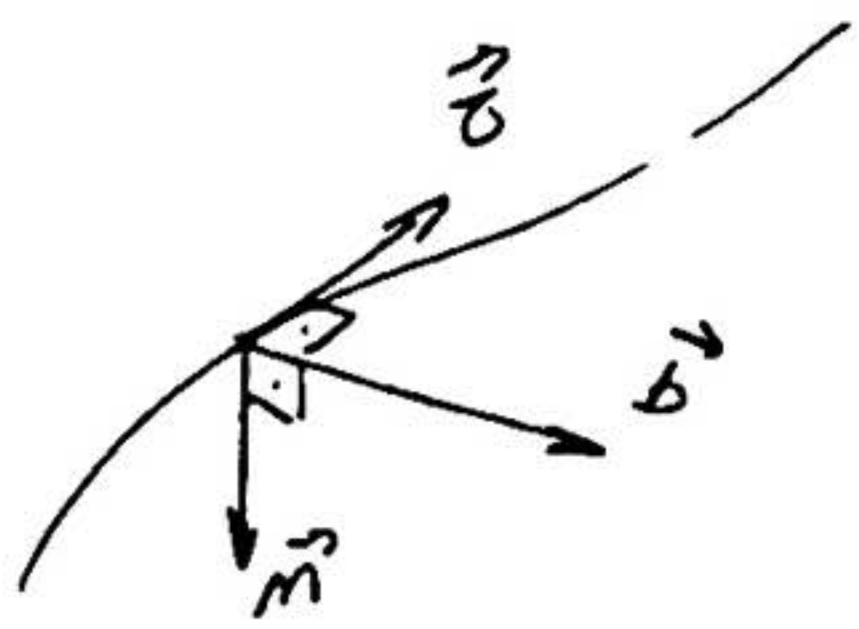
$$\vec{H}_0 = (P-O) \wedge m.\vec{v}$$

$$\frac{d\vec{H}_0}{dt} = \frac{d(P-O)}{dt} \wedge m\vec{v} + (P-O) \wedge \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\frac{d(P-O)}{dt} = \vec{v} \quad \rightarrow \quad \frac{dH_0}{dt} = (P-O) \wedge m\vec{a} = (P-O) \wedge \vec{F} = \vec{M}_0$$

$$\therefore \quad \dot{\vec{H}}_0 = \vec{M}_0$$

5. DINÂMICA DO PONTO EQUAÇÕES INTRÍNSECAS DO MOVIMENTO



$$\vec{a} = \dot{s}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$$

$$m.\vec{a} = \vec{F}$$

$$\therefore \quad m\ddot{s}\vec{\tau} + m\frac{v^2}{\rho}\vec{n} = \vec{F}$$

E PROJETANDO SOBRE OS VERSORES DO TRIEDRO DE FRENET:

$$m\ddot{s} = \vec{F}.\vec{\tau} = F_\tau$$

$$m\frac{v^2}{\rho} = \vec{F}.\vec{n} = F_N$$

$$0 = \vec{F} \cdot \vec{b} = F_b$$

QUE SÃO AS CHAMADAS "EQUAÇÕES INTRÍNSECAS DO MOVIMENTO".

1.6. PONTO VINCULADO.

SE O PONTO P É OBRIGADO A DESCREVER UMA TRAJETÓRIA PRÉ-ESTABELECIDA. ALÉM DA FORÇA $\vec{F}$ (RESULTANTE DAS FORÇAS ATIVAS), TEREMOS A REAÇÃO VINCULAR $\vec{R}$, QUE CORRESPONDE À AÇÃO DA TRAJETÓRIA. DAÍ:

$$\underline{\underline{m\vec{a} = \vec{F} + \vec{R}}}$$

$$\vec{R} = T\vec{t} + N\vec{n} + B\vec{b} \qquad \text{DAÍ:}$$

$$m\ddot{s} = F_t + T$$

$$m\frac{v^2}{\rho} = F_N + N$$

$$0 = F_b + B$$

7(*) COMPLEMENTAÇÃO:

- DEFINIÇÕES DA DINÂMICA DO PONTO MATERIAL -

PONTO MATERIAL P DE MASSA m

$P-O$ VETOR DE POSIÇÃO EM RELAÇÃO A UMA ORIGEM O NUM INSTANTE GENÉRICO SOB A AÇÃO DE UMA FORÇA $\vec{F}$

DEFINE-SE:

A) QUANTIDADE DE MOVIMENTO NO INSTANTE t

$$\vec{Q}(t) = m\dot{\vec{r}} = m\vec{v}$$

B) O IMPULSO DE $\vec{F}$ ENTRE OS INSTANTES t_0 E t

$$\vec{I}(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt$$

C) ENERGIA CINÉTICA NO INSTANTE t

$$T(t) = \frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} m v^2$$

D) O TRABALHO DE $\vec{F}$ ENTRE DOIS PONTOS P_0 E P DA TRAJETÓRIA DE P E CORRESPONDENTES AOS INSTANTES t_0 E t

$$\tau(t_0, t) = \int_{P_0}^{P} \vec{F} \cdot d(P-O) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{t_0}^{t} \vec{F} \cdot \vec{v}\, dt$$

E) MOMENTO ANGULAR NO INSTANTE t EM RELAÇÃO AO POLO O

$$\vec{H}_0(t) = (P-O) \wedge m\vec{v}$$

…MENTAÇÃO: — INTEGRAL DA ENERGIA —

SE A FORÇA $\vec{F}$ QUE, EM CADA INSTANTE, AGE EM P DEPENDER APENAS DA POSIÇÃO DO CORPO (PONTO) ISTO É, $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$, E SE EXISTIR UMA FUNÇÃO ESCALAR $U(\vec{r})$ CUJA DIFERENCIAL SEJA:

$$dU(\vec{r}) = \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \vec{F}(\vec{r}) \cdot \vec{v}\,dt ,$$

DIREMOS QUE $\vec{F}$ DERIVA DE UM POTENCIAL.

CHAMAREMOS $U(\vec{r}) \Rightarrow$ FUNÇÃO DE FORÇA
$V(\vec{r}) = -U(\vec{r}) \rightarrow$ ENERGIA POTENCIAL ASSOCIADA AO CAMPO DE FORÇAS $\vec{F}(\vec{r})$.

NO CASO, O TRABALHO AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA DEPENDE APENAS DAS POSIÇÕES FINAL E INICIAL, POIS

$$\tau(P_0, P) = \cancel{\int_{P_0}^{P} d[U(\vec{r})]} = \int_{P_0}^{P} dU(\vec{r}) = U(\vec{r}) - U(\vec{r}_0)$$

OU $\tau(P_0, P) = V(\vec{r}_0) - V(\vec{r})$

LOGO, SE A ENERGIA POTENCIAL CRESCE (DECRESCE), O TRABALHO REALIZADO POR $\vec{F}$ É ~~POSITIVO~~ NEGATIVO (POSITIVO) E A ENERGIA CINÉTICA DIMINUI (AUMENTA)

O TEOREMA DA ENERGIA ADQUIRE A FORMA PARTICULAR.

$$\boxed{T + V = T_0 + V_0 = \text{CONSTANTE}}$$

CONHECIDA COMO INTEGRAL DA ENERGIA.